4211
43
P. V. - 2
641502
Smithsonian
2

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCV.

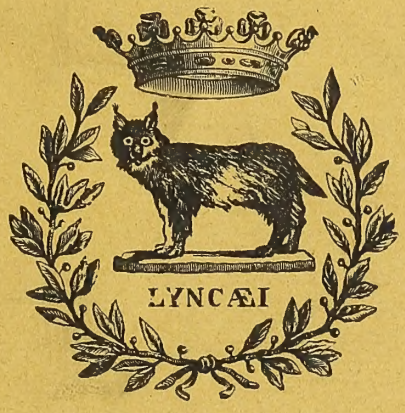
1908

SERIE QUINTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME VII.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. VINCENZO SALVIUCCI

1910

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCV.

1908

SERIE QUINTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME VII.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1908

Saggio di anatomia segmentale.
La metameria somatica, nervosa, cutanea e muscolare dei vertebrati.

Memoria di G. van RYNBERK

premiata al concorso al premio Carpi del 1906.

PARTE PRIMA.
Introduzione e Generalità.

INTRODUZIONE.

Da più anni l'autore della presente Memoria raccoglie materiali per un'opera d'insieme che esponga quella dottrina biologica generale, cui egli accennando in alcuni suoi scritti precedenti chiamò « dottrina segmentale ». Questa dottrina è nella mente dell'autore la sintesi della zoologia, morfologia, fisiologia e patologia degli animali segmentati, studiati dal punto di vista esclusivo dell'architettura segmentale o metamerica del loro corpo.

Nella sua parte zoologica la dottrina segmentale coordina le speculazioni filogenetiche intorno al problema dell'origine della metameria nel regno animale; nella sua parte morfologica concentra le ricerche di anatomia e di embriologia comparata sullo sviluppo e sulla costituzione dello schema architettonico metamerico degli animali segmentati; nella sua parte fisiologica e patologica essa sintetizza lo studio dei fenomeni vitali, normali e morbosi di questi esseri, nelle loro unità morfologiche: i segmenti o metameri.

Dell'enorme sviluppo che l'autore, come dal precedente cenno appare, vuol dare all'opera cui egli si è accinto, presenta oggi una minima parte, la quale nel suo insieme forma la trattazione completa di un argomento che può star da sè e che gli sembra offrire un'interesse sufficiente perchè ne sia giustificata la pubblicazione isolata. In questa parte, egli si occuperà della metameria somatica dei vertebrati, specialmente per quanto riguarda anatomicamente il sistema nervoso, il cutaneo ed il muscolare.

CAPITOLO PRIMO.

Generalità.

Esponendo soltanto un carattere architettonico, spogli la mente di qualunque preconcetto teorico, noi possiamo dire che per metameria in un animale segmentato, ridotto il termine alla espressione più semplice e schematica, noi intendiamo il fatto anatomico, che un certo numero di organi, raggruppati topograficamente insieme, si ripetano nell'organismo, disposti in serie lineare nello spazio. Ora se noi confrontiamo le condizioni architettoniche del corpo dei vertebrati con la formola qui espressa, non potremo che riconoscere che queste condizioni corrispondano in un certo modo, più o meno esattamente al postulato stesso, almeno per alcuni sistemi d'organi, e nella sola regione somatica. Per gli altri organi e per il capo le cose sono più complicate ed assai meno chiare.

Precisando di più le condizioni anatomiche dei tre sistemi detti avremo: il sistema nervoso, il muscolare ed il cutaneo della regione somatica dei vertebrati, presentano in tutto o in parte, presso tutte o presso alcune specie, durante tutta la vita od in alcuni stadî dello sviluppo individuale, una divisione in parti simili, disposte a serie lineare più o meno evidente, più o meno larvata. Evidente, generale e persistente per tutta la vita è questa disposizione lineare e seriale soltanto nelle radici e nei gangli dei nervi spinali di tutti i vertebrati. Raramente evidente, larvata per lo più, è la suddivisibilità degli organi centrali nervosi in tante sezioni successive, disposte in serie lineare. Non mai, in nessuno stadio di sviluppo, in nessuna specie, in nessuna sua parte evidente, pur sempre esistente in maniera larvata è la suddivisione della cute in parti successive nell'ordine seriale lineare. Evidente in alcuni stadî embrionali di tutti i vertebrati e nello stato adulto di alcuni, più o meno parzialmente o totalmente larvata negli altri è la divisione seriale del sistema muscolare.

Però, larvata od evidente durante lo sviluppo embrionale, persistente in modo evidente oppure no nello stato adulto, la divisione del sistema nervoso, muscolare e cutaneo della regione somatica dei vertebrati, in parti successive e disposte in serie lineare, *la metameria* insomma di questi sistemi, è un fatto reso sicuro da un complesso di ricerche svariatissime la cui esposizione sistematica formerà appunto l'oggetto della presente Memoria, nella quale io riunirò dunque le notizie che concernono la disposizione in serie lineare e metamerica del sistema nervoso: la neuromeria, che sua a volta comprende la metameria degli organi centrali che propongo chiamare *polioneuromeria* [1], e di quelli periferici che chiamerò *odoneuromeria* [2]; poi quelle che dimostrano la risultanza del sistema muscolare da una serie di parti metameriche, i *miomeri*, e finalmente quelle che si occupano della larvata metameria cutanea o *dermatomeria*.

[1] Cioè metameria della sostanza *grigia* nervosa (*πολίος* = grigio).
[2] Cioè metameria delle *vie* nervose (*ὁδός* = via).

Queste notizie, come già appare dalla stessa breve esposizione precedente, sono state fornite da ricerche d'indole svariatissima. Innanzi tutto abbiamo le ricerche d'embriologia comparata per tutto ciò che riguarda le condizioni peculiari dello sviluppo ontogenetico delle disposizioni metameriche nei vertebrati. Poi la dissezione anatomica che tenta d'isolare e dimostrare l'individualità dei metameri muscolari e dei nervi spinali. Poi i metodi microscopici per indagare la costituzione del nevrasse spinale e ricercarvi la disposizione in serie lineare di tanti centri metamerici. Finalmente grande parte vi hanno pure, come vedremo, i metodi sperimentali per sciogliere negli animali, e quelli clinici per illuminare nell'uomo, alcuni problemi ove i metodi morfologici hanno fallito, oppure hanno stentato molto a riuscire. Nella presente Memoria tratterò in modo esauriente le ricerche di anatomia macro- e microscopica e quelle sperimentali e cliniche rivolte a conoscere la costituzione metamerica del corpo dei vertebrati allo stato adulto. Per quello che riguarda l'embriologia, riservando per l'opera completa la trattazione estesa dell'origine filogenetica ed ontogenetica della metameria in genere, ricorderò qui in alcuni rapidi cenni, soltanto quelle poche cose che più importa tener presente quali principî fondamentali sui quali si basa grande parte degli ulteriori sviluppi dell'argomento della presente Memoria.

*
* *

È fatto di comune cognizione che in tutti i vertebrati, a un certo punto dello sviluppo embrionale, ha luogo un processo speciale per cui alcuni costituenti dell'embrione vengono a trovarsi divisi in una serie di parti simili, allineate in direzione cranio-caudale.

A questo processo, detto di *segmentazione* embrionale in senso ristretto, prende parte nel modo più intenso ed evidente il foglietto blastico medio, mentre la partecipazione di quello esterno è, come vedremo, minore e dubbia, di quello interno probabilmente nulla.

Prodotti della segmentazione dei due sacchi celomatici del mesoderma sono quelle formazioni che una volta si chiamavano proto-vertebre o segmenti primordiali o somiti, ora con termine in parte più appropriato, miomeri primitivi, e che in doppia serie fiancheggiano, in uno stadio assai precoce, la corda dorsale e la doccia midollare. Da ognuno di questi miomeri primordiali si svolgono tre sorta di formazioni: una muscolare (il miotoma o miomero definitivo), una cutanea (il dermatoma o dermatomero definitivo) ed una scheletrica (lo scleromero o sclerotoma). Nell'ulteriore sviluppo embrionale restano, anatomicamente distinti, sempre, ed in tutti i vertebrati, soltanto i derivati scheletrici dei miomeri che vanno a formare gli archi ed il corpo delle vertebre e le costole: gli sclerotomi definitivi. I derivati muscolari e dermici del foglietto muscolocutaneo del miomero, i dermatomi e miotomi subiscono invece diverse modificazioni.

I dermatomi vicini si fondono, in tutte le specie di vertebrati, già in uno stadio precoce, tra di loro a formare con l'epidermide l'involucro cutaneo dell'embrione, involucro continuo ed uniforme ove non si riconosce più traccia dell'avvenuta fusione. I miotomi invece in alcune specie di pesci infimi restano sempre distinti ed isolati per tutta l'estensione del corpo; in altri pesci restano tali soltanto in parte, mentre

in alcuni punti per la formazione di speciali appendici, pinne, arti ecc. subiscono modificazioni profonde consistenti in spostamenti, scissioni e fusioni parziali. Finalmente nella grande maggioranza dei vertebrati questi processi di spostamento e complicazione avvengono non soltanto a livello dello sviluppo delle appendici artuali, ma anche, sebbene con minore intensità, nel resto del corpo.

Mentre la segmentazione del foglietto germinativo medio è un fatto evidente, la questione se anche il foglietto esterno vi partecipi in modo attivo è cosa meno sicura ed assai discussa, specie per quella parte dell'ectoderma invaginato, che formerà il nevrasse spinale coi suoi gangli e radici. Kupfer (1885) per primo descrisse nella porzione somatica del tubo midollare alcuni veri segmenti, corrispondenti ai somiti o miomeri che lo fiancheggiano ed egli interpretò questi segmenti midollari come l'espressione di una vera metameria primaria del nevrasse spinale. Dopo di lui una serie di autori specialmente americani si occuparono dell'argomento. Orr (1887) vide formazioni simili in un lacertilio (*Anolis sagraei*) e le chiamò neuromeri; Mc Clure (1889, '90) descrisse segmenti simili per tutta la lunghezza del tubo midollare del pulcino, dell'*Amblystoma* e dell'*Anolis*, e li chiamò « mielomeri »; Miss Platt (1889) confermò dati analoghi per il pulcino; Locy (1894, '98) sostenne che negli squali, nell'*Amblystoma* e nella *Torpedo ocellata* i mielomeri sono già formati prima che vi sia traccia dei miomeri, sicchè quelle devono essere formazioni primarie, onde le chiami segmenti epiblastici. Neal (1896, '98) dedicò una parte interessante della sua monografia sulla segmentazione del sistema nervoso dello *Squalus acanthias* e descrisse pure i mielomeri per tutta l'estensione del midollo spinale, ma in un periodo posteriore alla formazione dei miomeri. Fin qui una serie di dati apparentemente concordi; se però noi analizziamo più minutamente i lavori di questi autori troveremo più numerose le contradizioni delle stesse affermazioni: contrastano nelle loro indicazioni non solo il numero dei pretesi mielomeri negli individui delle stesse specie, ma anche l'epoca della loro comparsa, i loro rapporti topografici e la loro struttura interna, in un modo così reciso e ripetuto che non mi sembra fino ad oggi lecito di considerare la mielomeria primitiva come un fatto sicuro acquisito alla scienza, sebbene una metameria secondaria del midollo spinale, mielomeria o polioneuromeria spinale anteriore non sembra potersi negare. Per i gangli spinali è stato sostenuto da Beard (1866) che i loro abbozzi primitivi, composti di gruppi di cellule tondeggianti, si trovino già dall'inizio disposti metamericamente; in ogni modo quando le placche midollari si sono fuse nella linea mediana per formare il tubo midollare, nelle creste laterali, che contengono gli abbozzi ganglionari, l'accrescimento non è uniforme perchè in corrispondenza ai miomeri primitivi esso è intenso, negli intervalli si arresta, sicchè ne risulta una serie di organi distanziati e metamerici, i gangli spinali o polioneuromeri spinali dorsali.

Fin qui ricordata succintissimamente la formazione dei miomeri e dei loro derivati i miotomi ed i dermatomi, dei primitivi o secondarî mielomeri e dei gangli spinali. Ora veniamo al punto più importante per il mio argomento, al processo cioè, mercè il quale le diverse parti metameriche accennate, miotomi, dermatomi, e polioneurotomi si mettono in comunicazione morfologica tra di loro. Sorvolando sopra tutti i dibattiti intorno alla istogenesi dei filamenti nervosi periferici, ricordo il fatto

comune a tutti i vertebrati che in un periodo embrionale precoce, quando il tubo neurale non possiede ancora il mantello bianco, si formano cordoni protoplasmatici brevissimi che vanno ad unire ad uno ad uno i miomeri primordiali con quella parte del tubo nervoso colla quale ognuno di essi è in immediato contatto. Più tardi cordoni protaplasmatici simili si formano in corrispondenza agli abbozzi dei gangli spinali e si dispongono tra miomero e miomero, e più precisamente si addossano alla faccia craniale dello sclerotoma di ogni singolo miomero primitivo. Le formazioni prima descritte rappresentano le radici ventrali (anteriori od inferiori), ossia la porzione cornuale, motrice dei nervi spinali misti, le altre formano la porzione ganglionare sensitiva di essi.

Ora risulta da una serie di ricerche di diversi autori tra cui cito più specialmente Van Wyhe, Eisler e la scuola anatomica di Heidelberg (Gegenbauer, Fürbringer, Ruge), che tra gli abbozzi dei nervi spinali ora descritti e gli elementi primitivi dei miotomi e dermatomi, si stabiliscono rapporti precocissimi ed indissolubili: qualunque sia la sorte riservata a questi elementi muscolari e cutanei, qualunque siano gli spostamenti, le migrazioni che essi subiranno nel seguito dello sviluppo embrionale, specialmente là ove si formeranno gli arti, essi trascineranno seco i filamenti nervosi coi quali sono una volta venuti in rapporto. Questo fatto è di fondamentale importanza, perchè è unicamente in base ad esso che noi vedremo in tutti i vertebrati esser possibile rintracciare appunto tutti i derivati dei diversi miotomi e dermatomi che, parte separati tra loro, spostati e migrati lontano dalla regione primitivamente da essi occupati, parte anche fusi e confusi tra loro e con derivati di altri metameri, hanno perduto il loro carattere metamerico primitivo. Per effetto di questo nesso precoce e persistente, noi abbiamo nell'innervazione spinale una guida sicura, sebbene indiretta, per studiare la parte che i singoli miotomi e dermatomi prendono nelle diverse specie di vertebrati alla costruzione del sistema muscolare e cutaneo degli animali adulti, cognizione che nessun altro metodo, nè quello embriologico nè quello anatomico diretto possono darci. Lo studio della metameria cutanea e muscolare dei vertebrati si riduce quindi nella sua maggior parte ad uno studio minuto della distribuzione dei nervi spinali e di tutte le loro diramazioni ai loro organi periferici: l'« odoneuromeria » è la trama tenace e conservativa sulla quale è imbastita tutta l'architettura metamerica dei vertebrati. Conoscere tutti i muscoli o parti di muscoli innervati da una data radice spinale anteriore vuol dire conoscere il complesso di derivati dal miotoma originalmente da essa innervata, anzi questo miotoma stesso; conoscere esattamente il territorio cutaneo innervato da un dato ganglio spinale vuol dire conoscere l'estensione raggiunta dai derivati del dermatoma col quale originalmente esso è venuto in rapporto, vuol dir quindi conoscere questo dermatoma stesso. E questo metodo di studio non si applica soltanto agli organi metamerici periferici, ma anche a quelli centrali, perchè conoscere esattamente l'estensione e la situazione dei gruppi di cellule cornuali del midollo spinale, colle quali le diverse radici motrici spinali sono in rapporto morfologico, vuole pur dire conoscere esattamente le diverse sezioni del nevrasse spinale che in uno stadio embrionale precoce si sono trovate per un certo tempo topograficamente a contatto coi miomeri primordiali, e che quindi possiamo identificare coi mielomeri o neuromeri o neurotomi degli autori,

senza prender partito nel problema se queste sezioni, questi segmenti sieno l'espressione di una vera metameria primaria del tubo neurale, oppure se prodotti secondariamente, passivamente da un'azione puramente meccanica di pressione esercitata dalla serie dei miomeri contigui, come opinano i più. Insomma studiare a fondo i nervi spinali, gli odoneuromeri, in tutti i loro rapporti periferici e centrali significa studiare la miomeria, la dermatomeria e la polioneuromeria stesse. È appunto ciò che nella presente mia Memoria cercherò di fare.

Però anche il metodo di studio diretto, l'anatomia descrittiva, macroscopica e microscopica comparata del sistema muscolare, nervoso e cutaneo, hanno forniti alcuni dati importanti, specie nei vertebrati inferiori, ove, come vedremo, le condizioni sono meno complicate che in quelli superiori, nei quali lo studio diretto non rivela quasi più nulla dell'originale architettura metamerica del corpo. Riunirò quindi insieme le ricerche dirette di anatomia macro- e microscopica che hanno per oggetto ciò che chiamerò la « metameria persistente ed evidente » del sistema muscolare, cutaneo e nervoso dei vertebrati, e tratterò separatamente delle ricerche indirette, basate sull'odoneuromeria, le quali hanno per oggetto la « metameria larvata » di quei sistemi.

Tutto il complesso di queste notizie costituisce il primo materiale sul quale fondare le linee generali dell'anatomia segmentale dei vertebrati.

PARTE SECONDA.

La metameria persistente ed evidente studiata con metodi diretti.

Tratterò separatamente della metameria muscolare, cutanea e nervosa. In riguardo a quella parte del postulato generale espresso nel I capitolo, la quale esprime che le parti dei diversi organi che si ripetono metamericamente debbano trovarsi raggruppate topograficamente insieme a formare i metameri o segmenti del corpo, bastano poche parole. Queste condizioni sono eccezionalissime, e si verificano soltanto e forse nemmeno esattamente in pochi pesci e rettili (ofidi), perchè già nei pesci sussiste il fatto che il miotoma rispetto al polioneuromero si trovi spostato caudalmente, mentre il dermatoma non ricopre più il miotoma corrispondente.

Nei vertebrati superiori questi spostamenti si accentuano ancora di più: i dermatomeri sono fusi in grande parte tra di loro; i miomeri spezzati ed i frammenti spostati notevolmente e distaccati l'uno dall'altro: i polioneuromeri finalmente sono topograficamente situati assai più cranialmente dei loro miomeri e dermotomeri rispettivi, a causa delle note differenze di sviluppo che nell'evoluzione embrionale fa sì che il midollo spinale *rimane indietro* rispetto allo sviluppo della teca vertebrale in cui è contenuto e degli organi metamerici che negli stadî precoci si trovarono rispettivamente allo stesso livello topografico dei suoi segmenti.

L'architettura metamerica del corpo dei vertebrati viene quindi ad essere notevolmente alterata nelle sue linee apparenti, ma appunto qui stanno i rapporti odoneuromerici fissi ed invariati ad attestare che lo schema fondamentale dell'organismo è rimasto segmentale e metamerico, qualunque siano le modificazioni apparenti che l'evoluzione filogenetica ed individuale vi abbiano apportate.

CAPITOLO II.

La miomeria evidente.

Nei pesci, chi scolla accuratamente la cute, trova che il sistema muscolare di quegli animali presenta una superficie per lo più pianeggiante, rigata a distanza fissa per ogni specie, da tante linee a decorso più o meno tortuoso, le quali sui due lati del corpo decorrono parallele tra la linea mediana dorsale e quella ventrale del corpo. Queste linee all'esame minuto risultano dall'immagine ottica di tante membrane viste in sezione. Queste membrane dalla faccia esterna dello strato muscolare si approfondano in esso, onde l'intero rivestimento muscolare del corpo viene suddiviso

in tante porzioni quante sono queste membrane, che però si dicono setti muscolari o miosetti o miocommi. Il compartimento muscolare che si trova tra setto e setto si dice cassetta muscolare od anche, con evidente ambiguità di termine, miocomma come gli stessi setti intermuscolari. Queste cassette muscolari rappresentano singolarmente i derivati dei miotomi embrionali, onde si dicono pur essi miotomi o miomeri. Esaminata nel suo insieme, la disposizione dello strato muscolare dei pesci ha questo di particolare: che i miosetti servono come punto d'inserzione quasi esclusivo delle fibre muscolari, le quali in ogni singolo miomero decorrono parallele tra setto e setto senza prender rapporto con pezzi scheletrici. Nella sua espressione più semplice la muscolatura così ordinata consta in alcune specie inferiori di uno strato unico, regolarmente intersettato dai miocommi a decorso trasversale sull'asse maggiore del corpo, poi, seguendo lo sviluppo filogenetico, ha luogo un duplice processo per cui lo strato dei miomeri primitivamente unico ed uniforme viene suddiviso in più strati, variamente intersettati da setti a decorso longitudinale. Le parti così risultanti prendono rapporto collo scheletro ed acquistano in tal modo inserzioni fisse che in un certo riguardo possiamo dire *estreme*; i miosetti primitivi persistono come suddivisione interna dei complessi miomerici che si sono scissi dal primitivo strato uniforme. Queste parti scisse dalla miomeria regolare, primaria, preludiano all'evoluzione del sistema muscolare dei vertebrati, superiori e si possono dire *muscoli* nel senso usuale, aventi cioè una relativa individualità anatomica per la loro topografia, delimitazione ed inserzione. nonchè una relativa individualità funzionale corrispondente. Per il processo accennato si inizia quindi già quella trasformazione del sistema muscolare che dalle condizioni nettamente ed interamente metameriche, per es. del Petromyzon, conduce a quelle complicatissime dell'uomo ove della primitiva miomeria non è rimasta che una larva.

Per quanto interessante sia questo processo evolutivo del materiale contrattile dei vertebrati, io non vi potrò che accennare; più che del risultato non metamerico della trasformazione in questione, mi occuperò di quelle traccie rimaste ancora riconoscibili della primitiva miomeria che filogeneticamente ed ontogeneticamente ha preceduto le disposizioni complicate del sistema muscolare dei vertebrati superiori adulti. Rilevo soltanto un fatto che dal punto di vista speciale del mio argomento ha un notevole interesse.

Nelle condizioni primitive quali s'incontrano, per es. nel Petromyzon, tutti i derivati dei singoli miotomi embrionali vengono a restare nell'adulto, topograficamente uniti insieme: il miotoma dell'adulto compreso tra due miosetti rappresenta la somma di materiale sviluppatosi dal corrispondente miotoma embrionale, e forma un tutto anche anatomicamente unito. Ma nel corso dell'evoluzione, quando s'inizia la formazione di veri « muscoli » si compie una serie di processi, parte di scissione, parte di fusione, per cui i miomeri semplici vengono a trovarsi divisi in parti distinte e separate.

Viceversa, i muscoli originati da questi processi, non rappresentano più tanti miomeri singoli, ma combinazioni di parti di più miomeri. E mentre prima nei petronizzonti si poteva chiamare « muscolo » ogni miomero, ed ogni miomero rappresentava un muscolo, invece nelle specie superiori i diversi miomeri non sono più tante unità muscolari giacchè parti di ogni singolo miomero concorrono a più muscoli, ed

i diversi « muscoli » sono a lor volta diventati « polimerici » o plurisegmentali perchè composti da più parti di diversi miomeri. Vedremo come questo trasformismo trova la sua corrispondenza nella complicazione dell'innervazione spinale: mentre ognuno dei miomeri semplici riceve fibre nervose da un sol segmento spinale, i « muscoli » polimerici sono innervati da fibre originate in più segmenti, sicchè anche la loro innervazione è diventata polimerica o plurisegmentale.

Di sommo interesse per l'intendimento di questo processo di polimerizzazione delle unità anatomiche contrattili dei vertebrati, è specialmente quel che avviene in questo rapporto durante la formazione degli arti. Sorvolando su tutte le controversie in questo argomento, ricorderò qui soltanto che in base alle osservazioni di Dohrn (1884) e Balfour (1878) su embrioni di selacei, e di una serie di ricerche successive sopra diverse specie animali, noi possiamo dire che il materiale mesodermatico che entra nella costruzione degli arti di tutte le classi di vertebrati, è in origine metamerico. In un determinato stadio precoce dello sviluppo embrionale dalla porzione ventrale di un certo numero di miomeri già formati ed ultimati regolarmente, si staccano gemme che migrano all'esterno, spingendo avanti a sè il foglietto epiblastico. Dalle migrazioni e dai successivi svariati processi di scissione e fusione tra loro di queste gemme originano anche qui unità anatomiche che non rappresentano più unità metameriche, ma plurisegmentali: « muscoli » polimerici insomma. Vedremo come già nei pesci inferiori (selacei) la cui musculatura mantiene del resto un carattere metamerico primitivo, esiste questa polimerizzazione dei muscoli degli arti, cui corrisponde una polimerizzazione della innervazione.

Ora passiamo a descrivere più minutamente la forma e disposizione dei miomeri nella loro manifestazione più tipica e semplice, come si presenta nei petromizzonti, nei missenoidi e nei selacei. Il numero di ricerche eseguite a questo scopo non è molto grande.

Ricordo qui Rathke (1826), Stannius (1854), Grenacher (1867), Goette (1884), Göppert (1895), Joh. Müller (1840), Wikström (1897) e per ultimo Langelaan (1904), dei quali mi limiterò a citare più per esteso i due più recenti.

Wikström ha eseguito dissezioni su *Petromyzon marinus* e *fluviatilis*, su *Myxine* e *Bdellostoma*, su *Esox lucius*, *Acanthias*, *Heptanchus* e *Mustelus*. La tecnica seguìta da lui è quella della sezione in serie del materiale con susseguente ricostruzione schematica. Egli descrive il miomero dei Petromizzonti come una placca che occupa una posizione obliqua all'indietro rispetto all'asse longitudinale del corpo. L'obliquità è assai maggiore nei Petromizzonti che nell'*Amphioxus* e ciò sembra a Wikström favorire la stabilità della muscolatura venendo in tal modo aumentata la superficie d'inserzione delle fibre miomeriche ai miosetti. Nei missenoidi e nei selacei il miomero è assai più complicato, presentando nei missenoidi tre estroflessioni in forma di cono cavo, situate rispettivamente nella parte sua dorsale, laterale e ventrale, nei punti ove il miomero dei Petromizzonti presenta una protuberanza. Nei selacei a queste tre estroflessioni se ne aggiungono due altre nella regione dorsale, mentre per lo sviluppo del cosiddetto setto orizzontale la porzione dorsale della musculatura rimane separata da quella ventrale.

Langelaan più recentemente lavorò sul *Petromyzon fluviatilis* e sullo *Acanthias vulgaris*. Il metodo da lui seguìto è di dissettare il tessuto connettivo intersegmen-

tale, i miosetti, per isolare in questo modo un determinato miotoma. Questo metodo portò a risultati esattissimi che Langelaan illustra con figure che dànno una immagine notevolmente plastica della forma vera dei miotomi. Tolgo qualche brano dalle descrizioni aggiunte alle figure. *Petromyzon* (fig. 1). Il miomero della regione del tronco dell'animale adulto ha in genere la forma di una mezza luna, le cui corna siano rivolte verso la parte craniale del corpo. Il corno dorsale raggiunge la linea mediana dorsale del corpo; il corno ventrale termina contro la linea mediana ventrale. In sezione trasversale il corpo del miotoma appare rombico, mentre le corna sono appiattite. Una sola faccia della sezione rombica del miotoma è rivolta verso la superficie

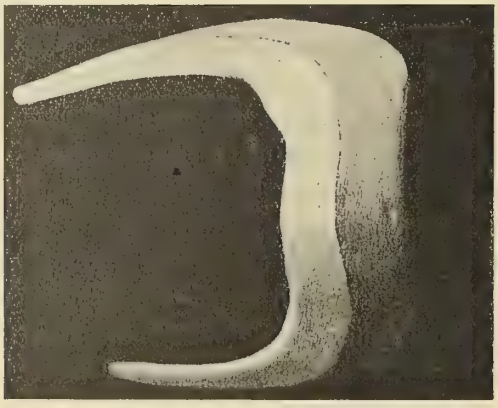


Fig. 4. — Miomero di *Petromyzon fluviatilis*, secondo Langelaan. (Ingrandito 2 volte).

esterna del corpo. La faccia opposta del rombo è rivolta verso la cavità del corpo. Le altre due sono rispettivamente contigue al miotoma craniale e caudale limitrofo. In riguardo al piano sagittale del corpo, la posizione del miotoma è obliqua in modo che l'asse maggiore della sezione rombica del miotoma faccia un angolo acuto coll'asse sagittale del tronco. — *Acanthias* (fig. 2). Il miotoma del tronco è più complicato; pur tuttavia i suoi caratteri generali sono molto simili a quelli del miotoma di *Petromyzon*. È notevole in esso che in due punti (uno nella linea laterale, uno nella regione ventrale) alla superficie del corpo sembri interrotto perchè intersettato da due setti connettivali longitudinali che penetrano profondamente. In questi due punti il miotoma è per così dire piegato in due, e la direzione della piega è parallela all'asse sagittale del corpo, e la piega stessa si rivolge all'indentro. Inoltre esistono nella regione dorsale ancora tre altri punti ove il miotoma è piegato in modo simile, ma con la direzione della piega perpendicolare sull'asse longitudinale del tronco, sicchè la piega stessa è situata in piano. Il miotoma preso nel suo insieme è inclinato in direzione caudale (fig. 3).

Abbandoniamo ora i selacei e passiamo ai teleostei. Qui troviamo condizioni in parte più semplici, in parte più complicate che in quelli. Il carattere miomerico primitivo rimane, almeno nella regione del corpo, fondamentale, ma principia quel processo di scissione e fusione accennato sopra, per cui si cominciano a distinguere regioni

muscolari speciali, quali la medio-dorsale, la laterodorsale; la lateroventrale, la medio-ventrale ecc., divisioni che ritroviamo in tutta la serie dei vertebrati ed anche nel-

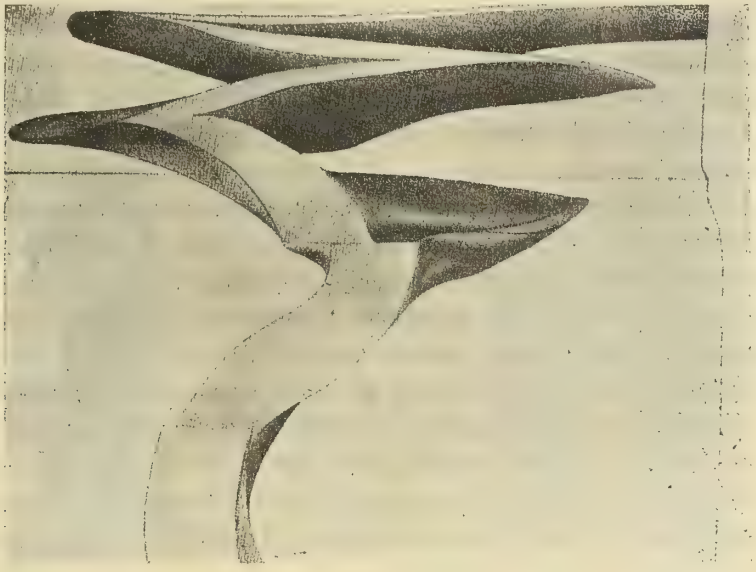


Fig. 2. — Miomero di *Acanthias vulgaris*, parte dorsale, secondo Langelaan. (Grand. nat.)

l'uomo, e che ha per criterio differenziale il modo col quale i miomeri o parti di miomeri prendono rapporto coi diversi pezzi scheletrici (processi spinosi e trasversi delle

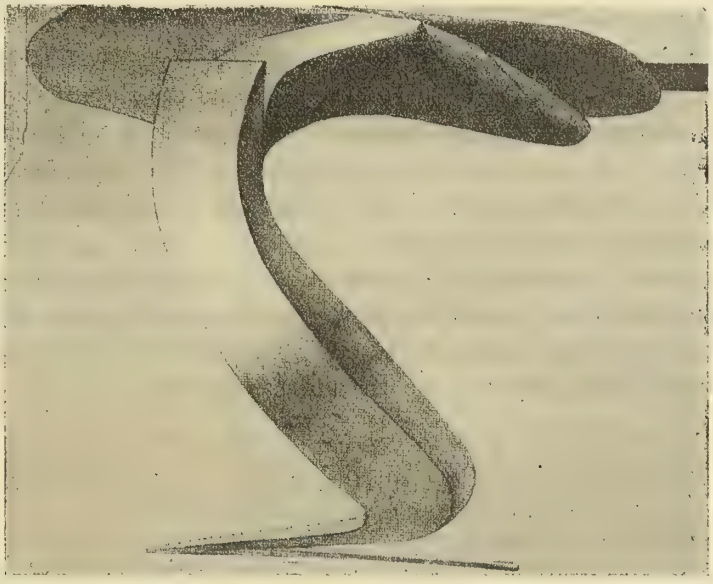


Fig. 3. — Miomero di *Acanthias vulgaris*, parte ventrale, secondo Langelaan. (Grand. nat.).

vertebre, costole), il che a sua volta ha una grande importanza per l'evoluzione della struttura interna del materiale contrattile, il quale per le nuove inserzioni scheletriche acquisite perde i primitivi miosetti ed acquista i caratteri di *muscoli*. Enorme

importanza in questo processo hanno pure le cinture artuali intorno a cui si orienta tutto un complesso di musculatura filogeneticamente recente.

Passiamo ora agli anfibi ed ai rettili. Esorbiterebbe dai limiti della presente Memoria lo descrivere passo per passo per quali gradazioni in queste due classi procede la trasformazione della muscolatura. Ricordo soltanto minutamente che il carattere metamerico è mantenuto tra gli anfibi più evidente negli urodeli, ove tutto il materiale contrattile del tronco e della coda, per quanto già distinto in individualità muscolari, mantiene le sue divisioni miomeriche. Negli anuri queste sono meno palesi, sebbene anche qui, specie la musculatura ventrale, possegga nelle sue iscrizioni tendinee un accenno evidente di esse. Nei rettili le condizioni sono diversissime nei diversi ordini e del resto ancora poco studiate. Partendo nello studio dai sistemi muscolari distinti secondo le regioni, troviamo che la muscolatura lateroventrale ha in quasi tutte le specie perduto quasi ogni traccia di setti intermiomerici; invece quella medioventrale (sistema del *m. rectus abdominis*, originato dal foglietto viscerale) consta ancora di miocommi evidenti (Gadow, 1881). Nei muscoli dorsali troviamo nei lacertidi secondo Favaro (1903), che il tratto laterodorsale « presenta fondamentalmente la disposizione miomerica » nell'iliocostale; « rudimentali miocommi » invece trovansi nel *Longissimus dorsi*. La porzione mediodorsale poi ha perduto la sua caratteristica metamerica.

Passiamo ora agli uccelli ed ai mammiferi. Qui le traccie di miomeria palese sono rare, e constano quasi esclusivamente nelle iscrizioni tendinee intermetameriche dei muscoli ventrali. Nei mammiferi superiori anche questa sopravvivenza atavica è quasi nulla e limitata al *m. rectus abdominis*. Nelle specie inferiori invece, anche gli obliqui (sistema del *m. obliquus thoracoabdominalis*) possiede nettissimi miosetti, come fu dimostrato specialmente da Bardeen (1903), il quale si servì a ciò di un abile artificio. Egli prepara il muscolo e lo macera un poco in una soluzione osmoacetica e glicerina; poi lo comprime tra due lastre di vetro. In tal modo le inscrizioni tendinee appaiono nette e regolari, specie nei roditori. Invece nel cane, nel gatto, nel majale, nell'uomo, nessuna traccia di essi è rimasta, perchè qui è sopravvalsa la divisione secondaria per opera delle coste.

Nell'evoluzione filogenetica della muscolatura troviamo dunque che la primitiva miomeria viene sostituita da una divisione secondaria condizionata dalle inserzioni scheletriche man mano acquisite; pur tuttavia persistono fin nelle forme più evolute le traccie evidenti della primitiva architettura metamerica.

CAPITOLO III.

La dermatomeria palese.

Dopo quanto ho esposto nel primo capitolo, ove toccai della regolare e precoce fusione dei derivati dermici dei foglietti muscolocutanei dei miomeri primordiali, l'intestazione di questo capitolo può sembrar un controsenso. Infatti nell'enorme maggioranza dei vertebrati nemmeno negli stadî embrionali precoci si è più in diritto di parlare di una vera e palese metameria cutanea. Il presente capitolo però ri-

guarda qualche caso eccezionale. Grosser (1905) ha chiamato l'attenzione sul fatto che in alcuni rettili e specie negli ofidi (*Tropidonotus natrix*) gli abbozzi embrionali delle squame ventrali si formano in un periodo assai precoce, nel quale corrispondono per numero e topografia ai somiti, mentre fusioni reciproche tra gli abbozzi di queste squame pare non avvengano ulteriormente.

In connesso con queste osservazioni sta il fatto che nell'adulto il numero delle squame ventrali del corpo corrisponde al numero delle vertebre e dei nervi spinali

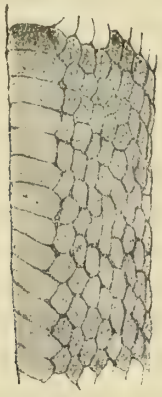


Fig. 4. — Disposizione delle squame nella *Tropidonotus natrix*. Si vede che ad ogni grossa squama ventrale corrisponde una sola serie di piccole squame laterali e dorsali. Da Grosser.

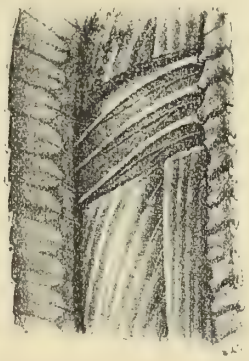


Fig. 5 — Rapporti topografici tra le grosse squame ventrali, le vertebre, le costole ed i nervi spinali (intercostali) nella *Tropidonotus natrix*, secondo Grosser.

(v. figg. 4, 5). Indicazioni simili per gli ofidi ha fatto anche Gadow (1901), e per i lacertidi Rabl (1897) nella prefazione alla sua teoria del mesoderma. Grosser stesso ne aggiunse alcune per i crocodilidi (*Alligator*, *Uromastix*); Joudran (1904) invece nega la corrispondenza numerica esatta tra squame ventrali e vertebre negli ofidi, ed anche Grosser si mostra dubbioso sulla vera interpretazione dei fatti, e tende ad ammettere una origine locomotrice nella disposizione in serie delle squame, piuttosto che ritenerle l'effetto di una vera segmentazione primitiva.

Con questo abbiamo esaurito l'unico ipotetico esempio di dermatomeria evidente nei vertebrati.

CAPITOLO IV.

La polioneuromeria palese.

Tratterò in questo capitolo delle ricerche intese a determinare con metodi diretti se nel nevrasse spinale dei vertebrati adulti si trovi traccia di una qualsiasi metameria primaria o secondaria persistente.

Molti vecchi zoologi ed anatomi notarono il fatto che il midollo spinale di alcuni vertebrati presenta all'aspetto ed all'esame macroscopico rigonfiamenti locali in corrispondenza ai punti d'ingresso delle paia radicolari.

Già Collins (1685) diede una figura di simili nodosità nel midollo di alcuni pesci, studiati poi meglio fra gli altri, da Cuvier. Nei serpenti furono notate da Carus (1814), che si domanda se a quelle apparenze ganglionari corrisponda anche internamente una più grande abbondanza di sostanza grigia.

Un molto curioso ed interessante contributo diedero poi nel principio del secolo XIX Gall e Spurzheim (1809) i quali in base a ravvicinamenti più concettuali che positivi, preludiarono alle vedute filogenetiche moderne, omologando il midollo spinale dei vertebrati colla doppia catena ganglionare ventrale degli invertebrati e specialmente dei bruchi. In questi la catena si ingrossa ad intervalli regolari, formando nodi ganglionari, dai quali fuoriescono più o meno numerose fibre nervose a seconda della grossezza dei nodi stessi. Nei vertebrati si avrebbe la stessa cosa, soltanto le coppie nodali starebbero tanto addossate l'una all'altra, da formare colle fibre commessurali da loro uscenti, un cordone d'apparenza unica e quasi uniforme. Purtuttavia la struttura regolarmente nodale del midollo dei vertebrati sarebbe, specie negli individui giovani, facilmente dimostrabile. Soprattutto nell'uomo ciò sembrava evidente a Gall e Spurzheim, che dichiararono potersi distinguere benissimo le singole nodosità per quanto stipate l'una sull'altra nel breve tratto fra 1ª vertebra cervicale e 4ª lombare. Specialmente ciò era, secondo loro, facile nella faccia dorsale del midollo, ove nascono nervi relativamente più grossi e dove in corrispondenza a ciò le nodosità sono molto sviluppate, tanto da formare come una linea ondulata.

Ma per quanto fosse attraente e paresse fondato su fatti sicuri, il loro asserto è in realtà del tutto gratuito, e tale già lo definì una commissione di accademici parigini cui la loro memoria venne data in esame, poco dopo pubblicata.

Altri ricercatori più tardi si pronunziarono recisamente nello stesso senso, negando che la costituzione segmentale del midollo sia di così semplice natura e di così facile evidenza.

Entriamo ora nella prima metà del secolo XIX, nella quale abbondano le ricerche della nascente microscopia, applicata al sistema nervoso centrale. Cito alcune di queste, aventi interesse per la questione.

Clarke (1851) parlando delle grosse cellule delle corna anteriori e delle colonne vescicolari, dice: « Noi troviamo non solo che esse esistono invariabilmente nella vicinanza dei nervi, ma che anche crescono di numero in proporzione diretta della grossezza dei nervi coi quali esse sono associate ». Veramente non è chiaro se Clarke intenda alludere ad un regolare accrescere del numero delle cellule in corrispondenza delle radici, oppure se alluda semplicemente al fatto che in corrispondenza di radici più sottili (p. e. le toraciche) si trovino meno numerose cellule che ad altri livelli.

Più recisi sono Bidder e Kupfer (1857) che a proposito del midollo cervicale di uccelli a collo lungo, dichiarano: « che ivi, ove le radici spinali partono ad intervalli maggiori l'una dall'altra (fatto determinato dalla considerevole lunghezza delle vertebre e la notevole distanza dei fori invertebrali), anche la sostanza grigia del midollo possiede maggiori dimensioni e maggior numero di cellule in corrispondenza d'ogni singolo punto di origine delle radici ».

Anche Schreuder van der Kolk (1859) asserisce con sicurezza d'aver trovato nella

vacca al livello delle radici spinali, più numerose cellule che negli intervalli. Inoltre asserisce che le colonne di tutta la sostanza grigia, considerate nel senso longitudinale, presentano un diametro trasverso ineguale. « Esse sono, secondo lui, più spesse non solo in corrispondenza ai rigonfiamenti cervicale e lombare ma, anche al livello d'entrata delle radici nel midollo e nella sostanza grigia ».

Stilling (1859) invece non confermò l'asserto di Schreuder van der Kolk: « Facendo tagli seriali, trasversali in un pezzo di midollo, non si trova un maggior numero di cellule in quelle sezioni nelle quali le vie nervose centrali abbondano per quantità e dimensione, piuttosto che in quelle immediatamente seguenti nelle quali non appaiono affatto o soltanto poche di simili vie ».

Evidentemente questi reperti variano tanto, anche per la differenza degli animali esaminati.

Infatti Stieda (1868) trovò in alcuni pesci ossei, sicuri indizî di raggruppamenti cellulari ad intervalli regolari in corrispondenza alle radici anteriori. Almeno nelle corna anteriori: in quelle centrali non pare trovasse nulla di simile.

Anche Schiefferdecker (1874) descrive nel midollo lombare del cane le cellule ganglionari raggruppate in serie longitudinali come a corona di rosario. E ciò non valeva solo per i gruppi anteriori laterali, ma anche per quelli antero-mediali. I tratti ricchi di cellule sembravano corrispondere al livello d'uscita delle radici anteriori.

Freud (1877) vide negli ammoceti che le cellule delle corna posteriori nei tagli longitudinali appaiono disposte irregolarmente e raggruppate. Trovò che nella parte caudale del midollo le cellule stanno più stipate in corrispondenza al fatto che ivi le distanze fra le radici sono minori.

Fino a questo punto non abbiamo potuto raccogliere altro che dati di fatto sparsi, dai quali risulta con grande probabilità che esistono specie animali nelle quali all'originarsi regolarmente seriale delle radici spinali corrisponda un differenziamento correlativo nella struttura interna.

Schwalbe (1880) fu il primo che riunì a dottrina le notizie varie, rinnovando in forma più esatta e definita l'intuizione di Gall e Spurzheim. Egli considerava, cioè, il midollo spinale come un organo composto, segmentale. Secondo Schwalbe ogni segmento midollare possiede due grosse masse ganglionari riflettrici, disposte simmetricamente una a destra, una a sinistra, e collegate per le commessure trasverse, anteriore e posteriore fra loro. Ognuna d'esse serve d'origine ad un paio di radici spinali anteriori e posteriori. Fibre longitudinali riuniscono i centri segmentali in sistemi centrali complessi, di maggior o minor estensione. Secondo le vedute di Schwalbe, delle quali ancora oggi possiamo accettare le linee generali, i segmenti midollari nelle forme inferiori dei vertebrati hanno mantenuto meglio la loro individuale indipendenza, e dànno a conoscere anche esteriormente la loro seriazione. Ma nei vertebrati superiori si fanno più numerosi e complicati i nessi dei singoli segmenti fra loro e coll'encefalo, al quale il fatto s'aggiunge, che il midollo non si allunga in proporzione allo sviluppo del canale vertebrale, sicchè esso nell'accrescimento rimane indietro e la sua sostanza più stipata.

Da tutto ciò nasce che i limiti fra segmento e segmento diventano di più in

più confusi, in modo da risultare un asse cilindrico quasi uniforme. Soltanto in corrispondenza all'origine dei potenti nervi destinati all'estremità, cui è correlativo un potente sviluppo degli apparati ganglionari, l'asse rachidiano ingrossa tanto da formare i rigonfiamenti cervicale e dorsale. Questi sono formati da una breve serie di più segmenti stipati l'uno sull'altro.

I concetti di Schwalbe furono il punto di partenza di uno studio di Lüderitz (1881), un suo allievo, sul segmento spinale nelle vipere, nel coniglio e nell'uomo.

I risultati di quel lungo ed accurato lavoro, sono i seguenti: nelle vipere il midollo consta di segmenti regolarmente ingrossati nel loro mezzo al livello delle paia radicolari ed affusati ai poli. L'ingrossamento è a carico specialmente della sostanza grigia, ma anche il mantello bianco vi partecipa. In quanto agli elementi istologici, appare certo che le cellule del gruppo laterale siano aumentate nel tratto di mezzo del segmento, ma soltanto in lieve grado; un aumento corrispondente degli altri gruppi cellulari non è dimostrabile, ma purtuttavia l'autore lo dice « probabile ». Ogni segmento contrae del resto intimi rapporti con quelli contigui, sicchè è impossibile stabilire esatti limiti. Purtuttavia Lüderitz propende decisamente ad attribuire ad ogni singolo segmento una certa indipendenza funzionale correlativa a quella anatomica.

Per i conigli i risultati sono espressi in una frase concisa: « Nei singoli segmenti toracici del coniglio la parte mediana si comporta di fronte alle parti terminali (in direzione craniale e caudale) come i due rigonfiamenti grossolani (cervicale e lombare) del midollo di fronte al rimanente dell'asse rachidiano ». Da ciò nasce una regolare disposizione a corona di rosario dell'intero cordone midollare, apprezzabile, se non ad occhio nudo, almeno con lieve ingrandimento. Per l'uomo le conclusioni dell'autore sono meno favorevoli al concetto segmentale del midollo: rigonfiamenti segmentali non vi esistono; nè la sostanza grigia nè il mantello bianco dimostrano altro che sparse tracce d'una divisione regolare in unità seriali. Le cellule sono distribuite per tutta la lunghezza del midollo irregolarmente e senza apparenza di raggruppamenti segmentali.

Gaskell (1888) trovò nell'alligatore che i nuclei marginali, maggiore e minore sono nettamente metamerici.

Impostato con un criterio affine, ma pure alquanto diverso, è il paziente studio di Birge (1882), che contò il numero delle fibre elementari delle radici di moto e delle cellule delle corna anteriori del midollo spinale della rana.

La conclusione dell'autore è interessante indirettamente per l'argomento speciale di questo paragrafo: « In generale si trovano nella sezione di midollo più prossima ad una data radice, altrettante cellule quante sono le fibre che compongono la stessa radice. Quando un individuo presenta una irregolarità nella distribuzione numerica delle fibre radicolari, si riscontra sempre una corrispondente irregolarità numerica nelle cellule. Da ciò appare probabile che la cellula ganglionare d'ogni data fibra, non giace molto discosta dal punto d'uscita di detta fibra dal midollo ».

Questa legge debitamente estesa a tutti i vertebrati è di grande importanza come un nesso logico fra la manifesta « rizomeria » e la poco evidente o dubbia

mielomeria. Anzi potremo affermare che questa per effetto di essa riceve addirittura la sanzione da quella. Numerosi esperimenti ed osservazioni cliniche sono venuti direttamente od indirettamente a confermare la legge di Brige; ma qui non li riporto dovendone far cenno in altri paragrafi. Ricordo soltanto che Sherrington (1892) in base ad una ricerca condotta colla geniale minuziosità che onora quello scienziato inglese, asserisce: « le fibre delle radici anteriori emergono dal gruppo postero-laterale del corno anteriore (del rigonfiamento lombare) soltanto una frazione di millimetro più su o più giù del punto ove emergono dalla superficie esterna del midollo ». Egli lavorò in quella ricerca sulla rana, sul topo, sul coniglio, sul cane, sul gatto e sul macaco. Ma non mi trattengo qui su quel lavoro, al quale tornerò fra breve.

Di grande interesse per il capitolo che trattiamo presentemente è il lavoro classico di Waldeyer (1888) sul midollo spinale del gorilla. Egli non conferma soltanto le vedute di Schwalbe sulla segmentazione, ma le estende dalle corna anteriori, eziandio alle colonne di Clark. Per l'uomo egli dice testualmente: « A buon diritto già Schreuder van der Kolk ha dimostrato il carattere segmentale del comportamento delle cellule nelle colonne cornuali anteriori, sul quale fatto ha ultimamente insistito in special modo Schwalbe ».

Anche Kölliker (1891) ammette senz'altro la disposizione delle cellule motorie spinali in « nuclei segmentali e corrispondenti in metameri del corpo ». Ognuno di questi nuclei segmentali sarebbe poi in rapporto con determinati muscoli, in modo che l'innervazione centrale di questi sarebbe dunque localizzata secondo uno schema prevalentemente radicolare e segmentale. In un posteriore lavoro (1902) trattando dei nuclei di Hoffmann (*Nucleus marginalis major et minor*) studiati da lui nella salamandra, nel proteo, nella lucerta, nell'alligatore, nel piccione e nei cani giovani, egli sostiene la natura metamerica della disposizione delle cellule costituenti i medesimi.

Per terminare l'elenco degli studî diretti a conoscere senz'altro se esista una disposizione metamerica delle cellule ganglionari nel midollo, restano da citarsi ancora tre autori. Il pediatra Argutinsky (1896) riprese lo studio del midollo in senso longitudinale, nei neonati. Egli, dopo un breve cenno dei lavori precedenti, insiste sul fatto che i contributi più importanti, come quello di Waldeyer, lasciano il dubbio se l'alternarsi regolarmente di tratti midollari ricchi con tratti poveri di cellule, avvenga realmente in corrispondenza delle radici e delle sezioni interradicolari. Alcune frasi di Waldeyer lasciano sospettare, specie per la colonna di Clarke, che esisteva bensì una seriazione regolare dei gruppi ganglionari, ma che quella seriazione non corrispondesse affatto ai segmenti spinali. Sembrerebbe piuttosto che ogni segmento dovesse contenere parecchi dei gruppi seriali trovati da Waldeyer.

Partendo da quel punto di vista, Argutinsky fece il suo lavoro dedicando tutta la sua attenzione non solo a constatare eventualmente il fatto bruto della seriazione (od « articolazione » come s'esprime lui) dei gruppi cellulari, ma soprattutto a stabilire l'esatta estensione dei gruppi seriali nel quadro dei segmenti spinali.

I risultati del suo lavoro sono i seguenti:

Nelle colonne delle cellule mediali esiste normalmente una seriazione (articolazione) pronunziatissima e regolare. — Per ogni segmento toracico spinale si trovano

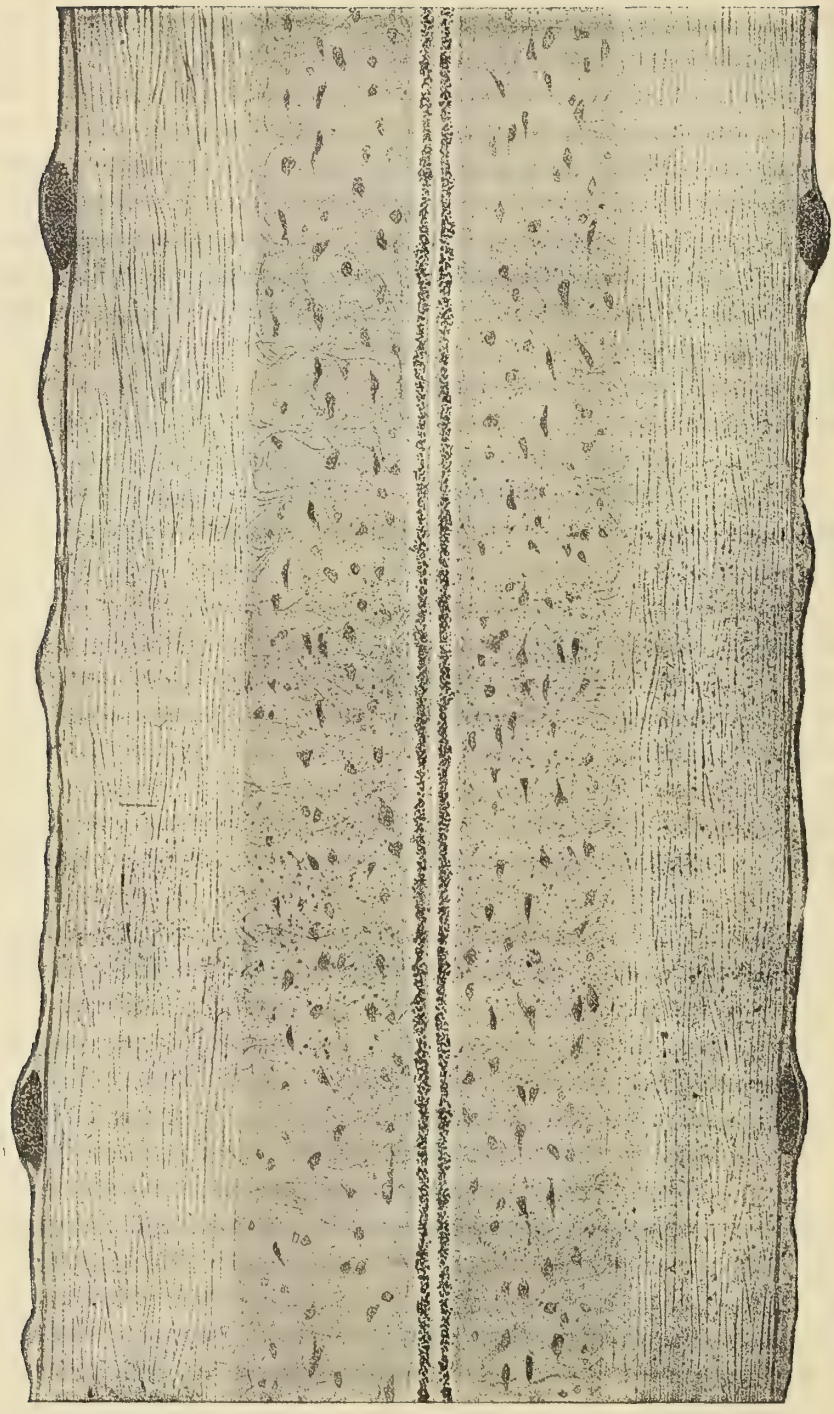


Fig. 6. — Sezione longitudinale mediana di un tratto di midollo spinale di *Zamenis viridiflavus* lungo quasi due segmenti, secondo Van Rynberk. (Ematossilina ed eosina. Seibert Ob II. Oc I Semischematico).

NB. — Il cliché di questa figura è stato gentilmente concesso dal prof. Chiarugi, Direttore del *Monitore Zoologico*.

20 di simili gruppi regolari per ogni lato. — Le colonne del corno laterale dimostrano una disposizione simile, ma meno evidente. — Nulla di simile si potè constatare nè a carico delle cellule ganglionari motorie, nè delle cellule delle colonne di Clarke. — In nessuna colonna cellulare della sostanza grigia esiste traccia d'una disposizione segmentale in stretto senso.

Questi risultati s'accordano con quelli che Krause e Philipson (1901) hanno ultimamente ottenuti in una ricerca interessante sul midollo del coniglio, e che rilevo da una frase incidentale di grande importanza per l'argomento che ci occupa: « tutti i gruppi cellulari (del corno anteriore — dicono essi — formano come colonne longitudinali che presentano un'articolazione più o meno pronunziata. I singoli articoli dai quai si compongono le colonne variano di spessore fra 100 e 300 μ e sono separate da zone povere o prive di cellule dello spessore di 50-150 μ ». Come si vede le conclusioni di Lüderitz non si trovano confermate.

Neanche Van Rynberk (1907), lavorando su alcuni rettili (Ofidi: *Tropidonotus natrix*, *Zamenis viridiflavus*, *Vipera aspis*) potè riscontrare le disposizioni segmentali manifeste descritte da Lüderitz nel *Tropidonotus*. Egli ha studiato tratti di midollo, lunghi più segmenti e sezionati al microtomo in serie continua, alcuni in direzione longitudinale, altri in direzione trasversale. Nè la disposizione reciproca della sostanza bianca e grigia, nè la distribuzione delle cellule presentavano in alcun piano di sezione un'apparenza metamerica, sicchè l'autore conchiude che nelle specie da lui esaminate non esistono traccie di mielomeria persistente nell'adulto.

Invece Streeter (1904) descrisse rigonfiamenti segmentali nel midollo lombare dello struzzo che chiamò « neuromeri », e Hardesty (1905) nel midollo spinale cervicale di un emu (*Dromaeus novae-hollandiae*) trovò macroscopicamente che il midollo presenta rigonflamenti e restringimenti segmentali manifesti, mentre microscopicamente la distribuzione delle cellule è pure evidentemente metamerica.

CAPITOLO V.

L'odoneuromeria palese.

Nel primo capitolo ho accennato al fatto che i singoli nervi spinali si possono considerare come la somma delle vie nervose centripete e centrifughe che collegano i rispettivi metameri muscolari e cutanei ai loro centri nervosi segmentali.

Ora qui devo entrare in qualche particolare, per fissare lo schema generale del decorso dei nervi spinali e dei loro rapporti cogli organi periferici. Mentre nei vertebrati superiori, le radici ventrali e dorsali dei nervi spinali nascono tutte e due allo stesso livello del midollo e si uniscono subito dopo il ganglio spinale, spesso entro la teca vertebrale, a formare un sol nervo, misto nel senso anatomico e funzionale, nei vertebrati inferiori invece le condizioni sono ben diverse. Nei selacei per esempio, la serie delle radici dorsali nasce dal midollo in punti alternati coi punti di origine della serie delle radici ventrali, però la loro unione a nervo misto si effettua ancora, sebbene fuori della teca vertebrale, da cui fuoriescono separati. Nei petromizzonti poi oltre alla alternanza dei punti di origine si aggiunge che le radici dorsali e ventrali

non si uniscono mai a formare un nervo unico, ma seguono ognuna un decorso indipendente fino ai loro organi periferici. Finalmente nell'*Amphioxus*, che ricordo per completare i termini di confronto, oltre a queste stesse condizioni anatomiche si aggiunge anche una differenza di ordine fisiologico. Mentre dopo la scoperta di Bell (1824) ha valso sempre come un assioma che le radici spinali dorsali siano di senso e quelle ventrali di moto, risulta da ricerche di Hatschek (1892) e Van Wyhe (1893) che nell'*Amphioxus* dalla radice dorsale parte pure un filetto nervoso motore (il n. viscerale per i muscoli splancnici) e da osservazioni di Van Wyhe (1882), che la radice ventrale non è soltanto motoria, ma anche sensitiva, almeno per i muscoli da essa innervati. Questi fatti conducono Van Wyhe (1897) ad emettere l'attraente teoria che nell'*Amphioxus*, come in tutti i vertebrati, ciò che sogliamo considerare come *radici* ventrali e dorsali siano in realtà *nervi* dorsali e ventrali, sicchè nei vertebrati superiori non si avrebbero singoli nervi spinali, ognuno con due radici volta per volta, ma due nervi fusi insieme aventi ognuno la propria radice distinta. Non posso dilungare in questo interessante argomento; però mi fermerò un po' più a lungo sopra il decorso e nel modo di diramazione periferica delle radici e dei nervi spinali ventrali e dorsali nell'*Amphioxus*, e nei pesci infimi. Lasciando da parte ora le eccezioni di comportamento quali si sono presentate nell'*Amphioxus*, la regola generale anche nei vertebrati tutti e nell'*Amphioxus* stesso, è che la radice o il nervo ventrale sia di moto: contragga cioè rapporto coi muscoli, ed in genere con organi effettori, e che quello ventrale sia di senso, contragga cioè rapporto colla cute ed in genere con organi ricettori. Ora nella specie ove, come già dissi, il decorso delle radici ventrali e dorsali è separato, vale la regola fissa che i nervi sensitivi seguono i setti intersegmentali della musculatura (i miosetti) e raggiunta la cute si diramano in questa, tanto in direzione craniale che caudale; i nervi motorî invece penetrano precocemente nei miomeri e si ramificano in questi, onde si suol dire che il decorso delle radici o dei nervi spinali ventrali è segmentale o « miale », mentre quello delle radici o dei nervi spinali dorsali è intersegmentale o « settale ». Nelle specie un po' più elevate, ove come nei selacei e negli urodeli le due specie di radici si uniscono a formare un nervo unico, mentre la musculatura presenta ancora un carattere nettamente metamerico, i rami principali che originano dai nervi spinali uniti, cioè di moto e di senso, decorrono tutti nei setti intersegmentali. Le diramazioni di questi rami principali destinate alla cute si distribuiscono in questa in avanti ed in dietro dal setto. Le diramazioni motrici invece secondo la maggior parte degli autori si distribuiscono soltanto al miomero situato in avanti al setto; secondo osservazioni di Retzius (1892) nelle missine e Bardeen (1903) nei selacei, invece alcuni rami si portano anche al miomero situato dietro il setto. Mentre la grandissima maggioranza di autori, fino al recentissimo Bisselick (1905) sostiene in perfetta concordanza con quanto insegna l'embriologia, che ogni miomero riceve fibre nervose da un solo nervo spinale (innervazione monomerica), Retzius e Bardeen difendono l'innervazione « dimerica » dei miomeri. Io non oso prender partito nella questione, credo però che l'interpretazione che Retzius e Bardeen dànno alle loro osservazioni non sia interamente giustificata, perchè persiste il dubbio che i rametti nervosi ch'essi hanno visto penetrare nel miomero situato dietro al miosetto, fossero pure essi sensitivi e non

motorî. Del resto anche nei vertebrati superiori lo stesso Bardeen (1903) nel lavoro citato nel capitolo della miomeria palese, descrive che nei roditori ognuna delle divisioni miomeriche dell'*Obliquus abdominis* da lui messo in luce, porta regolarmente nella sua parte di mezzo un ramuscolo nervoso proveniente dalla serie dei nervi intercostali ed ipogastrici, sicchè perfino nelle rare traccie superstiti della miomeria nei mammiferi si trovano tra innervazione e metameria muscolare rapporti similissimi a quelli esistenti nei vertebrati inferiori. Lasciando ora in disparte le questioni secondarie accennate, possiamo fissare dunque come fatto fondamentale che i nervi spinali decorrono dal nevrasse spinale nella parete del corpo tra due miomeri, uno dei quali innervano. Nel loro decorso presentano alcune divisioni principali costanti in tutti i vertebrati; prima tra queste, quella da cui sorge la cosiddetta divisione primaria dorsale (posteriore nell'uomo) e la divisione primaria ventrale (anteriore nell'uomo), divisione che corrisponde alla divisione embrionale dei somiti in una parte dorsale ed una ventrale. La divisione primaria dorsale del nervo spinale innerva i derivati muscolari e cutanei della parte dorsale del somite corrispondente: la cute ed i muscoli della regione dorsale del corpo. La divisione primaria ventrale innerva i derivati muscolari e cutanei della parte ventrale del somite: la cute ed i muscoli della regione ventrale del corpo. Fin qui il fatto, come dissi, costante e fondamentale in tutti i vertebrati. Dalle divisioni dorsale e ventrale poi riescono diramazioni secondarie, destinate, parte alla cute, parte ai muscoli. Questi rami non sono costanti per numero e disposizione nelle diverse specie. Le condizioni fin qui descritte sono identiche in tutti i vertebrati nella regione del tronco; come esempio cito il decorso dei nervi spinali toracici dell'uomo. Riporto qui come schema il comportamento dei nervi spinali in un selaceo (*Acanthias*) quale risulta dalle ricerche da Bisselick eseguite sotto la direzione di Langelaan (fig. 7). Inoltre veggasi la fig. 97 ove è rappresentato schematicamente questo comportamento nell'uomo. In tutti i vertebrati poi, alla base degli arti, le condizioni si complicano; i nervi metamerici riunendosi in vario modo formano ciò che si suol dire i « plessi ». Qui la odoneuromeria non è più palese, nè dimostrabile ad evidenza con metodi diretti. Tratterò di queste formazioni nei capitoli VI e VII.

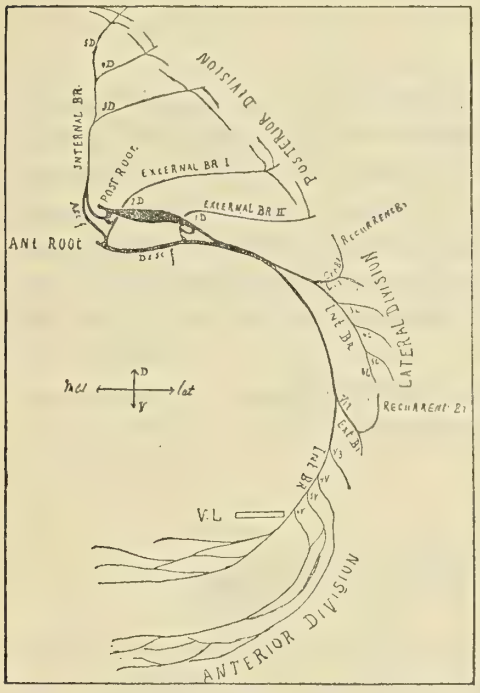


Fig. 7. — Schema delle suddivisioni tipiche del nervo spinale dei vertebrati. Comportamento di esso nell'*Acanthias vulgaris* secondo Bisselick.

PARTE TERZA.

La metameria larvata studiata nelle proiezioni periferiche degli odoneuromeri.

Come ho esposto nel capitolo I e come risulta in parte anche dai successivi capitoli, la metameria cutanea muscolare e nervosa della maggior parte dei vertebrati è nello stato adulto totalmente larvata da non potersi rendere palese direttamente. Però la maggiore facilità di studio in questo rapporto è data dagli odoneuromeri. Determinare quindi esattamente ad uno ad uno il decorso e le diramazioni periferiche di esse è l'unico metodo per poter conoscere anche la larvata miomeria e dermatomeria, mentre lo studio delle proiezioni centrali, spinali, di essi, ci darà una immagine anche della polioneuromeria.

In questa terza parte mi occuperò soltanto della odoneuromeria e sue proiezioni periferiche studiate con metodi morfologici sperimentali e clinici.

CAPITOLO VI.

Le ricerche eseguite con metodo morfologico.

Dividerò questo capitolo in due parti. Nella prima mi propongo di dare un'idea succinta degli studî aventi per oggetto l'odoneuromeria larvata nei vertebrati, e specialmente i plessi artuali, considerati soltanto nel loro significato e genesi. Nella seconda ricorderò un altro gruppo di ricerche, eseguite sull'uomo, ed avente per oggetto le proiezioni periferiche degli odoneuromeri.

Sottocapo I.

Il significato e la genesi dei plessi artuali.

In tutti i vertebrati, il corso normale dei nervi spinali metamerici si trova interrotto alla base degli arti, ove un numero vario di rami della divisione primaria ventrale di alcuni nervi concorre ad uno scambio di rami che forma una specie di rete nervosa, detta per solito plesso, dal quale escono poi tanti rami nervosi nei quali è difficile determinare quali radici spinali abbiano concorso con fibre a costituirli. L'origine spinale, segmentale, dei nervi post-plessuali, è un problema morfologico che soltanto negli ultimi anni e soltanto per l'uomo comincia a risolversi. Però, astrazione fatta da questo problema, anche il semplice studio comparato dei plessi nervosi nelle diverse classi dei vertebrati è un oggetto del massimo interesse. Toc-

cherò l'anatomia comparata dei plessi sistematicamente nelle cinque classi inferiori dei vertebrati, soffermandomi più alle ricerche teoricamente più importanti.

A) *Pesci.* — Già Monroe (1785) dà la figura di un plesso nervoso di raja e vi aggiunge che i nervi spinali dei pesci formano plessi che rassomigliano a quelli brachiale e lombosacrale dell'uomo. In generale però il carattere dei plessi artuali dei pesci è ben diverso da quello dei mammiferi, ed in genere degli altri vertebrati. Infatti nei pesci per solito un certo numero dei nervi spinali che penetrano nell'arto vi entrano direttamente senza partecipare al plesso, e questo poi non presenta quella specie di ramificazioni reticolari caratteristiche delle altri classi, ma è composto per lo più di un *cordone*, come lo definì per primo Thacher (1877), formato dalle fibre di più nervi spinali riunite insieme. Davidoff (1879) chiamò questa parte del plesso dei pesci *nervus collector*, e tra lui e la scuola di Gegenbaur da un lato, e Thacher e Mivart dall'altro, nacque un furioso dibattito sull'interpretazione da darsi e sulla ragione e genesi di questo cordone collettore, nel quale dibattito è implicato tutto il complesso problema del significato ontogenetico e filogenetico degli arti, al quale qui posso soltanto accennare. Thacher e Mivart sostennero la teoria della « plica laterale » e dell'identità dello sviluppo delle pinne pari ed impari dei pesci. Davidoff ricorse al concetto emesso per primo da Solger (1876) della « migrazione assile delle estremità », secondo il quale l'arto durante l'evoluzione della specie si sarebbe spostato lungo l'asse maggiore del corpo e si sarebbe trascinato dietro parte dei suoi nervi, onde l'origine del n. collettore, e parte ne avrebbe acquisito di nuovi durante questa migrazione. Quando poi Dohrn (1884) ebbe esposto le sue osservazioni sulla genesi metamerica del materiale mesodermico che concorre alla formazione degli arti, per un certo periodo si ventilò anche la « teoria parapodiale » dell'origine degli arti; mentre la formazione del nervo collettore sarebbe l'espressione di una « concentrazione » dell'abbozzo artuale, di cui sarebbe espressione pure il distacco del margine caudale di essi, che del resto può anche esser preso per un argomento in favore della teoria migratoria. Finalmente Braus (1892-98), in una serie di lavori, pur mantenendo il concetto della migrazione degli arti, indicò un altro e forse il più importante fattore della genesi dei plessi: la fusione delle gemme metameriche dei somiti durante il periodo embrionale precoce nel quale si forma l'abbozzo degli arti. Le gemme fondendosi insieme si trascinano dietro i filamenti nervosi coi quali erano già venuti in rapporto, sicchè da un lato, per quel che riguarda il materiale mesodermatico dell'arto, si formano pseudo-miomeri che in realtà constano di materiale polimerico, e dall'altro lato, per quel che riguarda l'innervazione, si formano nervi pur essi polimerici, composti cioè di fibre di diverse radici spinali. Anche Punnett (1899-1905) recentemente accettò questa teoria, corroborandola di ricerche embriologiche interessanti, dalle quali risulta tra l'altre cose che in un selaceo (*Mustelus*) il numero di nervi spinali che concorre all'innervazione dell'arto posteriore è maggiore nell'embrione che non nell'adulto; e che mentre nell'adulto esiste soltanto un nervo collettore anteriore, nell'embione esiste pure un nervo collettore posteriore. Da tutto ciò egli si crede autorizzato a ritenere che la causa di queste evoluzioni si debba cercare specialmente nella migrazione caudo-craniale dell'arto posteriore.

Ricorderò qui ancora alcuni dati di fatto raccolti nei lavori dei diversi autori ora menzionati, i quali hanno un notevole interesse per la dottrina generale dei plessi.

In primo luogo è da rilevarsi che anche nei pesci, all'innervazione degli arti non concorrono se non rami nervosi derivati dalla divisione primaria ventrale dei nervi spinali. Davidoff trovò poi che questi rami a loro volta si dividono in rami dorsali e ventrali destinati rispettivamente alla faccia dorsale e ventrale dell'arto. Braus, dal fatto che negli arti penetrano anche rami nervosi diretti, i quali cioè non hanno scambiato fibre con altri nervi spinali, conclude che la musculatura degli arti si compone di muscoli unispinali oltre che di quelli plurispinali, conclusione che sembra non del tutto giustificata. Punnet si è occupato in modo speciale delle varietà riscontrate nel plesso pelvico di *Acanthias vulgaris*, e rileva a questo proposito: I Esiste una notevole variabilità: 1) nel numero d'ordine dell'ultimo nervo che partecipa al collettore e perfora la cintura pelvica; 2) nel numero e nel numero d'ordine dei nervi dell'arto, successivi al collettore; 3) nel numero e nel numero d'ordine dei nervi concorrenti a formare il collettore. II Spesso occorre asimmetria nell'innervazione dei due arti. III Spesso occorrono differenze tra individui dei due sessi in rapporto all'innervazione dell'arto pelvico. Nel *Mustelus laevis* trovò varietà: 1) nel numero di nervi concorrenti a formare il n. collettore; 2) nel numero d'ordine dell'ultimo nervo concorrente al collettore, il quale perfora la cintura pelvica; 3) nel numero dei nervi successivi al n. collettore e penetranti direttamante nell'arto. Queste varietà non si riscontrano nel *Mustelus vulgaris*.

Per dare un'idea della variabilità numerica dei nervi spinali concorrenti all'innervazione dell'arto, riporto da Punnett che l'arto pelvico negli embrioni di *Mustelus laevis* può venire innervato da una serie di nervi il cui più craniale può variare dal 23° al 26° spinale, ed il cui caudale può variare dal 36° al 38°. Nell'adulto invece suol essere il 25°, il primo, ed il 36°, l'ultimo della serie.

Accolgo finalmente in due tabelle (tab. 1, 2) alcune cifre riguardanti le origini spinali dei nervi concorrenti all'innervazione degli arti di alcuni pesci, mentre nella figura 8 riproduco l'imagine di alcune varietà di plessi artuali, pelvici di *Mustelus laevis* secondo Punnett.

B) *Anfibi.* — Mentre nei pesci il problema più dibattuto vergeva finora principalmente intorno al significato genetico dei plessi, nei vertebrati superiori si aggiunsero altri, tra cui innanzi tutto quello delle *omologie* nelle diverse specie di vertebrati dei nervi spinali entranti a comporre i plessi e dei rami misti che ne escono, e degli organi periferici che sono innervati da questi. È noto che tra classe e classe e anche tra specie e specie della stessa classe di vertebrati e perfino tra la metà destra e sinistra di individui della stessa specie, i plessi scapolare e pelvico presentano differenze notevoli sia per il numero delle radici che vi partecipano, sia per il numero d'ordine assoluto e relativo dei rami partecipanti ad essi, nella serie completa dei nervi spinali. Interessantissime sono in questi rapporti le ricerche sulle variazioni individuali dei plessi entro le stesse specie, che furono studiate specialmente negli anfibî, da Davidoff (1884), Braun (1886), Adelphi (1892-96), Waite (1897). Il lavoro più interessante tra questi, è quello di Davidoff. Egli chiama l'attenzione

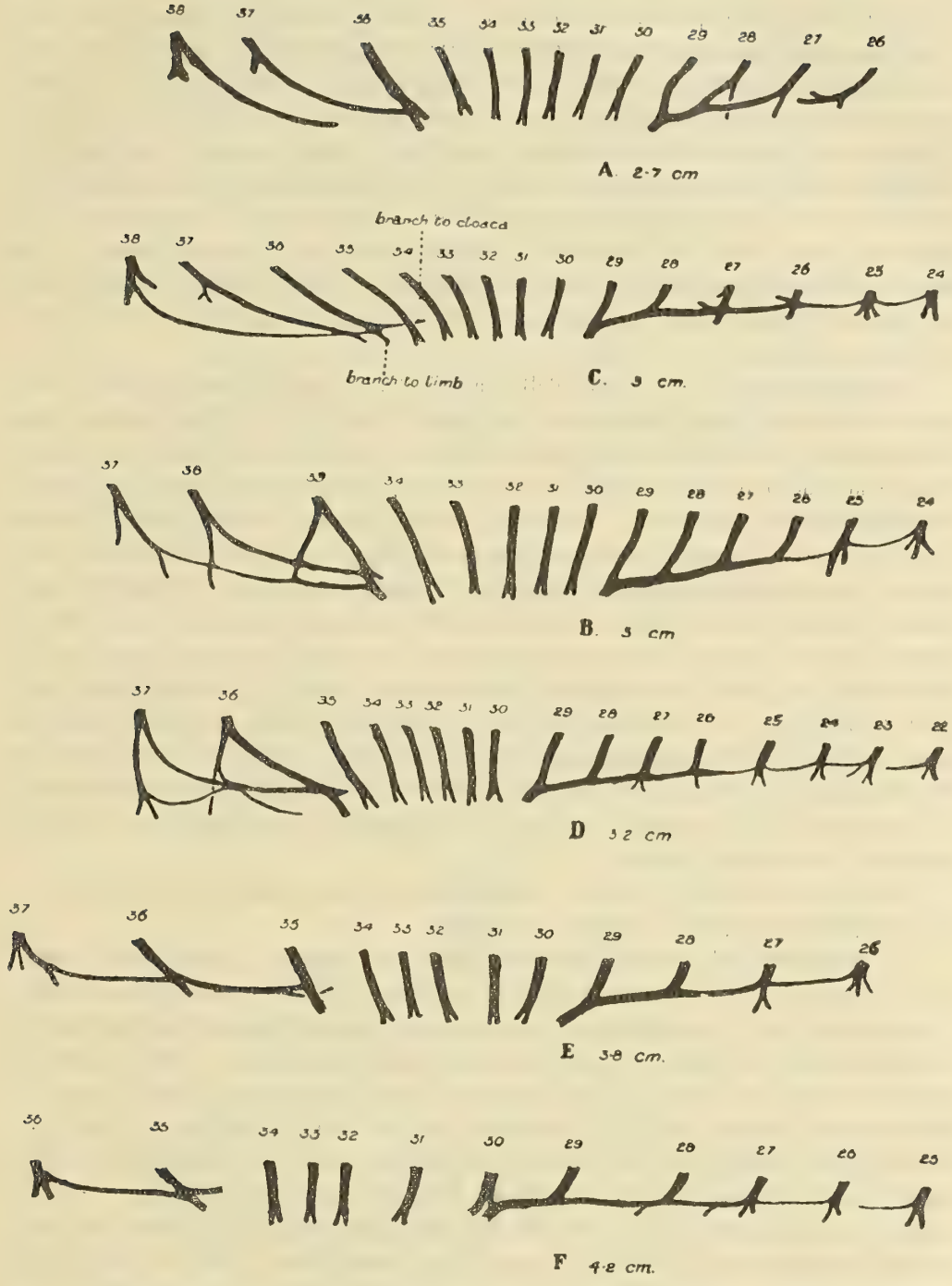


Fig. 8. — Varietà del plesso nervoso innervante l'arto pelvico di *Mustelus laevis*, da embrioni lunghi 2,7-4,2 cm., secondo Punnett.

Le cifre in alto rappresentano il numero d'ordine dei nervi spinali partecipanti all'innervazione artuale. I primi e gli ultimi nervi formano un « collettore ».

sul fatto che lo spostamento dell'estremità, come viene sostenuto da Gegenbaur, ed il correlativo cambiamento del materiale innervativo durante questa migrazione, si può concepir soltanto quando si tien conto del fatto che ogni muscolo riceve una innervazione plurisegmentale, perchè in tal caso si comprende che possa aver luogo una sostituzione graduale di fibre di una delle due o più radici innervanti un dato muscolo, con fibre di una radice vicina. In corrispondenza a ciò egli trova che nella *Salamandra maculosa* da lui studiata, cinque nervi spinali possono concorrere alla formazione del plesso lombosacrale: ma non avviene mai che tutti questi cinque nervi, di cui il primo è quello che fuoriesce tra la 14ª e 15ª vertebra e l'ultimo, quello che fuoriesce tra la 18ª e la 19ª vertebra, concorrano insieme a formare il plesso; in un dato animale non sono mai più di quattro. Questi però possono essere i quattro primi o i quattro ultimi di quelli ora accennati. Sicchè rispettivamente il 1° od il 5° non partecipa al plesso.

Riproduco qua i nove schemi delle varietà del plesso lombosacrale della *Salamandra maculosa* dalla classica nota di Davidoff (vedi fig. 9*)*. Oltre a questo fatto fondamentale, Davidoff rilevò ancora che mentre i nervi estremi del plesso possono variare nel modo indicato, quelli di mezzo restano sempre uguali, sicchè egli figura le variazioni del plesso come i movimenti di una bilancia: quando tracolla l'uno dei piatti, s'innalza l'altro, e viceversa. Adelphi aggiunge a queste, nuove osservazioni simili: egli, studiando il plesso lombosacrale di alcuni anuri (*Bufo variabilis, cinereus, Pelobates fuscus, Rana aesculenta*), trovò che anche qui, senza che varii il numero dei nervi di un plesso, può variare la grossezza relativa dei nervi che vi partecipano, e queste variazioni pure rientrano nella legge di Davidoff della reciprocità alternante nel prevalere dei nervi estremi del plesso: ora è più grosso il primo nervo e sottile l'ultimo, ora questo è più grosso e il primo sottile. Del fatto che negli anuri il primo nervo dei plessi brachiali e lombosacrale è frequentemente il più grosso di essi, Adelphi conchiuse per l'esistenza di una migrazione delle due estremità in direzione craniale.

Rettili ed uccelli. — I lavori teoricamente più importanti per il problema dei plessi ebbero per oggetto i rettili e gli uccelli.

Le variazioni nel numero d'ordine dei nervi che formano i plessi nelle diverse specie di queste classi, avevano condotto Von Ihering (1878) a proporre la teoria della « escalazione » ed « intercalazione » di vertebre, per cui, pur variando numericamente i segmenti dell'asse spinale e la posizione segmentale dei plessi, i nervi di questi si possono secondo lui sempre ritenere omologhi. Contro questa teoria insorse per primo Fürbringer in parecchi lavori (1879-1888). Per Fürbringer la varietà dei plessi dipende da due momenti: quelle che si manifestano come una differenza di livello spinale, dipendono dal fatto che può variare il livello spinale ove si forma l'arto durante lo sviluppo embrionale; a seconda della situazione del gruppo di somiti che concorre alla formazione dell'abbozzo dell'arto futuro, questo stesso è innervato da diversi segmenti spinali. La varietà poi del numero assoluto di radici e nervi speciali che concorrono nei plessi di diverse specie dipendono dal fatto che gli arti sono formazioni il cui grado di sviluppo, cioè la cui quantità di materiale metamerico che vi concorre, varia a seconda delle condizioni di vita della specie in rapporto ad un certo

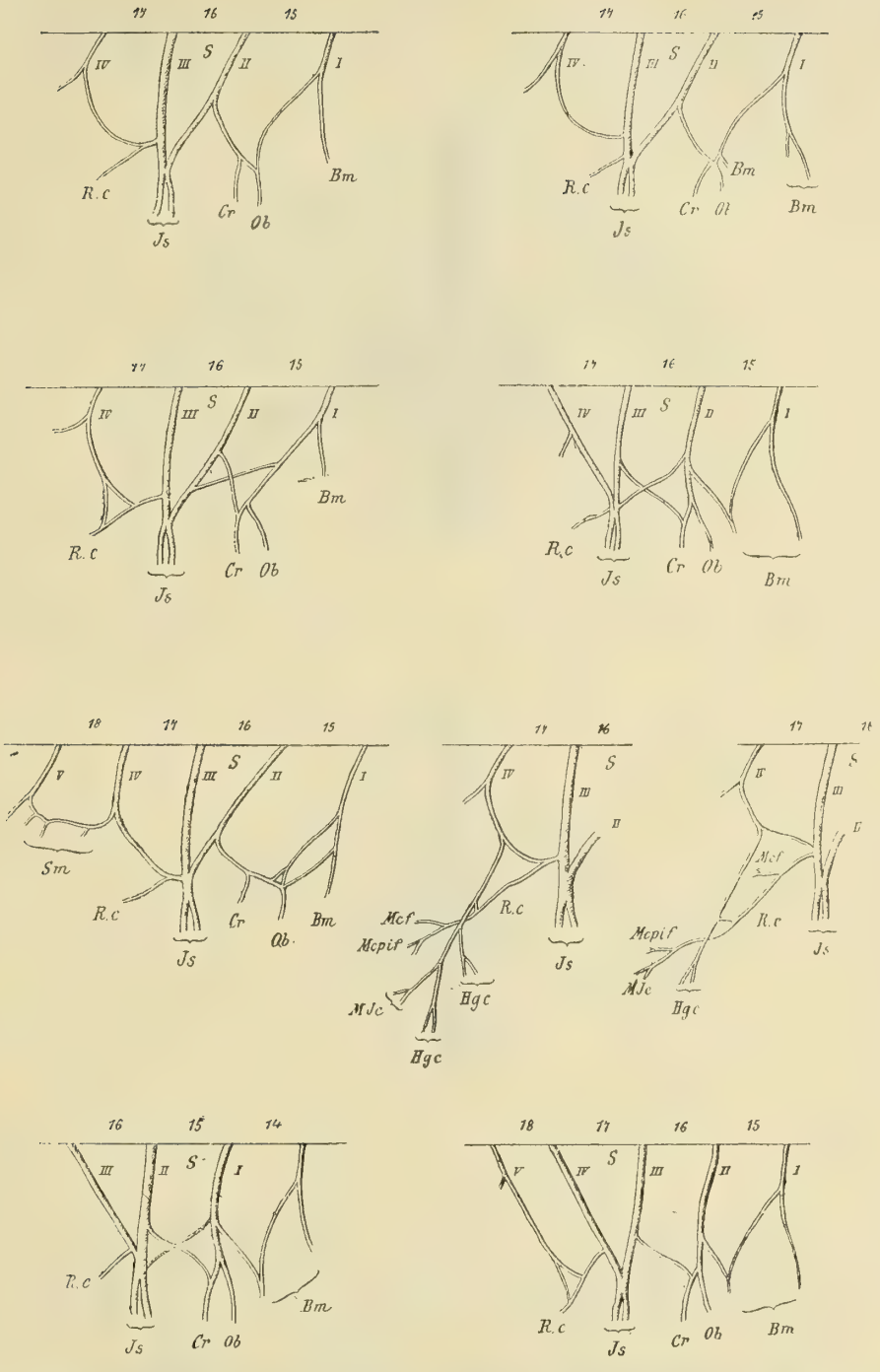


Fig. 9. — Schemi delle varietà del plesso lombosacrale della metà sinistra del corpo di *Salamandra maculosa*, secondo Davidoff.

14-18. Numero d'ordine delle vertebre. — *S*, vertebre sacrali. — I-IV, radici del plesso. — *Bm*, rami ai muscoli ventrali. — *Ob*, Nervo otturatorio (furcale di Von Ihering). — *Cr*, N. crurale. — *Js*, N. sciatico. — *R.c*, ramo caudale — *Mcf*, ramo al muscolo femoro-caudale. — *Mcpif*, ramo al muscolo ischio-femoro-pubo-caudale. — *MJc*, ramo al muscolo ischio-caudale. — *Hgc*, ramo alla cute ed alla glandola cloacale. — *Sm*, ramo ai muscoli laterali della coda.

adattamento dell'organo. Quanto più è complicato l'arto e quanto più miomeri concorrono a formare l'abbozzo fetale, tanto più numerosi sono correlativamente i nervi

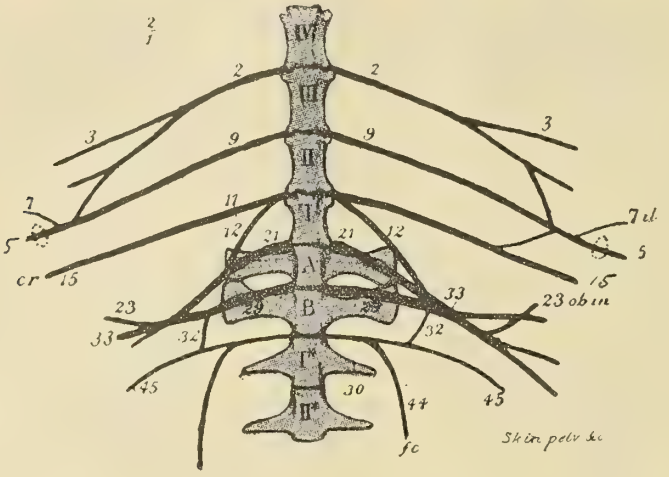


Fig. 10. — Plesso lombo-sacrale di *Lacerta viridis*, secondo Mivart e Clarke.

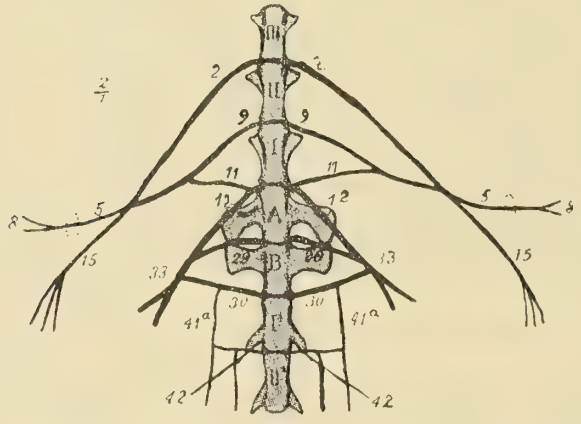


Fig. 11. — Plesso lombo-sacrale di *Chamaeleo vulgaris*, secondo Mivart e Clarke.

Leggende delle figure 10-11.

Vertebre: A, vertebra preassile articolante coll'ilio. — B, vertebra post-assile articolante coll'ilio. — I, II, III, vertebre di più in più preassili, partendo da A. — I°, II°, III°... Vertebre di più in più post-assili, partendo da B.

Nervi: 2, secondo nervo spinale preassile a contare da quello dal quale scaturisce il nervo lombo-sacrale. — 3, ramo nervoso ai muscoli addominali. — 5, nervo otturatorio. — 7, ramo all'iliaco. — 8, rami dell'otturatore. — 9, nervo spinale primo preassile a contare da quello dal quale scaturisce il nervo lombo-sacrale. — 11, ramo comunicante tra il nervo primo preassile ed al nervo lombo-sacrale. — 12, nervo lombo-sacrale. — 15, nervo crurale. — 21, ramo al muscolo crureo. — 23, ramo all'otturatore interno. — 28, ramo al piriforme. — 29, nervo intersacrale. — 30, primo nervo post-sacrale. — 42, ramo comunicante tra 29 e 30. — 33, nervo sciatico. — 41, ramo tra primo e secondo nervo post-sacrale. — 44, ramo al femoro-caudale. — 45, rami alla cute ed ai muscoli caudali laterali.

spinali che l'innervano, onde di tanto più numerosi nervi si compone il plesso nervoso che sta nella sua base.

La prima legge di Fürbinger portò ad una conseguenza teorica importantissima. Variando il livello metamerico del punto di origine dell'abbozzo artuale, è evidente che la somma dei metameri che compone un arto in una data specie, in un'altra specie non concorre che parzialmente ad esso. Oppure possiamo dire che un dato metamero, che in una data specie si trova a concorrere alla formazione del piede, in un'altra specie potrà far parte della coscia o del tronco (1). È chiaro che in tale rapporto diffatti non potremo più parlare di pura omologia segmentale fra quei due arti. Fürbringer, con felice trovata, ideò per questa contingeza la parola *paraomologia* od omologia dinamica. Il suo concetto e le sue due leggi rimasero fino ad oggi invariate nella dottrina morfologica dei plessi nervosi. È evidente che esse sono poco favorevoli ad una interpretazione fisiologica dei plessi e delle radici spinali. Infatti come ci possiamo rappresentare per es. una data radice essere un organo destinato ad una determinata funzione se vediamo che essa in specie animali vicine innerva muscoli diversissimi, ora prendendo parte all'innervazione di un arto, ora non partecipandovi affatto? Innanzi a questo stato di cose s'impone il concetto morfologico. Ogni radice (ogni odoneuromero) è nell'embrione collegato, come ho esposto, al suo miomero. Qualunque sia il numero, il significato, il posto e la funzione dei muscoli definitivi che si svilupperanno nell'adulto da quel miomero, la stessa radice rimane ad innervarlo. Sia che nello sviluppo dell'arto, parte o tutti questi muscoli finiscano per trovarsi in esso, sia che rimangano nel tronco, tutti essi restano innervati dalla loro radice primitiva. È dunque anche troppo chiaro che il tenace rapporto, l'intimo nesso, che esiste fra muscoli e radici spinali è puramente e schiettamente ontogenetico, metamerico e morfologico. La funzione definitiva che avrà nell'adulto un dato complesso muscolare è del tutto indifferente a questo riguardo; sicchè una data radice può in una specie animale innervare prevalentemente muscoli del collo o della spalla, in un'altra specie muscoli del braccio. Voler attribuire alle varie radici una individualità funzionale costante, qualunque, è negare i fatti, e le loro immediate conseguenze. Le leggi di Fürbringer segnano un notevole progresso nella dottrina dei plessi, e vedremo che dopo di lui le conoscenze statiche e genetiche intorno ad essi si perfezionano rapidamente. Riproduco qua nelle figure 10 e 11 due plessi lombosacrali di rettili: di *Chamaeleo vulgaris* e di *Lacerta viridis* secondo Mivart o Clarke, e nelle figure 12-17 sei varietà del plesso brachiale del piccione secondo Fürbringer.

Mammiferi ed uomo. — Nella sua dissertazione di laurea, premiata con medaglia d'oro dalla Facoltà medica di Edinburgh, Paterson (1886) diede un importante contributo all'argomento dei plessi studiati nei mammiferi. Sebbene molti dei fatti e delle vedute allora esposti da lui siano ora di comunissima nozione, pur tuttavia vale la pena concedere un esame alquanto minuto al suo lavoro. Egli si basa sulla dissezione comparata diligentissima di numerosi plessi brachiali e lombosacrali di dieci specie diverse di mammiferi (topo, coniglio, riccio, gatto, coala, gnu, camello e scimmia (*entellus*, *capucinus*). Dette dissezioni comparate gli diedero occasione di

(1) Anche nello stesso individuo il livello di formazione dei plessi può non essere simmetrico, sicchè il plesso d'un lato tende per es. a riprodurre uu tipo d'origine superiore, quello dell'altro lato invece un tipo inferiore.

stabilire innanzi tutto uno schema razionale del comportamento dei nervi spinali che concorrono a formare i plessi; poi di far risaltare le differenze peculiari che nelle varie specie si presentano nella formazione dei plessi medesimi. Dall'una e dall'altra serie di osservazioni, corroborate da ricerche embriologiche, egli fa poi scaturire alcune conclusioni tecniche generali molto interessanti sulla evoluzione e sul significato dei plessi nervosi. Per lo schema del comportamento dei nervi spinali che partecipano ai plessi, Paterson stabilisce le seguenti regole:

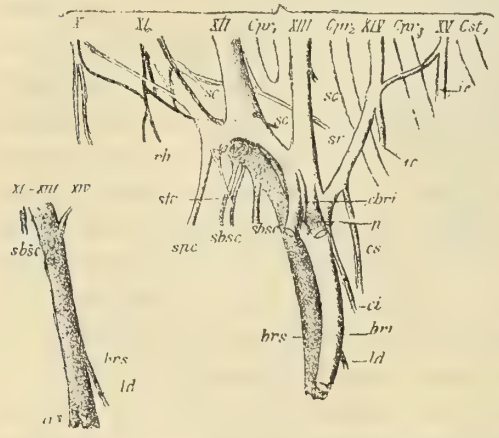


Fig. 12.

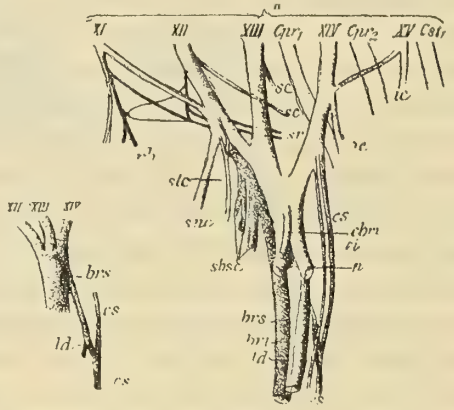


Fig. 13.

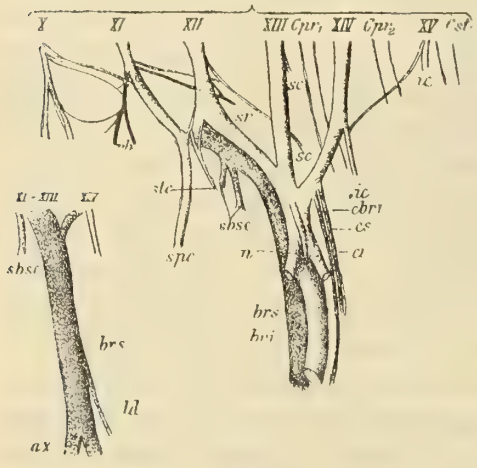


Fig. 14.

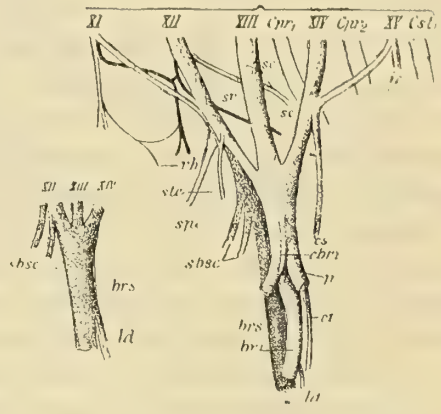


Fig. 15.

Fig. 12-15. — Varietà del plesso brachiale di *Columba livia* (var. domestica) secondo Fürbringer.

Partecipano ai plessi soltanto le divisioni ventrali dei nervi spinali misti, e quelle si dividono a loro volta in un tronco dorsale ed uno ventrale. — I tronchi dorsali si combinano esclusivamente con tronchi dorsali; quelli ventrali esclusivamente con tronchi ventrali delle divisioni ventrali dei nervi spinali, per formare i nervi uscenti dai plessi. — La costituzione essenziale d'un dato nervo periferico non varia mai. Un dato nervo che nasce in un dato animale da fibre provenienti dai tronchi dorsali della divisione ventrale d'alcuni dati nervi spinali, non si trova mai costi-

tuito in un altro animale da fibre provenienti da tronchi ventrali dei medesimi (o di altri) nervi spinali. Ciò vale anche per i nervi periferici originati dai tronchi ventrali.

La spiegazione di queste tre regole si trova per Paterson ad evidenza nello sviluppo ontogenetico dell'arto. Quando sulla faccia laterale del corpo fetale si forma il primo loro abbozzo, consistente in un blastema assile indifferente, col suo cappuccio cutaneo, distinguiamo già in esso una faccia dorsale ed una ventrale, un margine preassile (rivolto verso il capo) ed uno post-assile (rivolto caudalmente). Le distribuzioni

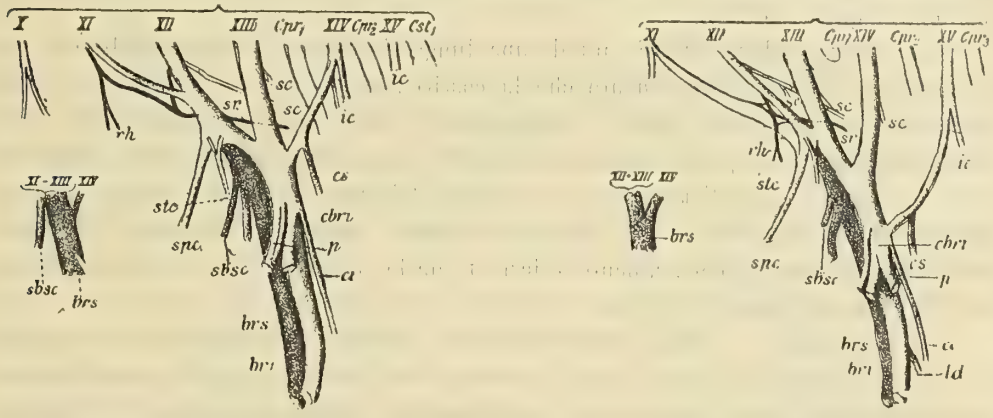


Fig. 16. Fig. 17.

Fig. 16-17. — Varietà del plesso brachiale di *Columba livia* (var. domestica) secondo Fürbringer.

Leggenda delle figure 12-17.

In queste sei figure sono rappresentati a sinistra i nervi brachiali superiori isolati, a destra i plessi completi. I nervi toracici superiori sono segnati in nero, i brachiali superiori sono ombreggiati, i brachiali e toracici inferiori, in bianco.

Ossa: C, costa mobile. — *Cpr*, costa mobile presternale. — *Cpr* 1, *Cpr* 2, prima, seconda costa mobile presternale.

Nervi: X, XI ... XX, rami ventrali del 10°-22° nervo spinale. — *ax*, n. ascellare o deltoideo. — *b*, ramo pel m. bicipite. — *bri*, n. brachiale inferiore, lungo. — *brs*, n. brachiale superiore lungo. — *cbre*, n. coraco brachiale esterno. — *cbri*, n. coracobrachiale interno. — *ci*, n. cutaneo inferiore del braccio. — *cs*, n. cutaneo superiore del braccio. — *ic*, n. n. intercostali. — *ld*, n. latissimo del dorso. — *p*, n. pettorale. — *rh*, n. romboideo. — *sbsc*, n. n. sottoscapolari. — *sc*, n. n. scaleni. — *spc*, n. sopracorneideo. — *sr*, n. n. serrati. — *stc*, n. sternocorneoideo.

nervose alle varie parti dell'abbozzo esistono già e persistono tali, comunque si abbia a trasformare in qualità, in quantità ed in forma, la massa di tessuto che lo compone. Le fibre distribuite alla faccia dorsale del blastema assile rimangono situate nella faccia dorsale, anche quando è sopravvenuta la differenziazione di esso in muscoli e cartilagine. Lo stesso vale per la faccia ventrale dell'abbozzo e per il rivestimento cutaneo. Parimenti rimane unito alle aree pre- e postassili ciò che primitivamente si trovava distribuito ad esse rispettivamente. I complessi di fibre nervose che innervano il materiale contrattile e di rivestimento della faccia dorsale (rispettivamente ventrale) dell'abbozzo artuale, in seguito appariranno come i tronchi dorsali, rispettivamente ventrali, uscenti dai plessi. Ciò spiega la costanza del fatto che un nervo d'origine ventrale in un dato animale, non ha mai origine dorsale in un altro; e viceversa. Parimenti si spiega perchè non avvengono scambî di fibre fra i tronchi ventrali e dorsali. D'altra parte è chiaro che per i possibili spostamenti che presenta

il punto d'origine del primitivo abbozzo artuale lungo l'asse rachidiano, possono avvenire modificazioni nel senso antero-posteriore nella distribuzione dei rami ventrali e dorsali. Cioè un nervo preassile può diventare postassile e viceversa. Ma se con ciò varia il livello spinale, non si altera mai la posizione reciproca dei varî nervi, in conformità alla prima legge di Herringham, che esporremo tra poco. Altre importanti risultanze di fatto date dalle ricerche di Paterson, riguardano la composizione dei plessi brachiale e lombosacrale nelle varie specie di mammiferi studiati da lui, e l'esatta origine ventrale o dorsale dei grossi tronchi nervosi degli arti. Riunisco in due tabelle quei risultati.

Uno sguardo ad esse varrà più di una lunga digressione. Osservo soltanto che dalla tabella 5 risulta chiaramente che la costituzione del plesso brachiale è molto più costante di quella del plesso lombosacrale, e ciò si accorda colle dottrine sull'accorciamento del corpo dei vertebrati superiori in rapporto alla migrazione dell'osso sacro. In riguardo alla distribuzione periferica dei rami ventrali e dorsali è utile riportare qui la disposizione dei territorî cutanei e muscolari che negli arti degli adulti rappresentano rispettivamente i derivati dalle primitive faccie dorsale e ventrale dell'abbozzo artuale nel feto.

Arto anteriore. — Faccia dorsale: Le parti molli situate sopra la scapola; la faccia estensoria dell'omero (faccia posteriore del braccio); la faccia estensoria del radio e dell'ulna (faccia posteriore dell'avambraccio); il dorso della mano. — Faccia ventrale: I muscoli pettorali; la faccia flessoria dell'omero (faccia anteriore del braccio); la faccia flessoria del radio e dell'ulna (faccia anteriore dell'avambraccio); la palma della mano.

Arto posteriore. — Faccia dorsale: la regione della natica, la faccia estensoria della coscia; la faccia anteriore della gamba; il dorso del piede. — Faccia ventrale: La regione interna e posteriore della coscia (inchiusi gli adduttori e il quadricipite); la faccia posteriore della gamba; la pianta del piede. Le parti o regioni derivate rispettivamente dalla faccia centrale o dorsale dell'abbzozo artuale vengono innervate senza eccezione da rami di origine rispettivamente ventrale o dorsale. Inoltre tutte queste parti sono « serialmente continue » cioè disposte in serie ininterrotta. Fin qui abbiamo riportati alcuni dei fatti, alcune delle vedute teoriche emesse da Paterson. Ora rimane da rilevare ancora il suo contributo nel campo dottrinale. L'origine dei plessi è per Paterson un fatto di pura necessità embrionale: prima la differenziazione del blastema assile indifferente degli arti, in cartilagine di sostegno e materiale contrattile; poi la fusione e gli spostamenti dei miomeri che vanno a formare i sistemi muscolari definitivi; finalmente la distinzione in una faccia dorsale ed una ventrale, già nell'abbozzo artuale, portano con sè uno scompiglio nella giacitura dei nervi che, dapprima semplice e seriale, di poi si complica e s'intreccia perchè le varie fibre possano trovare la via per andare a raggiungere i loro organi terminali. I plessi quindi non sono che l'espressione dell'evoluzione morfologica compiutasi nel feto. Spiegare la loro esistenza col vago concetto di una coordinazione delle azioni muscolari, come vedremo esser stato fatto da alcuni, sembra a Paterson del tutto privo di serio fondamento.

Ad un altro problema dottrinale d'ordine più ristrettamente anatomico, ma che

pure, come vedremo in appresso, ha assunto negli ultimi anni una grande importanza anche per gli sperimentatori, Paterson ha dedicato nella memoria che ora ci occupa ed in altre susseguenti, molto studio. Alludo al quesito se i rami ventrali e dorsali dei plessi che innervano gli arti, siano rispettivamente omologhi ai rami laterali e ventrali, cioè a tutta la divisione ventrale dei nervi toracici, oppure complessivamente ai soli rami laterali. Paterson prende in quella contesa decisamente posizione contro Herringham che s'accostava a Goodsir (1868). Questi nega che i rami nervosi destinati agli arti siano gli omologhi delle intere divisioni ventrali dei nervi toracici, cioè degli interi nervi intercostali.

Per Paterson vi è invece tutta l'evidenza che i rami ventrali e dorsali uscenti dai plessi, siano rispettivamente omologhi ai rami laterali e ventrali, e tutti i nervi degli arti dunque complessivamente omologhi all'intera divisione ventrale dei nervi toracici. In una ulteriore comunicazione (1889) egli ritorna sullo stesso argomento con più ampia serie di considerazioni.

Mi riservo di ritornare più tardi al problema delle omologie al quale ora mi contento di accennare appena. Anche di un altro lavoro posteriore di Paterson verrà riferito più tardi: per ora mi basta aver esposto i contributi di fatto e dottrinali più importanti ch'egli ha apportato al problema dei plessi nervosi.

Ora deve essere qua brevemente ricordato il contributo che due fisiologi hanno portato alle conoscenze di fatto ed ai concetti dottrinali sulla costituzione dei plessi: Langley (1891) e Sherrington (1892) lavorando sperimentalmente, intorno a varie questioni di distribuzione periferica delle radici spinali efferenti, vennero dalle loro sperimentazioni e dai controlli anatomici che vi unirono, condotti a conclusioni che per la loro portata hanno grande importanza per il problema dell'interpretazione dei plessi. Langley trovò nei gatti tre tipi di plesso lombare cui corrispondono tre tipi d'innervazione radicolare dei muscoli. Questi tre tipi si caratterizzano sufficientemente quando si dice che in due d'essi il numero d'ordine della prima radice che entra nel plesso differisce di un segmento, mentre il terzo rappresenta qualche cosa di mezzo fra i due altri. Sherrington trovò nella specie rana, cane, gatto e macaco, l'esistenza di due tipi nettamente distinguibili per la costituzione dei plessi e per l'innervazione radicolare della cute e dei muscoli degli arti.

Nell'uno dei tipi i plessi tendevano a comporsi di materiale nervoso d'origine più craniale nell'asse spinale e l'innervazione degli organi periferici avveniva anche essa per opera di elementi fibrillari originarî da un livello spinale più alto. Nell'altro tipo esisteva tendenza contraria: i plessi si componevano di materiale derivato prevalentemente da segmenti più caudali, e l'innervazione radicolare dei muscoli e della cute tendeva ad avvenire per mezzo di elementi nervosi originarî da un livello spinale situato rispettivamente circa un segmento più basso che nell'altro tipo. Sherrington chiama *preassili* o *prefissi* i plessi e gli arti del primo tipo, *postassili* o *postfissi* i plessi e gli arti del secondo. E per estensione del termine usò chiamare addirittura pre- e postfissi gli individui ed i tipi stessi che presentavano rispettivamente la caratteristica descritta. A queste osservazioni generali di Langley e Sherrington fanno riscontro le minuziose ricerche anatomiche di Eisler e d'altri che analizzarono il fenomeno e ne insegnarono i dettagli. Ma il merito di aver stabilito il fatto bruto,

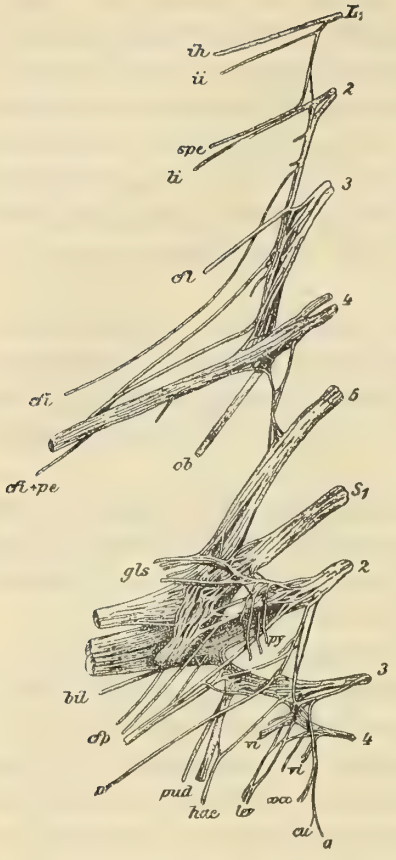


Fig. 18.

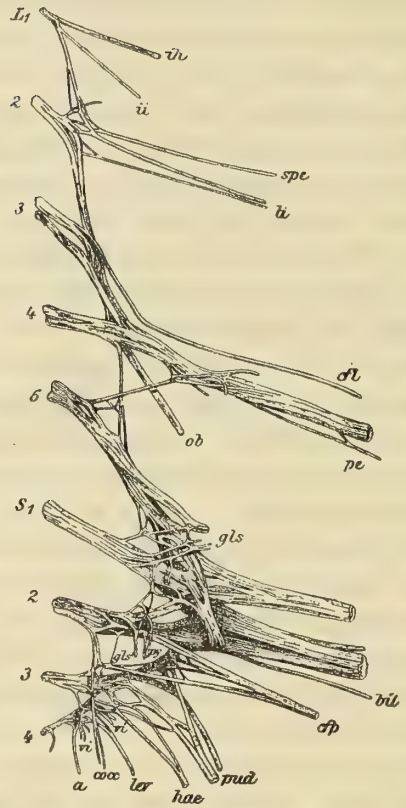


Fig. 19.

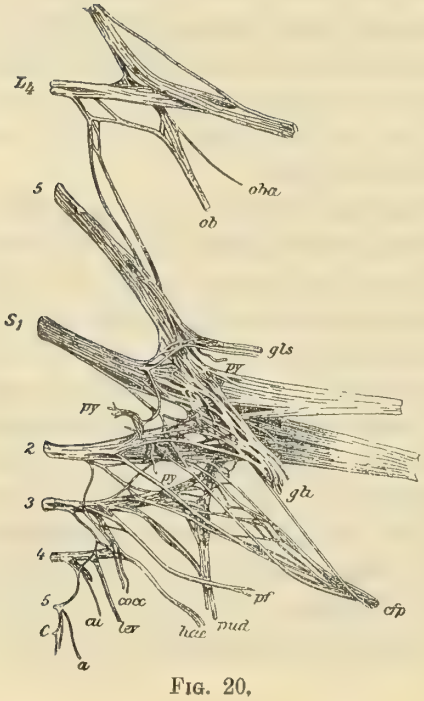


Fig. 20.

Fig. 18-20. — Plessi lombo sacrali d'uomo secondo Eisler, per dimostrare qualcuna delle innumerevoli varietà che questi plessi sogliono presentare. — La fig. 18 rappresenta l'incrociarsi di rami dorsali da L 4 e da L 5. (Da un cadavere con 13 vertebre toraciche, 4 lombari, 5 sacrali, 4 caudali). — La fig. 19 rappresenta il plesso di destra dello stesso individuo. — La fig. 20 rappresenta il tipo normale (da un cadavere con 13 vertebre toraciche e 5 lombari).

Leggenda delle figure 18-20.

L 1-5, nervi lombari 1°-5°. — *S* 1-5, nervi sacrali 1°-5°. — *C*, nervo cocigeo. — *a*, nervo cocigeo maggiore. — *bib*, *bil*, nervo per il capo breve, lungo del bicipite. — *cfa*, *cfi*, *cfl*, *cfp*, nervo cutaneo anteriore, mediale, laterale postico comune del femore. — *cocc*, *cu*, nervo pel muscolo cocigeo, e curvatore del cocige. — *gli*, *gls*, nervo gluteo, inferiore, superiore. — *hae*, nervo emorroidale esterno. — *ii*, *ih*, nervo ileo-inguinale, ileoipogastrico. — *lev*, *li*, nervo pel muscolo elevatore dell'ano, nervo lomboinguinale. — *ob*, nervo otturatorio. — *pe*, *pf*, *pud*, *py*, nervo pettineo, perforante del ligamento sacrotuberoso ant., pudendo, piriforme.

che è una affermazione ed una estensione della legge di Fürbringer, spetta ai due fisiologi inglesi.

Due altri ottimi lavori sono da prendersi qua in considerazione: primo quello di Eisler (1890) sui sistemi periferici vasale e nervoso del gorilla. Questo lavoro si può considerare come la preparazione ad un altro eccellente ed importante dello stesso autore sul plesso lombosacrale dell'uomo, e al quale destino un breve esame. Eisler (1892) eseguì 127 dissezioni del plesso lombo sacrale. Egli inaugurò il metodo della lieve macerazione del preparato nell'alcool molto diluito, in sostituzione a quella di Krause all'acido nitrico. Quel metodo gli permise di perseguire la dissezione delle fibre preplessuali fino ad alcuni rami nervosi periferici piuttosto esili: sulle traccie di Herringham, del quale mi riservo trattare nel sottocapo seguente, gli anatomici si avviano ormai ad eseguire il capolavoro di preparazione macroscopica, di accompagnare le fibre dei nervi spinali dalle radici agli organi periferici, attraverso e malgrado i plessi, ciò che vedremo poi esser stato poco dopo compiuto nel modo più esauriente dall'anatomico olandese Bolk. Ma la determinazione esatta delle distribuzioni radicolari alla periferia del corpo non era l'oggetto principale del lavoro di Eisler. Egli piuttosto ha cercato di controllare alcuni dati di fatto, alcune vedute teoriche di Fürbringer e di Paterson. Epperò dedicò attenzione speciale alle variazioni d'origine dei nervi uscenti dal plesso. E in ciò non si limitò a constatare soltanto se una data radice concorra o no a formare un dato nervo; ma cercò di stabilire volta per volta il grado di partecipazione d'ogni radice ai varî tronchi periferici. A quell'intento egli determinava, non lo spessore apparente (di profilo) dei tronchi plessuali, ma bensì la loro sezione trasversa. In tal modo egli riuscì a dimostrare uno spostamento assile larvato di tronchi plessuali d'origine apparentemente costante. Prendiamo un esempio semplice: il nervo emorroidale è costituito per solito da rami delle radici sacrali 3.ª e 4.ª ed anche 2.ª Ma in una serie di casi è preponderante il contributo dato dalla 3.ª radice; in un'altra serie quello dato dalla 4.ª Eisler esprime questo fatto mediante una formola ingegnosa. Egli enumera le radici tributarie cominciando dalla principale e facendo seguire le altre in ordine alla loro importanza.

Per il nervo emorroidale abbiamo per es. nei varî casi: S 4 S 3 — S 4 S 3 S 2 — S 3 S 4 S 2 — S 3 S 2 S 4 — S 3 S 2. Queste formole esprimono molto evidentemente lo spostamento assile, sia per il numero d'ordine delle radici tributarie, sia per il grado della loro partecipazione. Nel caso dell'origine più caudale (aborale, distale, inferiore) del nervo, la radice d'origine più importante è la 4ª sacrale cui si aggiunge un fascio meno importante della 3ª Nel caso opposto dell' origine più craniale (prossimale, superiore) del nervo, la radice d' origine del nervo è la 3ª, concorrente la 2ª.

Tra gli estremi esistono tutti i gradi di passaggio. Gli sparsi risultati di dettaglio di Eisler raccolti in tabella dànno con molta chiarezza un'idea della costanza colla quale il fenomeno dello spostamento assiale si presenta per tutti i nervi (tab. 6). In rapporto a quello spostamento Eisler diede un altro prezioso contributo che io devo menzionare. Von Ihering, che già ho citato a proposito della opposizione fatta a Fürbringer sulla questione, se nelle varie specie animali si spostasse il luogo di

formazione dei plessi, oppure se questi fossero omologhi, ma variasse per intercalazione ed escalazione, per interpolazione od escalazione il numero delle vertebre dei diversi tratti della colonna vertebrale; aveva chiamato *nervo furcale* quel nervo spinale che nel plesso lombosacrale manda un ramo rispettivamente nel nervo otturatorio, crurale e sciatico. Questo nervo furcale che per Von Ihering è una formazione costante in tutti i vertebrati, è nell'uomo rappresentato dal 4° nervo lombare. I nervi prossimali al nervo furcale vennero designati da Von Ihering come prefurcali, i distali come postfurcali, ed è tanto l'assegnamento che egli fa sulla costanza di posizione

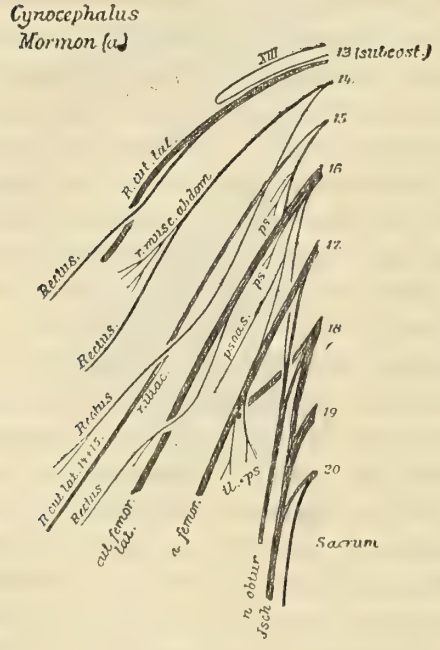


Fig. 21.

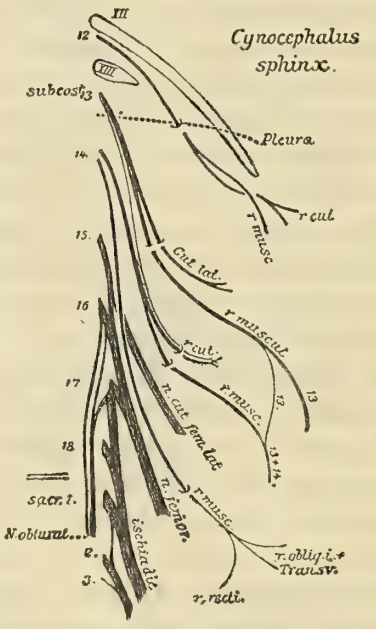


Fig. 22.

Plesso lombosacrale di primate per dimostrare le differenze esistenti tra specie e specie, secondo Ruge.

di quel nervo, che basa su di esso il suo studio sulla colonna vertebrale. Ora Eisler trovò in un quinto dei suoi casi (22 su 127, cioè più di 18 %) spiccate variazioni nella posizione del nervo furcale. In alcuni di quelli il nervo non è rappresentato dal 4°, ma del 5° lombare; esso si trova adunque spostato distalmente. In altri casi si trovarono due nervi furcali: cioè, tanto dal 4° che dal 5° lombare si diramava la triplice diramazione all'otturatorio, al crurale ed allo sciatico. In altri casi si aveva pure due nervi furcali, ma non rappresentati dal 4° e 5°, bensì dal 4° e 3° nervo lombare. È evidente che questi casi rappresentano spostamenti od accenni di graduale spostamento assile del nervo furcale, la costanza della cui posizione tanto sicuramente ritenuta da Von Ihering, viene quindi ad essere oppugnata non solo, ma dimostrata inesistente. Inoltre Eisler dimostrò che lo spostamento del nervo furcale non è mai un fenomeno isolato, ma che nei plessi ove esso s'avveri

sia in un senso che nell'altro, tutti i tronchi plessuali si trovano spostati nello stesso senso. In tal modo confermava la legge di Herringham in tutti i suoi dettagli; uno sguardo alla tabella 6 è molto istruttivo in questo proposito.

Un altro aspetto del problema, l'origine dei plessi, deve essere ricordato qui. Eisler prende decisamente posizione in esso dichiarando che per lui « *la forma-*

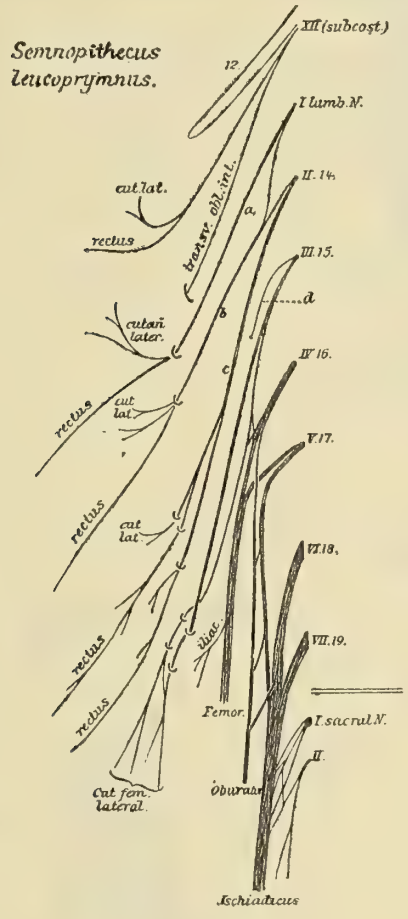


Fig. 23.

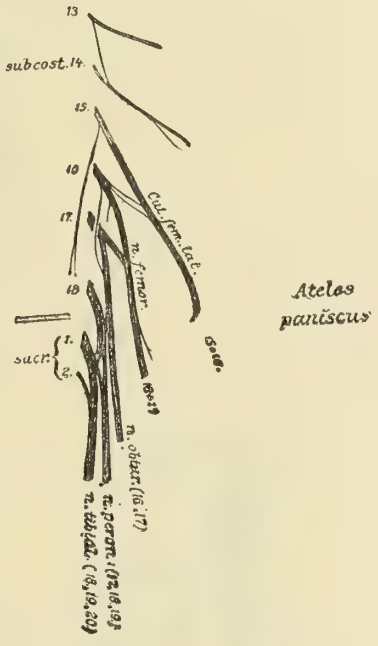


Fig. 24.

Plesso lombosacrale di primate per dimostrare le differenze esistenti tra specie e specie, secondo Ruge.

zione dei plessi è un fenomeno concomitante alla fusione d'un certo numero di somiti primitivamente separati ». Ciò veramente non è della più manifesta evidenza, chè nessuno si convince che la fusione di alcuni miomeri da sola possa condurre alla formazione di complessi così intricati di fibre quali sono i plessi artuali. D'altra parte giova osser vare che nemmeno il mero fatto dello spostamento assile degli arti come l'intendevano Solger e Fürbringer può spiegare la ragione d'essere dei plessi. Ruge (1893), che in un pregevole lavoro su gli spostamenti nelle province di distribuzione terminale dei nervi dei Primati, ha raccolto una serie di

prove per l'accorciamento metamerico del tronco dei mammiferi, insiste sugli spostamenti di somiti interi o di parti di somiti rispettivamente, come causa della forma-

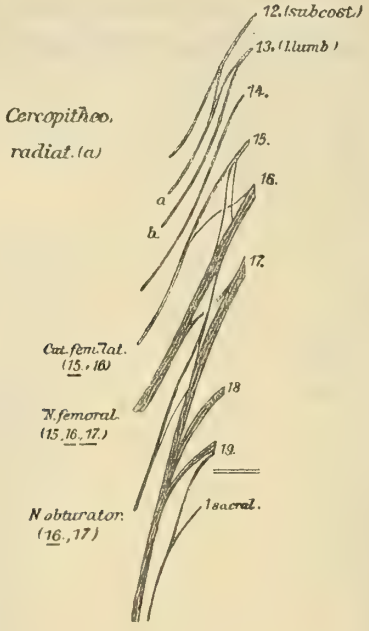


Fig. 25.

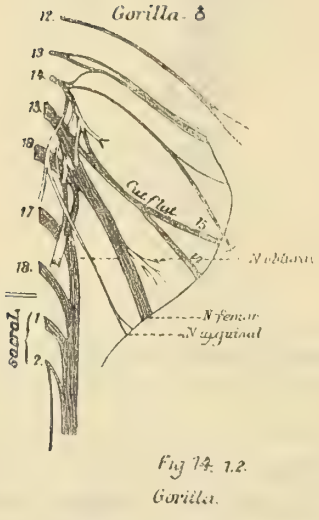


Fig. 26.

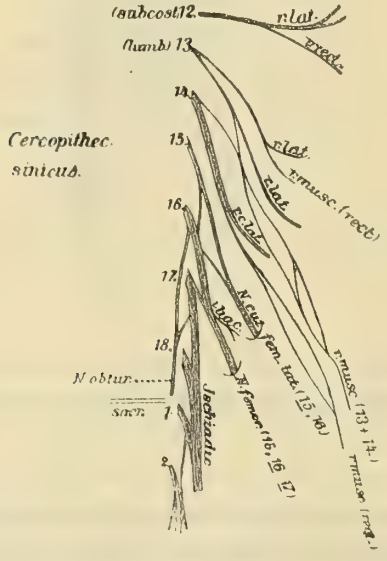


Fig. 27.

Plesso lombosacrale di primate per dimostrare le differenze esistenti tra specie e specie, secondo Ruge.

zione degli intricati intrecci dei plessi artuali. Di fronte a Von Ihering, Ruge sostiene una tesi che segna l'evoluzione delle vedute sui plessi verso la fine del XIX secolo

e che è tuttora integralmente accettata. Egli rileva che nell'uomo spesso si trovano plessi ove determinati nervi postplessuali che generalmente non mancano e che perciò si sogliono ritenere costanti, fanno difetto. Inoltre, specie nei limiti craniale e caudale del plesso, si hanno notevoli differenze nel grado di partecipazione dei nervi spinali formanti il plesso medesimo. Variazioni individuali del plesso analoghe a quelle trovate nell'uomo si riscontrano poi anche negli animali, sicchè non rappresentano nulla di caratteristico per la sola specie umana. Più notevoli ancora si dimostrano poi le differenze tra plesso e plesso di specie animali diverse, sebbene vicine nei quadri zoologici. Riporto quì una serie di figure di Ruge rappresentanti plessi lombosacrali di primati (fig. 21-27). Egli induce da tutte le differenze e varietà trovate che il plesso non è una unità morfologica: il plesso non è una formazione essenziale per i nervi, ma bensì un sistema di fenomeni evolutivi importantissimi, filogenetici ed ontogenetici, tra i quali primeggiano gli spostamenti svariati reciproci delle regioni terminali periferiche di distribuzione dei nervi spinali.

Riassumendo ora ciò che ci hanno insegnato le pazienti dissezioni di tante generazioni di anatomici, possiamo dire riguardo alla costituzione anatomica dei plessi: *Le irregolarità di costituzione negli individui e nelle specie, dei plessi artuali, ne formano il carattere tipico.*

Per quel che riguarda i concetti dottrinali sulla loro origine vi è da aggiungere ancora quanto segue. L'idea di Ruge che gli spostamenti di somiti o di parti di somiti rispettivamente siano la causa della formazione dei plessi, è stata recentemente ripresa da Eisler (1902). In una breve nota egli ha esposto le sue vedute sul modo nel quale si originano i plessi. Egli parte dalla vecchia osservazione fatta da Krause, che tutti i così detti tronchi nervosi dai più grossi ai più piccoli sono in realtà plessi in miniatura, le cui fibre s'intrecciano e s'avvinchiano inestricabilmente in tutti i sensi. Invece nelle radici spinali anteriori e posteriori il decorso delle fibre è parallelo. Sembra quindi evidente di dover creare la causa efficiente della formazione dei plessi interni dei nervi, in eventi verificatisi durante lo sviluppo embrionale, fuori del canale vertebrale.

Riportandomi a quanto ho esposto nel Capitolo I, ricordo che le fibre delle radici in un periodo abbastanza precoce si internano nei somiti e si mettono, in un modo non del tutto conosciuto, in rapporto con gli elementi di quelli. Ora Eisler suppone che negli attivi e tumultuosi processi d'accrescimento degli elementi miomerici, avvenga, volta per volta che si divida una cellula, anche la scissione per un breve tratto del filamento nervoso che si trovava in rapporto con la cellula primitiva. In tal modo quei filamenti nervosi scissi formerebbero tante *forchette*, e siccome i piani secondo i quali avviene la divisione cellulare s'intersecano in tutte le tre dimensioni dello spazio, non solo i prodotti della scissione cellulare, ma anche quelli della scissione dei filamenti nervosi verranno a trovarsi l'uno rispetto all'altro spostati continuamente ed intralciati fra loro in tutti i sensi. Questo processo di attiva divisione cellulare accompagnato dall'intrecciamento delle fibre nervose continua quando i somiti cominciano a spingersi verso la parte ventrale del corpo, crescendo fra la somatopleura e l'ectoderma. Il risultato ultimo di quell'intrecciamento continuo è la formazione dei plessi interni, anche in quei nervi che conservano topograficamente il

carattere metamerico semplice. come gli intercostali. In modo del tutto analogo Eisler interpreta la formazione dei plessi tra fibra di nervi appartenenti a metameri limitrofi. Come esempio più semplice egli cita i rametti comunicanti fra un nervo intercostale e l'altro, che si troverebbero nella faccia interna delle coste.

Eisler rappresenta i miomeri che crescono dalla regione dorsale verso la regione ventrale, compresi in attiva moltiplicazione cellulare, come torrenti che tenderebbero ad allargarsi, se non fossero contenuti nel loro letto, appunto dalla presenza dei miomeri limitrofi. È chiaro intanto che devono avvenire degli scambî fra gli elementi costitutivi d'ogni paio di somiti in via di espansione e d'accrescimento lungo la parete del corpo.

Gli elementi mesodermatici costitutivi dei somiti trascinano poi con sè le fibre nervose colle quali si trovano in rapporto e che vanno a formare così, nei casi più semplici, i rami comunicanti fra un nervo metamerico e l'altro. Quegli scambî descritti possono assumere perfino il carattere d'una parziale compenetrazione reciproca dei metameri onde nasce che metameri adulti nettamente delimitati non esistono in nessuna regione del corpo, bensi soltanto pseudo-metameri, costituiti da pseudo-miomeri (miotomi) e pseudo-dermatomeri (dermatomi), riconoscibili come i derivati di metameri primitivi soltanto per le ramificazioni nervose degli stessi odoneuromeri che li innervano. I plessi artuali, apparentemente del tutto diversi per natura e per origine, si sono formati secondo Eisler in un modo simile per un processo che differisce quantitativamente, non qualitativamente dal descritto. Infatti se noi ci rappresentiamo l'abbozzo iniziale di un arto, col suo blastema assile ed il cappuccio di materiale contrattile addossato ad esso, è facile comprendere che durante l'avviamento delle varie parti di miomeri migrati sull'arto, gli scambî e la compenetrazione reciproca devono avverarsi in non minore grado che nel tronco. Anche qui poi i filamenti nervosi sono trascinati oltre, in varie direzioni e s'intrecciano in varî sensi, onde l'originarsi dei plessi artuali. In conclusione per Eisler la causa prossima della formazione dei plessi sono *gli spostamenti degli elementi formativi dei futuri organi terminali.*

Sottocapo II.

Le proiezioni periferiche degli odoneuromeri nell'uomo.

Il modo come le diramazioni delle radici spinali si dispongono nei plessi nervosi e come si compongono i nervi postplessuali, interessò già i vecchi anatomici. Cito fra i più celebri Monroe (1783), Soemmering (1787), Reil (1796) e Scarpa (1794); ed aggiungo fra i meno noti Asch (1750), che lavorò sul plesso cervicale, e Klint (1784) che scrisse una dissertazione sui nervi del braccio. Però serî tentativi per determinare singolarmente a quale dei nervi uscenti dai plessi concorressero i diversi nervi entranti in essi, non furono fatti che assai più tardi. A queste ricerche nel principio del secolo XIX era anche d'ostacolo il concetto allora abbastanza in voga delle vere anastomosi nervose. Si ammettevano frequenti confluenze vere fra le fibre nervose nei centri, nella periferia e nel decorso da quelli a questa. Nei centri ed alla periferia si supponeva l'esistenza di anse terminali per le quali le fibre nervose efferenti

si continuassero direttamente in quelle afferenti e viceversa, in modo da costituire circuiti chiusi.

Vedremo nel Capitolo VII come Panizza (1834) approfittò della idea della confluenza dei tubi conduttori nervosi nei plessi, per una dottrina fisiologica di essi, e come Kronenberg (1836) coll'osservazione diretta, ad essa negò la base di fatto.

A proposito di quelle anastomosi nervose delle quali già tanto si occupava, come vedremo, la facoltà medica di Berlino quando indisse un concorso a premio (1835) relativo, premio che fu poi vinto dallo stesso Kronenberg, è interessante quanto curioso un lavoro di Volkmann (1840). Egli fa un tentativo di sistematica delle anastomosi e le distingue in due gruppi: quelle spurie e quelle vere. Il gruppo delle anastomosi spurie contiene quelle plessiformi e quelle paradosse. Si aveva anastomosi spuria plessiforme quando un'ansa nervosa collega due rami nervosi, ma le fibre che dall'uno dei rami vanno all'altro decorrono in senso periferico (plesso brachiale del cane). Si aveva invece anastomosi spuria paradossa quando un ramo nervoso entra in un altro ramo e decorre in esso centripetalmente per un certo tratto, poi esce e decorre alla periferia. Come esempio di questa categoria di anastomosi, Volkmann cita il comportamento di fibre provenienti da nervi cervicali che decorrono centripetalmente nel ramo discendente del n. ipoglosso, ma si volgono poi verso la periferia insieme con il tronco stesso dell'ipoglosso. A Volkmann spetta il merito della priorità nell'osservazione di questo fatto. Delle quattro sorta di anastomosi vere distinte da Volkmann cito quelle fra i rami di un medesimo nervo, cioè le anse terminali alle quali già ho accennato, e quelle tra i rami analoghi dei nervi simmetrici nella linea mediana del corpo.

È noto come relativamente pochi anni dopo, la scoperta degli organi terminali delle fibre nervose nei muscoli e nella pelle venne a dare il colpo di grazia alla teoria delle anastomosi vere dei nervi, almeno nel modo come le intendeva Volkmann.

Intanto gli studî di osservazione e dissezione continuarono. Bock (1837) dedicò un lavoro ai nervi spinali: « Loro decorso, distribuzione e ramificazione ». Lussana (1860) in una monografia pregevole sulle neuralgie brachiali, diede una buona tavola del plesso omonimo. Nella sua dissertazione, Kaufmann (1864) dedicò uno studio alla varietà di composizione dello stesso plesso.

Ho richiamato a più riprese l'attenzione del lettore sul fatto che l'anatomia per lungo tempo non è stata in grado di prendere posizione nella contesa sollevata, come vedremo, dai fisiologi intorno al significato morfologico e funzionale, dei plessi e delle radici, e che tanto meno nella prima metà del secolo XIX essa poteva sulla scorta dell'embriologia e dell'anatomia comparata ancora in fasce, intuire la disposizione seriale dei campi radicolari cutanei o la natura metamerica dell'innervazione dei muscoli. Bisogna aggiungere ancora che gli anatomici, a causa delle difficoltà quasi insormontabili che i plessi nervosi oppongono alla dissezione macroscopica, non si occuparono punto della esatta distribuzione periferica delle singole radici spinali. Dal principio del secolo XIX fino al 1870 sono a mia cognizione due soli lavori anatomici che si occupino, ed ancora da un punto di vista molto speciale, di questi problemi. Sono lavori che riguardano l'innervazione sensitiva della pelle. L'uno di

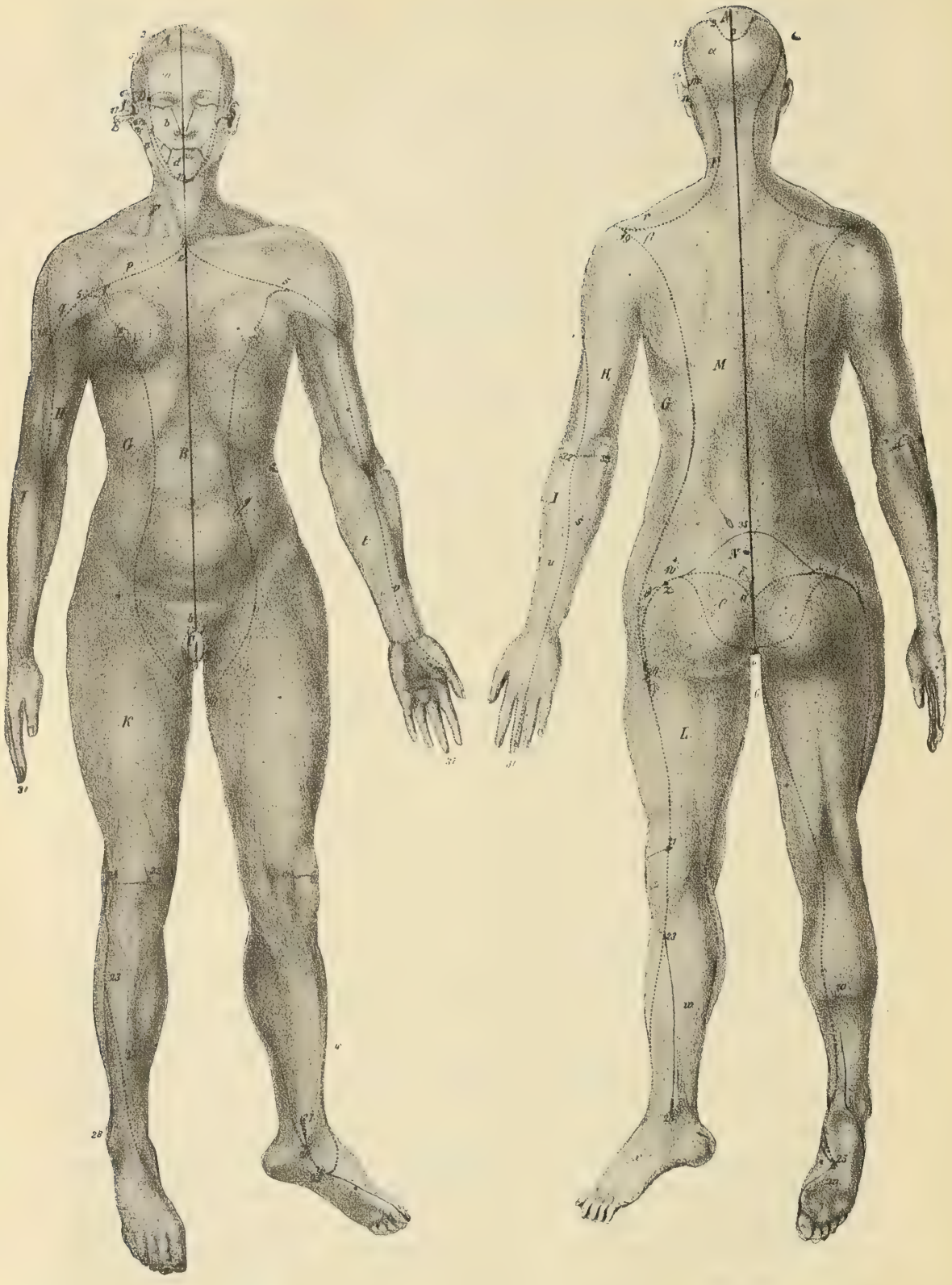


Fig. 28. Fig. 29.

Le zone di ramificazione dei nervi cutanei periferici nell'uomo, secondo Voigt. Aspetto ventrale e dorsale.

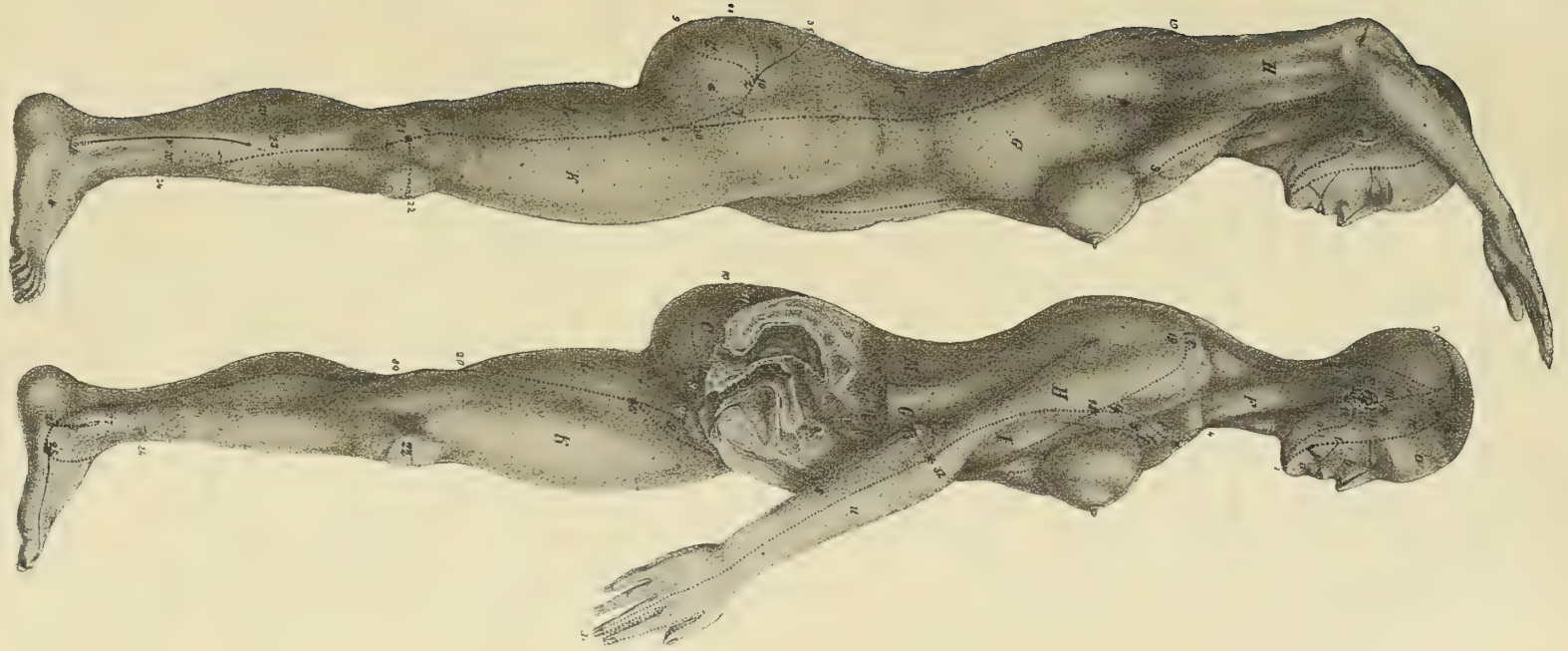


Fig. 30.

Le zone di ramificazione dei nervi cutanei periferici nell'uomo, secondo Voigt. Aspetto laterale.

Leggenda delle figure 28, 29 e 30.

A, territorio anteriore di diramazione sul capo e sul viso. — *B*, territorio anteriore di diramazione sul tronco. — *D*, *E*, territori laterali di diramazione del capo e del viso. — *F*, territorio laterale di diramazione sul collo. — *G*, territorio laterale di diramazione sul tronco. — *H*, territorio posteriore di diramazione dell'arto superiore. — *I*, territorio anteriore di diramazione dell'arto superiore. — *K*, territorio anteriore di diramazione dell'arto inferiore. — *L*, territorio posteriore di diramazione dell'arto inferiore. — *M*, *N*, territorio posteriore di diramazione del capo e del tronco.

essi venne presentato nel 1856 all'Accademia di Vienna dal noto anatomico Voigt, l'altro otto anni dopo, nel 1864, pure da Voigt.

Questi, condotto da estese dissezioni di nervi cutanei, progettò per il corpo umano un complesso di linee che indicano i limiti dei campi cutanei innervati da varie serie di nervi cutanei periferici. Tali campi vengono chiamati da Voigt *campi di ramificazione* e questo nome indica a sufficienza l'idea dell'autore. Fra le linee delimitanti possiamo citare in primo luogo quelle mediane, anteriore e posteriore, che separano il corpo in due metà, una destra di ramificazione ed una sinistra. In ogni metà poi si distinguono in genere tre zone: una anteriore, una posteriore ed una laterale. Voigt attribuisce a queste linee importanza per l'embriologia perchè secondo lui « esse segnano i margini degli originali abozzi piatti dell'embrione ». Inoltre fa una osservazione d'interesse per la fisiologia, notando che in corrispondenza delle sue linee « il senso del tatto e la finezza del senso stereognostico sono i meno sviluppati ». Per intendere bene la disposizione dei campi di ramificazione di Voigt ne riproduco le figure e traduco la descrizione che ne dà l'autore. V. figg. 28, 29, 30. « Per opera di queste linee limitanti, la superficie del corpo umano si decompone in un territorio di ramificazione anteriore ed in uno posteriore nel capo, nel tronco e negli arti ed in due territorî laterali, lateralmente. Indicati più esattamente, si distingue un vasto territorio di ramificazione posteriore che comprende il capo ed il tronco; due territorî anteriori, dei quali l'uno comprende la faccia, il secondo la superficie anteriore del tronco.

Soltanto nel collo, la parte più stretta del tronco, manca il territorio ant. perchè quelli laterali di destra e sinistra raggiungono ambedue la linea mediana anteriore. Per ogni lato, il territorio di ramificazione laterale si compone di due campi: i territorî laterali del capo e del collo che sono continui l'uno nell'altro, ed il territorio laterale del tronco.

« Il territorio laterale del tronco si continua in alto nel territorio posteriore dell'estremità superiore, ed in basso nel territorio anteriore dell'arto inferiore. Il territorio anteriore dell'arto superiore ed il posteriore dell'arto inferiore hanno ognuno limiti proprî ». Voigt, oltre all'importanza per l'embriologia e la fisiologia che attribuisce alle linee da lui scoperte, crede che l'esatta conoscenza dei territorî di ramificazione dei nervi cutanei possa avere importanza clinica perchè si possa comprendere bene la ragione dell'ubicazione di certe eruzioni cutanee come l'*herpes zoster* ed altre manifestazioni collegate a malattie nervose.

Per interessanti che siano le ricerche di Voigt, nè esse, nè studî simili però valgono a sciogliere il problema della distribuzione periferica delle radici spinali. Prima doveva essere sormontato mediante precise o parziali dissezioni, la quasi insormontabile barriera dei plessi. L'interpretazione poi dei risultati così ottenuti non poteva venire data che dall'embriologia e dall'anatomia comparata sviluppatesi intanto indipendentemente.

L'anno dopo l'ultimo lavoro di Voigt, Krause (1865) intraprese una dissezione minuta del plesso brachiale, disgregando le fibre nervose mediante una soluzione diluita d'acido nitrico per sciogliere il connettivo.

I risultati ottenuti così da lui, che per primo applicò questo metodo allo studio

dei plessi, sono ammirevoli; lo sfibramento del nervo mediano gli fece stabilire che tutti i così detti tronchi nervosi sono in verità plessi in miniatura le cui fibre si incrociano sotto angoli più o meno acuti, sia verso il centro sia verso la periferia. Purtuttavia per la conoscenza schematica dei plessi lo studio così condotto era troppo minuto, e Krause stesso ricavò le sue notizie sull'origine radicolare dei nervi uscenti dal plesso, più che da esso, dai suoi esperimenti, che esporrò nel Capitolo VII.

Dopo di Krause vi fu una sosta di più di dieci anni nelle ricerche particolareggiate; poi nell'ultima parte del settimo decennio del secolo passato, esse ripresero con insolito ardore e continuarono ininterrotte fino ai giorni nostri. Non potrò certamente esporre quale preciso acquisto di dettaglio abbia apportato alla scienza ognuno di questi numerosi e pazienti dissettori. Per darne almeno un'idea sommaria farò una rapida enumerazione cronologica di essi, notando i risultati dei lavori più importanti.

Ho già parecchie volte ripetuto di quanta quasi insormontabile difficoltà era un tempo considerata da tutti la preparazione anatomica delle fibre radicolari attraverso i plessi fino alla periferia. L'autorità di Heule (1879) stesso s'era pronunziata nettamente in questo senso: « Non c'è nemmeno da pensare alla possibilità di seguire coi comuni mezzi anatomici i fasci di fibre radicolari attraverso i plessi brachiale, crurale e sacrale fino ai singoli nervi dell'estremità ». Purtuttavia bisogna riconoscere in molti autori il merito di un'abilità tecnica eccezionale in questo genere di preparazioni. Cito fra quelli, l'americano Walsh (1877) ed il russo Kahan (1881), i cui lavori prepararono la via alle ricerche ulteriori. Walsh esaminò 350 plessi brachiali fra i quali 74 col metodo dell'acido nitrico e stabilì, *grosso modo*, l'origine radicolare spinale per i principali nervi dell'arto superiore. Kaiser ha riassunto in una sola tabella, che io riproduco, i risultati dei lavori di Walsh e di Kahan, nella quale l'origine spinale dei nervi del plesso brachiale è molto evidente (tabella 11). Walsh credette poter confermare inoltre, d'accordo in ciò con Hall (1879), per il plesso lombo sacrale e con lo stesso Kahan per il plesso brachiale, la veduta che le varietà numerose che presenta il plesso brachiale consistano tutte in varietà di disposizione di fibre *entro* il plesso; l'origine centrale e la destinazione periferica rimarrebbero presso a poco identiche. Ciò era già stato osservato da Voigt e Krause nei lavori citati.

Walsh, Hall e Kahan ora sostengono anche essi che, in genere, origine centrale e destinazione periferica delle fibre dei plessi non variano, qualunque sia la varietà interna dell'intreccio nervoso. Sembrava dunque a loro ben stabilita l'esistenza di un rapporto fisso fra un dato complesso d'organi periferici ed un dato livello, o segmento spinale. Ma già vedemmo che altri osservò che questo rapporto non è fisso nelle varie specie d'animali anche filogeneticamente non molto distanti (v. tab. 3 e 7). Ho notato che le radici d'origine dei plessi variano assai nelle varie specie, partecipandovi in una data specie radici di un livello spinale più alto (anteriore), in un'altra, delle radici di un livello spinale più basso (posteriore). Ciò costituisce quel che si dice lo spostamento assile dei plessi.

Per l'uomo osservazioni simili furono fatte per primo da Herringham in un lavoro importantissimo per l'arditezza dell'intento, per la buona tecnica dell'esecuzione e per le deduzioni teoriche basate sui risultati.

Herringham infatti fu il primo che dopo la sentenza di Henle data sopra, tentò ciò che quegli aveva dato per impossibile. Egli dissettò il plesso brachiale di 32 feti e di 20 adulti umani, seguendo, per quanto potè, i fasci di ogni singolo nervo spinale attraverso l'intreccio brachiale ed i nervi, fino agli organi periferici, muscolari e cutanei. I risultati delle singole dissezioni ed i loro confronti furono numerosi ed importanti.

Cominciamo dai dati di fatto più semplici. Prima di tutto egli potè comporre un elenco dell'innervazione radicolare dei singoli muscoli quale nessuno prima di lui aveva potuto dare. Riunisco in tabella quei suoi dati (tab. 8). Da essa apparisce la conferma di una serie di conclusioni cui autori precedenti, per ricerche di pura fisiologia, erano già arrivati per via sperimentale come esporrò nel capitolo VII. Tra queste conclusioni è da rilevarsi l'innervazione pluri-radicolare d'ogni grosso muscolo, la vicinanza topografica dei muscoli innervati dalla stessa radice, o da radici vicine. Per la pelle Herringham non diede la descrizione o l'indicazione topografica esatta delle zone radicolari trovate. Bensì diede tre " *leggi* „ generali sull'innervazione radicolare di pelle e muscoli, nelle quali egli esprime la sintesi delle sue acute osservazioni e dei suoi fecondi confronti.

È indispensabile riportarle qua per esteso. La sua prima legge si rapporta alle varietà d'innervazione tanto motoria che sensitiva, e suona:

1. La posizione di una data fibra nervosa potrà variare rispetto al livello spinale, ma non rispetto alle altre fibre. Con questa prima legge viene dunque espresso per la specie umana il fatto degli spostamenti assili già notato da altri autori nelle diverse specie di vertebrati. Insisto su questa legge la quale contiene una amplificazione di quella data a suo tempo da Voigt, perchè come vedremo più tardi essa condusse ad importanti conseguenze per opera di Sherrington.

La seconda legge si rapporta all'innervazione motoria, la quale per Herringham è determinata ad evidenza, non dall'uso, ma dalla posizione dei muscoli. Essa è dunque morfologica, non funzionale.

La legge che esprime questo fatto si suddivide in tre regole:

2. A). Di due muscoli e di due parti dello stesso muscolo, quello che è situato più vicino al polo craniale del corpo è innervato da una radice proveniente da un livello spinale superiore: quel muscolo o quella parte di muscolo che è situato più vicino al polo caudale del corpo è innervato da una radice proveniente da un livello spinale più basso.

B). Di due muscoli quello che è più vicino all'asse longitudinale del corpo è innervato da un nervo proveniente da un livello spinale più alto, e quello che è più vicino alla periferia è innervato da un nervo proveniente da un livello spinale più basso.

C). Di due muscoli, quello che è più vicino alla superficie è innervato da un nervo più alto, quello che è più profondo, da un nervo più basso.

L'innervazione sensitiva della cute fu pure studiata molto accuratamente da Herringham ed egli dà, riguardo ad essa, una legge importante, composta di due regole.

3. A). Di due punti di cute quello che è più vicino al margine preassile dell'arto è innervato da un nervo più alto.

B). Di due punti di cute entro l'area preassile, quello situato più in basso è innervato dal nervo più alto — Herringham intende per linea preassile quel margine dell'arto che si trova nel feto ancora rivolto cranialmente. Essa corre dalla grande protuberanza al condilo esterno dell'omero, poi lungo il radio, al pollice. La linea postassile invece è rivolta caudalmente nel feto e corre dalla piccola protuberanza al condilo interno, poi lungo l'ulna, al dito mignolo.

Herringham per spiegare le due regole trovate per la innervazione cutanea si serve di un confronto meccanico. Dice che le sue regole si verificano per tutte le membrane tese che vengono spinte entro un astuccio tubulare. Nella evoluzione fetale, lo strato epiblastico della cute rappresenta la membrana, il mesoblasta, che si sviluppa a blastema assile, stira la cute soprastante come una membrana entro un astuccio tubulare.

Fin qui le leggi ed i fatti trovati da Herringham; passiamo ora all'esposizione del contributo dottrinale recato da lui. Mi pare opportuno anzichè suntare, tradurre addirittura le poche, ma importanti righe ch'egli dedica ad una antica questione dottrinale sul significato di radici e plesso e sull'innervazione dei muscoli per mezzo loro. « La prima questione che sorge a proposito dell'innervazione dei muscoli è questa: secondo quale sistema si effettua? Secondo un sistema di forma o di funzione? Sono innervati certi muscoli dallo stesso nervo (radice) perchè giacciono vicini o perchè agiscono insieme? A questo proposito giova osservare in primo luogo che i movimenti del braccio sono così svariati che non v'è per così dire nessuna combinazione muscolare che non sia in qualcuno di essi rappresentata. Nel più comune e più necessario di tutti gli altri, quello del recare il cibo nella bocca, il cibo è preso coi piccoli muscoli del pollice e con quelli interossei. Il carpo è flesso sul braccio, mentre il pettorale maggiore accosta l'arto al capo. Ma i comuni testi d'anatomia già dicono che alcuni di tutti i muscoli menzionati come i flessori del gomito sono innervati dalla 5ª, 6ª e 7ª radice spinale, mentre gli interossei lo sono dall'ulnare, cioè dalla 8ª e 9ª. D'accordo in ciò colle mie dissezioni si vede dunque che quell'atto solo è compiuto per opera di tutti i nervi del plesso, e in genere non v'è atto che non comporti l'intervento di più radici.

« Ma si può considerare la cosa da un altro punto di vista e chiedersi: è vero che muscoli che producono lo stesso movimento ovvero che agiscono sempre insieme, sono innervati dalla stessa radice? L'azione dei due pronatori è inseparabile, eppure il teres è innervato dalla 6ª ed il quadrato dall'8ª e 9ª radice spinale. Il pollice agisce sempre in combinazione colle dita, eppure i muscoli superficiali del tenar sono innervati dalla 6ª, gli altri dall'8ª. Sembra dunque certo che il posto ove sono rappresentate le funzioni motorie si trovi più in alto nel sistema nervoso che nei nervi periferici (che nelle radici) e che in conseguenza la loro distribuzione si effettua secondo un altro piano. Il sistema che si impone a questo riguardo è quello topico ».

Abbiamo esaurito così il contributo delle nozioni di fatto, quello teoretico e quello dottrinale che il minuzioso lavoro di Herringham ha apportato al problema dei plessi nervosi. Vedremo in appresso che alcuni dettagli di fatto e talune delle leggi (la II) di Herringham verranno modificati in parte o contrastato del tutto e non senza ragione da altri autori. Ma la parte principale rimane tuttora accettata generalmente.

Ad Herringham spetta il merito d'aver per primo spinto la dissezione macroscopica dalle radici fino alla periferia; di aver stabilito nella sua I legge un fatto di fondamentale importanza per tutta intera la questione che c'interessa, mentre la sua III legge è valida ancora oggi quasi integralmente per l'innervazione sensitiva della cute.

Ora dovrò occuparmi nuovamente di Paterson, il quale, divenuto professore d'anatomia a Dundee, riprese lo studio della distribuzione periferica delle radici spinali un anno dopo la pubblicazione per esteso del lavoro di Eisler sul plesso lombo-sacrale. In un primo lavoro (1893) Paterson dà comunicazioni di 23 dissezioni di plessi sacrali, eseguite col metodo dell'acido nitrico. In massima i suoi risultati ribadiscono su quelli più minuziosi di Eisler. Egli riduce a due principali i tipi di plessi; nell'uno dei quali il nervo furcale è costituito dal 4° nervo lombare, nell'altre dal 5°. Paterson chiama normale il primo tipo ed arguisce dalla frequenza relativamente grande dei plessi del secondo tipo che la teoria di Rosenberg (che nell'uomo l'osso sacrale stia migrando in direzione craniale) non trova appoggia nei dati neurologici. Un simile giudizio è del tutto soggettivo; con altrettanta ragione si potrà dire: i plessi a nervo furcale nel 5° lombare rappresentano una condizione atavica destinata a scomparire. Del resto i risultati particolari ottenuti da Paterson riguardo alle origini radicolari dei varî nervi dell'estremità inferiore combinano bene con quelli di Eisler.

L'unica novità che porta il lavoro è il tentativo di ordinare i risultati rispetto alla innervazione cutanea. Paterson fissa le linee assili dell'arto in modo un po' diverso di quel che aveva fatto Eisler.

Questi aveva descritto il margine preassile come giacente dalla faccia frontale del pube sulla faccia interna della coscia, fin verso l'angolo mediale della rotula. Per Paterson esso corre dal margine interno del piede, sulla caviglia mediale, in corrispondenza alla vena safena interna, lungo il margine interno della tibia, sul condilo mediale del femore, lungo il margine mediale del m. sartorio, all'inguine. Il margine postassiale invece correrebbe dal margine esterno dal piede, sulla caviglia esterna verso il capo della fibula e di là lungo la faccia esterna e posteriore della coscia verso il limite inferiore del m. gluteo massimo, per raggiungere il coccige. In conseguenza la faccia dorsale dell'arto è costituita dalla natica, dalla faccia frontale della coscia e della gamba, del dorso del piede. La faccia centrale, meno estesa, comprende la pelle del lato mediale del triangolo di Scarpa, la faccia interna e posteriore della coscia, la faccia posteriore della gamba, il tallone e la pianta del piede. I muscoli innervati dai rami dorsali e centrali del plesso giacciono in genere sotto la superficie cutanea omonima ad eccezione di alcuni pochi. L'elenco dei muscoli dorsali e ventrali secondo Paterson è riportato nella tabella 9.

Per quel che riguarda l'innervazione cutanea, Paterson insiste sulla piena valevolezza anche per l'arto inferiore delle due leggi di Herringham. I nervi cutanei sono evidentemente in rapporto coi limiti pre- e postassile. Lo studio dei territorî di distribuzione radicolare è facilitato assai quando si immaginino tracciate sull'arto le due ipotetiche linee assili, dorsale e ventrale ideate da Sherrington, e da lui rappresentate come equivalenti alle linee mediane ventrale e dorsale del collo e del tronco.

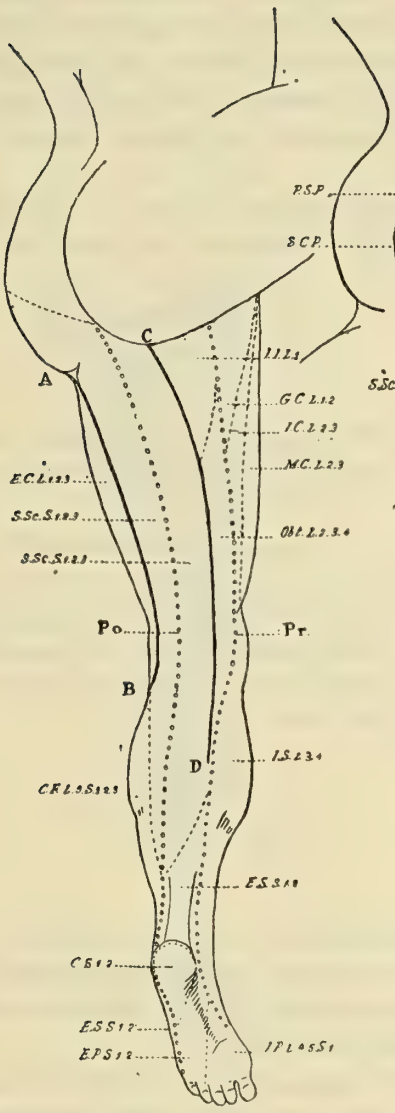


Fig. 31.

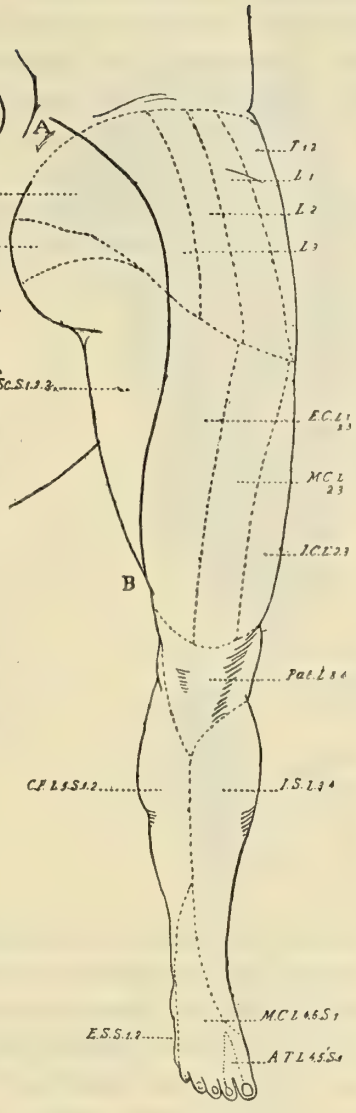


Fig. 32.

Disposizione dei territorî radicolari spinali nella cute dell'arto inferiore secondo Paterson. Fig. 31, faccia interna. — Fig. 32, faccia esterna dell'arto.

Leggenda delle figure 31 e 32.

Pr, *Po*, Margine pre- e post assile dell'arto. — *AB*, *CD*, linea assile dorsale e ventrale dell'arto. — *T 12*, territorio cutaneo innervato dal ramo iliaco dell'ultimo nervo toracico. — *L 1, 2, 3*, territorio delle divisioni primarie dorsali dei tre primi nervi lombali. — *P.S.P*, plesso sacrale posteriore. — *S.C.P*, plesso sacro-cocigeo. — *I.L*, n. ileoinguinale (Lombale 1.). — *G.C*, n. genitocrurale (L 1.2) — *I.C*, n. cutaneo interno (L 2.3) — *M.C*, cutaneo medio (L 2.3). — *E.C*, cutaneo esterno (L 1.2.3) — *Obt*, otturatorio (L 2.3.4). — *Pat*, ramo patellare del nervo safeno interno (L 3.4). — *I.S*, safeno interno (L 3.4). — *M.C*, muscolo-cutaneo (L 4.5, sacrale 1). — *A.T*, tibiale anteriore (L 4.5, S 1). — *S.Sc*, piccolo sciatico (S 1.2.3). — *C.F*, rami cutanei del nervo peroneo, incluso il comunicante fibulare (L 5. S 1.2). — *E.S*, Safeno esterno (S 1.2). — *C*, ramo calcaneo del tibiale posteriore (S 12). — *E.P*, plantare esterno (S 1. 2.). — *I.P*, plantare interno (L 4.5, S 1).

Nell'arto inferiore dell'uomo la linea assile dorsale correrebbe, secondo Paterson, dalla linea mediana dorsale del tronco, sulla natica, scendendo poi lungo la faccia esterna della coscia, al corpo della fibula, fra i territorî innervati dal piccolo sciatico e dal cutaneo esterno. La linea assile ventrale correrebbe sulla faccia mediale della coscia, dalla radice del pene al margine posteriore del condilo mediale del femore, come demarcazione fra i territorî innervati dal piccolo sciatico e dall'otturatorio.

I margini pre- e postassile separano le faccie dorsale e ventrale dell'arto: lungo essi si allineano i nervi serialmente, secondo il loro ordine di origine spinale. Le linee assili, dorsale e ventrale separano invece le aree pre- e postassili, cioè due serie di territorî radicolari aventi origini spinali assai distanti. I risultati cui è giunto Paterson per l'innervazione cutanea dell'arto inferiore appaiono dalle figure (fig. 31, 32, 33) che riproduco dal citato lavoro.

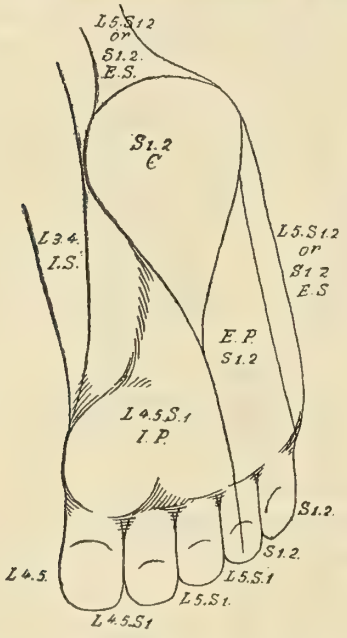


Fig. 33. — Disposizione dei territorî radicolari spinali nella cute del piede secondo Paterson.

Leggenda della figura 33.

E.S, safeno esterno (L 5, S 1.2, oppure S 1.2). — *I.S*, safeno interno (L 3.4). — *C*, ramo calcaneo del tibiale posteriore (S 12). — *I.P*, plantare interno (L 4.5, S 1). — *E.P*, plantare esterno (S 1.2). — Le cifre sulle dita del piede si riferiscono all'origine radicolare dei nervi digitali.

Per quel che riguarda l'innervazione segmentale dei muscoli, Paterson concede una minuta analisi al controllo delle " leggi „ di Herringham. Paterson trova che queste leggi formulate per l'arto superiore non sembrano applicabili per l'arto inferiore. L'innervazione segmentale dei muscoli segue qui le stesse leggi di quella cutanea. I muscoli vengono innervati da una serie continua di nervi spinali a cominciare dal margine preassile, fino al postassile, sulle due facce, dorsale e ventrale dell'arto. I nervi di mezzo della serie che innerva l'arto, si spingono fino all'apice di di questo, i prossimali ed i distali non si estendono che per un tratto più breve in esso. I muscoli della coscia e della natica ricevono fibre da tutti i nervi dell'arto; i muscoli del piede soltanto dai nervi di mezzo. Per dar un esempio la faccia dorsals della coscia e della natica è innervata dal 2° nervo lombale fino al 2° sacrale; la faccia dorsale della gamba e del piede dal 4° e 5° lombale e dal 1° sacrale. Nella faccia ventrale i muscoli della coscia sono innervati dal 2° lombale fino al

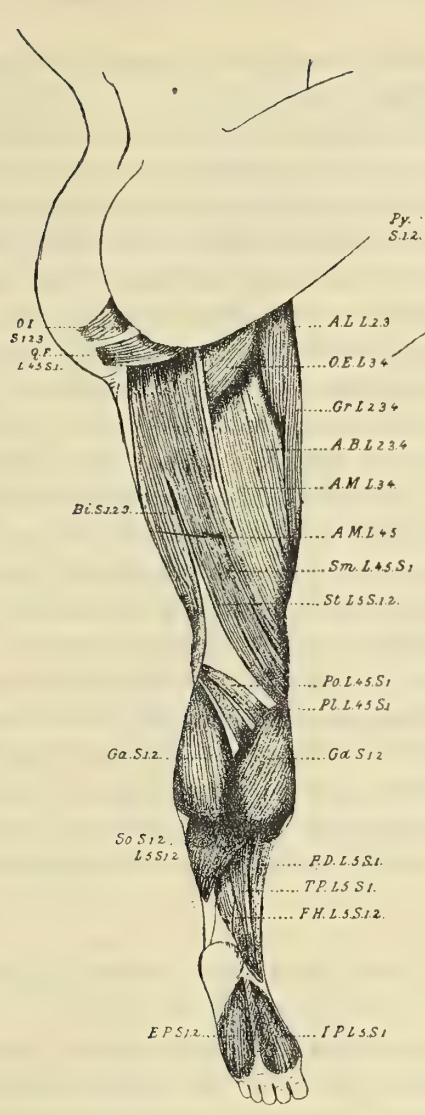


Fig. 34.

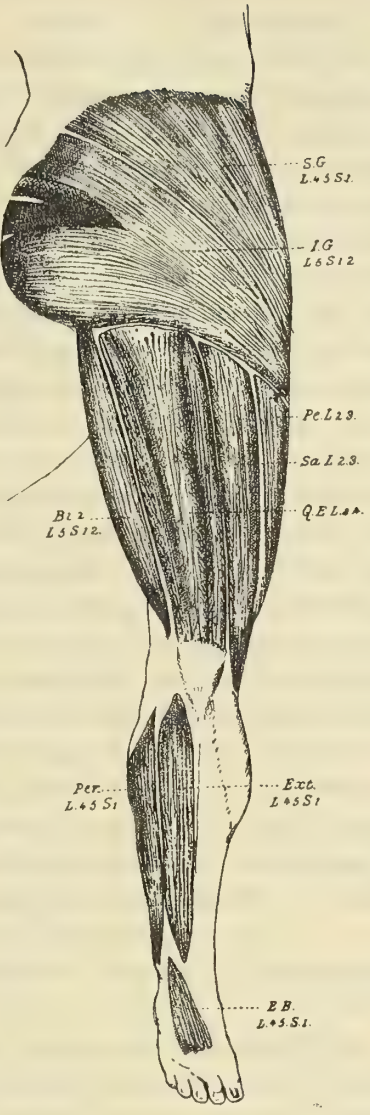


Fig. 35.

L'innervazione radicolare dei muscoli dell'arto inferiore nell'uomo, secondo Paterson. Fig. 34, aspetto mediale (ventrale). — Fig. 35, aspetto laterale (dorsale) dell'arto.

Leggenda della figura 34.

Muscoli ventrali: *O.I*, obturator internus (S 1.2.3). — *Q.F*, quadratus femoris (L 4.5 S 1). — *A.L*, adductor longus (L 2.3). — *Gr*, gracilis (L 2.3.4). — *A.B*, adductor brevis (L 2.3.4). — *O.E*, obturator externus (L 3.4). — *A.M*, adductor magnus (L 3.4). — *Sm*, semimembranosus (L 4.5, S 1). — *St*, semitendinosus (L 4, S 1.2). — *Bi*, biceps (caput longum) (S 1.2.3). — *Po*, popliteus (L 4.5, S 1). — *Pl*, plantaris (L 4.5, S 1). — *Ga*, gastrocnemius (S 1.2) — *So*, Soleus (L 5, S 1.2, oppure S 1.2). — *F.D*, Flexor longus digitorum (L 5, S 1). — *T.P*, tibialis posticus (L 5, S 1). — *E.H*, Flexor longus hallucis (L 5, S 1.2). — *I.P*, plantaris internus (L 5, S 1). — *E.P*, plantaris externus (S 1.2).

Leggenda della figura 35.

Muscoli dorsali: *Py*, pyriformis (S 1.2). — *S.G*, glutaeus medius, minimus, et tensor fasciae latae (L 4.5, S 1). — *I.G*, glutaeus maximus (L 5. S 1,2). — *Pe*, pectineus (L 2.3). — *Sa*, sartorius (L 2.3). — *Q.E*, extensor quadriceps (L 3.4). — *Bi*. 2. Biceps, caput breve (L 5. L. 1.2). — *Per*, peronaeus (L 4.5, S 1). — *Ext*, tibialis anticus, extensor longus digitorum, extensor proprius hallucis (L 4.5, S 1). — *E.B*, Extensor brevis digitorum (L 4.5, S 1).

3° sacrale; i muscoli della gamba dal 4° lombale al 3° sacrale; quelli del piede dal 5° lombale fino al 3° sacrale.

Per i dati particolari dell'innervazione segmentale dei muscoli dell'arto inferiore secondo Paterson, veggasi la figura 33.

Qualche anno dopo (1896) Paterson pubblicò alcune nuove vedute sulla distribuzione periferica dei nervi spinali. L'uno dei punti dottrinali che egli prende in esame, riguarda nuovamente la questione se i nervi dell'arto siano omologhi con tutta la divisione anteriore dei nervi intercostali oppure se soltanto con il tronco laterale di quelli. Thane ha esposto nel III volume del trattato di Anatomia di Quain, gli argomenti che militano a favore delle due accennate tesi; che i nervi degli arti siano da considerarsi omologhi con l'intera divisione anteriore dei nervi intercostali si dedurrebbe: 1°. dall'assenza al livello degli arti, di rami cutanei anteriori destinati al tronco; 2.° dalla divisione dei nervi artuali in rami dorsali ed in rami ventrali comparabili alla divisione dei nervi intercostali in tronchi laterali e ventrali. Come obiezioni a questa tesi invece si possono notare: 1.° la presenza d'una branca intercostale nel 1° nervo toracico; 2.° il comportamento del 2° nervo toracico e del 3° sacrale. Paterson, che accetta la tesi della omologia totale dei nervi artuali colle intere divisioni ventrali dei nervi spinali, cioè degli intercostali, cerca di far rientrare nel suo schema tutte le apparenti eccezioni con supposizioni ed argomentazioni più o meno plausibili; le quali per appartenere troppo esclusivamente all'anatomia descrittiva, pura e semplice, non possono essere riportate qui. Ho voluto soltanto accennare nuovamente alla questione dell'analogia per far vedere che gli anatomici non sono del tutto in accordo sul significato dei nervi artuali, e ciò importa notare, perchè, come vedremo, i risultati di alcune ricerche sperimentali tenderebbero a far concepire i nervi artuali come gli omologhi dei soli tronchi laterali dei nervi intercostali. (V. il capitolo VII, Winkler e Van Rynberk).

E con questo abbandoniamo Paterson per dar principio all'analisi dei lavori importantissimi di Bolk che si possono a buon diritto dire anatomicamente esaurienti.

Bolk, l'anatomo di Amsterdam, occupa nella serie degli autori trattati nel presente Capitolo il posto certamente più importante. Egli ha dedicato all'argomento un buon numero di ricerche non solo notevoli per la pazienza e l'esattezza tecnica, ma pregevoli soprattutto per la larghezza delle vedute teoriche sulle quali sono basati i suoi studî e per la corretta e compiuta sintesi dottrinale cui egli assurge in base ad essi.

Nei suoi lavori la minuziosa descrizione di dettaglio non è mai disgiunta dai confronti filogenetici, nè dai ricordi embriologici. Sempre predomina in lui il desiderio del riordinamento sintetico del suo materiale di studio nell'unico concetto dottrinale della costituzione segmentale dei vertebrati. Bolk è fra gli anatomici il primo che si mostri ben conscio che la dissezione dei plessi, lo studio delle varietà d'innervazione della distribuzione periferica delle radici spinali, non devono essere lo scopo esclusivo ed ultimo delle ricerche, ma che devono considerarsi soltanto come un mezzo per assurgere a conoscenze concettuali d'ordine superiore teorico e dottrinale. D'altra parte egli non manca mai di applicare volta per volta quei concetti

generali per delucidare le questioni di dettaglio che si presentano nel corso delle sue dissezioni.

Queste poche parole basteranno a delineare l'importanza dei lavori di Bolk.

Purtuttavia io non potrò dedicare ad esse uno spazio adeguato al loro merito, perchè se tentassi di far ciò, dovrei uscire di molto dai limiti assegnati alla presente Memoria. Mi contenterò adunque di pochi accenni alle cose d'importanza più generale.

Il metodo di dissezione seguito dall'anatomo di Amsterdam differisce da quello seguito da tutti i suoi predecessori in ciò che egli ripudia la miscela nitrica. Isolato il plesso e distinte mediante fili colorati da una parte le radici di origine, dall'altra i rami muscolari e cutanei risultanti, egli asporta il tutto dal pezzo, lo fissa con spilli sopra una tavoletta di cera nera, e lo conserva in alcool leggero (50 %). Le minute dissezioni si compiono sott'acqua con pinza e bisturi, coll'aiuto di una lente d'ingrandimento. La lieve macerazione che sopravviene dopo un certo tempo agevola di molto la dissezione.

Notevole nel metodo seguito da Bolh è ancora ch'egli non costruì uno schema compilativo fondendo i dati di fatto risultati dalle dissezioni di più individui, ma che anzi egli eseguì una dissezione totale e dettagliata su un sol individuo. In tal modo fu possibile evitare i pericoli d'errore derivati dall'innumere varietà d'innervazione che oramai abbiamo avuto occasione di conoscere. D'altra parte è ovvio che i risultati così ottenuti hanno appunto per la grande variabilità individuale esistente, un valore assoluto soltanto per l'individuo sezionato. A voler applicarli genericamente, convien tener conto di quelle variazioni frequenti che rendono impossibile il tentativo di stabilire omologie assolute tra i derivati segmentali nei varî individui.

I risultati finora pubblicati da Bolk abbracciano la distribuzione periferica delle nove prime paia di radici spinali nei minuti particolari; l'innervazione radicolare cutanea per tutto il corpo; infine una serie di dati sui miotomi del bacino e del femore.

Raccolgo alcuni dei dati di fatto in apposite tabelle (tab. 10, 11) e riproduco alcune delle più dimostrative figure dei lavori di Bolk (fig. 36-51). Già da quella soltanto apparirà l'importanza dei risultati ottenuti da lui. Come comento poi ad essi e per esporre alcuni brevi cenni sulle vedute teoriche e dottrinali di Bolk, faccio seguire qui alcune poche parole.

Comincierò dal sistema muscolare. Tralascio di parlare dei fatti fondamentali ed elementari dell'innervazione radicolare dei muscoli quali furono indicati specialmente da Paterson e che vennero nel loro insieme generalmente confermati da Bolk. Ma credo interessante esporre più largamente le vedute di questi sulla questione già trattata da Herrigham se le radici spinali e quindi i plessi abbiano significato morfologico o fisiologico. Bolk tratta quella questione in un interessante capitolo intitolato: *Metameria e funzione*, la cui sintesi è contenuta nella seguente frase: « Metameria (muscolare) e funzione sono due concetti che nell'uomo non mostrano più avere alcun rapporto ». A sostegno di questa tesi che può sembrare forse un po' esclusiva, Bolk cita i seguenti fatti.

1. Per l'effettuazione di movimenti semplicissimi, come per la flessione della mano mediante i flessori del carpo, occorre la contrazione di materiale di quattro

miotomi, l'impulso, cioè, deve percorrere contemporaneamente quattro radici spinali: 6, 7, 8, cerv e 1 tor.

2. Nemmeno i movimenti antagonistici semplici s'effettuano per contrazione monomerica. Così la flessione della mano è tetramera, l'estensione n'è trimera, la flessione dell'avambraccio è dimera, l'estensione è trimera.

3. D'altra parte nessun movimento complicato, nessun complesso motorio si può effettuare per innervazione uniradicolare, per contrazione monomera.

Le considerazioni che Bolk annette a questi fatti evidenti sono persuasive; innanzi

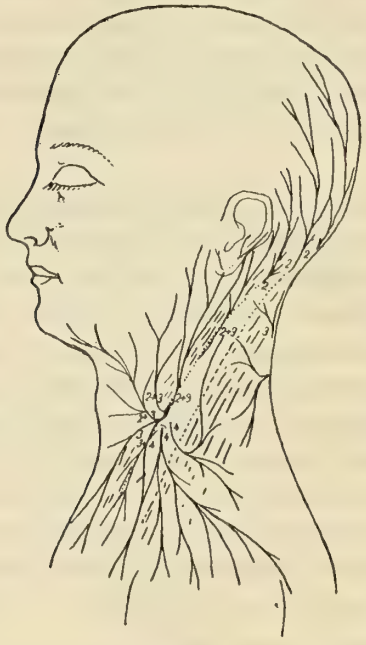


Fig. 36.

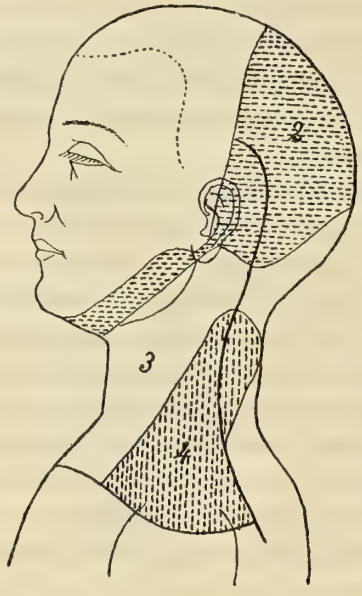


Fig. 37.

I dermatomi cervicali superiori nell'uomo: l'innervazione segmentale radicolare del collo secondo Bolk. — Fig. 36, distribuzione reale dei rami nervosi cutanei. (2, 3, 4, rami derivati dal 2°, 3°, 4° nervo spinale). — Fig. 37, rappresentazione schematica dei loro territori di distribuzione.

tutto egli rileva quanto è esiguo il numero dei miomeri originali e quanto stragrande quello dei muscoli artuali derivati da essi. Da ciò nasce che facilmente alcuni muscoli sinergici abbiano origine metamerica comune. Ma i fatti dimostrano che non esiste la regolare isomeria di tutti i muscoli che agiscono coordinati in certi movimenti od atti. In alcuni vertebrati inferiori sussistono tuttora traccie più o meno evidenti dei rapporti attuali ed effettivi fra la metameria muscolare e la funzione. Così nei pescicani Bolk inclina ad ammettere che le gemme muscolari dei miotomi situate più cranialmente nelle prime, producano l'abduzione delle medesime, quelle dei miotomi più caudali invece l'adduzione, mentre quelle dei miotomi di mezzo produrrebbero l'innalzamento e l'abbassamento a seconda che si contraggono le striscie dorsali o ventrali di essi. Ma nei vertebrati più evoluti, quelle condizioni semplici si alterano e si perdono.

Passiamo ora all'innervazione cutanea. Come già dissi, le peculiarità di questa sono state, in una pubblicazione separata, comunicate per esteso dal Bolk già nel 1897, e corredate da figure la cui chiarezza non lascia nulla da desiderare. Esaminiamo brevemente le principali caratteristiche generali che offre il sistema dei dermatomi di Bolk. Innanzi tutto notiamo che Bolk nel rappresentare i campi radicolari cutanei, ha dato ad essi l'estensione e la configuraziono dei territorî di ramificazione delle branche cutanee, che egli ha potuto dissettare macroscopicamente. Ne viene di conseguenza che ogni dermatoma deve essere in realtà più esteso di quanto Bolk lo figura. Bolk ha fatto tutto ciò che era possibile ottenere colla pinza e col bisturi, ed indicando in tal modo per così dire la parte nucleare di ogni dermatoma, ha dato uno schema che guadagna in chiarezza ciò che doveva perdere in minuziosa esattezza. Questa è la ragione per cui gli schemi di Bolk non indicano il fatto concordemente proclamato, come vedremo dai, fisiologi e dai clinici, che, cioè, ogni territorio radicolare cutaneo ha di comune coi territorî vicini una zona di cute più o meno estesa, la quale quindi viene a ricevere terminazioni nervose e sensibilità, contemporaneamente da due radici e da due segmenti spinali. Di un altro fatto conviene tener conto per intendere bene gli schemi di Bolk. Egli ha sempre nettamente distinto in ogni dermatoma due aree: l'una spettante alla divisione posteriore (o dorsale), l'altra spettante alla divisione anteriore (o ventrale) dei nervi spinali, giusta la nomenclatura di Paterson. La separaziono di quelle due aree sul tronco è fatta nelle due figure da una doppia linea continua.

Menzionati questi due fatti speciali possiamo intraprendere un'analisi più minuta degli schemi. Cominciamo dalla sezione del capo e del collo. Il primo paio di radici spinali non possiede radice dorsale. La seconda e la terza possiedono aree distributive che possiamo considerare press'a poco come bande circolari impiantate obliquamente sull'asse longitudinale del corpo. Il 2° dermatoma possiede un'area dorsale molto sviluppata che copre gran parte dell'occipite, mentre il 3° dermatoma possiede un'area ventrale più estesa che occupa quasi tutta la parte ventrale (anteriore) del collo. Il 4° dermatoma non raggiunge più la linea mediana del corpo e si trova situato come in arcione sulla spalla.

Passiamo ora ai dermatomi del tronco, saltando momentaneamente quelli dell'arto superiore. Anche più evidentemente che nel collo, l'ordinamento dei dermatomi sul tronco corrisponde a condizioni che possiamo ritenere primitive. Esso si può descrivere come costituito da una serie quasi regolare di territorî radicolari che cingono il corpo in direzione press'a poco perpendicolare al suo asse longitudinale. Ogni territorio della serie è confinato tra un territorio immediatamente precedente in direzione craniale ed un altro immediatamente successivo in direzione caudale nella serie metamerica. Enunziato così genericamente il sistema secondo il quale sono disposti i dermatomi sul tronco, giova rammentare alcuni particolari del loro ordinamento. Innanzi tutto appare che sebbene ogni territorio radicolare cutaneo nel tronco corrisponda all'area di ramificazione delle branche cutanee dei nervi intercostali, pure essi non corrispondono topograficamente agli spazî intercostali. Esiste cioè quello che Bolk chiama una *discrepanza* di livello; i dermatomi sono spostati in direzione caudale rispetto alle origini dei nervi intercostali. Un'altra di-

screpanza esiste fra le aree posteriori (dorsali) e quelle anteriori (ventrali) dei singoli dermatomi.

Questi pochi cenni bastano per avere sufficienti dati di confronto per l'analisi delle condizioni più complicate che offre l'ordinamento dei dermatomi sulle estremità.

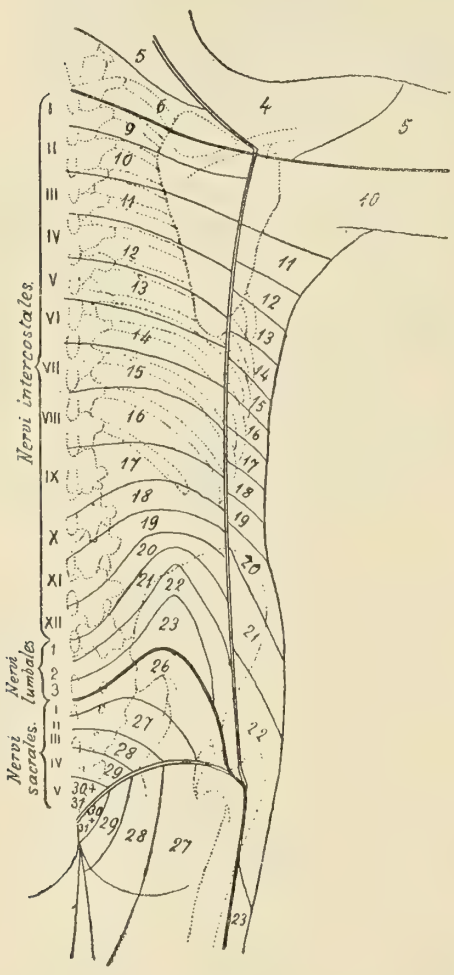


Fig. 38.

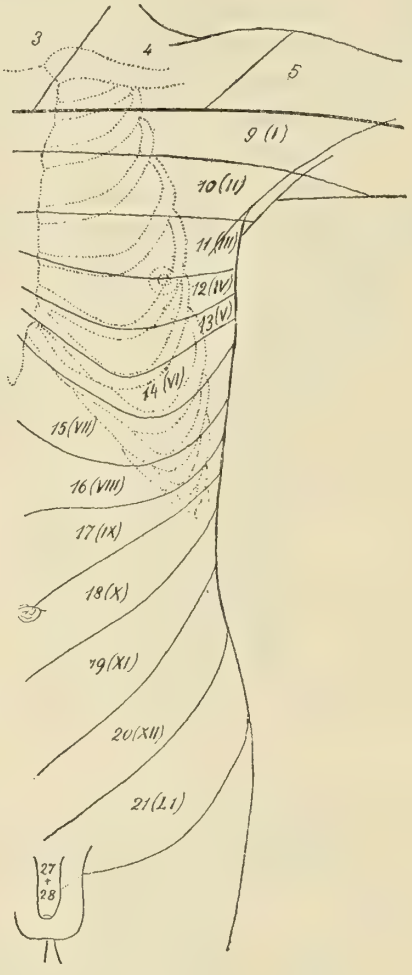


Fig. 39.

L'innervazione radicolare del tronco, secondo Bolk.
Fig. 38, aspetto dorsale. — Fig. 39, aspetto ventrale.

Leggenda delle figure 38 e 39.

Le linee sottili: i limiti primari dei dermatomi. Le linee grosse: i limiti di differenziamento di essi (linee assili degli arti). Le linee doppie: il limite ha la regione dorsale e ventrale della cute. Le linee punteggiate: lo scheletro, il capezzolo, ecc.

Cominciamo dall'arto superiore. Osservando le figure relative a questo, si vede subito che il sistema secondo il quale vi si sono allineati i dermatomi, non è più così semplice come sul collo e sul tronco. Quando si scende dal collo, lungo la spalla, sul braccio, si nota che i dermatomi, 4°, 5° e 6° non formano bande anulari che abbracciano tutta

la forma cilindrica dell'arto. Se noi poniamo invece l'arto abdotto al massimo e col pollice in alto, cioè nella posizione già descritta come corrispondente alla fetale da Herringham, vedremo che il dermatoma 4°, ma specialmente il 5° e 6°, stanno come in arcione sulla faccia craniale superiore o preassile dell'arto; quelli 9° e 10° ne

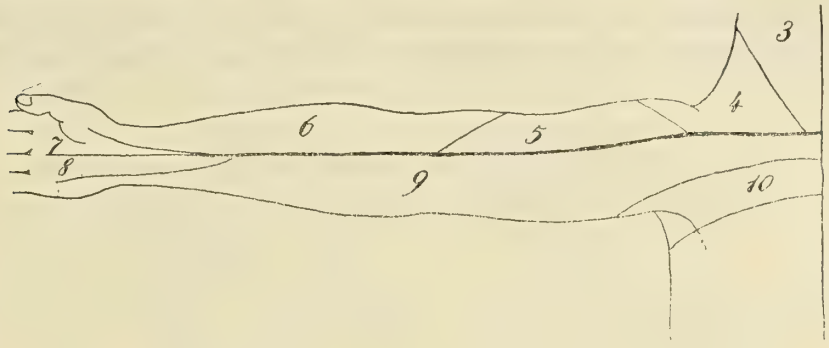


Fig. 40.

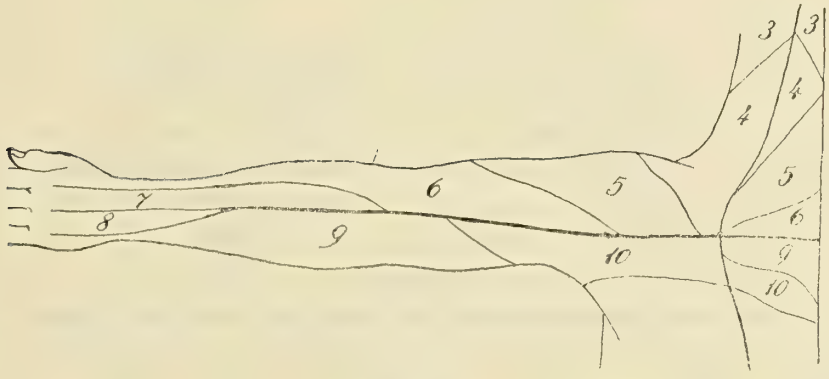


Fig. 41.

L'innervazione segmentale dell'arto superiore, secondo Bolk.
Fig. 40, faccia ventrale. — Fig. 41, faccia dorsale.

Leggenda delle figure 40 e 41.

I numeri rappresentano il numero d'ordine dei dermatomi nell'intera serie metamerica. 1 — 8 = 1 — 8 cerv., 9, 10 ... = 1,2 Toracico. — Le linee sottili indicano i limiti primordiali tra i dematomi; quelle grosse i limiti di differenziamento, o linee assili dell'arto.

abbracciano la faccia inferiore, caudale o postassile, mentre quelli 7° ed 8° si trovano all'apice dell'estremità. In un certo modo adunque l'allineamento dei dermatomi è sempre continuo e seriale, purchè nell'enumeramento dei territorî radicolari, si scenda dal collo, lungo la faccia radiale dell'arto (4, 5, 6 e 7) e si ritorni verso il tronco, lungo la faccia ulnare.

Intanto quando così facendo si confrontano i limiti fra i singoli dermatomi, si nota che non tutti sono equivalenti. Quelli fra i dermatoma 4°, 5°; 5° e 6°; 8° e 9°;

sono paragonabili a quelli che separano i dermatomi sul tronco, ma quelli che separano i dermatomi 4°, 5° e 6° dal 9° e 10° non lo sono più.

I limiti enumerati pei primi rapresentano in un certo modo le condizioni primitive e si possono considerare come i limiti primordiali fra dermatoma e dermatoma. Invece i limiti fra dermatomi 4°, 5°, 6° da una parte, 9° e 10° dall'altra, devono considerarsi come secondarî, stabilitisi tardivamente durante lo sviluppo evolutivo dell'arto. Bolk chiama questi ultimi limiti, di differenziamento. È evidente che questi limiti di diffe-

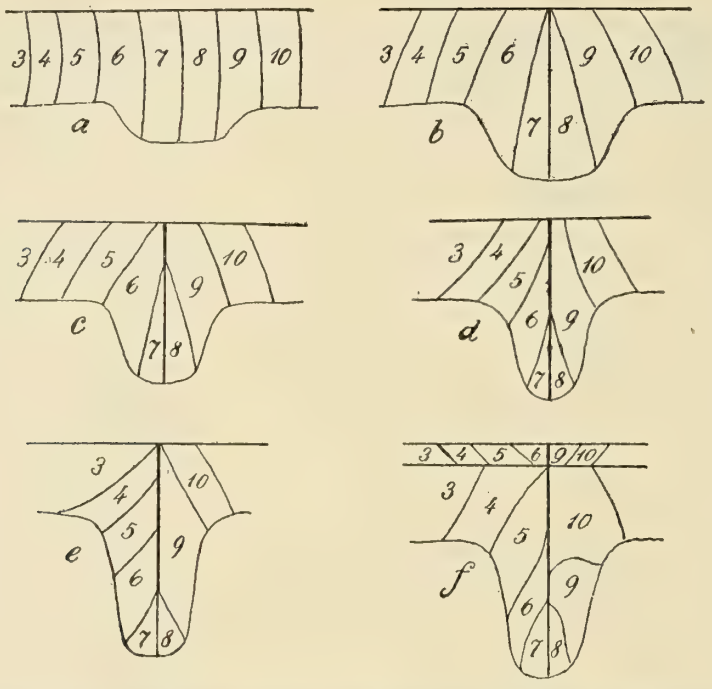


Fig. 42. — Schemi della disposizione reciproca dei dermatomi in alcuni stadii successivi dell'evoluzione ontogenetica dell'arto superiore, secondo Bolk. — *a-e*, faccia ventrale. — *f*, faccia dorsale.

renziamento corrispondono alle linee assili dorsale e ventrale di Sherrington cui abbiamo avuto occasione di alludere nel presente sottocapo, trattando delle ricerche di Paterson e delle quali tratterò per esteso nel capitolo VII. Se noi ora esaminiamo nuovamente la disposizione dei territorî radicolari sull'arto, il sistema ci appare già più chiaro: nella faccia radiale l'area preassile è innervata successivamente dalla radice 4, 5, 6. In quest'area preassile i campi dorsali e ventrali dei territorî radicolari si continuano liberamente l'uno nell'altro. Così pure succede nei dermatomi 9° e 10° che occupano l'area postassile. Bolk chiama perciò *marginali* i dermatomi 4, 5, 6, 9, 10. Invece nei dermatomi 7 ed 8 i campi dorsali e ventrali si trovano i primi sulla faccia volare della mano e dell'avambraccio, i secondi a quella palmare.

Fin qui ho cercato di esporre quelle considerazioni tipiche che possono contribuire a rappresentarci l'ordinamento dei dermatomi sul braccio razionalmente come un sistema seriale continuo. Ma con tuttociò non è data ragione del come quell'ordinamento può

essersi costituito durante lo sviluppo evolutivo dell'organismo e dell'organo. Bolk ha ideato una serie di schemi che illustrano in un modo completo ed esauriente quello sviluppo. Nella fig. 42 è rappresentato schematicamente l'aspetto ventrale della metà d'un embrione a livello dal 3° al 10° segmento. In corrispondenza al 7° ed 8° metamero si vede formarsi l'abbozzo artuale che cresce in direzione trasversale all'asse longitudinale del corpo. In *b* e *c* si vedono due stadî più avanzati: l'accrescimento della massa mesenchimatica che forma l'interno dell'abbozzo, stira la pelle in modo che i dermatomi si allungano in senso trasversale. Ma ben presto quest'allungamento non basta perchè i dermatomi 7° ed 8° mantengano il loro contatto colla linea mediana ventrale sicchè ne vengono separati. I dermatomi 5°, e 6°, e 9° e 10° rispettivamente vengono spostati anch'essi e trascinati in parte sull'arto libero (*d*, *e*). Sul tronco vengono in tal modo a contatto diretto i dermatomi 4°, 5°, 6° e 9°. Ciò vale per la faccia ventrale del corpo, cioè per quelle aree di territorî radicolari che sono innervate esclusivamente dalle divisioni anteriori (ventrali) dei nervi spinali. Ma sulla faccia dorsale del corpo (*f*) abbiamo da tener conto anche colle aree posteriori (o dorsali) dei dermatomi. Queste prendono relativamente una parte meno importante alla migrazione dei dermatomi sull'arto e si allineano regolarmente lungo la linea mediana dorsale del corpo. Fanno eccezione però i dermatomi 7° ed 8°; questi hanno perduto totalmente le aree cutanee dorsali: cioè le divisioni posteriori dei nervi spinali 7° ed 8° hanno perduto i rami cutanei e constano di soli rami muscolari. Anche lungo la linea mediana dorsale del corpo vi è dunque nella serie dei dermatomi una lacuna in corrispondenza ai dermatomi 7° ed 8°, mentre confinano il 6° ed il 9°.

Questo modo di evoluzione dell'ordinamento dei campi radicolari sull'arto superiore spiega il fatto perchè i dermatomi non vi si trovano stirati ed allungati come lunghe striscie passanti in serie regolare del tronco su di essa, come a priori si potrebbe supporre dover essere per l'appunto la loro disposizione, e come alcuni clinici in base a fatti patologici mal osservati e male interpretati hanno creduto di poter stabilire.

Se noi ora ci ricordiamo delle leggi che Herringham ha dato all'ingrosso per l'innervazione cutanea, vedremo che esse trovano la loro quasi completa conferma dagli schemi di Bolk. Desidero insistere specialmente su quello che riguarda le varietà individuali. Herringham ha detto che una data fibra radicolare potrà cambiare nei varî individui di livello spinale, ma non alterarsi mai la sua posizione reciproca alle altre fibre. Bolk illustra questa legge nel seguente modo. Se noi consideriamo, dice, le linee assili dell'arto, i limiti di differenziamento, cioè, come due assi fisse, e che una catena i cui anelli rappresentino i dermatomi, sia applicata a quelle assi come la serie dei dermatomi è situata sulle due faccie craniale e caudale dell'arto: allora tirando l'uno dei capi della catena, per es. quello che si trova sulla spalla, tutta la fila degli anelli si sposterà di un posto in direzione craniale. Parimenti s'immagini tirato il capo che sta nell'ascella: tutta la fila si troverà spostata d'un posto in direzione caudale. Le variazioni individuali si manifestano appunto in quel modo; tutti i dermatomi mantengono il loro posto reciproco come anelli di una catena indisgiungibile, ma ciò che varia non è che il loro posto assoluto.

Dopo queste elucidazioni sull'ordinamento dei dermatomi nell'arto superiore, basteranno poche parole per intendere quello nell'arto inferiore. Come si vede dalle

figure, la disposizione dei dermatomi vi è secondo lo stesso sistema, soltanto che i limiti di differenziamento e le linee assiali non corrono come linee rette, ma un po' a spirale. Bolk ne arguisce che la posizione attuale dell'arto inferiore si è sviluppata mediante una parziale rotazione. Basta, dice egli, rotare il piede e la gamba in modo tale che la pianta del piede venga voltata in dentro perchè si possa considerare il margine mediale del piede come l'omologo del margine radiale della mano e si

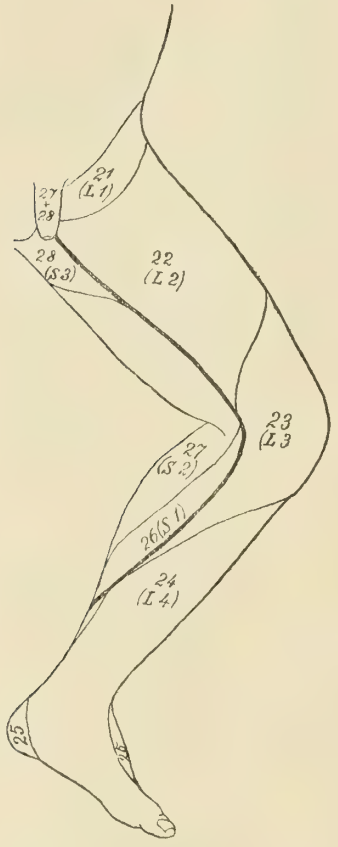


Fig. 43.

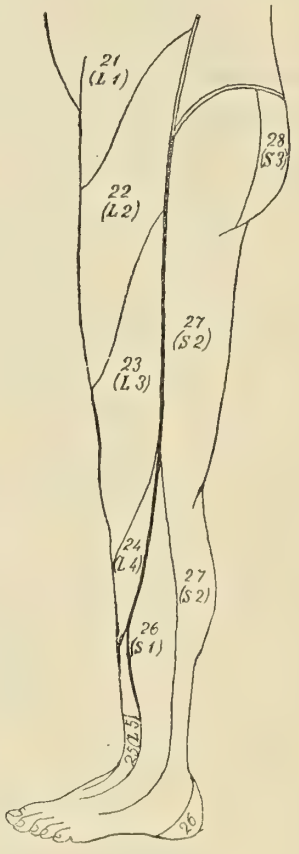


Fig. 44.

L' innervazione radicolare della cute dell'arto inferiore nell'uomo, secondo Bolk.
Fig. 43, faccia mediale. — Fig. 44, faccia laterale.

possa dunque ritrovare così la linea preassile dell'arto inferiore. Messo l'arto in quella posizione l'allineamento dei dermatomi si mostra press'a poco omologo a quello dell'arto superiore. (V. fig. 43-46).

La parte terminale del corpo, regione anale, perineale e genitale, offre poche difficoltà. Dalla fig. 47 appare chiaramente che l'ano situato nel 29° dermatoma (sacrale 4) non è una formazione terminale del corpo; il vero polo terminale e caudale si trova in corrispondenza al coccige dove le aree del 30° e 31° dermatoma si confondono. L'ano e gli organi genitali invece sono formazioni ventrali.

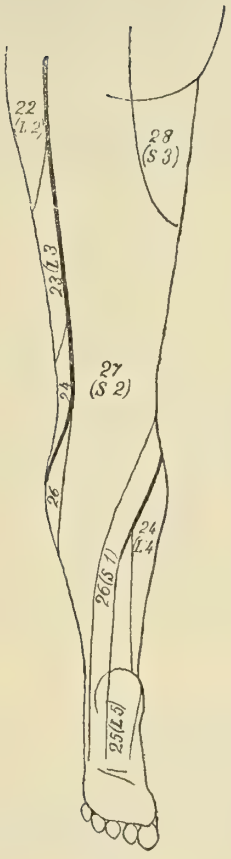


Fig. 45.

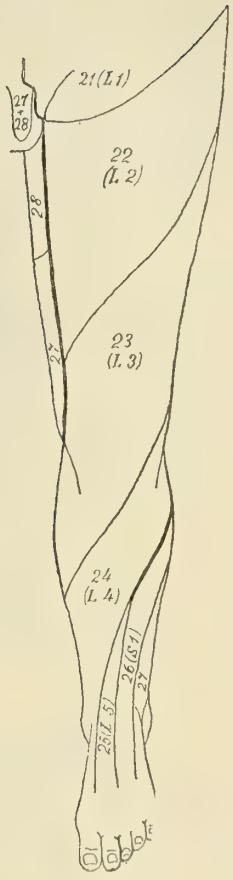


Fig. 46.

Fig. 45, faccia dorsale (posteriore). — Fig. 46, faccia ventrale (anteriore).

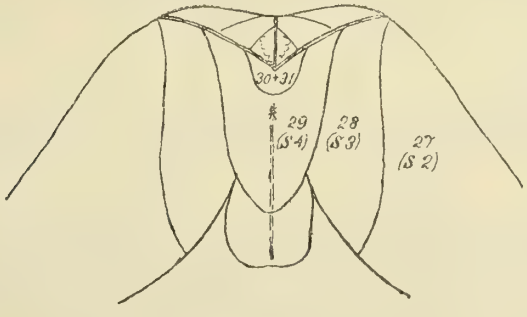


Fig. 47.

L'innervazione segmentale della regione ano-genitale e perineale dell'uomo, secondo Bolk.

Leggenda delle figure 43-47.

Le linee sottili rappresentano i limiti primordiali tra i dermatomi; quelle doppie, il limite tra regione dorsale e ventrale della cute; quelle grosse, i limiti di differenziamento, o linee assili dell'arto.

Esposti così sommariamente i postulati fondamentali cui Bolk nelle sue dissezioni è giunto per l'innervazione radicolare cutanea e muscolare, rimane da accennare ad un altro capitolo importante nel quale egli tratta dei rapporti topografici fra miotomi e dermatomi.

Come abbiamo visto, Schreuder van der Kolk aveva stabilito nel 1847 una legge intorno alla quale i fisiologi che hanno esperimentato sulle distribuzioni periferiche

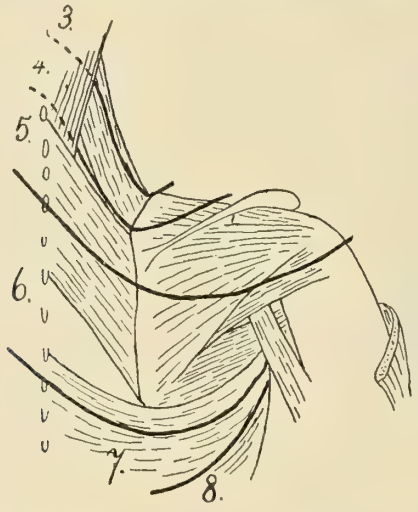


Fig. 48. — I miotomi della spalla, secondo Bolk.

delle radici spinali, hanno molto discusso. Enunziata brevemente, la legge suona: « i rami cutanei delle radici spinali vanno a terminare nei tratti di pelle mossi dai

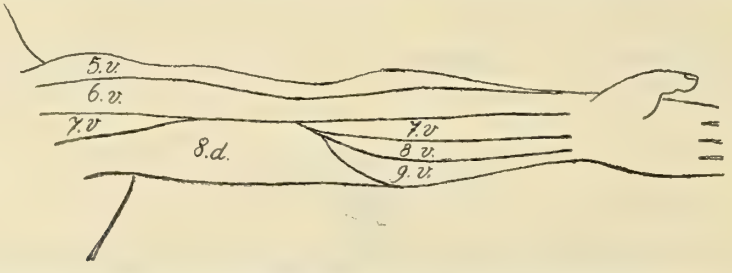


Fig. 49. — Proiezione sulla faccia ventrale dell'arto superiore dei miotomi 5°-9°, secondo Bolk.

muscoli innervati dalle stesse radici ». Ma nell'uomo adulto non esiste più che la traccia di tali condizioni. Per dimostrare ciò riproduco due figure di Bolk, nell'una delle quali (fig. 48) sono indicati i miotomi della spalla, nell'altra (fig. 49) le proiezioni dei miotomi sulla superficie ventrale dell'arto superiore. Per la prima basta uno sguardo di confronto con la figura 38 per avere un'idea degli spostamenti reciproci subìti da miotomi e dermatomi rispettivamente, ma specialmente da questi ultimi. Sulla seconda mi soffermerò alquanto di più. Confrontando la posizione dei dermatomi e dei miotomi nei segmenti 5°, 6°, 7°, 8° e 9°, abbiamo quanto segue: La posizione del 5° miotoma coincide abbastanza bene con quella del 5° dermatoma. Il miotoma

rappresenta un singizio muscolare marginale, radiale e prossimale come il dermatoma vi rappresenta un'area cutanea, marginale, radiale e prossimale. La posizione del 6° miotoma concorda però soltanto nella sua minima parte distale col 6° dermatoma. Lo stesso dicasi del 6° ed 8°. Il 9° miotoma ha estensione minore del dermatoma corrispondente; la sua posizione corrisponde però alla sola porzione distale del dermatoma. Ricapitolando, abbiamo dunque che il carattere generale presentato dai miotomi, è di trovarsi sull'estremità come strie longitudinali, mentre i dermatomi si estendono soltanto sopra una parte dell'asse longitudinale. Miotomi e dermatomi presentano un'evoluzione diversa nel loro orientamento sugli arti, e le traccie di corrispondenza topografica fra i due sistemi si mostrano in conseguenza piuttosto ridotte, sebbene non interamente scomparse. Nei vertebrati inferiori, come nelle rane, vedremo che la corrispondenza è maggiore, come hanno dimostrato i fisiologi. Per l'uomo, la legge di Schreuder van der Kolk non vale che con importanti restrizioni.

Finalmente dovrò accennare ancora ad una serie di studî di Bolk aventi indirizzo alquanto diverso, ma che devono venir menzionati qua perchè illustrano efficacemente quanto completo e tenace sia anche nell'organismo umano il fondamento architettonico segmentale.

In una serie di ricerche preliminari sul plesso lombosacrale e sulla distribuzione periferica delle sue fibre motrici, Bolk (1894-95) aveva notato che esiste un certo rapporto fra l'innervazione radicolare dei muscoli e la loro inserzione alle parti scheletriche.

Diamo per es. l'elenco dei muscoli che s' inseriscono alla faccia esterna del bacino andando dal pube in direzione antero-posteriore (ventro-dorsale) verso l'ischio. Faccio seguire ogni muscolo dal suo equivalente metamerico, cioè dal numero d'ordine delle radici che lo innervano. Allora abbiamo:

Rectus abdominis, 14-20. — *Pectineus*, 22, 23. — *Adductor longus*, 22, 23. — *Adductor brevis*, 22, 23, 24; *gracilis*, 23, 24. — *Adductor magnus*, 23, 24. — *Adductor externus*, 23, 24. — *Portio ischiadica m. adductoris magni*, 24. — *Quadratus femoris*, *Gemellus inferior*, 24, 25, 26. — *Semimembranosus*, 24, 25. — *Semitendinosus*, 25, 26. — *Biceps femoris*, 26, 27. — *Obturator internus* (*Gemellus sup.*) (24, 25) 26, 27.

È evidente che i muscoli che hanno inserzione più in avanti, ricevono innervazione radicolare di livello spinale più alto; quelli che hanno inserzione più all'indietro ricevono fibre d'origine più bassa.

Lo stesso vale per i muscoli che s'inscrivono alla faccia esterna dell'ileo. Andando in direzione dall'avanti all'indietro, abbiamo: *Sartorio*, 22, 23. — *Tensor fasciae latae*, 24 (25). — *Glutaeus minimus*, 24, 25. — *Glutaeus medius*, 24, 25, 26. — *Glutaeus maximus*, 25, 26, 27. — *Pyriformis*, 26, 27. V. fig. 50.

Ora che noi conosciamo il regolare ordinamento topografico e l'origine segmentale corrispondentevi regolarmente e senza interruzione, di tutti i muscoli che s'inseriscono alla superficie esterna del bacino, basta tracciare poche linee per delimitare esattamente l'area d'inserzione dei rispettivi miotomi sul bacino. Dalla figura 51 si vedrà che ciò si può fare nel modo più semplice, regolare ed evidente possibile.

Bolk ha chiamato con felice invenzione *sclerozone* le aree d'inserzione dei miotomi sulle parti scheletriche e dedicato diverse ricerche a stabilire la sclerozonia di varie ossa, come il femore, la scapola, l'omero, e le ossa dell'avambraccio, ricerche importanti per sè, ma sopratutto utili per le induzioni e deduzioni che permettono di fare sulle complicate fasi evolutive degli arti, sulle migrazioni, rotazioni e torsioni subìte dai loro varî elementi costitutivi durante lo sviluppo ontogenetico.

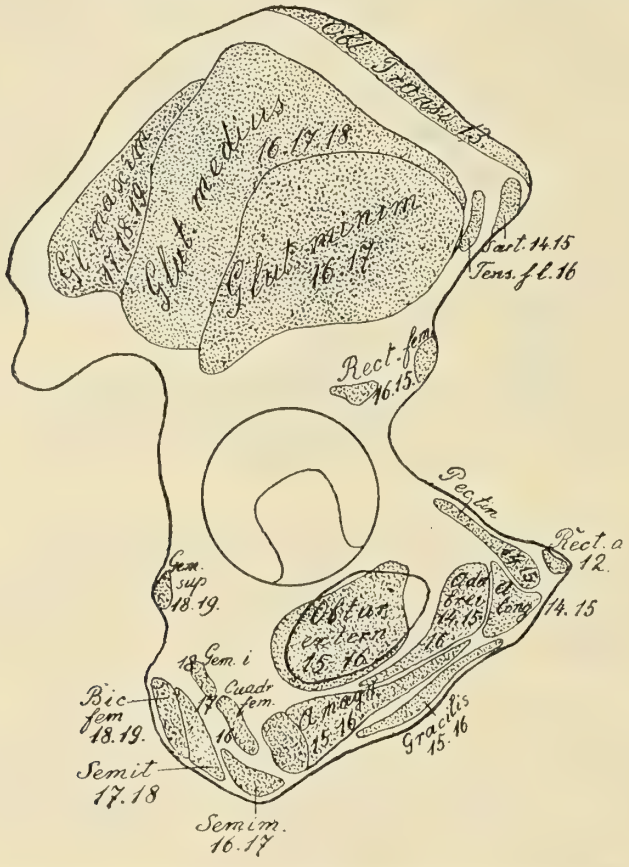


Fig. 50. — Superficie d'inserzione dei muscoli sulla faccia laterale del bacino, secondo Bolk. I nomi dei muscoli sono accompagnati dalle cifre rappresentanti la loro innervazione segmentale.

Qui sorgerebbe una questione embriologica d'ordine dottrinale interessantissimo, sulla quale non mi fermerò molto, limitandomi ad accennarvi. La questione verte sul significato ontogenetico da ascriversi alle sclerozone.

Sono esse da considerarsi come i derivati degli sclerometi embrionali che coi miomeri si sono evoluti dai somiti (« protovertebre ») primitivi, in modo che ogni sclerozona deriva dallo stesso somite dal quale deriva il miotomo che vi si inserisce? Bolk tende ad accettare quest'ipotesi, la quale certo è la più soddisfacente. In ogni modo il fatto che le inserzioni muscolari ai pezzi scheletrici mantengono i rapporti reciproci della serie metamerica, dimostra che le connessioni del materiale scheletrico con quello contrattile si sono effettuati in un epoca piuttosto precoce, quando questo

cioè, si trovava ancora allo stadio di miomeri semplici e non allo stadio di miomeri *fusi*, cioè di muscoli polimerici.

Dopo Bolk, i problemi della sclerogonia sono stati ulteriormente indagati da un suo allievo, il Lubsen (1905) il quale volle verificare se esiste anche nei vertebrati inferiore una regolare sclerozonia. Egli perciò studiò le inserzioni muscolari sulla faccia laterale e su quella mediale del bacino, e quelle sul femore di un

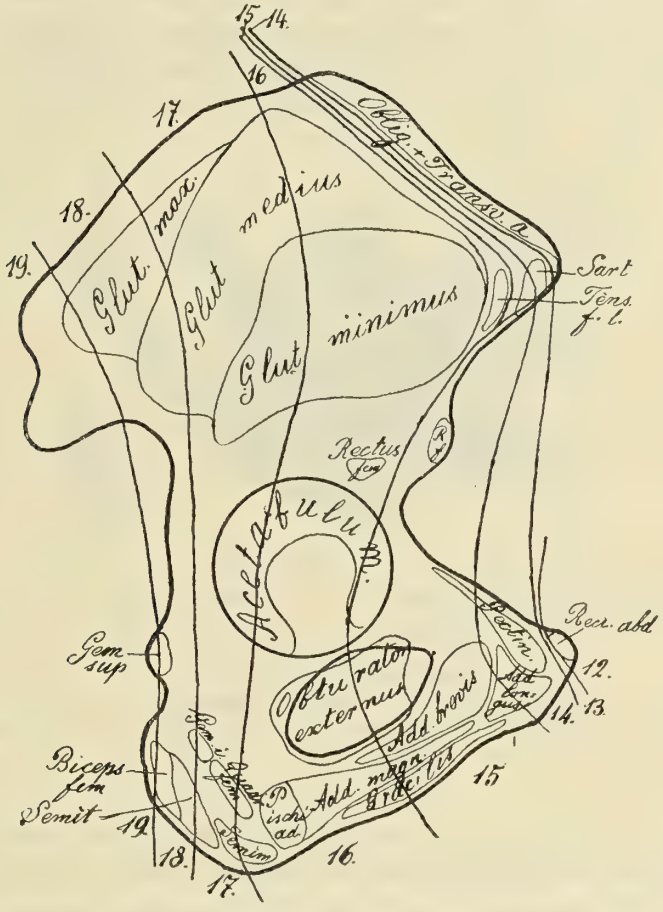


Fig. 51. — La *sclerozonia* della faccia laterale del bacino, secondo Bolk. Le inserzioni dei miotomi numericamente equivalenti sono state riunite mediante linee, che rappresentano i limiti delle schlerozone.

anfibio urodele (*Cryptobranchus iaponicus*), di un saurio (*Cyclura Harlanii*) e di alcuni mammiferi (*Ornithorhyncus paradoxus*, *Echidna hystrix*, *Retrogale penicillata*, *Cuscus orientalis*, *Phascolomys Wombat*, *Myrmecophaga didactyla*, *Bradypus tridactilus*, *Lepus cuniculus*). In tutte queste specie Lubsen trovò esistente una vera ed evidente sclerozonia, nel senso che le inserzioni muscolari ai pezzi cheletrici studiati, si seguono regolarmente secondo l'ordine numerico dell'origine segmentale dei muscoli stessi.

Non mi inoltrerò nelle discussioni cui questi fatti possono dar luogo. Ho creduto necessario pertanto accennare alla sclerozonia che costituisce un capitolo nuovo ed

interessante nella dottrina segmentale e ben atto a darci un'idea sempre più completa della invariabile trama architettonica del corpo vertebrato ed umano inteso come un organismo metamerico.

A proposito degli schemi di Bolk, ho già prima osservato che di pieno accordo fisiologi e clinici proclamano il fatto che le aree radicolari cutanee hanno zone più o meno estese in comune con quelle limitrofe: si « embricano » come si suol dire. La prova anatomica di quel fatto è stata data da Mertens (1898) che dissettò i rami cutanei del 4° e del 5° nervo intercostale seguendo i tronchi d'origine dal loro foro intervertebrale d'uscita. Egli potè così stabilire che i rami del 4° nervo intercostale si estendevano su un territorio comprendente tre spazî intercostali e tre

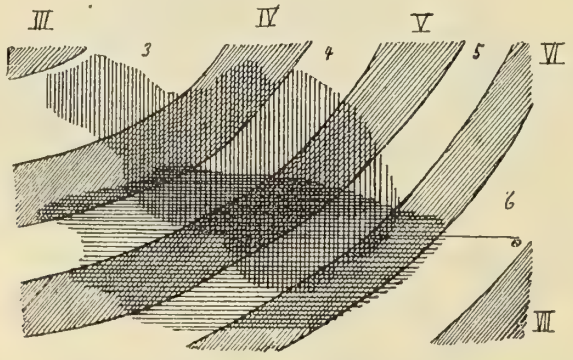


Fig. 52. — Aree di distribuzione di due rami cutanei di due nervi intercostali nell'uomo, per dimostrare che questi nervi si distribuiscono in territorî parzialmente comuni (area doppiamente rigata), secondo Mertens.

Leggenda della figura 52.

III, IV, V, VI, VII = 3ª — 7ª costola. — 3.4.5.6 = 3° — 6° spazio intercostale. Area rigata verticalmente = territorio del ramo appartenente al 4° nervo intercostale. Area rigata orizzontalmente = territorio del ramo appartenente al 5° nervo intercostale.

costole, dalla 3ª costola cioè fino alla 6ª. I rami del 5° nervo intercostale si ramificavano in un'area comprendente anch'essa tre spazî intercostali e tre costole, dalla 4ª costola cioè fino al margine superiore della 7ª costola. Un lungo tratto di cute riceveva dunque i suoi nervi sensitivi contemporaneamente da due radici e l'innervazione plurispinale e pluriradicolare della pelle del tronco ne veniva con sicurezza dimostrata. (V. fig. 52). Per la linea mediana ventrale Zander (1886) dimostrò l'embricatura incrociata dei rami cutanei ventrali delle due metà del corpo.

Recentemente (1902) due studiosi austriaci, Fröhlich e Grosser hanno ripreso l'argomento dell'ordinamento dei dermatomi sul tronco. Il loro lavoro contiene i risultati di una minuta ed accurata dissezione dei rami cutanei della pelle del tronco di un uomo, ed è ricco di ricostruzioni embriogenetiche sull'evoluzione dei rami cutanei dei nervi spinali toracici Fra le molte buone osservazioni contenute nel loro studio rilevo qua una, a proposito del fatto già notato del resto dal Bolk sulla differenza di comportamento dei dermatomi nella regione dorsale ed in quella ventrale del tronco. Nella regione dorsale dalla 1ª vertebra toracica fino all'apice del cocige, si trovano allineati

22 dermatomi (dal 9° al 31°). Nella regione ventrale invece, dal manubrio dello sterno fino alla sinfisi pubica, si trovano soltanto 12 dermatomi (dal 9° al 21°). Questo fatto è determinato dalla posizione obliqua e dalla direzione caudale che i der-

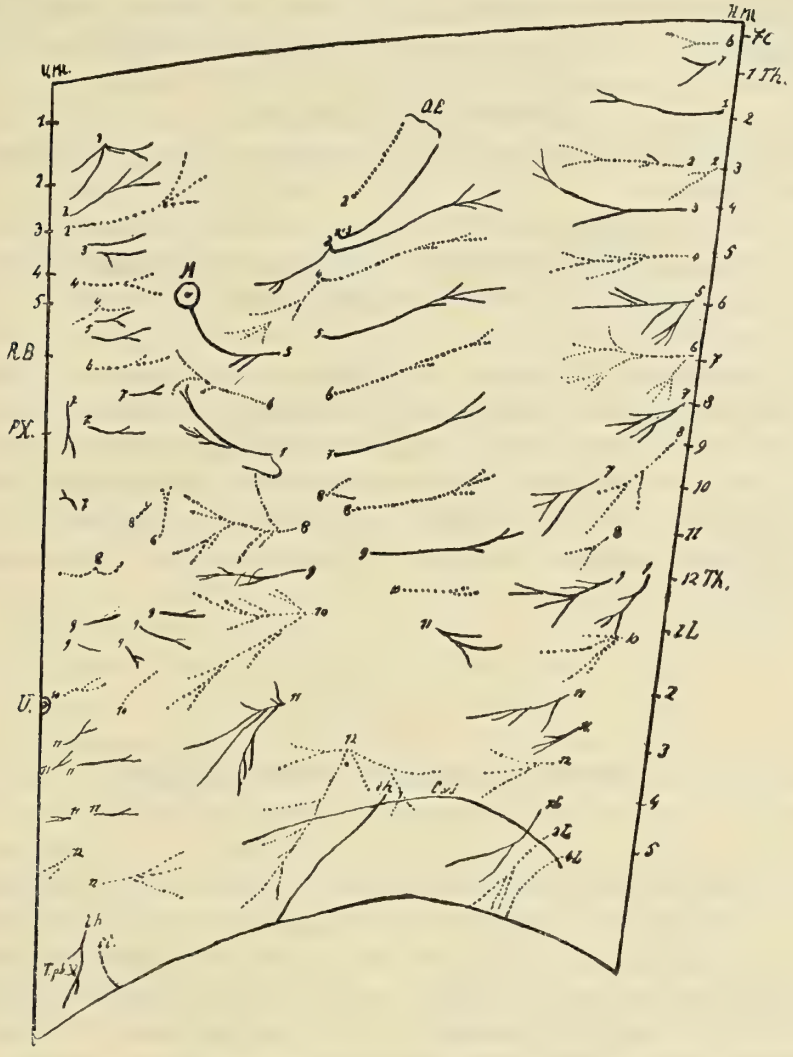


Fig. 53. — Decorso sottocutaneo dei rami cutanei dei nervi spinali sul tronco dell'uomo secondo Fröblich e Grosser. 1/4 gr. nat. La figura presenta la cute della metà sinistra del torace distesa in un piano.

Leggenda della figura 53.

I nervi aventi numero d'ordine metamerico *pari* sono rappresentati da linee punteggiate, quelli *dispari* da linee continue. *C.o.i*, cresta dell'ossoiliaco. — *O.E*, nervi destinati all'arto superiore. — *R.B*, fine dell'arco costale. — *P.X*, processo xifoideo. — *T.pb*, Tubercolo pubico. — *U*, Ombelico. — *i.b*, nervo intercostobracchiale. — *i.h*, nervo ileo-ipogastrico. — *i.i*, nervo illo-inguinale. — *H.Ml*, *V.Ml*, linea mediana dorsale, ventrale. — *M*, mammella. — *A.i*, anello inguinale. — *L.i*, legamento inguinale.

matomi cominciano a prendere già verso il 14° nella loro ubicazione dorso-ventrale. A questo livello, anzichè bande trasversali perpendicolari, vanno a formare bande oblique, inclinate in direzione cranio-caudale. Un altro esponente di questo fatto è

che i dermatomi si trovano esser più larghi alla linea mediana ventrale del corpo che in quella mediana dorsale. Fra le osservazioni ontogenetiche fatte da Fröhlich e Grosser, una delle più notevoli è l'influenza che lo sviluppo dei muscoli esercita sulla via percorsa dai tronchi nervosi. Spesso, specie nei tronchi dorsali dei nervi spinali, si nota che i muscoli spostano e trascinano seco i nervi, per un tratto non esiguo.

Riassunto del capitolo.

Tirando la somma dai risultati di quasi un secolo di lavoro di dissezione anatomica, posso concludere:

1. I plessi nervosi artuali si sono formati a causa dello scompiglio e delle fusioni reciproche parziali dei metameri a livello dell' estroflessione delle estremità.

2. Essi sono quindi l' espressione di fatti morfologici evolutivi e non hanno significato funzionale speciale.

3. L'innervazione della cute e dei muscoli di tutto il corpo e anche delle estremità ha mantenuto anche nei vertebrati il tipo metamerico primitivo.

4. Ogni radice spinale rappresenta la somma delle vie nervose che collegano ogni singolo polioneuromero cogli organi periferici derivati dal rispettivo somite.

5. Le radici spinali sono quindi l' espressione di un atavismo architettonico dell'organismo; rappresentano unità morfologiche, metameriche e non hanno alcun significato funzionale speciale.

CAPITOLO VII.

La miomeria e la dermatomeria larvate, studiate in base all'odoneuromeria con metodi sperimentali.

Abbiamo visto nel precedente capitolo che il problema delle distribuzioni periferiche delle radici spinali è stato negli ultimi decennî oggetto di svariati studî da parte di numerosi morfologi. Assai prima però di essi se ne occuparono i fisiologi, i quali vi apportarono fino a questi ultimi tempi contributi notevoli, che riferirò esattamente. Dividerò l'abbondante materia in tre sottocapi, esponendo le ricerche presso a poco secondo il loro ordine cronologico.

Sottocapo I.

Il primo periodo delle ricerche sperimentali (1834-1870).

La scoperta che i posteri hanno onorato come legge di Bell (1811-1824) chiamò nel principio del socolo XIX l'attenzione dei fisiologi sui problemi riguardanti la distribuzione periferica delle fibre di senso e di moto delle radici spinali.

Dopo che gli esperimenti dimostrativi di Magendie (1822) e di Giovanni Müller (1830) ebbero appieno dimostrato che le radici ventrali o anteriori sono di moto e che il loro taglio produce paralisi muscolare, mentre le radici dorsali o posteriori sono di senso e che il loro taglio produce paralisi sensitiva cutanea,

la prima questione sorta, per opera dei fisiologi, interessava soltanto in modo indiretto la distribuzione periferica delle singole radici: riguardava cioè quelle formazioni di misteriosa origine ed oscuro significato che a quell'epoca erano i plessi nervosi alla base degli arti. Il problema, come si affacciò allora alle menti venne formulato come segue: hanno i plessi un significato anatomico o fisiologico? Questa distinzione comprendeva un altro problema: hanno le radici spinali stesse significato anatomico o funzionale? L'importanza e la portata di questi problemi già a quel tempo, apparirà subito, quando avrò contrapposto le conclusioni fondamentali emesse da tre fra i sommi fisiologi d'allora.

Il primo che prese partito fu Giovanni Müller. Questi, nella prima edizione (1834) del suo magistrale Trattato, con intuito geniale e felice esprime la convinzione che i plessi abbiano significato anatomico più che funzionale. Essi servirebbero, secondo lui, a riunire determinati complessi di fibre motorie e sensitive, destinati a determinati gruppi *naturali* di organi motorî e sensitivi. Per le radici motorie in ispecie egli conchiude che lo scopo dei plessi sembri esser quello di recare ai varî muscoli, fibre motorie da varî punti del midollo spinale. Egli si riferisce in questo riguardo ad esperimenti sulle quattro ultime radici spinali della rana alla cui stimolazione egli procedette per via meccanica. « Delle tre radici che entrano a far parte del plesso destinato agli arti posteriori, la prima, stimolata, produce contrazioni nella parte interna della coscia: la seconda, che in unione della terza forma il nervo sciatico, stimolata da sola, dà scosse nei muscoli della coscia e della gamba, ma non del piede; la terza dà movimenti della coscia, della gamba e del piede ».

Quasi contemporaneamente a Joh. Müller, un altro pioniere della scienza fisiologica, il celebre olandese Van Deen, nella sua dissertazione inaugurale (1834) comunicò ricerche ed esperimenti intorno alle radici ed ai plessi. Anche egli lavorò sulla rana, ma il suo metodo fu l'opposto di quello seguìto da Joh. Müller: mentre questi aveva stimolato ad una ad una le radici ventrali, Van Deen le tagliava. In primo luogo egli verificò, cosa allora ancora contestata, che malgrado i frequenti scambî fascicolari che nei plessi avvengono tra radice e radice, il taglio di una sola di esse ha per conseguenza la paralisi di parecchi muscoli dell'arto corrispondente. « Dopo tagliato il nervo inguinale (1ª radice del plesso), la rana eseguiva tutti i movimenti dell'arto eccettuatane la flessione dell'anca. Dopo il taglio della seconda radice del plesso, i movimenti delle dita del piede e della gamba cessavano, ma quelli del piede stesso persistevano. Dopo tagliato il terzo nervo del plesso, il piede, ed in parte la gamba, sotto il ginocchio, era paralizzato ».

Questi risultati in complesso non differivano da quelli di Joh. Müller, ed anche Van Deen tende a considerare i plessi come un mezzo di separazione e riunione anatomica delle fibre radicolari.

A questo punto stavano le cose quando l'anno stesso, l'illustre fisiologo italiano Bartolomeo Panizza, in una memorabile lettera diretta al prof. Bufalini, diede comunicazione di alcune « Ricerche sperimentali sui nervi » (1834). In questa egli espose alcune peculiari esperienze eseguite sulla rana e sul capretto. Tagliata nella rana la sola radice ventrale (« inferiore » come dice Panizza) d'un nervo lombale, « i movimenti della corrispondente estremità sono così pronti come se non fosse stato meno-

mamente offeso il sistema nervoso motore della parte. Nè altrimenti accade se si recidono due radici, eccetto che talvolta sul momento i movimenti non sono così energici come prima, ma non va molto che si ripigliano e la rana salta come se nulla avesse sofferto. Eppure con questa recisione si sono per così dire distrutti più di due terzi del materiale nervoso che presiede al movimento delle estremità, non esistendo che un sol filamento, il quale se pure si taglia, cessa incontanente ogni moto nell'estremità medesima ».

Da quest'osservazione Panizza conclude che l'innervazione che provvede ai movimenti d'un arto si basa su un certo numero di radici aventi comunità di funzione. La qualità della catena di conduzione che riunisce l'apparato muscolare dell'arto al meccanismo motorio del midollo, rimane identico se una sola o se tutte le radici funzionano. Nel primo caso è soltanto ridotta l'ampiezza della via, e la conduzione si effettua più lentamente. « Donde se male non mi appongo, apparisce l'uso dei plessi nervosi, per l'immischiamento che fanno dei filamenti di diverse radici aventi una funzione comune; stabiliscono tra essi, per mo' di dire, date solidarietà che ciascuno è atto a conservare l'integrità della funzione medesima, quando per una lesione qualunque venga interrotta la continuità degli altri filamenti ». Egli suppone adunque che ogni « filamento » motore che entra in un plesso, è capace di mantenere la funzione motrice del plesso intero. Lo scopo di questo è adunque di assicurare la possibilità di un'alternativa fra varie vie accessorie nel caso di lesione d'una o più radici. Secondo Panizza dunque i plessi hanno significato nettamente fisiologico. Stabilita così la tesi del significato fisiologico dei plessi e delle radici, la questione era ben delineata. E quanto essa interessasse allora i fisiologi appare anche dal fatto che in quello stesso tempo la Facoltà medica di Berlino stabilì (1834) un premio per un lavoro sull'argomento. I termini coi quali quel concorso venne indetto sono talmente caratteristici e dànno una così chiara idea dello stato delle conoscenze generali e speciali sul sistema nervoso di quel tempo, che io li voglio tradurre e riportare qua per esteso:

« S'indaghino la struttura e le virtù dei plessi nervosi; si ricerchi coll'osservazione anatomica e microscopica se le cosidette fibrille primitive, che entrano nei plessi nervosi brachiale, lombale e sacrale, confluiscano nei plessi medesimi, oppure se senza una vera loro anastomosi si decussino soltanto, e vengano mischiati affinchè continuino in nuovo ordine; poscia si stabilisca con esperienze da farsi in animali a sangue freddo o caldo, se l'eccitamento d'un nervo che entra in un plesso, agente *per consenso* nel plesso intiero, ed attraverso i nervi da esso oriundi, si propaghi a tutti i muscoli, oppure se l'eccitamento d'un nervo entrante, agisca soltanto attraverso alcune parti del plesso ed attraverso le fibrille continue dello stesso nervo e su determinati muscoli: acciocchè s'illumini la natura dei plessi nervosi e la loro differenza dalle anastomosi vasali ».

Non è dubbio che questo concorso ed i termini coi quali esso è stato indetto, furono dettati da Joh. Müller stesso, come appare anche da un inciso che si legge a pag. 2 del proemio della Memoria: « *Plexuum nervorum structura et virtutes* » colla quale H. Kronenberg (1836) due anni dopo riportò il premio (1).

(1) Kronenberg infatti vi dice. « Primas rei propositae lineas illustrissimus prof. Müller adumbravit eoque pervenit ut momenta principalia constitueret et ad certas leges revocaret ».

La Memoria di Kronenberg consta di due parti. La prima contiene i risultati di dissezioni anatomiche del plesso brachiale dell'uomo e del coniglio. In base ad esso egli potè confermare, cosa già osservata da Scarpa e da Haller, che la parte presa ai plessi dalle radici ventrali, non è costante. In quanto all'anastomosi, egli cominciò a dimostrare che nel plesso le fibre mantengono la loro individualità; l'opinione di Joh. Müller e di Van Deen che nei plessi si abbia la giustapposizione, non la confluenza delle fibre, viene confermata pienamente. Ciò era importante come dato di fatto contro la tesi di Panizza, la quale in un certo modo implicava una vera confluenza delle fibre nei plessi, secondo Fontana (1777), che nell'aureo opuscolo *Sul veleno delle vipere* l'aveva propugnato. Nella seconda parte sono esposti gli esperimenti di eccitamento delle radici cervicali del coniglio (vedi la tabella 14) e di quelle lombosacrali della rana (v. tab. 15). I risultati più importanti sono i seguenti:

1. La stimolazione di una sola radice, prima ch'essa entri nel plesso, produce contrazioni in almeno tutti i muscoli dell'arto. In tal modo il midollo spinale è capace di produrre i movimenti più svariati da qualunque punto dell'asse spinale ove origina una radice cervicale. Donde soltanto una piccola parte dell'organo nervoso centrale è posto in azione per ottenere lavoro o movimenti coordinati.

2. I plessi appoggiano la forza e la resistenza del sistema centrale e prevengono che esso si stanchi troppo presto, perchè, quando movimenti coordinati devono venire eseguiti, un'altra parte dell'organo centrale che rappresenta gli stessi movimenti può sostituire la prima quando questa è esaurita.

È curioso come questo autore, falciando d'una parte una delle basi di fatto della tesi di Panizza, pure accetti in genere le conclusioni di quegli, venendo anche egli ad accettare il significato funzionale dei plessi. Perciò il suo lavoro segna ad un tempo un progresso: la delucidazione della struttura intima dei plessi — ed un regresso marcato: l'erronea osservazione sulla quale si basa nuovamente l'erronea tesi del significato funzionale di plessi e radici, che vedremo combattuta e difesa con varia fortuna fin quasi ai giorni nostri quando, come abbiamo visto nel capitolo precedente, alla fine dalla morfologia venne la risposta definitiva al dubbioso quesito, ed il significato anatomico dei plessi e delle radici venne luminosamente dimostrato dall'origine ontogenica e filogenetica di essi.

Ma torniamo all'argomento. Dopo il lavoro di Kronenberg, che dette risultati in parte contraddittorî, tanto con quelli ottenuti da Van Deen e Müller che con quelli di Panizza, vi fu un ristagno nelle ricerche. Nella 4ª edizione del suo Trattato che ho sotto mano (1844), G. Müller contrappone senza commento le varie opinioni ed esperienze senza aggiungere nulla di nuovo; e dobbiamo aspettare fino a più di dieci anni dopo il lavoro di Kronenberg per trovare un altro contributo sulla questione. Ma quel contributo fu di somma importanza, e diede insieme e nuovo impulso e nuovo indirizzo alle ricerche.

Cinque anni dopo Kronenberg, un altro eccellente fisiologo del sistema nervoso si occupò del problema il quale all'ora si annuncia nettamente come la ricerca della parte individuale che ogni radice ventrale e dorsale prende all'innervazione cutanea e muscolare. Con altre parole: il problema se ogni singola radice ventrale o dorsale innerva un complesso muscolare e cutaneo definito e circoscritto. Autore di questo

primo lavoro intrapreso nel laboratorio di Ludwig fu Eckhard (1849). È di sommo interesse vedere come da lui la questione fu posta e svolta. Istruttiva è già la scelta del titolo: *Sui movimenti riflessi delle quattro ultime paia di nervi della rana.* Mettendo così in rapporto le ricerche sulla distribuzione periferica delle radici spinali colla dottrina dei riflessi, Eckhard dimostra evidentemente di appoggiarsi su Schreuder van der Kolk, sebbene non lo nomini, e gli è non piccolo vanto l'essersi appropriato così francamente un'idea, che al suo tempo doveva sembrar molto ardita (1). Passiamo ora all'esame del lavoro stesso. Esso consta di tre parti. Nella prima, che comprende quasi i tre quarti della comunicazione intera (più di 20 pagine), è data accuratamente l'anatomia descrittiva dell'arto posteriore della rana; poi è esposta la parte che i singoli muscoli prendono ai varî movimenti che l'arto può eseguire, e infine seguono alcune considerazioni generali sul meccanismo funzionale di esso.

Soltanto dopo questa coscienziosa preparazione Eckhard abborda la questione principale, e passa alla seconda parte: la determinazione dei muscoli che sono innervati dalle singole radici ventrali.

Aperta dalla parte ventrale la colonna vertebrale, egli tagliava tutte le radici ventrali, le stimolava ad una ad una con deboli correnti indotte, ed osservava quali muscoli si contraevano. A questo intento egli procedeva con un metodo accuratissimo, staccando ad uno ad uno i varî muscoli da uno dei loro punti d'inserzione, senza ledere i nervi periferici. Tal modo di osservare era minuzioso e sicuro, sebbene presentasse l'inconveniente di non potersi applicare ad alcuni gruppi muscolari, come quelli del piede, troppo esigui e troppo intricati per poter essere separati sul vivo. I risultati della serie completa d'esperienze sono i seguenti:

1. Esiste grande variabilità individuale nell'innervazione radicolare dei muscoli; purtuttavia si trovano sempre alcuni determinati muscoli che entrano in contrazione dietro eccitamento d'una determinata radice. — **2.** La maggior parte dei muscoli riceve fibre contemporaneamente da più (perfino da tre) radici. — **3.** Tali muscoli si possono eccitare in via riflessa per varie radici posteriori. — **4.** Quando una radice è più grossa del solito, ciò non dipende dal fatto che dia più fibre del consueto agli stessi muscoli, ma che dà fibre a più muscoli del solito. — **5.** Nella stessa radice si trovano fibre destinate a muscoli aventi funzione opposta. Così per la 7ª radice passano fibre per muscoli flessori ed estenori contemporaneamente.

Nella terza parte, che consta di appena due paginette, è esposta in forma concisa e chiara la parte più nuova ed originale di tutto il lavoro. Fino allora nessuno aveva intrapreso in modo sistematico di determinare i rapporti fra la sensibilità cutanea e l'integrità delle singole radici. Ma Eckhard lo fa ed in modo magistrale, stabilendo in una ed il metodo più acconcio all'esperimento e le leggi più fondamentali dei rapporti cercati. Egli infatti apriva dalla parte posteriore il canale vertebrale d'una

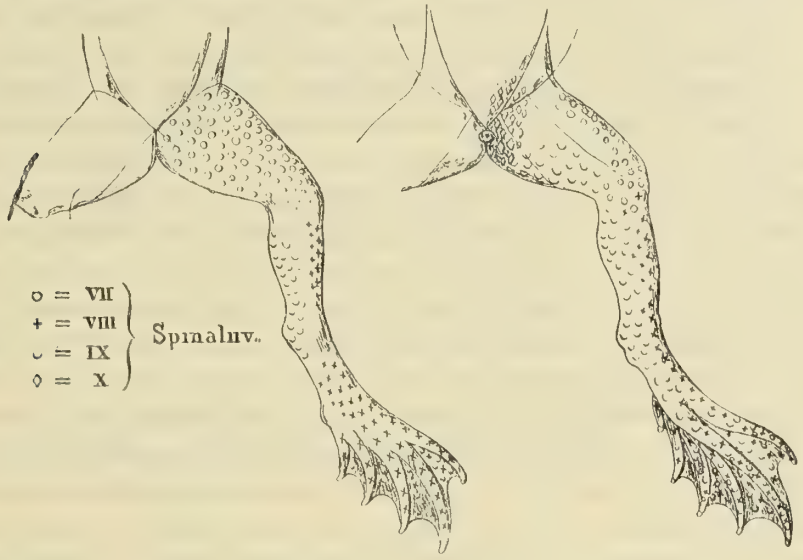
(1) Non senza ragione Schreuder van der Kolk si lamenta in un lavoro posteriore (1859) che anche altri autori tedeschi (Peyer per es.) hanno mancato di menzionare la sua teoria. Infatti malgrado l'evidente influenza che essa ha avuto sui concetti e sulle ricerche ulteriori relative all'argomento della innervazione radicolare della cute e dei muscoli, nessun autore fino a Sherrington (1902!) cita il lavoro del geniale neurologo d'Utrecht.

rana decapitata; e poi, messo a nudo il midollo e le radici dorsali, le tagliava tutte, tranne la sola la cui distribuzione periferica intendeva sperimentare. Fatto ciò, stimolava la pelle dell'animale in varî punti meccanicamente e giudicava se la sensibilità persisteva, dai movimenti riflessi. Egli venne così a stabilire le seguenti leggi che formeranno d'ora innanzi la base dei lavori futuri:

1. Ogni radice posteriore innerva nell'estremità una zona o campo cutaneo determinato e continuo.

2. Sebbene ogni radice possieda una simile zona cutanea pertinente ad essa, pure i varî campi radicolari si ricoprono reciprocamente in parte.

In quanto riguarda la legge fondamentale di Schreuder van der Kolk, egli osserva:



a *b*

Fig. 54 *a*, *b*. — I territori cutanei innervati dalle quattro ultime radici dorsali nella rana, secondo Eckhard.

a, aspetto dorsale; *b*, aspetto ventrale.

3. Le fibre sensitive non vanno esattamente a quei campi cutanei sotto i quali giacciono i muscoli ai quali vanno le fibre motorie dello stesso paio di radici.

Tirando la somma, i risultati di Eckhard sono d'una importanza eccezionale. Come osservazione di fatto, vedremo che poco o nulla di veramente nuovo recherà tutta la serie di sperimentatori venuti dopo di lui. Come metodi, sono felici e razionali, tanto quello da lui istituito per le radici dorsali come quello usato per le ventrali. Che egli, per comprendere i movimenti di un arto dietro stimolazione di una radice, creda necessario cominciare *ab imis fundamentis*, mettendosi prima a studiare l'anatomia, poi a stabilire muscolo per muscolo, articolazione per articolazione, quale parte prendano nei normali movimenti, è un concetto la cui logica s'impone. L'idea poi di tagliar via tutte le radici dorsali tranne quella la cui distribuzione periferica doveva essere studiata, è felice e venne seguita dal più degli

sperimentatori ulteriori. Se noi ora uniamo in una frase riassuntiva ciò che Eckhard ha trovato, diremo: E dimostrato sperimentalmente che ogni singola radice dorsale innerva un campo cutaneo continuo che viene presso a poco a ricoprire il gruppo circoscritto e determinato di muscoli innervati dalla radice motoria corrispondente. Come fatto secondario rimane da notare che i campi cutanei non sono nettamente separati l'uno dall'altro, ma che quelli limitrofi posseggono una zona cutanea in comune, si ricoprono cioè reciprocamente in parte, il qual fatto è stato detto recentemente « embricatura ».

Vediamo adesso il contributo che le ricerche di Eckhard hanno portato alla famosa questione sul significato anatomico o fisiologico dei plessi e delle radici. È superfluo notare che il lavoro di Eckhard ha dato il colpo di grazia alla dottrina di Panizza. Dal momento che nei plessi non c'è confluenza di fibre, e che ogni radice ventrale innerva soltanto un limitato gruppo di muscoli, non si può nemmeno più parlare di un possibile significato fisiologico inteso nel modo di Panizza. Sciolto così il problema in questa parte a favore del concetto anatomico dei plessi, la questione risorgeva però subito, perchè ora rimaneva la questione se ogni radice ventrale innervasse un complesso funzionale di muscoli oppure un complesso « naturale », come si esprimeva Müller. In questa nuova divergenza d'idee, Eckhard si pronunzia favorevole al concetto puramente anatomico, insistendo sul fatto che la stessa radice (la 7ª) contiene fibre per muscoli flessori ed estensori allo stesso tempo. Ciò escludeva almeno nettamente la possibilità che le radici ventrali fossero unità funzionali nel senso che curassero l'innervazione d'una sola e determinata funzione elementare di un arto, quale la flessione, la estensione ecc. E così anche sotto questo nuovo aspetto la questione è risolta. Purtuttavia vedremo la stessa contesa risorgere ancora una volta sotto un terzo aspetto e venir deciso questa volta definitivamente a favore del concetto morfologico.

Ma a quel risultato si arrivò soltanto dopo mezzo secolo di controversie, che ora verrò man mano esponendo.

Prima però di passare all'esame di un nuovo lavoro desidero riprodurre qua i risultati dettagliati delle ricerche di Eckhard, e mi propongo di riunire in tabelle quelli di tutti i lavori più importanti che nominerò.

Ricordo innanzi tutto che la rana possiede 10 paia di radici spinali, sulle ultime 4 delle quali Eckhard ha sperimentato. Per la distribuzione delle zone radicolari cutanee rinvio il lettore alla riproduzione fotografica della figura originale di Eckhard, che meglio di qualunque descrizione può darne una chiara idea (fig. 54). Per la distribuzione delle radici ventrali valga l'apposita tabella (vedi tab. 16).

Appena tre anni dopo il lavoro di Eckhard, la Facoltà medica di Zurigo, ad istigazione dello stesso Ludwig, stabilì (1852) un premio per il seguente tema: « In quali muscoli ed in quali zone cutanee vanno a terminare le radici spinali che entrano a far parte del plesso brachiale? ».

L'anno dopo, Peyer (1853) guadagnò il premio con un lavoro che ha per titolo la semplice parafrasi dei termini nei quali il concorso era stato indetto: « Delle terminazioni periferiche delle fibre motrici e sensitive delle radici spinali che entrano nel plesso brachiale del coniglio ». Il lavoro fu eseguito nel laboratorio di Ludwig

e consta di una ventina di pagine delle quali più della metà dedicate all'anatomia dell'arto anteriore del coniglio e all'esame delle funzioni dei suoi veri muscoli. Poi Peyer passa alla descrizione del plesso. Esso appare formato nel coniglio regolarmente da quattro radici: la 1ª toracica e la 8ª, 7ª e 6ª cervicale, mentre anche alcuni fascetti della 5ª, e talvolta anche della 4ª radice cervicale, prendono parte ad esso. E Peyer nota poi che i rami dorsali di queste radici non partecipano al plesso. Il metodo seguìto fu naturalmente quello sperimentale; appena negli ultimi anni è stato, come abbiamo visto, raggiunto il perfezionamento tecnico di dissezionare macroscopicamente i plessi; ma in quel tempo nessuno pensava neppure alla possibilità di quell'operazione. Peyer a differenza di Eckhard tagliava i nervi alla loro fuoriuscita dai fori intervertebrali. Sebbene con questo metodo si eviti il grave trauma operatorio dell'apertura del canale vertebrale, esso presenta pure un grave inconveniente: è difficile di limitare volta per volta esattamente il taglio sia alla porzione motoria, sia a quella sensitiva che le radici ventrali e dorsali dànno al nervo misto. Per il resto Peyer procedette come Eckhard. Invece però di scerebrare gli animali, ne esagerava i riflessi iniettando un po' di tintura d'oppio nella vena giugulare.

Per le distribuzioni motorie tagliava tutte le radici ventrali e le stimolava ad una ad una con deboli correnti indotte, osservando le contrazioni muscolari nell'arto previamente scuoiato. Molte volte egli staccava i muscoli dalla loro inserzione per aumentare lo spostamento nelle contrazioni. Osservato bene lo strato periferico, lo rimoveva con somma cura di non ledere i tronchi e i rami nervosi, e passava all'esame degli strati più profondi. Per le distribuzioni sensitive tagliava tutte le radici, tranne quella la cui diramazione nella cute doveva essere esaminata. Come stimolo dolorifico usava sottili fili metallici arroventati, applicati sulla cute bene rasata, oppure pizzicava la pelle con una pinzetta o faceva piccoli tagli con una forbicina.

Dalla presenza od assenza dei moti riflessi giudicava poi della sensibilità del punto stimolato. I risultati generali del lavoro di Peyer furono per le distribuzioni di moto i seguenti:

1. Il plesso brachiale innerva i muscoli proprî dell'arto anteriore, i muscoli tronco-brachiali ed alcuni di quelli tronco-scapolari. — **2.** La maggior parte di questi muscoli ricevono fibre da più d'una, perfino da tre radici. Però le contrazioni dello stesso muscolo sono spesso variamente intense, a seconda della radice stimolata. — **3.** Vi è una certa variabilità individuale nell'innervazione radicolare dei muscoli. — **4.** Muscoli topograficamente vicini ricevono fibre da radici vicine. — **5.** Le radici del plesso situate più all'indietro, (cioè caudalmente) innervano muscoli situati più rispettivamente vicini alla mano. — **6.** Nessuna radice innerva esclusivamente un complesso muscolare che si possa definire senz'altro come gruppo degli estensori, gruppo dei flessori, ecc.

I risultati generali del lavoro per le distribuzioni di senso furono i seguenti:

7. Il plesso brachiale innerva l'arto anteriore. — **8.** Ogni radice di senso innerva *in genere* la zona di cute sotto alla quale giacciono i muscoli innervati dalla corrispondente radice di moto. — **9.** Ogni punto di cute riceve fibre da più di una radice, cioè: — **10.** I campi radicolari si coprono reciprocamente più o meno.

È chiaro che anche questi risultati sono sfavorevoli al concetto fisiologico dei plessi e delle radici.

Ma Peyer, eccettochè nella sua 4ª e 6ª conclusione, non si pronunzia in proposito. Il periodo acuto della questione era passato e, cominciando con Peyer, per molto tempo avremo da enumerare soltanto lavori di controllo più o meno felici e trattene due eccezioni, nessun contributo originale od importante per la soluzione dottrinale del problema. È doveroso però d'insistere sui meriti del lavoro di Peyer, che è condotto con rigorosa esattezza di metodo e di osservazione. E soprattutto è degno di nota la frase finale del lavoro, ove egli osserva che se le distribuzioni radicolari periferiche e centrali fossero conosciute anche nell'uomo, « ci vorrebbe soltanto un poco di attenzione per rendere fecondi per la patologia e per la terapia questi trovati della fisiologia ». Tale frase è una felice intuizione dell'odierna tendenza di ricostruire la clinica delle malattie spinali in base al concetto metamerico del corpo. Faccio seguire i suoi risultati dettagliati in due apposite tabelle (tab. 17 e 18).

Accennai or ora che nella prima serie di ricerche successive a quella di Peyer appena due lavori hanno un'impronta originale. Questi due lavori seguono a breve intervallo quello di Peyer: sicchè possiamo subito passare ad essi senza interrompere l'ordine cronologico fin qui conservato. Nel 1856 fu fatta comunicazione preventiva alla I. Accademia di Vienna d'una ricerca sperimentale sull'argomento della distribuzione delle radici posteriori. Autore n'era Türck, il noto neurologo. L'importanza di essa, soltanto negli ultimi tempi è stata apprezzata al giusto merito. Essa infatti, di appena 4 pagine, per breve che fosse, contiene, come vedremo, tratteggiate con mano maestra le linee generali dell'architettura metamerica dell'innervazione radicolare della cute. Se i fatti fondamentali stabiliti da Türck si fossero al tempo suo compresi, la questione della distribuzione periferica delle radici si sarebbe avviata alla sua soluzione già fin d'allora, cioè quasi mezzo secolo prima di quando si può dire lo sia stata in fatto. Ma non furono compresi nè apprezzati generalmente come meritavano.

Sherrington che ha, per il primo fra i moderni sperimentatori, insistito sul valore dell'opera di Türck, attribuisce questo fatto alla brevità ed alla forma eccessivamente succinta della Nota di Türck, il quale, oppresso dalle occupazioni come clinico e medico pratico, non riuscì più a mettere mano alle ricerche intraprese ed abbandonate. Coenen, nella sua storia icritica delle ricerche riguardanti la distribuzione cutanea delle radici dorsali, con maggior ragione lo attribuisce alla mancanza in quel tempo di una dottrina morfologica atta a dar base razionale alle osservazioni fatte con metodo sperimentale. Infatti non si può dire che mancò la diffusione alle idee di Türck. Già due anni dopo la sua Nota, Ludwig che, avendo visto sotto i suoi occhi completarsi le ricerche di Eckhard e di Peyer, era più di ogni altro in grado di giudicare il merito del lavoro, pubblicò per esteso i risultati di esso nella 2ª ed. del suo Trattato (1858) e riporta anche le due eloquentissime figure illustrative di Türck. L'anno dopo la morte di Türck il dott. Wedl (1869) stampò negli Atti dell'Accademia di Vienna il completo lavoro di Türck sugli appunti lasciati dal Maestro. Non mancò dunque la pubblicità. Ma fin quando le nozioni embriologiche generali e soprattutto quelle spinali riguardanti lo sviluppo

degli arti, non avessero raggiunto uno stadio più avanzato, non era possibile che le strane figure e disposizioni dei campi radicolari, quali risultano dalle osservazioni sperimentali di Türck, venissero intese e logicamente spiegate. Che veramente il lavoro di Türck formi nella sua genialità d'osservazione e d'interpretazione dei fatti, un progresso enorme di fronte alle ricercho antecedenti da costituire insieme una diviazione ed un anacronismo, apparirà evidente dall'esposizione di essi.

Türck, come già dissi, ha sperimentato soltanto sulle radici dorsali. Come oggetto prese il cane, scelta certo non arbitraria e felice sotto ogni rapporto. Per iscopo prese lo studio della distribuzione di tutte le paia di radici dorsali, non limitandosi all'uno od all'altro plesso. Anche questa estensione del campo di lavoro fu razionale e portò buoni frutti. Finalmente rinnovò anche il metodo.

L'idea di Eckhard: tagliar tutte le radici entranti in un plesso, lasciando solo intatta quella la cui distribuzione si voleva conoscere, è stata seguìta dagli altri sperimentatori senza variazione: e ciò è logico. Quando unico scopo di studio era il plesso, preso come unità, e l'arto innervato da esso, era naturale che si fosse pensato di sceverare la funzione di ognuna delle radici componenti il plesso medesimo, abolendo il concorso delle altre. Ma quando Türck si propose di studiare l'intera serie radicolare, egli cercò un metodo che determinasse più direttamente la partecipazione individuale di ogni singolo paio di radici all'innervazione sensitiva della cute. E perciò seguì la via opposta: tagliò cioè volta per volta la sola radice che intendeva studiare, e giudicava la sua distribuzione dalle aree di insensibilità dolorifica (analgesia) e tattile (?) (anestesia) che ne risultavano. I risultati generali del lavoro di Türck possono formularsi così:

1. In ogni campo radicolare cutaneo vi è una zona nella quale la sensibilità è data esclusivamente o quasi dalla radice propria. — **2.** Nella parte rimanente del suo campo, ogni radice determina la sensibilità in concorso colle radici vicine. Queste due prime conclusioni costituiscono un'orientazione nuova dell'osservazione già fatta da Eckhard, che i campi radicolari si ricoprono reciprocamente in parte.

Ma ben più importanti sono le seguenti.

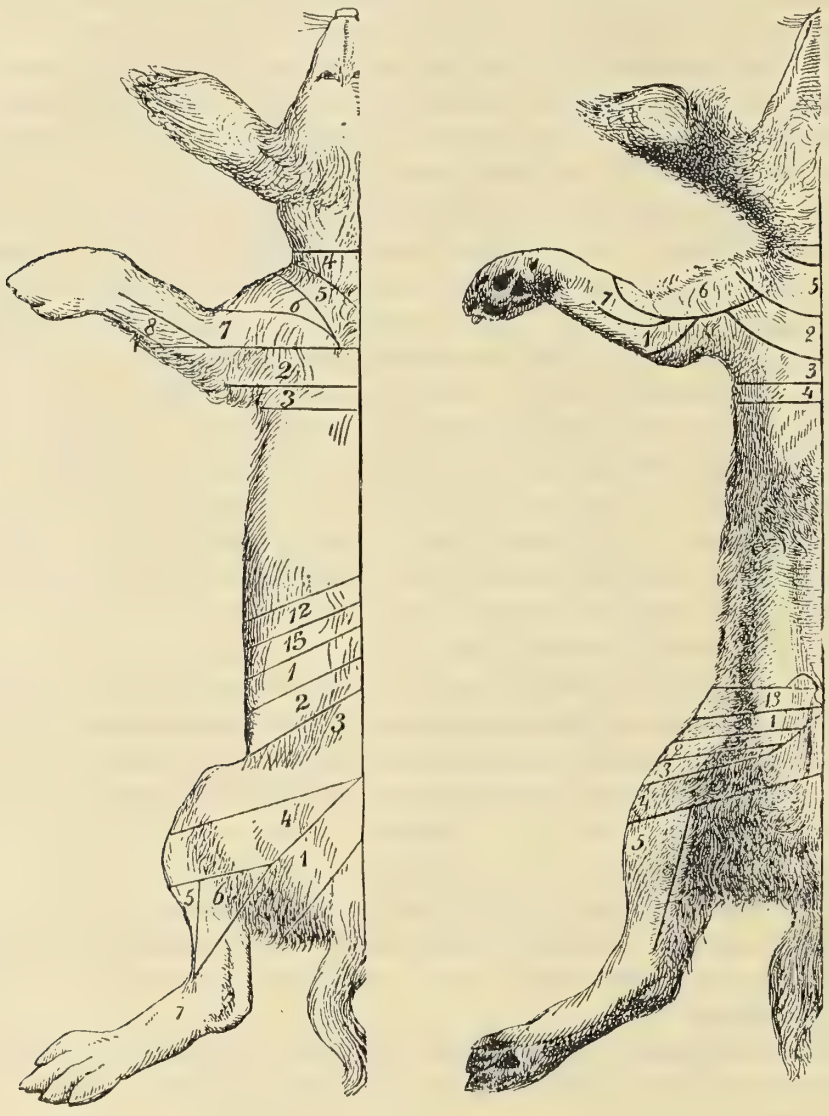
3. I campi cutanei delle singole paia di radici rappresentano sul tronco e sul collo una serie di striscie foggiate a banda anulare, che partendo dalle apofisi spinali delle vertebre, corrono tutte intorno al corpo in una direzione perpendicolare (o quasi) all'asse longitudinale di esso.

In questa conclusione è, come si vede, enunciato chiaramente il fatto grezzo della distribuzione metamerica per il collo ed il tronco. Ma più inaspettato ancora è quanto si riferisce agli arti.

4. L'ordinamento dei campi radicolari degli arti segue lo stesso principio, e ciò apparisce chiaro purchè si pongano gli arti in una determinata posizione.

Questa conclusione, meravigliosa per fortunata intuizione, merita che ci soffermiamo un momento più a lungo. Türck dice che per intendere il suo modo di vedere, si devono disporre le zampe anteriori, perpendicolari al tronco, con tutte le articolazioni stese, e con la mano leggermente piegata e supinata: quelle posteriori parimenti stese, leggermente ruotate all'infuori e disposte in modo da formare colla coda un angolo di presso a poco 45° (vedi fig. 55). Allora appare chiaramente che i campi

radicolari originati dai plessi hanno perduto il contatto colla linea mediana dorsale e ventrale e sono emigrati sulle estremità. È facile rappresentare questo processo immaginando che le *bande* radicolari cutanee giacessero di già sopra gli abbozzi



a *b*

Fig. 55 *a b*. — I territori radicolari cutanei nel cane, secondo Türck.

a, aspetto dorsale; *b*, aspetto ventrale del corpo.

degli arti quando questi erano all'inizio del loro sviluppo. Durante l'accrescimento ed allungamento di essi poi, quei campi vennero più o meno stirati lateralmente. Alcuni campi radicolari perdettero del tutto il contatto colle linee mediane dorsale e ventrale e vennero a trovarsi esclusivamente sugli arti (8ª rad. cerv., 5ª rad. lomb.).

Altri si spezzarono in due pezzi, dei quali uno rimase sul tronco, l'altro del tutto o in parte passò sull'estremità (2ª rad. tor.). In altri finalmente la banda rimase bensì continua, ma ne venne travolto un lembo e spostato sull'arto (3ª rad. tor.). Noto fra parentesi che concomitante alla migrazione totale d'un campo radicolare si osserva il fatto che i rami posteriori (o dorsali) delle radici, o piuttosto dei nervi misti corrispondenti, in tal caso non dànno rami cutanei. Così succede per la 7ª e 8ª rad. cervicale, i cui campi cutanei si trovarono innervati unicamente da rami perforanti provenienti dai rispettivi rami anteriori o ventrali, mentre i rami dorsali non hanno diramazioni cutanee. L'importanza di tali osservazioni e sopratutto della loro interpretazione è evidente.

Se non la dottrina dell'ordinamento metamerico nel senso moderno, almeno quella dell'ordinamento seriale dei campi radicolari era nettamente stabilita. Ora da questa a quella il passo era breve. Ma prima l'anatomia e l'embriologia comparate dovevano colmare l'abisso d'ignoto che separava l'ipotesi geniale, ma speciale e poggiata soltanto su dati di fatto sperimentali, dal concetto generale morfologico che doveva abbracciare tutte le osservazioni di dettaglio fatte dai fisiologi in una vasta sintesi biologica: la segmentazione metamerica come base architettonica dei vertebrati. Ho già detto che il lavoro di Türck rimase incompreso e sepolto negli Atti Accademici Viennesi, finchè Sherrington nel 1892 lo riportò alla luce. Türck aveva avuto intenzione di scrivere un'opera estesa fisiologico-clinica, riguardante l'innervazione spinale della cute nell'uomo, basata su 117 esperimenti e 350 storie cliniche; ma non vi mise mano. I fatti dettagliati riguardanti la localizzazione periferica delle radici posteriori come sono desunti dalla pubblicazione di Wedl, seguono raccolti nella tabella 19. Ivi ho tradotto soltanto la descrizione dei campi cutanei delle radici che entrano nel plesso brachiale. Tralascio la descrizione dei rampi cutanei delle radici che formano il plesso per l'arto posteriore, perchè non del tutto completo — ad anche perchè quella delle radici del plesso brachiale basta a convincere della quasi impossibilità di rendere intelligibile in tal modo la vera posizione assoluta e rispettiva di quei campi, che invece appare evidentissima da un solo sguardo dato alla figura.

Dodici anni dopo la comparsa del lavoro di Peyer e nove anni dopo le Comunicazioni di Türck, l'anatomico W. Krause (1865) pubblicò una monografia sulla neurologia dell'arto superiore, nella quale dà conto di esperimenti fatti sul plesso brachiale. Egli lavorò sul coniglio e su qualche scimmia. Quando si riteneva ancora che i nervi terminassero alla periferia come un gomitolo inestricabile di anse intrecciate, non si poteva avere un chiaro concetto sulla localizzazione dei rami nervosi terminali nella cute e nei muscoli. Ma le ricerche sperimentali dimostrarono che pur tuttavia esistono provincie nervose terminali, nelle quali si distribuiscono le ramificazioni periferiche di determinati tronchi nervosi. Di poi gli studî microscopici fecero conoscere l'esistenza degli organi terminali delle fibre nervose primitive, sia nella cute sia nei muscoli. Da ciò nacque l'opinione che ogni punto della periferia fosse collegato con l'organo nervoso centrale, mediante una determinata fibra radicolare primitiva. Era da sospettarsi che tal fatto minuto non si sarebbe potuto dimostrare; ma pur tuttavia si poteva sperare che sarebbe stato possibile di dimostrare nella periferia la ramificazione localizzata, il territorio di distribuzione, d'un complesso determinato di fibre: per esempio

d'una intera radice spinale, seguendo, non la via puramente fisiologica, ma quella anatomica sperimentale. È merito di Krause l'aver messo in opera tali concetti, l'aver applicato per il primo un metodo nuovo nelle ricerche sull'argomento che ci occupa. Egli tagliava una radice spinale fuori del canale vertebrale, richiudeva la ferita fatta e teneva in vita l'animale. Dopo un tempo variamente lungo (in generale presso a poco tre settimane) lo sacrificava ed andava a riscontrare le degenerazioni secondarie avvenute nei rami nervosi degli organi periferici. Così potè stabilire che ogni fibra radicolare si trova in rapporto con un punto fisso della periferia. In una ricerca preventiva vide anche un altro fatto relativo al percorso delle fibre dalle radici alla periferia. Vide cioè che i così detti tronchi nervosi sono in realtà plessi in miniatura, le cui fibre s'incrociano sotto angoli molto acuti, tanto verso la periferia che verso il midollo. Nel suo libro è illustrata questa osservazione con un' eccellente figura. Egli si servì in questa ricerca, come abbiamo visto nel capitolo VI, di un mezzo chimico per separare le fibre individuali dei tronchi nervosi, sciogliendone il tessuto connettivo interstiziale. Per quel che riguarda il nostro argomento, egli venne alle seguenti conclusioni:

1. « Tutti i muscoli di una certa mole sono innervati da fibre provenienti da parecchie radici spinali. Da ciò nasce che quei muscoli si compongono di un certo numero di provincie neuro-muscolari elementari, che si trovano in rapporto con diversi segmenti del midollo spinale ». — **2.** « Le parti che nell'arto superiore sono più vicine alla mano sono innervate dalle radici più caudali del plesso, e ciò vale tanto per i territorî muscolari che per quelli cutanei ». — **3.** « Le fibre più lunghe, che innervano cioè le parti più distali dell'arto, provengono dall' 8ª rad. cervicale, e si distribuiscono nella pelle del 1°, 2° e 3° dito nonchè nella cute della faccia radiale del dito 4°. Meno lunghe sono le fibre della 1ª radice dorsale che innervano la faccia ulnare del dito 4° e tutto il mignolo ». — **4.** « I muscoli ricevono i loro nervi dalle stesse paia radicolari che innervano la pelle che ricopre essi ed i loro tendini ». — **5.** « Quando un muscolo ha più tendini, le fibre muscolari che vanno ad ogni singolo tendine, ricevono fibre nervose da tronchi nervosi differenti, e da radici spinali diverse ». — **6.** « Per quel che riguarda le anomalie dei nervi, sembra che esse si presentino soltanto nel percorso dal centro della periferia: la distribuzione finale ai due capi (centrale e periferico) rimane invariabile ».

Fra le cose degne di nota che Krause ha osservato, giova ancora ricordare che secondo lui, d'accordo in ciò con Peyer, i muscoli intrinseci della mano sono innervati da una sola radice spinale: la 1ª toracica. Il lavoro è del resto notevole per la cura data all'anatomia dell'arto, e questa parte si può in certo modo considerare come la preparazione al suo noto lavoro completo sull'anatomia del coniglio che vide la luce tre anni dopo (1868), e nel quale è data per esteso la tabella coi risultati di dettaglio degli esperimenti ora riferiti, e che riporto qui appresso (tab. 20).

Parrebbe a tutta prima, che sebbene non edificatrici di nessun determinato sistema dottrinale, le ricerche finora esposte dovessero almeno aver imposto ai contemporanei per il loro accordo quasi perfetto nelle constatazioni dei fatti bruti. Eppure vi fu chi venne a porre in dubbio anche l'esattezza delle osservazioni fondamentali.

In una Nota comparsa nel 1866, il dott. Beresin credè di poter dare, come dice il titolo della sua Nota, « la prova sperimentale che le fibre nervose sensitive e quelle eccitomotrici nella pelle della rana sono distinte ». Egli comunica infatti di aver trovato nei suoi esperimenti che, quando tagliava la 1ª radice che entra nel plesso lombale della rana, i riflessi persistevano, mentre quando tagliava la 2ª o 3ª i riflessi erano aboliti. La conclusione di Beresin è che la 1ª radice non si trova quindi in connessione agli apparati riflessi del midollo, ma conduce esclusivamente le impressioni dalla cute al cervello. Egli tagliava in quegli esperimenti il midollo sotto l'intumescenza cervicale, ed usava come stimolo applicato alla cute dell'arto, degli acidi. Questo metodo di stimolazione è una buona innovazione che vedremo tosto utilizzata. Per il resto, la tesi era evidentemente basata su osservazioni erronee, coma pure quella di Paschutin, che sosteneva che delle quattro radici ventrali del plesso lombale della rana, due sole fossero capaci di dare reazioni riflesse. Infatti già l'anno dopo, Sanders Ezn (1867), in una Comunicazione preventiva alla Società Reale di Sassonia, combattè a fondo questa opinione di Paschutin. La Nota di Beresin occasionò anch'essa alcuni lavori di controllo. Nel 1868 Koschewnikoff eseguì nel laboratorio di du Bois Reymond a Berlino una ricerca *Sulle radici di senso degli arti posteriori della rana.* Lo scopo del lavoro era duplice: primieramente controllare nuovamente le asserzioni di Beresin e stabilire se veramente tutte le radici dorsali sono contemporaneamente vie di conduzione per la sensibilità e per l'eccitazione dei riflessi, oppure se queste due funzioni sono qualche volta dissociate in modo che una data radice abbia soltanto l'una di esse. Ciò portava a ripetere gli antichi esperimenti di Eckhard riguardo ai campi di distribuzione periferica delle radici dorsali nell'arto posteriore della rana, che fino a quel tempo non erano mai stati rifatti. Koschewnikoff si servì dei due metodi sperimentali indicati da Eckhard e da Türck, usando l'uno come controllo dell'altro.

Nella scelta dello stimolo seguì soprattutto Beresin, servendosi di leggerissimi stimoli chimici, che, come già vedemmo, sono certamente da preferirsi in questo genere di ricerche perchè a differenza degli altri mezzi non ledono la pelle e possono quindi esser ripetuti un numero indefinito di volte. Koschewnikoff, sulle traccie di Sanders, impregnava dei pezzettini di carta bibula d'una soluzione diluita d'acido solforico e li applicava sulla cute previamente molto ben asciugata, riuscendo così a localizzare bene l'azione.

I risultati generali del lavoro sono i seguenti:

1. L'asserzione di Beresin è certamente erronea; dal campo cutaneo d'ogni radice dorsale è possibile eccitare riflessi. — **2.** Ogni radice dorsale ha il suo determinato e delimitato territorio cutaneo, la cui estensione varia nei varî individui. — **3.** Vi sono punti di cute innervati da una sola radice, ma la maggior parte della pelle dell'arto posteriore riceve fibre da più d'una radice spinale.

I risultati di dettaglio del lavoro sulla situazione ed estensione dei territorî cutanei radicolari, meglio di qualunque descrizione, risultano dalle sue quattro figure che riproduco integralmente (figg. 56, 57). A confrontarle con quelle di Eckhard, si vede chiaramente che se confermano tutti i dati fondamentali, ed appare evidente qual merito di minuziosa precisione e coscienziosità hanno gli esperimenti primitivi di Eckhard,

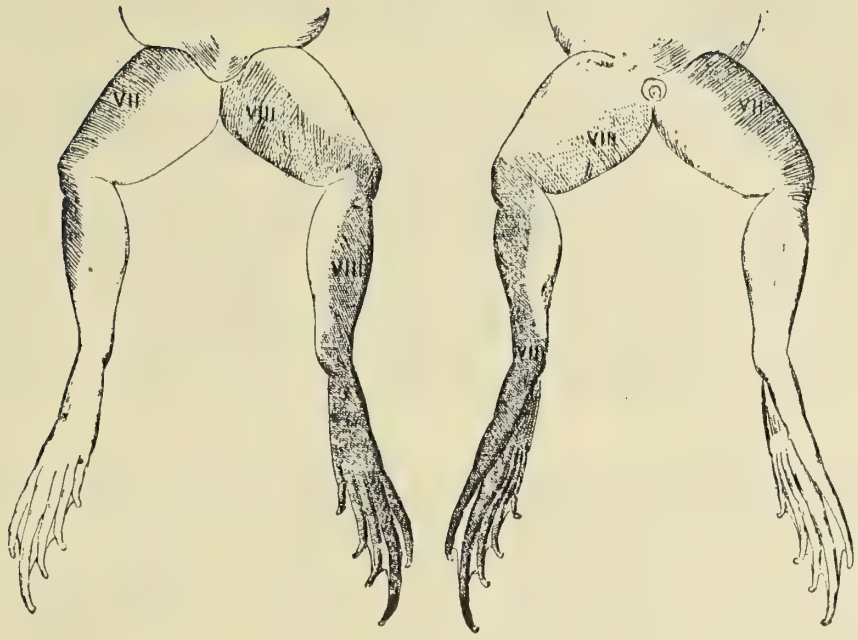
che controllati, come vedremo, anche più tardi da Meyer ed ultimamente da Sherrington, vennero in tutti i punti trovati esatti. Una volta liquidata radicalmente l'asserzione di Beresin, che è un curioso esponente delle conoscenze del tempo riguardo al meccanismo dei riflessi, pareva che non vi fosse più nulla di nuovo da sperare dalle ricerche pure e semplici sulla distribuzione periferica delle radici nella rana. Eppure, nei quattro anni successivi al lavoro di Koschewnikoff, si pubblicarono ancora quattro altri lavori. Ma poi si assopisce per più di un decennio la curiosità sull'argomento.

Accennerò brevemente a questi quattro lavori, prima di chiudere il primo periodo delle ricerche. Cronologicamente è da menzionarsi per primo un accurato lavoro di Meyer (1869), che sulle traccie del maestro fece nel laboratorio di Krause ricerche « Sulla distribuzione dei nervi negli arti posteriori ». Esperimentò sulla rana per controllare col metodo della degenerazione secondaria al taglio delle radici i risultati di Eckhard e Koschewnikoff. Il suo lavoro porta una piccola rivista storica sull'argomento abbastanza accurata, ed una minuziosa descrizione del metodo operatorio da lui seguìto nel tagliare le radici del plesso ischiatico, fuori dello speco vertebrale. Invece di tagliare semplicemente i nervi, egli estirpava un buon tratto e poi aspettava la degenerazione dei tronchi periferici. Allora non era ancor noto quanto tempo impiegava un nervo di animale a sangue freddo per degenerare. Meyer trovò che la degenerazione non comincia che verso il 50° giorno. Egli esaminava i nervi intorno al 100° giorno, escidendo colle forbici qui e là pezzetti di muscolo e di pelle. Rischiarava quest'ultima con una soluzione di soda. Evidentemente il metodo non è che molto sommario. Pure i risultati furono conformi a quelli ottenuti con altri metodi dagli esperimentatori precedenti. Fra le conclusioni generali non noto che la seguente: « i territorî dell'8ª e della 9ª radice nella rana non sono separati nettamente ». Ciò era conforme a quel che avevano già visto Eckhard e Koschewnikoff. Ma Meyer vi insiste più specialmente, perchè Krause aveva dato importanza al fatto che nel coniglio i territorî delle due ultime radici del plesso brachiale sono sulla zampa separati da una linea netta di demarcazione.

Riproduco per i dettagli la tavola riassuntiva dei risultati ottenuti in uno dei suoi casi (v. tab. 21).

Il secondo lavoro che rimane da analizzare è la dissertazione di I. G. Hein (1869) intitolata: *Dei movimenti riflessi che si effettuano per le quattro ultime paia di radici del midollo spinale della rana.*

L'asserzione di Beresin forma in un certo modo il punto di partenza anche di questa ricerca, che del resto ribadisce il lavoro di Sanders. Hein lavorò sulla rana scerebrata, col metodo delle stimolazioni, dietro il taglio di tutte le radici fuorchè una. Egli trovò, per quel che riguarda Beresin e Paschutin, che da tutte le radici dorsali dei due lati del midollo si possono eccitare riflessi per tutte le radici ventrali dei due lati, purchè lo stimolo sia sufficientemente forte. Ne trasse la conclusione, che ogni radice dorsale è in connessione con tutte le radici motorie del plesso dello stesso e dell'opposto lato. Nella determinazione dei territorî radicolari sensitivi, Hein venne agli stessi risultati di Koschewnikoff e di Eckhard. Soltanto, contrariamente a quanto aveva asserito il primo (nella 3ª conclusione), non trovò punti di pelle innervati da una sola radice (vedi tab. 22). Nello studio delle distribuzioni motorie seguì le



a *b*

Fig. 56 *a b*. — I territori cutanei innervati dalle radici dorsali 7ª ed 8ª nella rana, secondo Koschewnikoff.

a, aspetto dorsale; *b*, aspetto ventrale.

a *b*

Fig. 57 *a b*. — I territori cutanei innervati dalle radici dorsali 9ª e 10ª nella rana, secondo Koschewnikoff.

a, aspetto dorsale; *b*, aspetto ventrale.

orme di Sanders, senza tuttavia raggiungerne la minuziosa esattezza, e nemmeno quella degli sperimentatori più antichi, come lo stesso Eckhard (vedi tab. 23).

Riassumo i risultati generali:

Per le radici motrici:

1. Più radici concorrono ai movimenti effettuabili in ciascuna articolazione. — **2.** Ogni radice innerva un vasto complesso di gruppi muscolari fra i quali molti antagonistici. — **3.** Quando la medesima rotazione può essere ottenuta per la stimolazione di più di una radice, ognuna di quelle è capace il più delle volte a dare stimolata da sola il massimo effetto. — **4.** La settima radice produce esclusivamente movimenti nell'articolazione dell'anca. — **5.** L'ottava produce massimamente flessione in tutte le articolazioni. — **6.** La nona è caratterizzata dall'innervare prevalentemente gruppi antagonistici. — **7.** La decima produce estensione in tutte le articolazioni ed inoltre svariati movimenti nel piede.

Per le sensitive:

8. Non esistono punti di cute innervati da una sola radice. — **9.** Esiste grande variabilità individuale nell'innervazione radicolare sensitiva. — **10.** Nell'innervazione di un punto di cute concorrono sempre due radici successive. Per es.: non avviene mai che un punto sia innervato dalla 7ª e 9ª radice senza l'intervento dell'8ª.

Il lavoro di Hein è accurato, coscienzioso, eseguito con metodi razionali e tecnica buona. È ricco di numerose osservazioni assai perspicaci, come quella contenuta nella 10ª conclusione, la quale conferma la tesi oramai sicura che i territorî radicolari cutanei sono disposti in ordine seriale corrispondente a quello metamerico delle radici spinali stesse.

Poi, in terzo luogo, rimane da parlare di una notevolissima Memoria di due belgi, Masius e Vanlair (1870), la quale forma degnamente la penultima tappa del primo periodo delle ricerche sperimentali. Essi in uno studio sulla « *Situazione ed estensione dei centri riflessi del midollo spinale della rana* », del quale riparlerò altrove, hanno intrapreso come ricerca preliminare di deliminare con somma cura i territorî di distribuzione cutanea delle radici dorsali della rana non solo nell'arto posteriore, ma anche in quello anteriore, negletto da tutti gli altri autori.

Essi hanno seguìto la tecnica di Türck, tagliando volta per volta una sola radice; adducono a motivo di questa scelta il fatto che il taglio di tante radici posteriori quante ne occorrono per isolare un data radice, ha un'influenza ben apprezzabile sull'attività del midollo, diminuendo la reazione motrice che segue alla stimolazione della radice intatta.

Restringiamo in poche parole i dati di fatto comunicati dagli scienziati di Liegi, che, come si vedrà, hanno specialmente rivolto la loro attenzione alle varietà dell'innervazione radicolare.

Treno posteriore. — Quattro radici formano il plesso lombo-sacrale: la 7ª, 8ª, 9ª e 10ª. Per quel che riguarda i loro territorî cutanei, Masius e Vanlair confermano in generale le notizie di Koschewnikoff.

La 7ª radice innerva da sola la cute della parte esterna della coscia; ma il suo territorio totale è molto più ampio e si stende talvolta a tutta la faccia esterna dell'arto. L'8ª radice di solito ha per territorio quello assegnatogli da Koschewnikoff;

ma in un caso videro che la sezione di essa portava insensibilità uniforme a tutta la gamba ed al piede. La 9ª radice dovrebbe avere, secondo Koschewnikoff, la sua distribuzione oltre che nel piede e nella gamba, nella faccia interna della coscia. Ma Masius e Vaulair una volta, dopo tagliate l'8ª e la 9ª radice, videro sensibile tutta la coscia. La 10ª radice innerva, come Koschewnikoff aveva stabilito, la cute intorno all'ano e della parte superiore interna della coscia.

Treno anteriore. — Due radici formano il plesso brachiale: la 2ª e la 3ª.

La 2ª radice, più voluminosa, sembra innervare quasi da sola l'arto anteriore; il suo taglio porta insensibilità in quasi tutta la sua estensione. La 3ª radice, molto sottile, sembra aver poca importanza per l'innervazione dell'arto, che dopo il taglio rimaneva del tutto sensibile sia al suo apice sia alla sua base. Dopo l'esposizione di questi dati, Masius e Vaulair ribadiscono di nuovo sull'ipotesi di Beresin e Paschutin, dimostrata erronea ancora una volta di più.

L'ultimo autore del periodo, Wolski (1872), venne, dopo Sanders, Koschewnikoff, Hein e Masius, ad occuparsi ancora della tesi di Beresin. Egli ripetè le determinazioni di Koschewnikoff per la distribuzione periferica delle ultime quattro radici posteriori della rana, ed ottenne risultati confermanti pienamente quelle.

Non descriverò qui le aree radicolari cutanee da lui trovate, ad eccezione di quella innervata dalla 7ª radice, della quale dice che quando si tagliano l'8ª, la 9ª e la 10ª radice rimane sensibile soltanto la faccia esterna della coscia, del ginocchio e della parte superiore della gamba. Anche egli constatò che, dopo scerebrata la rana, si potevano ottenere benissimo ripetuti movimenti riflessi da questo territorio. L'opinione di Beresin, che la 7ª radice spinale porti nella rana soltanto fibre sensitive al cervello e non fibre eccitomotrici in centri spinali, viene dunque ripudiata pienamente.

Epilogo. — Terminata l'analisi dei lavori che appartengono al primo periodo, caratterizzato dalle ricerche puramente fisiologiche, un riassunto generico dello sviluppo dalle conoscenze relative all'argomento non sembra superfluo.

Abbiamo visto come dopo pochi studî antichi di pura anatomia descrittiva dei plessi, furono i fisiologi che, attratti dalla meravigliosa scoperta di Bell-Magendie, riunirono la loro attenzione ed i loro sforzi sulle radici spinali e loro plessi e prima di tutto per conoscere la loro proiezione periferica. Contemporaneo a questo studio si formulò subito il quesito fondamentale, se radici e plessi abbiano significato funzionale od anatomico. La proiezione periferica venne determinata in pochi anni con grande esattezza, e per legge fondamentale tosto stabilito che ogni paio di radici innerva alla periferia un complesso fisso d'organi vicini. Nella contesa intorno al significato di radici e plesso, la forma sotto la quale si presenta la teoria del significato funzionale, cambia continuamente, man mano che le ricerche coscienziose di più sperimentatori tolgono ad essa ad una ad una le basi di fatto. Cionostante, negli ultimi anni del primo periodo esso sembra aver guadagnato di nuovo terreno come apparirebbe dall'indirizzo delle ricerche di Hein. Però l'intuizione precoce della dottrina positiva segmentale s'ebbe in due uomini geniali: nello Schreuder van der Kolk, che intravide l'unità segmentale indisgiungibile formata dai territorî radicolari cutanei e muscolari coi nervi spinali e coi centri nervosi, e nel Türck, che dimostrò chiaramente

l'ordinamento seriale dei campi cutanei delle radici dorsali. Ma queste intuizioni chiaroveggenti non poterono venir comprese e generalizzate, prima che la filogenesi e l'ontogenesi comparate avessero reso intelligibili le basi morfologiche dell'architettura segmentale del corpo dei vertebrati. Doveva necessariamente seguire quindi al primo periodo di entusiastiche ricerche sperimentali una sosta di utile preparazione morfologica, la quale ho riassunto nel Capitolo VI.

Sottocapo II.
Il secondo periodo delle ricerche di pura fisiologia.

Esporrò nel presente capitolo la ripresa dei lavori sperimentali sulla distribuzione periferica delle radici spinali. Tutta la serie di quelle ricerche è dedicata alle radici di moto. La ragione di ciò sta nel fatto che loro punto di partenza furono i lavori di Remak (1875-79). Questi, nella sua classica Memoria sulla patogenesi delle paralisi saturnine, aveva propugnato che le lesioni primarie causate dall'avvelenamento, devono essere centrali, spinali e non periferiche, nervose e muscolari. Egli si basa sul fatto che i muscoli vengono paralizzati in combinazioni regolari, le quali però non rappresentano territorî muscolari nervosi, nè topografici. Onde egli le considera come territorî spinali, ed ammette che debbono esistere nel midollo nuclei individuali per determinati complessi muscolari. La geniale intuizione di Remak intesa ed estesa forse in modo troppo unilaterale, diede nel 1880 la spinta a Ferrier, l'illustre fisiologo inglese del sistema nervoso, a dare in collaborazione con Yeo una prova sperimentale di quelle vedute. Inaugurata così la ripresa degli studî sull'argomento, una numerosa serie di sperimentatori seguì le traccie e l'indirizzo di Ferrier. Analizzerò a uno a uno i loro singoli lavori separatamente.

Dopo più di un decennio che nessuno sembrava più ricordarsi delle ricerche relative alla distribuzione periferica delle radici spinali, vasto campo di lavoro, soltanto in minima parte dissodato, Ferrier in collaborazione con Yeo ne riprese lo studio. Essi lavorarono esclusivamente sulle radici ventrali della scimmia col noto metodo dell'apertura del canale vertebrale, e del taglio con consecutiva stimolazione elettrica delle radici.

Fin qui dunque nulla di nuovo che la scelta dell'animale, più adatto ai confronti coll'uomo. Ma il nuovo sta nel metodo d'osservazione. Mentre uomini come Eckhard e Peyer usavano una serie di artificî e di precauzioni per poter conoscere esattamente quali muscoli si contraevano per l'eccitazione di determinate radici, Ferrier e Yeo procedettero in modo opposto. Eckhard e Peyer ritennero indispensabile, prima di congetturare nulla intorno alla funzione d'una radice, conoscerne l'effetto motorio, risultante dalla sua azione, in tutti i suoi particolari. Ferrier e Yeo professano idee alquanto diverse.

Credo opportuno di riportare qui tradotto parola per parola il brano delle loro comunicazioni alla Società Reale di Londra, che si riferisce ai loro criterî in proposito. « Nell'osservare gli effetti della stimolazione, noi abbiamo diretto la nostra attenzione più specialmente alla combinazione muscolare risultante, che al semplice numero di muscoli portati in attività. Si vedrà che ciò è di poca importanza, perchè gli atti ottenuti coll'eccitazione, sono tutti movimenti coordinati, complessi, di grande

importanza. È molto difficile di analizzare ogni combinazione muscolare che si compie per varii fattori contemporanei, fino ai suoi elementi individuali. Epperò i muscoli che noi diamo come partecipi ai varî movimenti, li abbiamo raccolti in diverse osservazioni; sentendoli (contrarre) ed in parte anche esponendoli quando era difficile d'esser sicuri in altro modo della loro cooperazione. Purtuttavia noi non escludiamo se non in alcuni casi la possibile cooperazione di altri muscoli che erano inaccessibili all'osservazione se non per mezzo della dissezione. Ma noi crediamo che quelli potranno essere facilmente determinati anatomicamente o coll'applicazione ai singoli atti da noi descritti, di sicure nozioni sulla fisiologia ». Il comune buon senso, mi pare, non può fare a meno di trovar strano un simile ragionamento che pretende arrivare per una via indiretta e partendo da un complesso vago, intricato e necessariamente incostante di cose, qual'è un *movimento* (atto), alla conoscenza di *fatti* elementari e semplici, le singole contrazioni muscolari, esattissimamente determinabili (Eckhard e Peyer!) per la via diretta. A priori potremo dunque già dire che i risultati di Ferrier e Yeo riguardo ai singoli muscoli innervati dalle varie radici sono da accettarsi con molta riserva. D'altra parte gravi obbiezioni si possono fare al metodo da essi scelto per determinare il significato dei movimenti ottenuti stimolando le singole radici.

L'osservazione pura e semplice è certo il metodo più spiccio, ma non quello più obiettivo. Ben altra cura ed impegno ha, per dare un esempio, messo Sanders per determinare presso a poco i movimenti riflessi delle sue rane, designandoli nei loro varî momenti. E le difficoltà d'osservazione e di giudizio crescono col grado di perfezione dell'apparecchio artuale, i cui movimenti si vogliono studiare.

Grande e profonda conoscenza, grande ed intima dimestichezza delle condizioni ed attitudini della vita normale di un animale si richieggono, a parer mio, dall'osservatore, perchè possa discernere se un movimento ottenuto sperimentalmente è equivalente ad un atto usuale, coordinato e normale, o se non è invece artificiale. In ogni modo, per ripetere l'argomento già qua sopra espresso, l'osservazione mera e semplice è il metodo meno obiettivo e quindi più di tutti passibile d'errori di suggestione.

Vagliando tutti questi fattori e se teniamo conto del fatto che Ferrier e Yeo si basano su Remak, cui si riferiscono espressamente, non può destar meraviglia che essi abbiano visto nei movimenti ottenuti nelle loro scimmie, la conferma piena e franca di quanto a priori speravano trovare. Ma appunto perciò quella conferma non ha nessun valore per chi giudichi obiettivamente la ricerca ed il metodo col quale fu condotta. In riguardo poi al valore in sè del concetto di Remak, come la intesero ed estesero Ferrier e Yeo, cioè che la stimolazione di ogni singola radice dei plessi artuali produca « non mere contrazioni di varî muscoli, ma sempre una sinergia funzionale altamente coordinata », i dati filogenetici ed ontogenetici cui abbianmo accennato nei capitoli I e VI contrastano recisamente con esso. Le radici spinali ed i complessi muscolari innervati da esse rappresentano i ruderi di unità funzionali ancestrali metameriche. Ma negli organismi dei vertebrati attuali i metameri non funzionano più come tali se non in modo limitatissimo. Al funzionamento dei metameri si è sostituito quello dei sistemi risultanti da fusioni e spostamenti segmentali notevoli. Chi apprezza queste considerazioni al loro giusto merito, non può con-

cepire le radici spinali e le loro proiezioni periferiche altro che come unità morfologiche. Attribuendo ad esse, sinergie funzionali attuali, altamente coordinate, si dimostra di fraintendere o d'ignorare i dettami più recisi della morfologia. Questo appunto vale meno per Ferrier, al cui tempo i concetti morfologici accennati non erano ancora appieno sviluppati, quanto per alcuni sperimentatori posteriori che mostrano d'ignorare le fondamentali dottrine morfologiche sui plessi, sull'innervazione radicolare, sull'origine e sul modo di sviluppo del sistema muscolare.

Fin qui la confutazione generica del punto di partenza e dei concetti direttivi di tutto il gruppo di sperimentatori dei quali mi occuperò nel presente capitolo. Affinchè poi chi legge possa pienamente convincersi che la critica da me mossa al lavoro di Ferrier abbia la sua ragione d'essere non solo in una pregiudiziale teorica, ma che altresì è confermata interamente dai risultati stessi da lui pubblicati, li riunisco in tabella (tab. 24) prendendone in esame minuto alcuni pochi.

Prendiamo ad esempio l'effetto della stimolazione della 1ª radice toracica. Essa dà addazione del pollice e flessione delle dita nelle articolazioni metacarpo-falangee. Questo fatto è accompagnato dalla contrazione dei muscoli del collo, per cui il capo si piega sulla spalla del lato stimolato. Ora qui sorge spontanea la domanda: in che cosa consiste l'alta coordinazione di questi due fatti così disparati? Quale arcana sinergia rappresenta nella vita scimmiesca la flessione delle dita accompagnata dalla inclinazione del capo sulla spalla? Non indica tutto ciò piuttosto l'accumularsi disordinato di attività muscolari disparate che normalmente non cooperano mai? Un altro esempio notevole è dato dall'8ª radice cervicale. Gli autori, per rappresentare chiaramente le peculiarità del movimento risultante dalla sua stimolazione, dànno la seguente elucidazione: « L'atto qui descritto può essere esattamente imitato strappando in basso e verso la coscia un oggetto che penda di fronte, oppure brandendo una scimitarra (*sic!*) e spaccando dall'alto al basso un oggetto situato di fronte? ». Per la prima comparazione può sembrare strano che una scimmia strappando un oggetto (un frutto per esempio) che gli penda dinanzi, lo debba portare alla coscia anzichè alla bocca. La seconda comparazione è ancora più curiosa. Che dire di un atto scimmiesco altamente e sinergicamente coordinato, che per essere reso intelligibile ha bisogno d'un frasario ariostèo? Così tutti gli *atti* ottenuti colla stimolazione delle altre singole radici; scorrendo la tabella, non si può non ricevere l'impressione che si tratta di osservazioni superficiali ed inesatte, interpretate in modo subiettivo ed arbitrario al massimo grado. Se il lavoro di Ferrier e Yeo fosse stato il primo sull'argomento e questo vergine e nuovissimo al loro tempo, si potrebbe ammirarlo come un tentativo poco felice, ma lodevole. Ma un quarto di secolo dopo Eckhard e Peyer e Krause si era in diritto di aspettarsi di più: una più logica impostazione della tesi del lavoro, un maggior apprezzamento dei risultati sicurissimi ottenuti da coscienziosi predecessori, e finalmente una tecnica se mai più esatta e rigorosa. non una più grossolana di quella usata dai vecchi sperimentatori. Su questi tre punti cardinali pecca il lavoro dei due esperimentatori inglesi e, come vedremo, quelli di quasi tutti gli altri autori successivi.

Nello stesso anno del lavoro di Ferrier e Yeo, due altri fisiologi fecero una Comunicazione sullo stesso oggetto alla Società di Biologia a Parigi. Autore ne fu Paul Bert in collaborazione con Marcacci.

Riporto qui un brano della loro Comunicazione: « Al momento d'intraprendere ad elucidare il modo di distribuzione nei muscoli dei filetti nervosi che nascono dai plessi lombale e brachiale, ci trovammo naturalmente in presenza di due ipotesi. Ciascun muscolo è egli animato da un filetto nervoso proveniente da più radici? oppure una sola radice anima essa più muscoli in modo che ciascuna di esse serve isolatamente ad un gruppo di estensori, di flessori ecc.? Per ora abbiamo esperimentato soltanto sul plesso lombale del cane e del gatto, ma i risultati delle nostre ricerche nettissimi e precisi ci permettono di ritenere vera la seconda ipotesi ». Le esperienze avevano per iscopo, come si è detto, di cercare « se la distribuzione dei filetti nervosi delle radici motrici presentavano una sistematizzazione regolare... ». Da quelle poche parole appare chiaramente che la tesi sulla quale è basata la ricerca è impostata senza tener conto dell'innervazione pluriradicolare (plurispinale) o plurisegmentale dei muscoli. Bert e Marcacci lavorarono su cani e gatti immobilizzati colla sezione del bulbo. Il loro metodo d'osservazione degli effetti delle stimolazioni fu certo migliore di quello di Ferrier e di Yeo: « Per osservare i movimenti è necessario di mettere allo scoperto i muscoli isolati, cercando però di rispettare i cordoni nervosi ». Ho riunito a tabella i risultati (v. tab. 25), e dai quali gli autori traessero due conclusioni che qui riporto:

1. « L'innervazione dell'arto inferiore presenta fin dalle origini midollari una sistematizzazione evidente; questa sistematizzazione è funzionale, vale a dire che i filetti motori quali escono dalla midolla a un dato livello, si distribuiscono a gruppi muscolari sinergici, e concorrono così a un movimento associato ».

2. « L'unità anatomica di un muscolo non trova sempre il suo corrispondente nell'ordine fisiologico... (Però) la distribuzione nervosa è in rapporto colla funzione. Cioè quando un muscolo è, come nel caso dei « renforci », funzionalmente divisibile, la sua innervazione è multipla (pluriradicolare) ».

Due anni dopo, i francesi Forgue e Lannegrace pubblicarono alcune ricerche analoghe alle precedenti di Ferrier e Bert. Essi lavorarono su una serie di cani e su tre scimmie, e cercando di applicare all'uomo i risultati ottenuti sperimentalmente, stabilirono uno schema dettagliato dell'innervazione radicolare dei muscoli degli arti. Essi stimolavano le radici ventrali (anteriori) nelcanale vertebrale, oppure tagliavano i nervi spinali subito dopo l'uscita dai fori intervertebrali per stimolare i tronchi nei quali si scompongono i nervi stessi. Nell'osservazione mettevano a nudo i muscoli E degno di nota che essi citano, sebbene di sfuggita, oltre a Ferrier e Bert, anche Peyer.

Ho riunito in tabella i risultati di fatto delle loro ricerche (tab. 26). Su quelli non insisto, perchè ognuno può fare i confronti che crederà coi risultati degli altri sperimentatori. Ma desidero fermarmi un istante sulle conclusioni generali del loro lavoro, che trascrivo per esteso.

1. L'immensa maggioranza dei muscoli è innervata da più radici.

2. L'eccitazione d'una radice sembra determinare una contrazione totale, non parziale. Ciò dipende dal fatto che in ogni muscolo le fibre tributarie della stessa radice sono disseminate nello spessore dell'organo e non localizzate (*non cantonnées*) in una zona speciale.

3. Ogni radice concorre all'innervazione d'una serie sempre identica di muscoli ed ha distribuzione quasi assolutamente costante negli animali della stessa specie. Quando per eccezione si riscontra una varietà funzionale, è leggerissima, e allora l'influenza che una data radice acquista o perde, è presa o ceduta alla radice immediatamente vicina, non ad una distante.

4. La funzione di radici analoghe differisce relativamente poco nei diversi mammiferi.

5. Ogni radice innerva muscoli d'azione molto diversa e spesso opposta. Se realmente le radici ventrali emanano da cellule situate sullo stesso livello del punto d'emergenza delle fibre radicolari, bisogna ammettere che le cellule midollari di diversa funzione sono sovrapposte le une alle altre, e allora il midollo non si può scomporre in tanti centri motori per la flessione, l'estensione, l'adduzione ecc.

6. Ogni radice innerva varî organi dell'arto, ma quegli organi sono sempre contigui.

7. Le radici scendono tanto più nell'arto quanto più derivano da un livello spinale più basso.

8. L'innervazione delle due faccie di flessione e d'estensione non è perfettamente simmetrica (rispetto al livello spinale dal quale provengono le fibre radicolari che innervano i muscoli). Così i muscoli anteriori (cioè ventrali) del braccio ed alcuni dell'avambraccio appariscono già innervati (quando stimolando ad una ad una le radici si scende dall'alto scende in basso), mentre il tricipite non ha ricevuto ancora nulla dal midollo.

L'importanza di queste conclusioni s'impone, perchè in parte recarono cose nuove ed in parte vennero proprio a tempo per riconfermare una serie di fatti già ripetutamente accertati dagli esperimentatori del 1° periodo, confutando gli errori sostituiti posteriormente a quelli. Mi siano concesse dunque poche parole di commento alle più notevoli d'esse.

La prima conclusione conferma i risultati concordi di tutti gli esperimentatori appartenenti al 1° periodo delle ricerche, ed è stata confermata anche da tutti gli autori posteriori.

La seconda conclusione invece non è stata confermata, ed è certamente erronea. Probabilmente Forgue e Lannegrace si sono serviti di correnti troppo forti nei loro esperimenti. È curioso però ch'essi sembrano riferirsi a ricerche istologiche non ulteriormente dettagliate, sulla disseminazione delle fibre nervose nei muscoli. Anche queste ricerche contrastano con quelle minutissime di Krause, che aveva dimostrato col metodo della degenerazione che ogni muscolo plurispinale (cioè innervato da più di una radice) consta di più provincie neuromuscolari elementari.

La terza conclusione contiene un'osservazione acutissima che intuisce felicemente ciò che più tardi, come abbiamo visto, Herringham stabiliva nella sua prima legge.

La quarta conclusione invece è poco esatta; dal lavoro di Paterson noi sappiamo quante varietà esistono nella composizione del plesso lombo sacrale, e nel numero stesso delle radici lombali e sacrali dei mammiferi. Le differenze di funzione delle radici aventi numero d'ordine uguale, nei varî mammiferi sono ben maggiori di quanto la conclusione di Forgue e Lannegrace darebbe a sospettare. Ma essi se ne

sbrigano facilmente, ed affermando che la 1ª radice lombale dell'uomo è striplata nel cane e nella scimmia, trasportano senz'altro all'uomo i risultati dei loro esperimenti su quegli animali. Il più curioso di tutto poi è che essi non sembrano nemmeno essersi accorti che le radici del plesso lombo-sacrale non corrispondano nel cane e nella scimmia: sembrano ritenerle omologhe ad una ad una.

La quinta conclusione è quella che forse è la più degna di nota, specialmente per l'aggiunta decisiva che gli autori fanno seguire ad essa: « L'eccitazione *in toto* d'una radice determina un movimento composto; ma quel movimento è *artificiale*, non funzionale; per eseguire un movimento (preso nel senso di *atto*, dunque un movimento coordinato), la volontà eccita le fibre sinergiche di parecchie radici ». Finalmente dunque l'evidenza obiettiva già constatata da tutti gli esperimentatori del 1° periodo trionfa sulle interpretazioni erronee e preconcettuali di Remak e di Ferrier.

La sesta conclusione, che in un certo modo esprime l'unità del miotoma di fronte all'unità radicolare, non è stata forse in tutti i suoi particolari confermata posteriormente. Purtuttavia rappresenta una buona osservazione. Vedremo più tardi che questa conclusione ha importanza in rapporto alla dottrina di Brissaud.

La settima conclusione è la ripetizione di analoghe fatte da Peyer e Krause.

La portata dell'ottava conclusione è piuttosto ristretta e senza troppa importanza.

Abbiamo esaurito così l'esame delle notizie più importanti che dal loro lavoro complessivo Forgue e Lannegrace dànno nei Comptes-Rendus della Accademia delle scienze dell'anno 1884. Fra le ricerche di dettaglio sulle quali è basata la Comunicazione citata, e che furono pubblicate l'anno prima da ognuno d'essi separatamente, noto ancora una riportata da Russel. Per studiare da un altro punto di vista la funzione delle singole radici anteriori, Forgue ne tagliava in parecchi animali una sola per osservare gli effetti della paralisi consecutiva. L'idea era buona, non era stata eseguita più da Panizza in poi, e trovò subito imitatori; ma non gli diede nessun risultato pratico, probabilmente (almeno così appare dalla citazione di Russel) perchè i suoi animali s'infettavano e la suppurazione distruggeva altre attigue radici oltre alla sezionata.

Fatta la somma, il lavoro di Forgue e Lannegrace rappresenta un ritorno alle tradizioni di rigorosa ricerca e nello stesso tempo un notevole progresso. E passiamo oltre.

In occasione di una ricerca sui rami secretori nelle zampe del gatto, il geniale fisiologo del simpatico, Langley, urtò primieramente contro la difficoltà delle variabilità individuali rispetto all'origine radicolare dei nervi del plesso lombo-sacrale. Con un accurato studio anatomico egli riuscì a stabilire l'esistenza di non meno di tre tipi diversi a quel riguardo. Fatto ciò, rimaneva a determinare se le aree secretrici dei rami grigi corrispondessero al sistema di distribuzione motoria o sensitiva delle fibre radicolari. A quell'intento egli fece una serie di esperimenti di stimolazione delle radici ventrali. I risultati ottenuti differirono notevolmente da quelli di Bert e Marcacci, come un'occhiata data alla tabella insegnerà subito (v. tab. 27). Langley osserva inoltre incidentalmente che le variazioni nei risultati delle stimolazioni si manifestano di solito come uno spostamento dell'effetto motorio di una data radice ad un'altra immediatamente precedente o successiva. Sono la prima legge di Herringham e la terza conclusione

di Forgue e Lannegrace espresse un poco diversamente, che si affermano esatte e valide per diverse specie di mammiferi. Langley pare non conoscesse le Comunicazioni di Bert e Marcacci; ma prende posizione contro Ferrier e Yeo, notando che questi ottennero un risultato costante nei loro esperimenti. Egli attribuisce ciò all'esiguo numero d'esperienze (sul plesso lombo-sacrale 4 sole riuscite interamente) da loro fatte. Probabilmente la ragione sta realmente lì, perchè vedremo che Sherrington verrà a dimostrare che anche nella scimmia esistono più *tipi* di plesso, sicchè anche nella scimmia si nota lo spostamento degli effetti motorî da un tipo all'altro. Comunque breve ne sia il ragguaglio e dato solo per incidenza, le esperienze di Langley sono preziose, perchè dànno esatte notizie sulle distribuzioni motorie nel gatto, e confermano una legge di generale importanza. Vedremo nel seguente capitolo che Sherrington, il quale l'anno dopo (1892) pubblicò le proprie ricerche sulle radici ventrali del plesso lombo-sacrale, confermò in tutto le conclusioni ed i risultati di Langley. Per quel che riguarda la parte fondamentale del lavoro di Langley che diede luogo agli esperimenti ora riportati, approfitto dell'occasione propizia per accennare ad uno dei risultati più importanti e generali da lui ottenuti. Egli insiste sul fatto che la topografia delle aree di distribuzione cutanea delle fibre secretrici dei gangli simpatici, ha nella zampa posteriore del gatto molta affinità con quella delle aree di distribuzione cutanea delle fibre sensitive delle radici posteriori. In un lavoro successivo (1893) egli aggiunse a quella una conclusione almeno altrettanto importante, riguardante un altro genere di fibre efferenti del simpatico. Essa si formula così: la distribuzione periferica delle fibre pilomotrici dei gangli simpatici è intimamente connessa a quella delle fibre sensitive delle radici posteriori corrispondenti.

Insomma dalle ricerche di Langley risulta che la distribuzione cutanea delle fibre efferenti secretrici e pilomotrici dei gangli del simpatico, si effettua secondo un ordinamento corrispondente a quello metamerico delle fibre sensitive delle radici posteriori. Sebbene io intende in genere lasciare da parte il sistema nervoso del G. simpatico, ho voluto comunicare queste conclusioni di Langley, la cui importanza non isfuggirà a nessuno e che Van Rynberk (1906) ha potuto confermare con maggiori particolari, mentre riuscì anche a dimostrarle esatte per un altro ordine di fibre: le pigmentomotrici.

Quasi contemporaneamente al primo dei lavori esaurienti di Sherrington, comparve un sunto del primo lavoro di Risien Russel (1891) sulle distribuzioni motrici del plesso brachiale del cane. Due anni dopo comparve il secondo sul plesso lombo-sacrale del macaco. L'indole generale di quei lavori di non piccola mole è una certa prolissità non priva di pretese, ed una lieve tendenza a dar apparenza d'ugual importanza così ai dettagli insignificanti come alle osservazioni più pregevoli. Ciò, se ne rende non tanto piacevole la lettura, rende anche assai difficile il riferirne. In ogni modo mi sforzerò di esporre in una breve analisi le parti più importanti dei lavori di Russel, tralasciando i dettagli.

I metodi di ricerca da lui seguìti nei suoi due lavori sono sei:

1° L'osservazione dei movimenti in blocco degli arti, ottenuti con stimolazione delle radici intere; 2° l'osservazione diretta delle contrazioni dei muscoli dissettati, dietro stimolazione delle radici; 3° l'osservazione di questi due ordini di fenomeni dietro stimolazione di alcuni soltanto dei fascetti dei quali le singole radici

si compongono; 4° l'osservazione degli effetti paralitici dietro sezione d'una o più radici; 5° l'osservazione dell'influenza esercitata dalla sezione di uua o più radici sulle convulsioni epilettiche provocate da stimolazione corticale; 6° l'osservazione delle degenerazioni secondarie dietro il taglio di qualche radice.

Di quei 6 metodi, come si vede, due sono nuovi. Fino allora tutti avevano stimolato in blocco le radici anteriori; Russel per primo pensò a studiare l'effetto di stimolazioni parziali, eccitando volta per volta soltanto alcuni dei fascetti coi quali nascono le radici dal midollo. Un'altra idea, a prima vista non priva d'ingegnosità, è quella di studiare le alterazioni che le convulsioni epilettiche provocate subiscono per il taglio di determinate radici. Si voleva in un certo modo imitare così la volontà, e così si poteva sperare di venire definitivamente alla soluzione dell'antico dibattito se le radici spinali innervino complessi muscolari morfotici o funzionali. Ma l'esito fu molto inferiore alla aspettativa. Infatti, in un certo modo, l'aver voluto sostituire i poli dell'induttorio alle immagini psichiche di *atti* determinati, era forse un po' ardito, perchè la stimolazione della zona motrice non dà atti, ma bensì movimenti. Sulla differenza di fatto e di concetto fra queste due parole ho già insistito altrove. Ora anche per i movimenti eccitati dalla zona motrice esiste lo stesso dubbio come per quelli dati da stimolazione delle radici; chi ci vede degli atti perfettamente intenzionali e coordinati, e chi non ci vede che un complesso di mosse somiglianti a veri atti, i quali non sono però equivalenti ad essi. D'accordo con quest'ultimo modo di vedere, aggiungo che per me la zona cosidetta motrice, stimolata fa insorgere svariati movimenti elementari componenti gli atti, i quali ultimi invece nella vita normale risultano da associazioni che artificialmente è vano voler tentare di metter in opera. Per me dunque sezionare una radice durante lo svolgersi di movimenti epilettici non può recare logicamente nessun altro effetto che sottrarre agli impulsi motorî cerebrali complessi e tumultuarii la possibilità di effettuare una data serie di combinazioni muscolari determinate anatomicamente, ma indeterminate dal punto di vista della coordinazione sinergica.

Passiamo ora a riportare senz'altro le conclusioni generali di Russel sul plesso brachiale del cane tali quali le dà egli stesso. Da esse appariranno nel modo più evidente sia i pregi sia i difetti del lavoro.

I Risultati delle esperienze di stimolazione (metodi 1, 2, 3):

1. « Il movimento totale ottenuto colla stimolazione di una radice intera è ben coordinato e dipende dall'azione di un gruppo muscolare in combinazione sinergica, come Ferrier e Yeo hanno dimostrato per la scimmia ». È inutile d'insistere sul valore tutto soggettivo di questa asserzione per dimostrare che un movimento ottenuto artificialmente sia l'equivalente di un *atto* normale intenzionale; occorre una registrazione obiettiva sia dell'atto normale che dal movimento indotto, tale da permettere un reale confronto dei loro particolari.

2. « Il movimento totale ottenuto deve essere sceverato nei suoi singoli componenti qualora si trovi che nella stessa radice siano rappresentati movimenti diametralmente opposti, come flessione ed estensione ».

3. « Un tale movimento semplice mantiene un rapporto costante colle radici; gli stessi movimenti si trovano sempre rappresentati nella stessa radice, sicchè ogni

movimento mantiene sempre un rapporto fisso in riguardo al livello spinale. Così la flessione del gomito è rappresentata nella radice immediatamente superiore a quella nella quale è rappresentata l'estensione della medesima articolazione ». Queste due conclusioni in forma più evoluta richiamano la 5ª di Forgue a Lannegrace, ove questi dicono che nel midollo le cellule motrici per la flessione e l'estensione si sovrappongono a strati. D'altra parte parrebbe che Russel nella sua seconda conclusione non tenga conto delle variazioni individuali.

4. « Le fibre che rappresentano un dato movimento, conservano regolarmente la stessa posizione nelle loro rispettive radici. Così l'estensione del polso è rappresentata da un fascio di fibre che stanno nella parte superiore; la flessione del polso da un fascio che sta nella parte inferiore della stessa radice ».

5. « Ogni fascio di fibre che rappresenta un dato movimento semplice in una radice, rimane distinto nel suo tragitto dal muscolo o dai muscoli che producono quel movimento, senza mischiarsi con altre fibre motorie ».

6. « Il gruppo di muscoli innervati da una data radice occupa tanto la faccia anteriore che la posteriore dell'arto. In altre parole: muscoli la cui azione non impedita produrrebbe un dato movimento, sono rappresentati nella stessa radice insieme con altri la cui azione produrrebbe un movimento diametralmente opposto ». Questa conclusione di Russel viene a confermare un fatto noto già dal tempo di Eckhard, ma che in rapporto alle osservazioni di Paterson e di Forgue acquista speciale importanza per il modo nel quale essa è formulata.

7. « In tali combinazioni alcuni muscoli sono sempre più estesamente rappresentati di altri, sicchè con una corrente sufficientemente forte da stimolare ugualmente (?) tutte le fibre in una radice, l'azione di quei muscoli predomina sugli altri ».

8. « I muscoli, la cui azione predomina in una data radice, vi predominano sempre ».

9. « Se i muscoli producenti la flessione di una data articolazione predominano in una data radice, quelli producenti l'estensione predominano in un'altro ».

Nell'accettare queste tre ultime conclusioni non conviene dimenticare la spiccata tendenza di Russel di attribuire all'innervazione radicolare dei muscoli un carattere di sinergia funzionale. In ogni modo i fatti fondamentali delle conclusioni, se sembrano adattarsi molto bene al concetto funzionale dell'innervazione radicolare, non provano nulla contro il concetto morfologico.

10. « È possibile, stimolando un sol fascio di fibre in una radice, ottenere la contrazione di un solo muscolo, ed in quello soltanto ». Questa conclusione non fu confermata da Sherrington.

11. « Ogni muscolo è sempre rappresentato in più d'una radice, per solito in due, ed in diverso grado ».

12. « Quando un muscolo è innervato da due radici, le fibre muscolari che sono innervate dall'una di quelle radici non lo sono dall'altra ». Questa conclusione conferma in modo generico l'affermazione di Krause e contraddice in parte a quella di Forgue e Lannegrace.

II. Risultati delle esperienze di resezione (metodo 4):

1. « La resezione d'una qualunque radice produce la paresi nel gruppo di muscoli innervati da essa ».

2. « Questa paresi è temporanea, e scompare in breve quasi completamente ».

3. La resezione d'una radice non porta incoordinazione nelle combinazioni muscolari rimanenti, rappresentata in altre radici ». Abbiamo visto che dopo Panizza, Forgue fu il primo tra i moderni a tentare il metodo della resezione di radici ventrali. I risultati non sembrano troppo favorevoli al concetto fisiologico delle radici. Dato che ogni radice spinale rappresentasse una individualità funzionale a sè, delegata a mettere in giuoco una data combinazione muscolare sinergica, ogniqualvolta fosse requisito un atto determinato, era da aspettarsi che la resezione di una radice dovesse portare all'abolizione completa e per sempre di quello stesso atto. Invece nulla di ciò avviene, come sessanta anni prima di Russel aveva già visto Panizza.

III. Risultati della resezione d'una o più radici durante uno spasimo epilettico (metodo 5):

1. « La resezione di una o più radici produce l'alterazione della posizione dell'arto durante lo spasimo epilettico. L'alterata posizione dipende dalle combinazioni muscolari peculiari, messe fuori d'azione ».

2. « Non è prodotta nessuna incoordinazione nell'azione delle combinazioni muscolari rimanenti ».

3. Non esiste indicazione che gli impulsi che non possono scendere per la radice sezionata, cerchino di travasare in altri canali attraverso i centri spinali per raggiungere i muscoli lungo nuove vie ».

IV. Risultati delle riceche col metodo delle degenerazioni (metodo 6):

1. « I fatti anatomici accertati mediante la dissezione in riguardo all'origine spinale dei nervi periferici sono confermati ».

2. « La degenerazione si manifesta nei nervi non disseminata, ma limitata in fasci determinati, localizzati in una data posizione della sezione trasversa dei nervi ».

Fin qui l'elenco delle conclusioni generali del primo lavoro di Russel sul plesso brachiale del cane pubblicato quasi contemporaneamente ed indipendentemente dal primo lavoro di Sherrington. Le conclusioni del secondo lavoro sul plesso lombo-sacrale della scimmia (*Macacus rhesus*), sono quasi alla lettera uguali a quelli or ora esposte, sicchè rinvio il lettore ad esse ed alle poche parole di commento che io ho aggiunto. Alcuni particolari che furono argomento di disputa fra Russel e Sherrington dovranno logicamente venire esaminati dopo esposto il lavoro di questi, onde qui li tralascio. Ho riunito in tre tabelle riassuntive i risultati di fatto ottenuti da Russel, tanto per le distribuzioni motorie del plesso brachiale del cane che di quello lombo-sacrale del macaco (tab. 28, 29, 30). Da esse apparirà la notevole minuzia ed accuratezza d'osservazione dello sperimentatore, il cui lavoro merita elogio per molti riguardi. L'unico punto difettoso è il principio dottrinale che Russel cerca di puntellare in tutti i modi. Devo dedicare alcune righe all'esame dei concetti di Russel rispetto al noto quesito sul significato delle radici dei plessi e dell'innervazione radicolare dei muscoli.

Il suo modo di vedere è espresso nella seguente frase, che è come la sintesi dottrinale del suo lavoro: « In riguardo alla questione se i plessi artuali hanno significato anatomico o fisiologico, io trovo che sia difficile ammettere che i processi evolutivi che determinano quelle disposizioni di fibre siano di natura puramente morfologica, senza riguardo alla combinazione fisiologica ». Completando questa frase prudente con la prima conclusione sopracitata più recisa: « il movimento locale ottenuto colla stimolazione d'una radice intera, è ben coordinato e dipende dall'azione di un gruppo muscolare in combinazione sinergica », la posizione di Russel di fronte alla questione è determinata nettamente. Anch'egli trascura del tutto di tener conto dei teoremi fondamentali della morfologia. E questa trascuranza raggiunge quasi l'ingenuità quando giunge a chiedersi: « Se la disposizione delle fibre nervose nelle radici è puramente anatomica, perchè tutte le fibre destinate ad un dato muscolo non dovrebbero essere riunite nella stessa radice? ». Una simile domanda dimostra l'ignoranza totale delle cognizioni elementari dello sviluppo ontogenetico delle unità muscolari anatomiche dell'adulto, dalla fusione di più miomeri primitivi. Eppure già da quasi dieci anni Van Wyhe aveva dimostrato che il nesso fra i singoli miomeri primitivi ed i loro abbozzi radicolari ventrali è indissolubile; sicchè le varie radici motrici rimangono ad innervare tutti i derivati contrattili dei loro rispettivi miomeri primitivi, qualunque siano i processi di spostamento e di fusione che tendono a confonderli fra loro.

Inoltre è da rilevarsi che può sembrare azzardato l'ammissione tacita fatta tanto da Ferrier che da Russel, che la stimolazione elettrica di una radice motrice, composta di alcune diecine di migliaia di fibre nervose, possa mai corrispondere per misura modalità e proporzione, a quanto avviene quando la percorre in condizioni normali un complesso di stimoli naturali. Epperò può sembrare, giù per questa semplice pregiudiziale riguardante l'interpretazione elementare dei risultati sperimentali, azzardata oltre modo l'identificazione dei movimenti ottenuti per la stimolazione artificiale di una radice a movimenti naturali, normali qualsiasi.

Tutto vagliato, concludo dunque che il lavoro di Russel segna un notevole progresso nella coscienziosità tecnica delle ricerche, e che stabilisce molti dati di fatto nuovi ed importanti; ma che pecca nelle basi dottrinali fondamentali del problema per la trascuranza delle nozioni morfologiche relative.

Rimangono da menzionare due ultimi lavori che, sebbene cronologicamente non appartengano più al periodo che tratto nel presente capitolo, essendo posteriori a Sherrington, pure per indole e tendenza sono da ascriversi ad esso.

Page May (1897) in una ricerca sulla sede segmentale dei movimenti dell'arto posteriore dei mammiferi, intraprese la stimolazione comparata delle radici ventrali, delle radici dorsali e delle colonne bianche del midollo lombo-sacrale nel cane e nella scimmia. Non entro in dettagli sul contenuto del lavoro; mi limito a riportare tra le tabelle i risultati della stimolazione delle radici ventrali, che sono interessanti come termini di confronto (v. tab. 31).

Polimanti (1895) condensò in una breve Nota i risultati di ricerche fatte sulle radici ventrali dei plessi brachiale e lombo-sacrale di un gran numero di cani e di gatti, e sul plesso lombare dei conigli. Ho riunito nella tabella 32 i risultati

di fatto contenuti nel lavoro del Polimanti, e mi soffermerò un istante sull'esame di essi. Facendo un confronto anche sommario delle risultanze ottenute da lui con quelle degli autori precedenti, s'impone la strana divergenza che esiste fra tutti quei dati. Infatti non è possibile di concordare i risultati ottenuti da Polimanti con quelli di Bert e Langley, come vedremo nemmeno con quelli di Sherrington pel plesso lombosacrale del gatto e con quelli di Russel e May pel plesso brachiale del cane (1). Nemmeno il fatto che Polimanti non ha riconosciuta l'esistenza delle 3 classi di plesso e dei 3 tipi d'innervazione, dimostrati nel gatto da Langley, può spiegare la straordinaria discordanza fra quei tre autori. E anche se ciò si potesse pel gatto, rimarrebbe la quasi altrettanto disparata contraddizione nei risultati di Polimanti e di Russel per il plesso brachiale del cane. Di fronte a differenze siffatte nei risultati di ricerche analoghe, è doveroso soffermarsi per indagare intorno alle cause del fatto. Attribuirne la causa senz'altro alla deficienza dell'uno degli osservatori di fronte agli altri, è certo scegliere la spiegazione più facile, ma non forse la più ampiamente risolutiva. Purtuttavia, vagliando i lavori di Bert e Polimanti in confronto a quelli di Langley e di Russel, la bilancia tracolla in favore dei due sperimentatori inglesi per scrupolosa e minuziosa esattezza d'osservazione.

Citiamo un fatto. Langley e Russel non dànno i loro risultati se non dopo faticose e numerose dissezioni anatomiche dei plessi sui quali esperimentano; Bert e Polimanti invece stimolano semplicemente le radici e notano gli effetti periferici, senza mostrare di darsi pensiero del *substratum* di vie nervose per le quali quelli s'effettuano; sicchè non s'accorgono per es. che nel gatto rispettivamente la 4ª rad. lombale e la 2ª sacrale ora prendono parte, ora non partecipano all'innervazione delle zampe posteriori.

Un altro fatto notevole è che Bert e Polimanti trascurano di osservare i movimenti delle unghie, organi mobili di così peculiare importanza nei gatti, mentre Langley vi dedica tutta la sua attenzione.

Confrontiamo ora Polimanti con Russel; troviamo una serie di muscoli sulla cui innervazione radicolare il primo serba il silenzio, mentre il secondo li elenca accuratamente. Purtuttavia l'equità vuole che sia dato il giusto peso ad una considerazione d'ordine più generale. Nel genere di ricerche che ci occupa, il metodo dell'osservazione globale dei movimenti eseguiti dall'arto di un animale che ha la schiena spaccata e che magari sta fissato su un apparecchio, non può non condurre ad apprezzamenti individuali soggettivi e quindi spesso erronei. Soltanto il massimo e scrupoloso e cosciente desiderio d'obiettività può far evitare i facili errori d'osservazione e d'interpretazione.

Fin qui per i dati di fatto forniti da Polimanti. Ora concediamo un rapido esame alle sue vedute dottrinali. Rilevo come il più spiccato, il punto ove egli attacca le conclusioni di Forgue e Lannegrace « che le radici non hanno nè specialità d'azione nè specialità di distribuzione e che il movimento combinato che è determinato dalla stimolazione *in toto* d'una radice è artificiale e non funzionale ». Polimanti obietta

(1) Polimanti pare non abbia conosciuto i lavori di Langley, nè quelli di Russel e di Sherrington.

che quella conclusione è tutta arbitraria e che gli autori non possono basarla su nessun fatto sperimentale (?). Inoltre egli aggiunge: « Io non arrivo a comprendere per quale ragione si dovrebbe ammettere che la volontà per eseguire un movimento, deve eccitare le fibre sinergiche di parecchie radici, mentre può raggiungere lo stesso scopo più facilmente eccitando quelle d'una stessa radice ». Questa domanda sembra essere la gemella di quella sovra citata di Russel, e ne possiede tutta l'ingenuità. Infatti le ricerche filogenetiche ed ontogenetiche hanno dato la più luminosa ed esauriente spiegazione di disposizioni anatomiche a prima vista ben più incomprensibili e paradossali! Ed anche quello dell'innervazione radicolare dei muscoli così capricciosa in apparenza, ha avuto nella sua evoluzione attraverso le specie e gli individui la più sufficiente illustrazione da esse. Ed era ad esse che logicamente dovevano rivolgersi gli sperimentatori per sciogliere i peregrini dubbî teleologici. Essi invece, sforzando la verisimiglianza, arrivano ad interpretazioni di « sinergie funzionali » *quasi grottesche*, per citare un giudizio di Sherrington. Vediamo Ferrier ed Yeo ricorrere al fendente di scimitarra nelle scimmie; vediamo Bert scoprire la radice della gioia, e Polimanti, sulle traccie di questi, oltre a quella, la radice della collera, della corte amorosa e del giuoco, concetti basati sulle varie apparenze di scodinzolamento dei cani e dei gatti per effetto della stimolazione di varie radici sacrali. Ma a questi estremi si doveva giungere necessariamente perchè la mente degli sperimentatori del gruppo che abbiamo finito di trattare non possedeva la larghezza di vedute indispensabile per abbracciare il problema nella sua integra entità. Epperò se diedero qualche buon contributo di fatto, non fecero progredire di nulla il concetto generale che doveva coniugare la fisiologia e la morfologia nella sintesi metamerica.

Sottocapo III.

Le ricerche moderne.

Nel presente capitolo verranno esposti in due prime sezioni i lavori esaurienti di Sherrington sulla distribuzione periferica delle radici ventrali e dorsali nella loro serie metamerica. Seguiranno in una terza sezione le ricerche di Winkler e dei discepoli di questi, sulle peculiarità di struttura e funzione dei campi radicolari sensitivi (dermatomi) considerati come unità morfologiche e funzionali.

A) *La distribuzione periferica delle radici efferenti ventrali, secondo Sherrington.*

Sherrington introduce il suo lavoro col dire che avendo cominciato a studiare alcuni meccanismi riflessi del midollo spinale nel *Macacus rhesus*, gli venne fatto di incontrare certe difficoltà che gli fecero desiderare di conoscere un po' più particolareggiatamente il modo di distribuzione periferica delle radici spinali afferenti ed efferenti del midollo spinale di quell'animale. A quel desiderio dell'illustre fisiologo, la scienza deve una serie di lavori che, intrapresi come ricerche preliminari e preparative, sono divenuti un'opera colossale e completa, ricca di tali e tante osservazioni e di tali e tante idee geniali e generali, che a buon diritto il nome di Sherrington va messo nella storia delle ricerche sperimentali sulla metameria spinale cutanea e

muscolare, accanto a quello dei suoi due più geniali pionieri: Schreuder van der Kolk e Türck.

Comincerò in questa sezione a riferire sui lavori che riguardano la distribuzione delle radici efferenti. Sherrington nelle ricerche che ci occupano ora, ha lavorato sull'arto inferiore di sei specie d'animali: della rana, del topo, del coniglio, del gatto, del cane e del macaco. I suoi studî hanno portato: 1) sulla costituzione anatomica del plesso lombo-sacrale; 2) sulla costituzione microscopica del rigonfiamento lombale del midollo; 3) sulla distribuzione periferica delle fibre delle radici anteriori. Nel capitolo VI ho esposto i contributi più importanti recati da Sherrington al problema della costituzione dei plessi artuali. Nel capitolo IX e X mi occuperò dei suoi contributi all'argomento dell'architettura delle corna ventrali spinali. Qui mi limiterò a dare un'idea di quella parte della sua opera che riguarda la distribuzione periferica delle radici motorie. Egli soleva aprire il canale vertebrale, tagliare le radici, e sollevatele delicatamente, stimolarle del tutto od in parte con varî mezzi (meccanici, elettrici). Nel lavoro originale sono da rileggersi le precauzioni messe in atto nell'eseguire questa parte dell'esperimento. L'effetto delle stimolazioni leggère (minime sufficienti) e forti veniva osservato e descritto nel suo intero, e poi analizzato nei suoi dettagli, usando il miografo, ed osservando esternamente i muscoli od anche scoprendoli. In un'altra serie di esperienze egli stimolava la zona motrice e tagliava gradatamente le radici per vederne l'effetto. Finalmente tagliava una sola data radice, faceva sopravvivere l'animale ed osservava le deficienze consecutive nei movimenti. Riunisco a tabella i dati di fatto più importanti, così ottenuti, riportando qui alcuni dei risultati teorici più importanti (tab. 33-37).

Ricordo soltanto di passaggio gli assiomi oramai concordemente affermati da tutti gli sperimentatori, quali la natura pluriradicolare dell'innervazione della maggior parte dei muscoli degli arti e le varietà individuali concretate da Sherrington nei suoi due tipi post- e prefissi. Sull'innervazione pluriradicolare d'ogni muscolo, Sherrington osservò che:

1. « Quando un muscolo è innervato da tre radici, la stimolazione di quella di mezzo dà la contrazione più potente del muscolo ».

2. « Che le fibre innervanti i singoli muscoli nascono in serie sempre continua dal midollo per un certo tratto longitudinale ». Ciò contradice ad un'osservazione di Peyer e Krause per il *M. pronator radii teres* del coniglio, che riceverebbe fibre dalla 7ª radice cervicale e dalla 1ª rad. toracica senza intervento della 8ª cerv. Sherrington ripetè lo esperimento e non lo potè confermare, trovando che anche l'8ª radice cerv. concorre costantemente. Per la disposizione topografica dei muscoli innervati dalla stessa radice, Sherrington dice:

3. « Nella grande maggioranza dei casi i muscoli innervati dalla stessa radice giacciono continui, sicchè formano una striscia, un nastro, un raggio continuo di tessuto muscolare ». Da ciò seguirebbe che i derivati dei singoli miomeri primitivi, gli abbozzi artuali fusi dei miotomi, manifesterebbero ancora la loro provenienza unitaria, per una certa vicinanza topica.

Intanto osserviamo che le eccezioni a questa regola sono molte (v. fig 49, di Bolk) e Sherrington stesso ne indicò già alcune.

Per il significato dei fascetti di fibre dei quali si compongono le radici, Sherrington trovò:

4. « *I fascetti individuali delle radici anteriori* (*ventrali*) *rappresentano in miniatura le radici intere*, e stimolati dànno effetti qualitativamente del tutto eguali alla stimolazione dell'intera radice, abbenchè non quantitativamente ». Sherrington illustra questo concetto ancora dicendo: « Il mischiamento delle fibre motrici destinate ai varî muscoli è già grande al punto stesso ove escono dal midollo, sicchè ognuno dei fascetti di cui si compongono le radici consta di aggregazioni di fibre che rappresentano (per quel che riguarda i muscoli dello scheletro) tutti i gruppi di fibre contenute nella radice intera ». Sappiamo che Russel è giunto al risultato opposto, accusando Sherrington di non aver tenuto conto delle derivazioni delle correnti usate per stimolare: il quale appunto, rivolto ad uno sperimentatore valente come Sherrington, è veramente un po' arrischiato. Vedremo che per quanto l'analogia possa valere in queste questioni, le ricerche di Winkler e Van Rynberk per le radici dorsali ci mostrano una completa conferma dell'opinione di Sherrington.

Passiamo ora all'antico dibattito, se sia da attribuirsi significato morfologico o fisiologico alle radici spinali ed ai plessi nervosi. Riporto qui alcune conclusioni di Sherrington, la cui portata verrà intesa da ognuno anche senza molte parole di commento.

5 *a*. « Il meccanismo spinale per il movimento individuale d'una singola parte artuale, come sarebbe un dito, è distribuito nel midollo in modo che le fibre efferenti che sboccano nelle radici spinali, non rappresentano in nessuna radice o parte di radice, perfettamente un qualunque movimento diverso, ma lo rappresentano sempre imperfettamente ».

5 *b*. « Il taglio di una radice efferente porta debolezza in molti movimenti; giammai la perdita di un dato movimento coordinato (cioè d'un dato atto) ».

5 *c*. « La stimolazione delle singole radici di moto non ha per effetto nulla che abbia rapporto con un qualunque movimento coordinato ».

La concordanza piena ed intera di queste tre proporzioni è troppo evidente perchè io creda apportuno aggiungervi nulla. Stimo utile però di tradurre qualche altro brano del lavoro del 1892 che illumina più chiaramente il pensiero di Sherrington ed il problema stesso del quale tante volte ci siamo già dovuti occupare. « Sembra assai difficile provare la valevolezza della conclusione di Ferrier e Yeo. La semplice rassomiglianza della posizione assunta da un arto per effetto della stimolazione d'una delle sue radici spinali, con una delle molteplici posizioni assunte da esso nell'attività normale del corpo, sembra una base assai mal ferma. Quando una rana tenta d'arrampicarsi lungo le pareti della campana ove è prigioniera, il suo treno posteriore assume un'attitudine d'estrema estensione, che possiede una rassomiglianza, almeno d'apparenza, colla posizione assunta da essa durante un crampo stricnico o sotto la stimolazione della 8ª radice. Ma è permesso di dedurre da questa rassomiglianza che la stimolazione dell'8ª radice spinale produce realmente un movimento ben coordinato nell'arto? Quando ho stimolato con forti correnti in modo da portare in piena azione ogni componente dell'unità complessa costituita da una radice, il movimento risultato m'è sembrato piuttosto rassomigliante ad un crampo stricnico che ad un movimento in regolare

condizione. Se d'altra parte si pretende che si debbano usare stimolazioni minime, io non ho potuto mai ottenere qualche cosa avente relazione con un movimento coordinato. Per es. la stimolazione esattamente efficace della 9ª radice sottotoracica di macaco reso produce abduzione della coda, insieme a flessione delle dita e dell'alluce. Stimolazione debolissima dell'8ª produce talvolta flessione del mignolo e dell'alluce senza movimento delle dita interposte; tal'altra, flessione del dito 3° e 4° senza movimento nelle altre dita; frequentemente poi, chiusura dell'ano insieme ad apposizione e flessione dell'alluce. Queste combinazioni s'impongono all'osservatore come bizzarre se non grottesche, e, come ripeto, dànno poco suggerimento che sia messa in atto una sinergia altamente coordinata ». Recentemente poi, nel capitolo sul midollo spinale nel magistrale « Textbook of Physiology » edito da Schäfer (1900), Sherrington si pronuncia, se possibile, ancora più recisamente. Ivi, dopo aver insistito sulla variebilità dell'innervazione radicolare di moto, egli continua così: « La frequenza della varietà individuali fa apparire in una luce almeno ridicola l'opinione di alcuni, che cioè ogni radice spinale di moto sia una collezione di fibre raccolte insieme con un intento funzionale, e rappresenti un movimento dell'arto coordinato in un modo particolarmente elevato; tutto al contrario: per la frequenza di quelle varietà è dimostrato che è indifferente per il meccanismo funzionale degli arti che un dato gruppo muscolare sia rappresentato in una data radice spinale o no... La radice spinale è una collezione morfologica: essa contiene frammischiate fibre del tutto eterogenee quali adduttrici dell'alluce con protrusori del diaframma pelvico ».

A queste conclusioni e considerazioni d'ordine generale, aggiungo ancora due osservazioni particolari importanti per lo stesso argomento.

6. « Di due movimenti opposti di un'articolazione, quello diretto verso la faccia anteriore (cioè ventrale) dell'arto è sempre rappresentato più anteriormente (più in alto, cioè più cranialmente) nelle radici spinali (cioè nel midollo) di quello antagonistico a direzione opposta ». Riporto qui una tabella figurata di Sherrington che illustra bene questa conclusione, la cui parentela con le vedute di Herringham è evidente. Da essa appare anche manifestamente che nella coscia sono riuniti i derivati di miomeri relativamente assai distanti (v. tab. 37).

7. « La caviglia ed il polso, che sembrano a prima vista limiti naturali separanti due porzioni fondamentalmente distinte dall'arto, non sono considerati tali nei segmenti spinali ». Questa conclusione può aver valore contro alcune vedute esposte da Brissaud, di cui mi occuperò a suo tempo. Ma non bisogna scordarsi che per Sherrington, segmento spinale e radice sono in un certo modo concetti identici, il che è appunto negato da Brissaud, sebbene senza nessuna base morfologica esatta.

Per terminare le conclusioni di Sherrington sul problema del significato di radici e plessi, rimane ancora da riferirne un'importantissima sui plessi.

8. « Io credo che Ioh. Müller aveva ragione attribuendo alla disposizione delle radici motrici entro i plessi artuali un significato anatomico, basato sulla metameria, piuttosto che un significato teleologico, dipendente da una supposta necessità di coordinazione funzionale ». Finalmente dopo quasi un secolo di ricerche e di dibattiti siamo arrivati alla soluzione del problema, e si sente pronunciata la parola *metameria*, che forma la chiave delle misteriose ed intricate attribuzioni dei plessi artuali ed in genere della distribuzione periferica delle radici spinali.

Aggiungo un ultima conclusione sul modo nel quale, come risulta dal precedente capoverso doversi considerare l'arto in toto.

9. « Si deve considerare l'arto come un organo di struttura segmentale, e che, plasmabile come il resto del corpo, è stato plasmato dalla variabilità e dalla funzione, ma non così fortemente che ne sia stato seriamente oscurato il piano architettonico segmentale ». Sherrington basa su questa conclusione un'altra importante anche essa che merita di essere ricordata e che anche oggi può servire come indirizzamento ad eventuali studî ulteriori: « la chiave della distribuzione periferica delle radici spinali (plessi ecc.) è da cercarsi piuttosto nello studio dei fatti anatomici che nella speculazione sul significato funzionale dei singoli muscoli ».

Restano ancora a riportarsi due conclusioni interessanti; l'una ha rapporto alla tesi antica di Panizza e Kronenberg riguardo all'azione protettiva contro la *fatica* da ascriversi secondo loro ai plessi; l'altra si pronunzia contro la seconda conclusione di Forgue e Lannegrace.

10. « Panizza e Kronenberg hanno perfettamente ragione quando suppongono che quando s'è prodotta fatica in un muscolo per la stimolazione d'una data radice spinale, il muscolo non è ancora affatto stanco rispetto alla stimolazione proveniente da un'altra sua radice efferente. Però ciò non dipende affatto dalla disposizione plessuale delle fibre radicolari », Infatti la seguente conclusione ci dà la spiegazione del fatto.

11. « Nei muscoli maggiori, la distribuzione delle fibre nervose provenienti dalle varie radici si effettua in un certo modo indipendentemente l'una dall'altra, il che s'accorda colle ricerche istologiche (Krause ecc.) che dimostrarono che nessuna fibra muscolare è innervata da fibre di più d'una radice ». Per i piccolissimi muscoli del piede, solo rimanendo quest'ultimo reperto istologico, Sherrington ammette con Forgue che le fibre delle varie radici si frammischiano, sicchè ivi non esiste innervazione » cantonnée ».

In tutti i muscoli di maggior mole invece l'invernazione radicolare è « quartierata » in territori segmentali drstinti e delimitati.

E con questo termino la rassegna dei più notevoli contributi portati da Sherrington all'argomento dell'innervazione radicolare di moto, contributi che hanno definitivamente rimesso in carreggiata i problemi riferentisi ad essa. Ora passiamo all'analisi del lavoro suo sulla distribuzione periferica delle radici dorsali, cioè dunque sull'innervazione radicolare della cute.

B) *La distribuzione periferica delle radici afferenti dorsali, secondo Sherrington.*

Le « Ricerche sulla distribuzione periferica delle fibre delle radici posteriori di alcuni nervi spinali » pubblicate negli Atti della Società Reale di Londra, 1893, formano l'*opus maximum* di Sherrington. Esso consta di tre parti: Nella prima egli stabilisce sperimentalmente da quali radici spinali dorsali risultano formati i rami cutanei dei nervi periferici dell'arto anteriore e posteriore. Nella seconda parte stabilisce in modo completo ed esauriente l'area di distribuzione cutanea non soltanto di tutti nervi spinali, ma ancora dei nervi cranici. Nella terza parte finalmente

abborda il problema del meccanismo spinale riflesso dal quale era stato occasionato tutto il lavoro. Inoltre poi restano da notarsi alcune memorie minori come sul riflesso rotuleo sulle aree radicolari cutanee tattili ed algetiche ecc. Nelle ricerche riguarpanti la costituzione metamerica dei rami cutanei Sherrington procedeva con un metodo assai ingegnoso.

Cercato il ramo cutaneo la cui costituzione radicolare egli desiderava determinare lo tagliava e ne stimolava il capo centrale. Fra gli effetti della stimolazione (alterazione dell'apertura pupillare, della pressione sanguigna) egli sceglieva il più semplice: la reazione riflessa muscolare, per stabilire che la stimolazione era pervenuta al midollo. Poi cominciando molto in basso, sezionava ad una ad una alcune radici dorsali, e notava quando il riflesso, per il taglio di una data radice, diminuiva. In tal modo egli stabiliva quale era la radice posteriore più bassa per la quale passano le fibre affe renti del nervo che era in esperimento e continuando determinare quante radici era necessario sezionare perchè il riflesso cessasse del tutto.

Poi ripeteva l'esperienza per il ramo nervoso omonimo dell'altro lato del corpo. Ma come prima egli tagliava le radici spinali cominciando dal basso, nella seconda esperienza le tagliava cominciando dall'alto.

Così gli riusciva di determinare esattamente quale fosse la radice più alta e quella più bassa per la quale passavano fibre afferenti dal nervo esaminato, e comprovava quante radici in tutto bisognava sezionare per far cessare ogni riflesso. Quelle radici enumerate esattamente nella necroscopia successiva all'esperienza rappresentano quindi la costituzione metamerica del nervo. Sherrington eseguì queste ricerche sul gatto e sul *Macacus rhesus*. Siccome esse formano le sole ricerche fatte finora per stabilire la composizione radicolare metamerica di nervi periferici con metodi sperimentali, riporto le due tabelle dei risultati di Sherrington. Essi costituiscono un contributo notevole all'odoneuromeria la quale rappresenta ancora in gran parte un campo vergine (tab. 38-39). Rilevo fra le conclusioni di Sherrington che i rami nervosi da lui esaminati mostravano tutti d'essere costituiti da materiale derivato da più segmenti spinali, sicchè ne veniva, messa in evidenza la natura polimerica o pluri-segmentale di quelle vie nervose afferenti. Inoltre veniva ad essere data di già un'idea generale dell'innervazione radicolare cutanea.

Questa poi venne fatta oggetto d'una serie di ricerche dirette complete ed esaurienti che ora prenderò in esame. Sherrington cominciò a determinare i campi radicolari cutanei nell'arto inferiore della rana, ove pure Eckhard 50 anni prima aveva fatto la prima ricerca metodica e sistematica della distribuzione periferica delle radici spinali dorsali. I risultati di fatto riguardanti l'estensione e la disposizione delle zone radicolari determinate da Sherrington appaiono chiaramente dalle fig. 58-59 ove è pur facile fare il confronto coi risultati ottenuti da Eckhard, la cui bontà ed esattezza appaiono in modo evidente. Anche le conclusioni generali di Eckhard vennero quasi integralmente confermate da Sherrington come si può giudicare dalle sue conclusioni formulate in base alle sole determinazioni fatte sull'arto posteriore della rana.

Io lo riproduco qui; in appresso riporterò quelle riguardanti il macaco per facilitare i confronti tra le regole fondamentali dell'innervazione radicolare in quelle due specie animali così distanti.

1. « Sebbene ogni radice spinale dia nei plessi artuali fibre a parecchi tronchi nervosi, pure la distribuzione cutanea di ogni radice è composta non da aree disgiunte, ma da aree così congiunte da formare un campo distributivo radicolare unito ».

2. « Ogni campo o zona radicolare cutanea ricopre le zone radicolari limitrofe per una notevole estensione: *embricatura* (overlap). L'embricatura della zona situata immediatamente in avanti (cranialmente) si può chiamare *embricatura anteriore*, quella della zona immediatamente successiva (caudale) invece *embricatura posteriore* (anterior and posterior overlap) ».

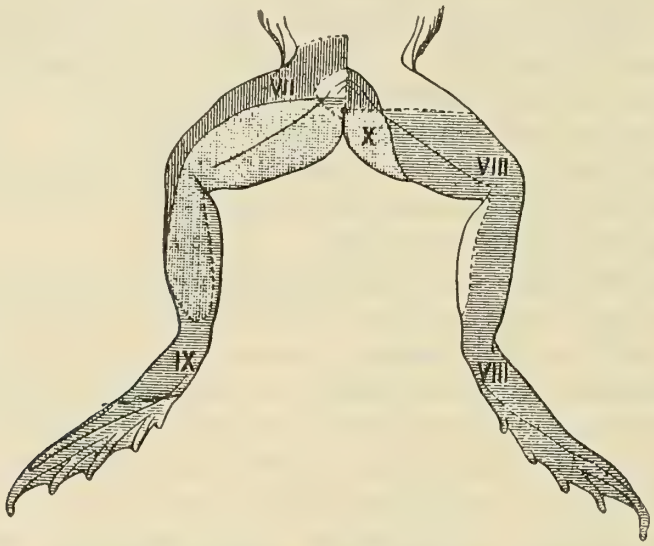


Fig. 58. — Innervazione segmentale della cute del treno posteriore della rana, secondo Sherrington. Aspetto dorsale.

3. « Ogni zona radicolare raggiunge la linea mediana del corpo, tanto dorsalmente che ventralmente, e la oltrepassa anche sebbene per pochissima estensione. In ogni modo esiste quindi un'*embricatura incrociata* tanto nella faccia dorsale (embricatura incrociata dorsale), che nella faccia ventrale (embricatura incrociata ventrale). (Dorsal and ventral crossed overlap) ».

4. « Giudicata dalla sua innervazione radicolare, la cute della punta terminale del cocige occupa una posizione segmentale più posteriore di quella che circonda l'orificio anale ».

4bis. « Nell'arto, la pelle della faccia estensoria (frontale) della coscia è situata segmentalmente più in avanti di quella della gamba e del piede; ma la pelle della faccia flessoria (posteriore) della coscia occupa la medesima situazione segmentale di quella del piede ».

4ter. « La porzione di pelle segmentalmente più posteriore dell'arto è l'area, sessuale, caratterizzata dalla presenza di speciali glandole (radice X) ».

5. « La porzione periferica d'ogni zona radicolare è meno eccitabile del rimanente. Il margine non ha limiti netti, perchè la sensibilità vi degrada continual-

mente fino a scomparire. In ogni modo i limiti sono più netti nell'embricature incrociate che in quella anteriore o posteriore ».

6. « Le variabilità individuali sono evidenti e seguono la legge già enunciata dei tipi pre- e post-fissi dell'innervazione radicolare ».

6bis. « Nello stesso individuo la pelle di un arto può essere prefissa, mentre la musculatura non lo è ».

6ter. « Fra l'arto di destra e di sinistra non fu mai notata differenza di tipo: l'innervazione radicolare appare sempre distribuita con simmetria bilaterale ».

7. « La legge di Schreuder van der Kolk, Eckhard, Peyer, che i muscoli sono

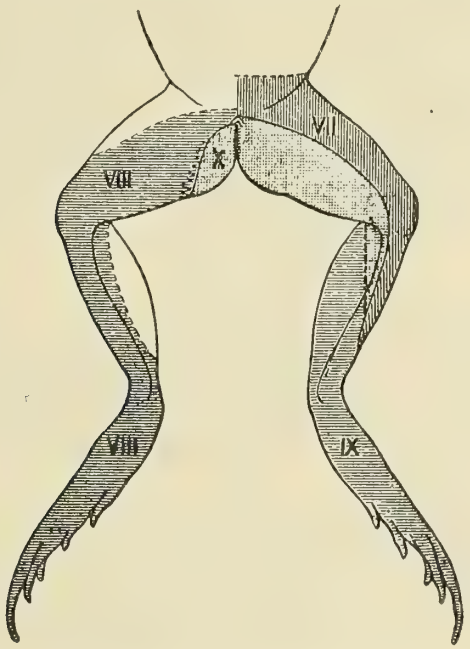


Fig. 59. — Innervazione segmentale della cute del treno posteriore della rana, secondo Sherrington. Aspetto ventrale.

innervati dalla stessa radice che innerva le aree cutanee che li ricoprono, appare talvolta, esatta, ma patisce numerose eccezioni ».

Passiamo ora alle considerazioni che Sherrinton ha aggiunto alle conclusioni precedenti dopo il suo esauriente lavoro sul macaco.

La distribuzione delle radici dorsali in campi chiusi. — Anche nel macaco, le aree cutanee innervate dalle singole radici formano campi chiusi e continui. Aree disgiunte nel senso come quelle descritte da Türck nel cane (2ª, 3ª toraciche) non sembrano esistere nel macaco.

Le embricature. — L'embricatura antero-posteriore nel macaco è così considerevole, che ogni punto della pelle è innervato da almeno due e talvolta da tre radici dorsali. E ciò avviene nel tronco così come negli arti. Come illustrazione riporto

una figura schematica, ove Sherrington rappresenta la disposizione reciproca delle aree della 3ª, 4ª e 5ª radice toracica a livello del capezzolo della mammella (fig. 60).

È da osservare che l'embricatura incrociata è assai meno significante: al massimo equivale ad 1 c. m. nel macaco. Essa è maggiore nella linea mediana ventrale che in quella mediana dorsale.

La forma e la disposizione delle aree radicolari. — Nella sua forma più semplice, ogni area radicolare forma una zona a fascia che va dalla linea mediana dorsale a quella ventrale. Ciò è evidente nella parte superiore del torace ove la forma del corpo è press'a poco cilindrica. Più in basso incomincia ventralmente una fuggita delle aree in direzione caudale, sicchè ivi la porzione ventrale giace più in basso che la porzione dorsale di ogni singola zona, che acquista così una posizione un po' obliqua. Inoltre ogni zona radicolare è un po' più larga verso la linea mediana ventrale che in quella dorsale. Ma sugli arti prevalgono condizioni ben più complicate. Innanzi tutto, mentre nellá rana 4 sole radici innervano la cute dell'arto posteriore, nel macaco vi concorrono 8. Le aree cutanee di queste poi non raggiungono tutte, come nella rana, le due linee mediane del corpo: o ne toccano una sola, oppure non raggiungono nè l'una nè l'altra, rimanendo del tutto confinate nella porzione distale dell'arto.

Per rendersi conto del come stia disposta una data area radicolare, conviene ricordarsi bene i limiti naturali che Sherrington distingue in ognuna di esse e che tipicamente si riconoscono in quelle del tronco. Egli distingue dunque un limite anteriore (craniale) ed uno posteriore (caudale), perpendicolari all'asse longitudinale del corpo; poi uno dorsale ed uno ventrale, giacenti nelle linee mediane dorsale e ventrale del corpo.

Ora, considerata la posizione che occupano le varie aree radicolari, Sherrington conclude che nelle estremità esse sono *stirate*. Infatti, p. es., le prime aree che si trovano parzialmente sull'arto inferiore, manifestano un evidente *stiramento* del loro limite posteriore (caudale), il quale passa in parte sull'estremità (1ª, 2ª lombare). Scendendo più in basso, vediamo che le aree vengono inoltre *dislocate* in modo che, come ho già detto, vengono a perdere in parte o del tutto il loro contatto colle linee mediane del corpo.

Non posso dar qui la serie di considerazioni e descrizioni fatte a questo proposito da Sherrington; riporto soltanto la sua conclusione che costituisce una concezione teorica geniale ed una schematizzazione fortunata di condizioni topografiche complesse e poco chiare, ed una serie di tre figure molto dimostrative.

Egli dimostra che la posizione delle singole aree radicolari e la loro disposizione reciproca è direttamente intelligibile, qualora si supponga che le linee mediane dorsale e ventrale del corpo, si continuino ad angolo retto sugli arti a formarvi le linee *assiali* dorsale e ventrale. Le aree radicolari che perdono il loro contatto colle linee mediane del corpo si mettono in rapporto e restano limitate dalle linee assiali equivalenti dell'arto. I limiti anteriore e posteriore diventano prossimali e distali sull'arto. Per render facilmente comprensibile come è avvenuta la dislocazione lungo le linee assiali dell'arto, giova cominciar a descrivere la forma e la disposizione p. e. delle aree radicolari sull'arto anteriore (v. figg. 61-65). La 2ª e 3ª zona radicolare cingono

il capo ed il collo quasi regolarmente a fascia. Ma già la 4ª mostra uno stiramento. Mentre infatti il suo limite anteriore (craniale) cinge il collo, quello posteriore

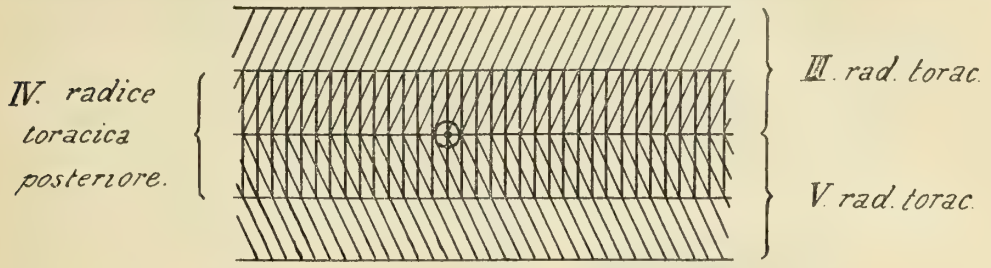


Fig. 60. — Schema delle « embricature » reciproche delle radici 3ª, 4ª, 5ª toracica dorsale nel macaco, secondo Sherrington.

(caudale) s'avanza sulla spalla. L'intera area acquista così una specie di prolunga-

Fig 61. — L'innervazione centrale della testa nei macaco, secondo Sherrington.

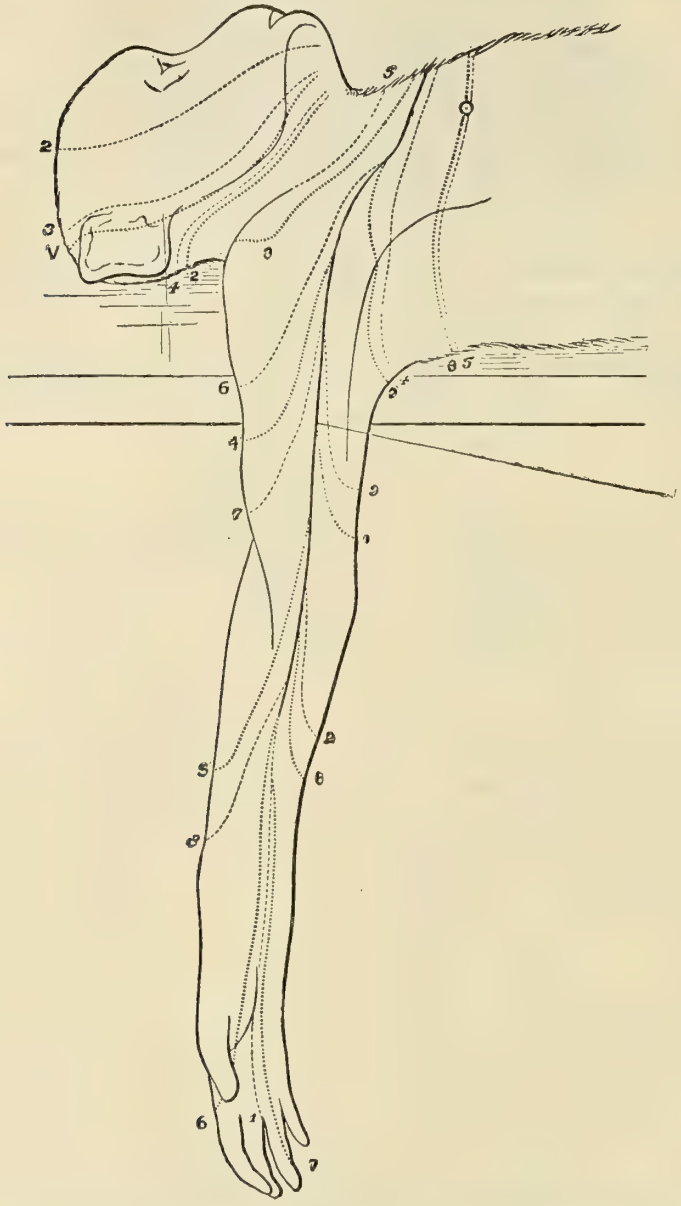
Leggenda della fig. 61.

5α, 5β, 5γ = i territorî rispettivamente della 1ª, 2ª, 3ª branca del Trigemins (V) — ? v = territorio d'innervazione (dubbio) del Vago (X). — Il limite fatto a tratti paralleli //////////// segna il limite anteriore dell'innervazione *spinale* sul capo; cioè il limite anteriore del territorio della 2ª radice cervicale dorsale.

mento, che, come un lembo in forma di lingua, s'allunga nella direzione dell'asse dell'arto. La 5ª zona ha un limite craniale circolare che cinge il collo sopra la

spalla, ma quello caudale s'allunga assai sull'arto fino ad oltre la piega del gomito.

In questo caso dunque il lembo artuale dell'area è ancora maggiore. Inoltre c'è



Linea assile ventrale dell'arto.

Fig. 62. — L'innervazione segmentale del collo, dell'arto anteriore e della parte anteriore del tronco sul macaco, secondo Sherrington.

da osservare che mentre nella 3ª zona i due limiti anteriore e posteriore, nascendo nella linea dorsale mediana, raggiungono quella ventrale mediana, nella 4ª e specie nella 5ª ciò non avviene più: in queste l'origine del limite posteriore si è spostata

lungo la linea assile dorsale dell'arto, ed anche il suo termine non è sulla linea

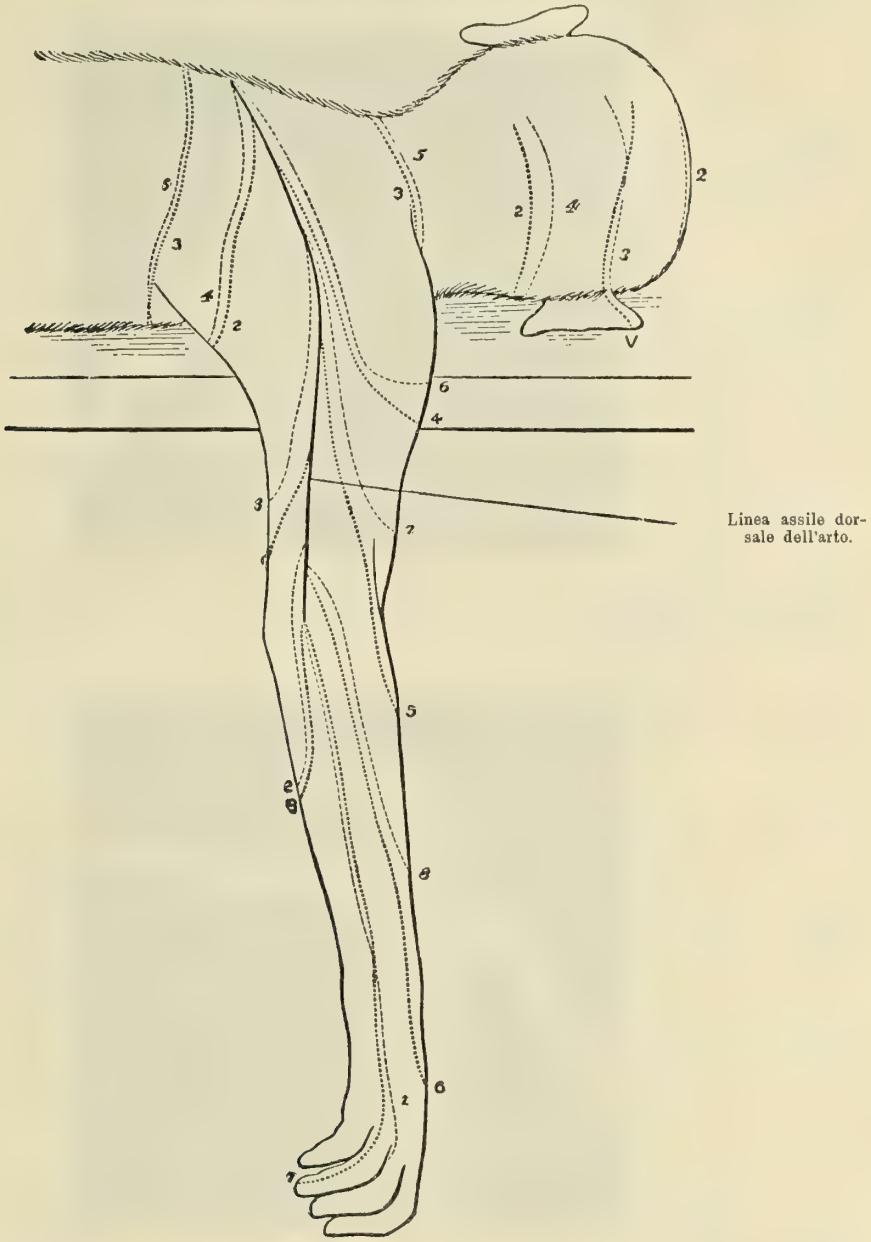


Fig. 63. — L'innervazione segmentale del collo, dell'arto anteriore e della parte anteriore del tronco nel macaco, secondo Sherrington. Aspetto dorsale.

Leggenda delle figure 62 e 63.

V. Limite posteriore del territorio innervato del Trigemino.
2 ---, 3 ---, 4 --- = Limiti craniali.
2 ....., 3 ....., 3 ..... = Limiti caudali dei dermatomi cervicali e toracici.

mediana ventrale del corpo, bensì nella linea assiale ventrale dell'arto. Procedendo a rendersi conto attentamente del comportamento della zona 6ª in confronto alle

precedenti, è facile capire la posizione della 7ª, che non tocca in nessun punto le linee mediane del corpo, essendo del tutto dislocata sull'arto.

Fig. 64. — L'innervazione segmentale del collo, dell'arto anteriore e della parte anteriore del tronco, nel macaco, secondo Sherrington. Aspetto ventrale.

Fig. 65. — L'innervazione segmentale del collo, dell'arto anteriore e della parte anteriore del tronco, nel macaco, secondo Sherrington. Aspetto dorsale.

Leggenda delle figure 64 e 65.

In queste figure i limiti segmentati sono stati designati su modello di gesso, in modo che sulla metà sinistra del corpo sono segnati soltanto i limiti anteriori (craniali) e su quella sinistra soltanto quelli posteriori (caudali). A sinistra quindi le cifre 2, 3, 4 ne significano i limiti craniali, a destra i limiti caudali dei dermatomi cervicali e toracici.

Lo stesso dicasi dell'8ª zona cervicale e della 1ª e 2ª toracica. Per comprendere la posizione di queste ultime, è opportuno rendersi prima conto della disposizione

delle aree 2ª e 3ª toracica, cominciando dal basso. Allora si vedrà che la posizione della 1ª e 2ª toracica di fronte a quella della 3ª e 4ª, è analoga a quella della 7ª e 6ª cervicale di fronte a quella della 5ª e 4ª.

Per gli arti posteriori si verificano condizioni non dissimili fondamentalmente da quelle trovate per quelli anteriori (v. le figg. 66, 67, 68).

Per render chiaro come questa disposizione possa intendersi sviluppata nell'evoluzione embrionale, Sherrington ha dato uno schema (fig. 69) che rende il suo concetto in modo assai evidente. Per chi ha seguìto il mio commento allo schema analogo di Bolk (fig. 42), questo di Sherrington è senz'altro intelligibile.

Dai confronti degli schemi come anche dai confronti delle figg. 61-68 di Sherrington e quelle 40, 41, 43-46 di Bolk appare anche la differenza di fatto che divide il loro modo di concepire la innervazione radicolare degli arti. Secondo Sherrington si dislocano sulle estremità le aree radicolari *in toto*, mentre secondo Bolk ciò avviene soltanto per la porzione latero-ventrale (innervata dalla divisione primaria anteriore o ventrale del nervo spinale), mentre la parte dorsale (innervata dalla divisione primaria posteriore, o dorsale) o non esiste affatto (7ª ed 8ª cerv.) o rimane separata dal resto del dermatoma vicino alla linea mediana dorsale (5ª, 6ª, 9ª zona radicolare). Vedremo che questo contrasto di vedute è stato risolto recentemente da Winkler e Van Rynberk in modo soddisfacente. Un altro punto ove Bolk e Sherrington sembrano discordare sta nella « discrepanza » fra il campo dorsale e quello ventrale, che Bolk trovò esistere per i dermatomi del tronco. Per Sherrington questo fatto si è manifestato con la « sfuggita » della porzione ventrale delle aree radicolari della parte inferiore del tronco, per cui esse prendono posizione obliqua e la porzione ventrale viene ad essere situata assai più caudalmente di quella dorsale.

Posizione segmentale dell'ano e della vulva. — Nella rana, la cute della punta terminale del cocige occupa una posizione segmentale più posteriore di quella che circonda l'orificio anale. Medesimamente nel macaco la vulva e l'ano non stanno al polo posteriore del corpo, ma si trovano, come l'ombelico, nella linea ventrale mediana (v. fig. 64).

Le variazioni individuali. — Le variazioni individuali sono costituite principalmente dai due tipi d'innervazione radicolare fissati da Sherrington come post-fisso e pre-fisso (vedi Cap. VI).

La legge di Schreuder van der Kolk. — La legge di Schreuder van der Kolk non è applicabile senz'altro al macaco.

L'eccitabilità nelle singole aree radicolari. — Come nella rana, anche nel macaco, in ogni singola area radicolare, l'eccitabilità è massima nel mezzo del campo, minore ai bordi.

Fin qui le conclusioni di Sherrington per il macaco, riportate in concordanza a quelle fondamentali trovate per la rana. Ora passiamo a riferire ancora di alcune altre.

1. « Le articolazioni che, come quelle del gomito, del ginocchio, del polso e della caviglia, potrebbero sembrare limiti naturali demarcanti porzioni dell'arto fondamentalmente distinte, non sono considerati come tali nella segmentazione spinale, manifestata dalla distribuzione delle radici posteriori (dorsali).

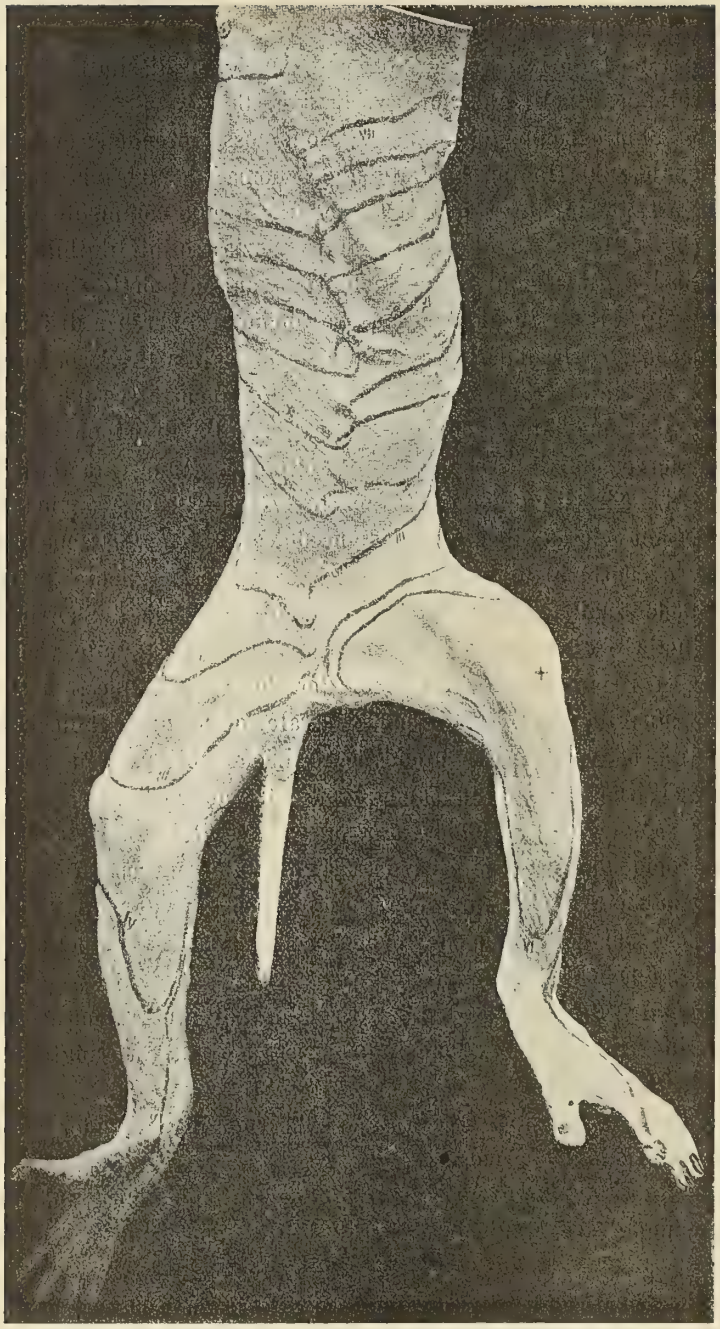


Fig. 66. — Innervazione segmentale della parte posteriore del corpo del macaco, secondo Sherrington. Aspetto ventrale.

Leggenda della figura 66.

Sulla metà sinistra del corpo (modello in gesso) sono disegnati soltanto i limiti *craniali*, su quella destra quelli *caudali* dei dermatomi.

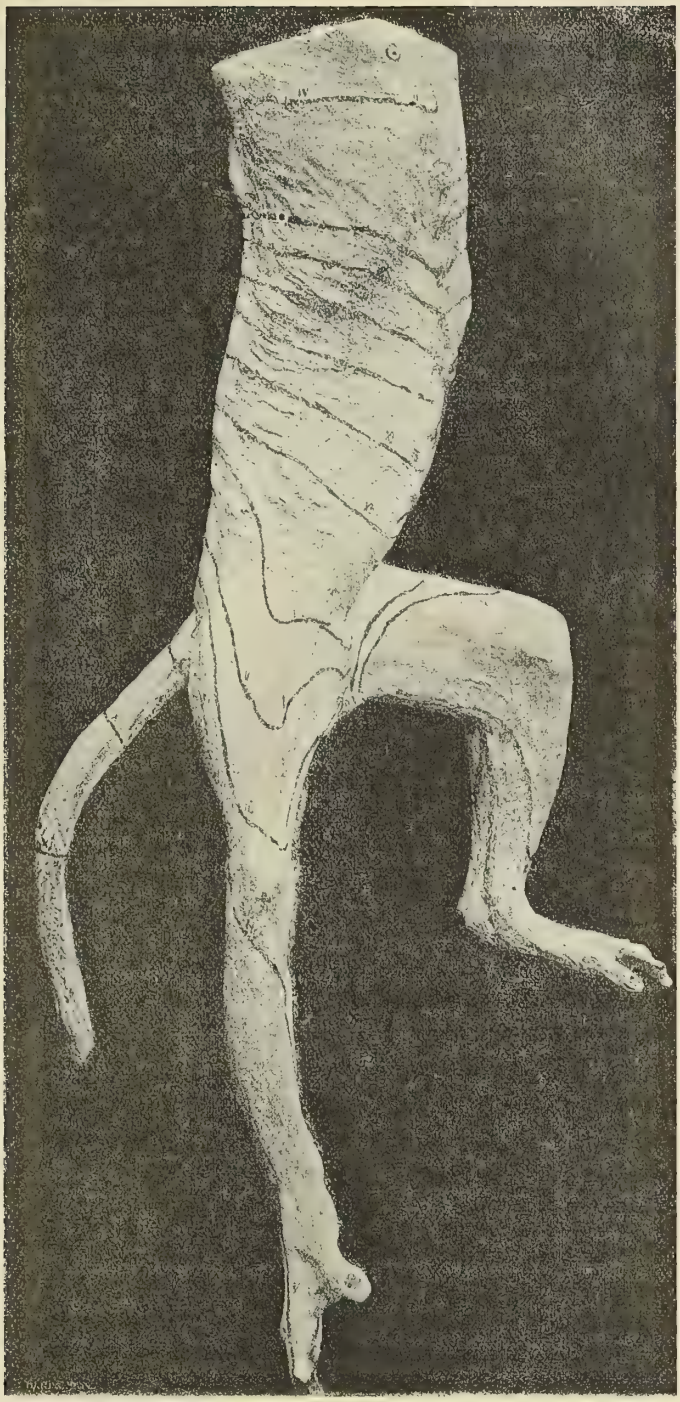


Fig. 67. — Innervazione segmentale della parte posteriore del corpo del macaco, secondo Sherrington. Aspetto laterale.

Leggenda della figura 67.

Sulla metà sinistra del corpo (modello in gesso) sono disegnati soltanto i limiti *craniali*, su quella destra, quelli *caudali* dei dermatomi.

Fig. 68. — Innervazione segmentale della parte posteriore del corpo del macaco, secondo Sherrington. Aspetto dorsale.

Leggenda della figura 68.

Sulla metà sinistra del corpo (modello in gesso) sono disegnati soltanto i limiti *craniali*, su quella destra quelli *caudali* dei dermatomi.

2. « La distribuzione periferica delle radici spinali manifesta, tanto negli arti che nel resto del corpo, il significato morfologico della sua costituzione, piuttosto che un significato funzionale basato sulla coordinazione ».

3. « Il numero delle dita di un'estremità non ha nessun rapporto col numero di radici che entrano nel plesso che la innerva ».

4. « Le aree di distribuzione cutanea delle radici posteriori non corrispondono colle aree di distribuzione cutanea delle radici anteriori, giudicata dalla distri-

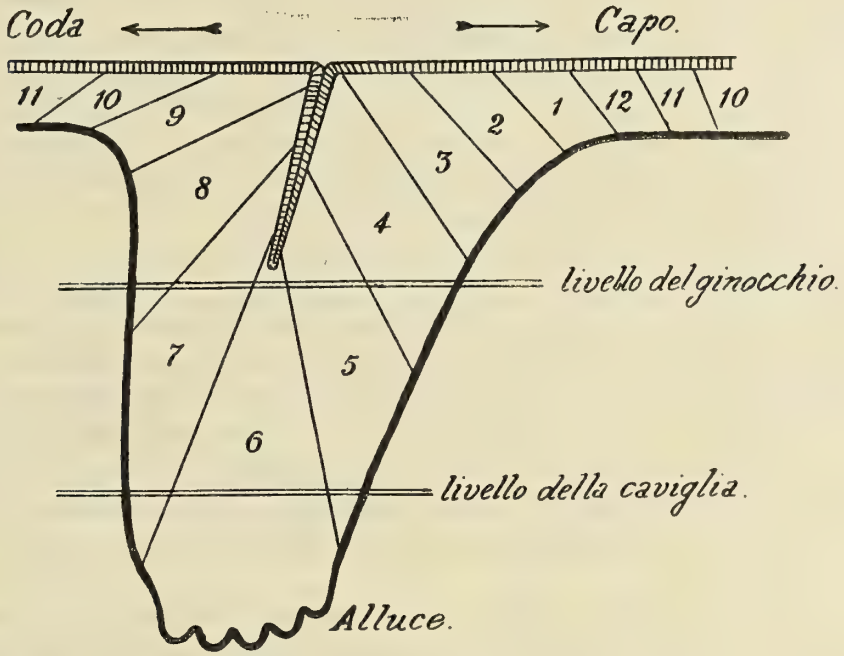


Fig. 69. — Schema dell'innervazione segmentale dell'arto posteriore del macaco, secondo Sherrington.

buzione delle loro fibre pilomotrici. Le zone radicolari cutanee pilomotrici e sensitive non corrispondono ».

5. « Corrispondono invece le zone radicolari sensitive cutanee (dipendenti cioè dai gangli intervertebrali) e le zone pilomotrici innervate dai gangli corrispondenti del gran simpatico ».

6. « Corrispondono anche (come pure già suppose Langley) le aree radicolari sensitive cutanee (dipendenti cioè dai gangli intervertebrali), e quelle secretorie dipendenti dai gangli corrispondenti del G. simpatico ».

7. « Per quel che riguarda le aree cutanee vasomotrici, sembra che nel macaco esista una curiosa corrispondenza fra le aree di cute *sessuale* semierettile, alla radice della coda, sulla natica e lungo la faccia posteriore della coscia ed il complesso delle aree cutanee sensitive innervate dalla 10ª, 9ª, 8ª radice post-toracica ».

C) *Le ricerche di Winkler e dei suoi discepoli.*

Finalmente siamo arrivati all'ultima tappa nella storia delle ricerche sperimentali sulla distribuzione periferica delle radici spinali. Rimane da analizzare ancora tutto un insieme di fatti e di dottrine risultante da una serie di lavori sperimentali del neurologo d'Amsterdam, Winkler, e dei suoi allievi Coenen, Langelaan e Van Rynberk. Il punto di partenza dal quale Winkler prese le mosse fu la considerazione che tutti gli autori precedenti, compresi Sherrington e Bolk, avevano concentrato i loro sforzi bensì a scoprire l'allineamento sul corpo delle aree radicolari cutanee considerate come unità morfologiche e funzionali, ma che nessuno avava dato notizie sulla costituzione ed il funzionamento individuale di quelle unità stesse. Ora, le radici dorsali originano, come è noto, dal midollo, da numerosi fascetti, il cui numero varia nei diversi vertebrati, ma che è per solito notevole (fino ad 11 nell'uomo). Questo fatto portava direttamente ad un primo quesito: se l'area radicolare cutanea, il dermatoma, consti di aree fascicolari individuali, oppure se le fibre dei fascetti delle radici dorsali si spandano diffusamente in tutto il dermatoma.

Questo quesito si presentava ancora più logicamente per alcuni casi clinici osservati da Winkler, nei quali si manifestavano zone d'insensibilità cutanea che sembravano corrispondere non ad alcuni dermatomi interi, ma a frammenti di dermatomi, sicchè sorgeva spontaneo il dubbio che quelle manifestazioni potessero dipendere da una lesione parziale di una radice, p. e. di alcuni pochi fascetti radicolari. Sorgeva poi un altro quesito: fino a che punto le condizioni peculiari dell'innervazione cutanea periferica (cioè la disposizione dei rami nervosi cutanei ecc.) trovino la loro espressione nei risultati delle ricerche sull'innervazione radicolare della cute.

Abbiamo visto che Bolk in base alle sue dissezioni ammette, come Türck, che alcune radici innervino due campi cutanei disgiunti, mentre Sherrington credè poter confermare l'antica legge di Eckhard, che cioè le aree radicolari cutanee formino campi continui, anche nel macaco. Sembrava presumibile che questa divergenza di dettaglio nelle concezioni, del resto tanto armonizzanti, dei due esimii osservatori non dipendesse soltanto dalla differenza del metodo di ricerca usato, ma fosse in parte anche l'espressione delle peculiari condizioni dell'ordinamento periferico dei nervi cutanei, e che fosse quindi risolubile con un miglior apprezzamento di quelle condizioni periferiche medesime. La risoluzione dei due quesiti ora indicati venne intrapresa da Winkler in collaborazione con Van Rynberk, ed io esporrò prima le loro ricerche per passar poi ad esaminare gli altri lavori fatti sotto Winkler, il cui indirizzo è alquanto diverso.

Winkler e Van Rynberk (1901-1903) cominciarono innanzi tutto a ripetere gli esperimenti di Sherrington col metodo detto da Head « della sensibilità persistente ». Si tagliano alcune radici dorsali, per esempio 4, di cui 2 precedono cranialmente e 2 seguono caudalmente una data radice dorsale lasciata intatta e che rimane in tal modo « isolata ». Parimenti l'area sensitiva corrispondente alla radice intatta rimane allora « isolata » sulla cute fra due aree insensibili corrispondenti alle radici tagliate.

In una prima serie di ricerche essi lavorarono sulle radici toraciche medie (5^a-10^a) del cane, le quali si distribuiscono sulla parte craniale del torace ove,

come abbiamo già rilevato parlando delle ricerche di Sherrington, la forma del tronco è la più vicina alla cilindrica, ed ove i dermatomi hanno la forma teoricamente e praticamente più primitiva di bande a fascia. Da questa prima serie di ricerche risultò un fatto importante, non tanto in se stesso quanto nei suoi particolari. Risultò cioè una grande variabilità nella forma e nella estensione delle aree sensitive corrispondenti ad una radice dorsale « isolata ». Questo fatto non era tanto straordinario, perchè è ovvio che il grave intervento operatorio cogli eventuali incidenti di varia natura e gravità e loro effetti postumi, eserciti una certa influenza sul funzionamento del midollo e della radice isolata. Inoltre l'isolamento dell'area radicolare toglie ad essa tutte le embricature che normalmente la ricoprono. L'area sensitiva isolata sperimentalmente si può chiamare *dermatoma* sperimentale e differisce per sua natura propria dal *dermatoma anatomico* o *teorico*. Abbiamo già detto che quest'ultimo è rappresentato sopra ogni lato del tronco da una banda quasi a fascia, i cui lati più lunghi non sono però paralleli, ma divaricano un poco dal dorso verso il ventre, sicchè il limite ventrale del dermatoma, situato nella linea mediana ventrale del corpo, è un poco più lungo di quello dorsale, situato nella linea mediana dorsale (fig. 70, 1). Questo fatto è in armonia col fatto embriologico che il tratto di cute situato fra la 1ª e la 12ª vertebra toracica sul dorso è assai più breve di quello situato fra i punti corrispondenti nella linea mediana ventrale, cioè fra il manubrio dello sterno e la sinfisi pubica. La pelle che ricopre il tronco è stata dunque, come si suol dire, « stirata » nella parte ventrale del corpo durante l'evoluzione fetale, causa lo sviluppo dei voluminosi organi toracici e addominali. Mentre dunque il dermatoma teorico sul tronco corrisponde ad un trapezio molto allungato, Winkler e Van Rynberk trovarono che l'area cutanea sensitiva isolata, non corrisponde mai a questo schema, ma offre una polimorfia interessantissima che ora descriverò.

Esaminiamo prima di tutto l'importanza degli effetti del traumatismo operatorio, per la forma e grandezza dell'area sensibile trovata.

Quando si comincia a fare operazioni sul midollo e non si è ancora completamente padroni della tecnica, l'area sensitiva isolata si mostra per lo più sotto forma di un triangolo più o meno regolare, che ha la base nella linea mediana dorsale e l'apice situato nella linea mediana ventrale o almeno vicino ad essa. Questo nei casi d'operazione relativamente fortunata (fig. 70, 3, 4).

Quando invece vi fu qualche incidente notevole (grave emorragia p. es.) o quando la durata della operazione e quindi della narcosi si è protratta molto, sicchè il midollo è rimasto lungamente scoperto (raffreddamento ecc.), in questi casi ha luogo un altro interessante fenomeno. L'area sensitiva cioè si trova ad essere spezzata in due campi separati. L'uno di questi si presenta sempre come un triangolo non molto allungato, avente la sua base nella linea mediana dorsale; l'altro giace per lo più sotto forma di un ovale allungato nella zona ventrale di cute, addossato alla linea laterale del tronco. Altre volte invece il secondo frammento giace molto più ventralmente, in forma di un triangolo appoggiato colla base alla linea mediana ventrale e coll'apice verso la linea laterale del corpo. Talvolta poi succedeva che il frammento ventrale si presentava sotto forma d'una losanga, mentre fra esso ed il frammento dorsale dell'area sensitiva si trovava una terza area limitata ad un cerchietto assai

ristretto. In tal modo dunque l'area sensitiva isolata veniva a trovarsi frammentata in 3 aree distinte (fig. 70, 5, 6, 7). Quando finalmente il trauma è stato più grave ancora, o quando un trauma persistente (un grosso coagolo sanguigno p. es.) continua a ledere la radice, l'area sensitiva che si trova è ancora più piccola e limitata ad un campo triangolare in corrispondenza della cute dorsale, mentre non v'è traccia di sensibilità

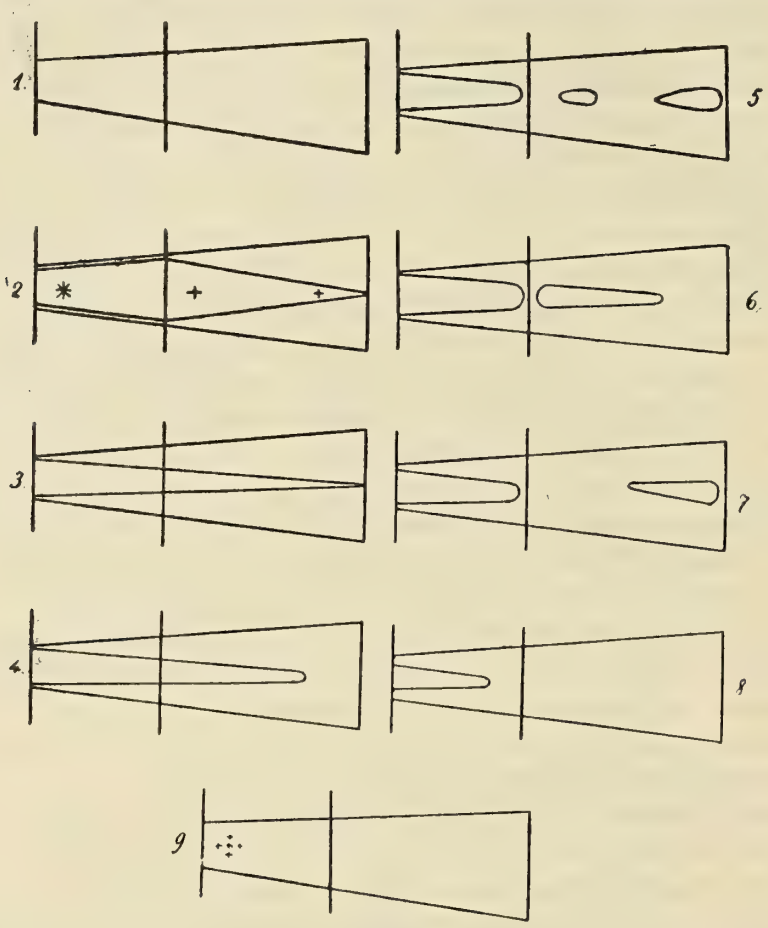


Fig. 70. — Dermatoma teorico e dermatomi sperimentali. Schemi di Winkler e Van Rynberk.

Leggenda della figura 70.

1. Dermatoma teorico. — 2-9, « aree centrali » cioè forme diverse nelle quali si riscontrano i dermatomi sperimentalmente isolati. In 2 è rappresentato l'*ottimo* dell'area centrale quale si osserva dopo osservazioni molto fortunate. Vi sono indicati i tre « massimi » del dermatoma * quello dorsale, + quello laterale, + quello centrale. — 3.4, restringimenti triangolari dell'area centrale: aree centrali « medie ». — 5.6.7.8, frammentazione dell'area centrale nelle singole aree dorsale, laterale e ventrale. — 9 ⁂ « *ultimum moriens* » del dermatoma.

nella parte ventrale della cute (fig. 70, 8). Finalmente in alcuni casi estremi, quando la conduzione nella radice sta per essere abolita del tutto, l'ultimo vestigio di sensibilità si trova in alcuni punti sparsi entro una piccola area vicina alla linea dorsale mediana, mentre tutto il resto del dermatoma è insensibile. Winkler e Van Rynberk considerarono questa serie di configurazioni dell'area sensibile isolata, come l'espressione della morte del dermatoma, ed in conseguenza dissero « *ultimum moriens* » del der-

matoma il punto, ove la sensibilità persiste più a lungo per scomparire infine definitivamente (fig. 70, 8).

D'altra parte invece, nei casi d'operazioni spedite e fortunate, l'area sensitiva isolata si slargava dalla linea mediana dorsale verso la linea laterale, ove raggiungeva la sua massima larghezza, per scemare di nuovo verso la linea mediana ventrale (fig. 70, 2). Si vede che nemmeno allora la zona sensitiva isolata aveva la perfetta forma del dermatoma teorico. L'analisi di questo fatto notevole ha portato a conclusioni assai interessanti che io voglio qui riprodurre. Innanzi tutto Winkler e Van Rynberk rilevano che il fatto, che anche nelle operazioni più fortunate il dermatoma sperimentale differisce per forma ed estensione da quello teorico, si spiega con molta verisimiglianza ammettendo che nel dermatoma le parti marginali non sono capaci di mantenere la sensibilità quando, per il taglio delle radici dorsali vicine a quella isolata, tutte le embricature sono abolite, mentre invece le parti centrali di esso sono capaci di mantenere la sensibilità anche dopo l'abolizione di tutte le embricature. Perciò distinsero nel dermatoma innanzi tutto una *area marginale* (*randveld*) ed una *area centrale* o *nucleare* (*kernveld*), la quale si potrebbe anche dire area *autonoma* del dermatoma. Ma questa distinzione, se spiega il restringimento generico del dermatoma sperimentale « ottimo » di fronte all'estensione del dermatoma reale, non spiega lo strano polimorfismo col quale in altri casi si può presentare l'area sensibile. Per interpretare questo polimorfismo Winkler e Van Rynberk osservano che in riguardo alla disposizione dei frammenti, nei quali talora si trova esser ridotta l'area sensitiva isolata, si impone la identificazione di quelli coi campi di distribuzione dei rami cutanei dei nervi spinali al livello del torace che, come è noto, sono appunto in numero di tre (o quattro) principali, cioè uno dorsale (dato dalla divisione primaria dorsale o posteriore) e uno (o due) laterali, ed uno ventrale (dati dalla divisione primaria ventrale o anteriore del nervo spinale cioè dal ramo intercostale). Da quanto è stato esposto più sopra appare chiaramente, che le singole aree di distribuzione dei rami cutanei dei nervi spinali possono divenir manifesti individualmente, quando nell' « isolare » la loro radice rispettiva vi è stato un trauma operativo piuttosto notevole. Per effetto di questo trauma la sensibilità dell'aree di cute innervate rispettivamente dai rami nervosi periferici, scema in modo che le parti marginali di esse diventano insensibili: così vengono a mancare le embricature per le quali, in condizioni normali, le aree periferiche d'ogni nervo intercostale si addentellano in modo da formare una zona senziente, unica, unita e continua, quale si trova nei casi d'operazioni più fortunate. Quando le embricature interne dei dermatoma vengono a mancare, bande di cute insensibile si trovano a separare le aree dei rami periferici, ed abbiamo la frammentazione dell'area centrale del dermatoma.

I singoli campi di distribuzione dei rami cutanei cominciano dunque a perdere la sensibilità nelle loro parti marginali quando una trauma colpisce la radice dorsale dal cui ganglio originano.

Quando il trauma è stato assai grave, sicchè gradualmente tutta la conduzione della radice isolata viene distrutta, avviene che prima i frammenti laterali e ventrali, e finalmente anche quello dorsale, della zona isolata, si riducono sempre più fino ad essere rappresentati soltanto da aree piccolissime, che occupano una posizione

centrale nei frammenti stessi e che finiscono per diventare insensibili anch'esse. Questi punti centrali dei frammenti rappresentano dunque rispettivamente i punti che possiedono la massima sensibilità; che la mantengono più a lungo, e che *muoiono* per *ultimi* nei rispettivi frammenti. Così Winkler e Van Rynberk vennero a distinguere tre massimi di sensibilità nel dermatoma: uno dorsale, uno laterale ed uno ventrale. Questi costituiscono poi anche rispettivamente l'*ultimum moriens* dei tre frammenti del dermatoma o dei tre campi di distribuzione dei nervi cutanei dorsali, laterale e ventrale. Rimane però sempre il fatto stabilito prima, cioè che quando il dermatoma « muore », il punto che rimane sensibile per ultimo è sempre il massimo dorsale, ove quindi si trova l'*ultimum moriens* di tutto il dermatoma.

È di tutta evidenza che i 3 *maxima* del dermatoma corrispondono ai punti ove i rami nervosi cutanei penetrano nella cute, e questo fatto è di singolare importanza perchè ne deriva una legge generale formulata come segue, anche separatamente da Van Rynberk in base ad una ricerca speciale sull'uomo: « quando un trauma abolisce a poco a poco la conduzione della via nervosa afferente di un'area cutanea, la sensibilità vi si estingue in direzione centripeta, cioè s'estingue gradatamente, cominciando nelle parti di cute che si trovano più lontane dal punto d'ingresso in essa del nervo e quindi dal centro nervoso (ganglio, midollo spinale) ». La sensibilità muore quindi prima nelle aree « eccentriche ».

È manifesto che questa legge è in armonia col fatto che nella morte del dermatoma il frammento dorsale rimane più a lungo sensibile. Infatti, se noi consideriamo i dermatomi del tronco del cane, in rispetto alla distanza che separa le loro varie parti dal ganglio intervertebrale e dal midollo, appare che le aree dorsali si trovano assai più vicine ai centri nervosi che non le aree ventrali. E ciò a causa della posizione della colonna vertebrale, che nella regione toracica giace molto ravvicinata al dorso. Ne segue che la via nervosa che unisce la cute ventrale al midollo è circa tre volte più lunga di quella che vi unisce la cute dorsale, e ciò spiega perchè la sensibilità si distrugge prima nell'aree ventrali più « eccentriche » e per ultimo in quelle dorsali dei dermatomi del tronco. Questi fatti ricevono la loro conferma anche da un'altra ricerca intrapresa da Van Rynberk sui dermatomi del tronco del pesce-cane *Scyllium catulus*. In questi animali il midollo spinale occupa una posizione centrale nel corpo, ed in corrispondenza a ciò la sensibilità delle aree ventrali dei dermatomi del tronco è uguale ed anzi maggiore che in quelle dorsali.

In conclusione abbiamo dunque:

1. « Isolando » sperimentalmente un dermatoma, l'area sensitiva che si ottiene, non corrisponde giammai nè per estensione, nè per forma al dermatoma anatomico, ma rappresenta una *caricatura* di questo, secondo l'espressione di Winkler.

Winkler e Van Rynberk chiamano *area centrale* o *nucleare* del dermatoma l'area sensibile così ottenuta.

2. La differenza tra l'« area centrale » ed il dermatoma anatomico è data da un'*area* o *zona marginale* che diventa insensibile a causa della cessata azione delle embricature.

3. Nella forma e nella maniera di frammentarsi talora presentata dall'area centrale del dermatoma, si riconoscono le aree individuali d'innervazione dei rami nervosi cutanei del nervo spinale.

4. Tanto il dermatoma stesso, quanto le singole aree di distribuzione dei rami nervosi cutanei periferici che lo costituiscono, perdono per effetto del trauma operativo la loro sensibilità in un modo costante ed analogo:

a. Le singole aree d'innervazione che formano il dermatoma, e quindi tutto il dermatoma stesso, tendono a perdere la loro sensibilità dai margini verso i punti d'ingresso dei rami nervosi periferici nella cute cioè dai punti più, ai punti meno eccentrici, cioè in direzione centripeta.

b. L'intero dermatoma tende inoltre a « morire » in direzione ventro-dorsale, cioè anch'esso « muore » in direzione centripeta.

5. I punti d'ingresso dei rami nervosi nella cute costituiscono i punti di massima sensibilità nel dermatoma, onde si distinguono i massimi dorsale, laterale, ventrale.

6. Questi massimi costituiscono ripettivamente per la loro area il punto che muore ultimo; il massimo dorsale è l'*ultimum moriens* dell'intero dermatoma.

7. I fatti esposti in tutti i paragrafi precedenti costituiscono l'espressione d'una legge generale: le aree sensitive cutanee muoiono in direzione centripeta, cioè la sensibilità è prima a perdersi nelle parti più lontane del centro nervoso (ganglio, midollo), ultima a persistere nei punti più vicini ad esso (punto d'ingresso del nervo). La paralisi sensitiva invade quindi i territori cutanei prima nelle zone eccentriche, e procede in direzione centipetra.

***

Esaurita questa parte delle ricerche preliminari, in base ad essa Winkler e Van Rynberk intrapresero la soluzione del problema riguardante i fascetti radicolari e la distribuzione delle loro fibre nel dermatoma. Essi ricorsero in questa ricerca a due serie d'esperienze. In una prima serie « isolavano » una radice dorsale nel solito modo, aprivano la ura madre soprastante ad essa e tagliavano alcuni dei fascetti, coi quali penetrava nel midollo. L'esito fu che le aree sensitive isolate non mostravano mai una forma di riduzione diversa da quelle osservate nell' isolare una radice intera. Purchè un sol fascetto fosse rimasto intatto, si trovava che la sensibilità persisteva in un'area che per forma ed estensione non differiva molto da quelle trovate nel semplice « isolamento » d'una radice completa.

In un'altra serie di ricerche, Winkler e Van Rynberk procedettero diversamente. Aperta largamente la dura madre, tagliavano alcuni fascetti (2, 3) d'una serie (per es. di 4) radici dorsali. Essi usavano tagliare o tutti i fascetti situati più anteriormente (cranialmente), o tutti quelli situati più posteriormente (caudalmente) in ciascuna radice. Se i fascetti radicolari possedessero una distribuzione localizzata nel dermatoma, il taglio di una serie analoga di fascetti avrebbe dovuto dare aree determinate d'insensibilità. Invece non ne fu nulla; la cute in corrispondenza alle quattro radici si trovò anzi uniformemente iperalgetica, senza che un sol punto fosse insensibile. La conclusione ovvia che ne trassero i due autori fu:

8. I fascetti radicolari hanno distribuzione sparsa nel dermatoma.

In base a tutte le esperienze fatte nel corso delle ricerche ora analizzate, e ad altre molte istituite espressamente, Winkler e Van Rynberk poi intrapresero uno studio d'ordine diverso, che desidero comunicare brevemente prima di passare oltre.

Come già dissi, il metodo più frequentemente da loro seguìto è quello della sensibilità persistente. Questo metodo non dà soltanto una zona sensibile corrispondente alla radice intatta « isolata », ma altresì due zone insensibili corrispondenti alle radici tagliate. Variando opportunamente il numero di queste radici tagliate (da 1 a 4) e anche di quelle isolate intatte (1 a 3) e misurando volta per volta esattamente la lunghezza assoluta e relativa delle zone insensibili e di quelle sensibili a varî livelli determinati e fissi del tronco (linea mediana dorsale, linea mediana ventrale, linea laterale), Winkler e Van Rynberk vennero a trovarsi in possesso di una serie di dati numerici che offrivano l'opportunità di confronti interessanti sull'entità relativa delle *embricature* dei dermatomi, o piuttosto di quella loro parte che Winkler e Van Rynberk chiamarono *area centrale* di essi.

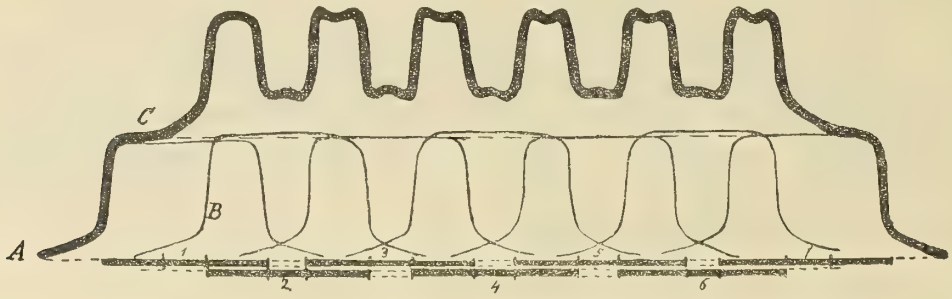


Fig. 71. — Curve della sensibilità cutanea lungo la sola linea mediana dorsale del tronco nel cane, secondo Winkler e Van Rynberk.

Leggenda della figura 71.

A, allineamento dei dermatomi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. La linea nera continua rappresenta l'area centrale in ogni dermatoma, le linee tratteggiate, le zone marginali. — *B*, curva della sensibilità entro ogni dermatoma considerato isolatamente. — *C*, curva ottenuta *sommando* le singolari curve segnate *B*. — Si rileva che gli innalzamenti della curva *C* corrispondono ai limiti medi dei singoli dermatoma: sono quindi *intersegmentali* od *intermetamerici*.

Infatti è evidente che l'estensione della zona marginale che costituisce la differenza fra il dermatoma anatomico e quello sperimentale, rimane per ora una quantità del tutto ignota. I calcoli che si possono fare intorno al valore delle embricature si rapportano quindi esclusivamente alle aree centrali, od ai dermatomi sperimentali. Dai valori così ottenuti e da altri dati di fatto che poi riferirò, si può soltanto arguire qualche cosa sulle embricature dei dermatomi stessi. Cominciamo a dare qualche esempio dei calcoli numerici. Quando si isola una radice fra quattro altre (due situate cranialmente, due caudalmente) nella porzione media del torace, si verifica spessissimo il fatto che la zona sensibile possiede alla linea dorsale mediana una larghezza uguale o di poco diversa da quella di ognuna delle zone insensibili corrispondenti a due radici tagliate. È evidente che questa regolarità è l'espressione del valore costante delle embricature, il quale si può calcolare facilmente. Infatti, mentre la larghezza della zona sensitiva rappresenta la larghezza di un'area centrale, la larghezza della zona insensibile rappresenta quella di due aree centrali diminuita dal valore delle embricature. Ma quando la zona insensibile risulta da due radici tagliate, queste embricature sono in numero di tre, perchè le aree centrali corrispondenti alle radici tagliate s'embricano tra loro coll'area centrale della radice

isolata e con quella della radice intatta prossima dall'altra parte. Rappresentando la zona sensibile con s, quella insensibile con i, l'area centrale con a e l'embricatura con e, possiamo indicare come segue i rapporti reciproci:

$$s : i = a : (2a - 3e).$$

E siccome nel caso presente $s = i$, anche $a = (2a - 3e)$, cioè $a = 3e$, ossia $e = {}^1/_3 a$. L'embricatura delle aree centrali alla linea mediana dorsale comprende dunque $^1/_3$ delle aree centrali. Nella linea laterale invece la zona sensitiva è spesso interrotta, e dunque $= 0$. Ma se $2a - 3e = 0$, allora $2a = 3e$, ossia $e = {}^2/_3 a$, cioè nella linea laterale, l'embricatura comprende $^2/_3$ delle aree centrali. Nella linea mediana ventrale, spesso l'area sensibile è meno larga della zona insensibile. Ciò significa che l'embricatura delle aree centrali in quella zona è *negativa*, cioè che le aree centrali non si toccano. Questi rapporti delle aree centrali, tenuto calcolo anche delle zone marginali, furono da Winkler e Rynberk rappresentati graficamente da una curva che indica il comportamento della sensibilità sulla cute in condizioni normali, in corrispondenza alla linea mediana dorsale, laterale e ventrale. Da questa curva (fig. 71) appare con evidenza che la sensibilità non vi è uniforme, ma presenta degli in più e degli in meno, come indicano gli innalzamenti e gli abbassamenti della curva: fatto interessante e manifesto anche esso, poi è che gli innalzamenti si trovano in corrispondenza delle embricature delle aree centrali, cioè in corrispondenza di ciò che possiamo chiamare i *limiti medii* dei dermatomi. Infatti già una ricerca di Langelaan (1900) aveva richiamato l'attenzione sopra una proprietà particolare di questi. Egli aveva osservato che la cute di individui normali non presenta sensibilità dolorifica uniformemente distribuita ed egli è riuscito a dimostrare che in corrispondenza a determinate linee e zone, questa sensibilità è assai più viva che nel resto della cute. Dalle figure che egli dà e che io riproduco (fig 72), appare chiaramente che le sue linee iperalgetiche giacciono pressochè in corrispondenza ai limiti medî dei dermatomi, come uno sguardo di confronto alle figure di Bolk (fig. 34-36) rende incontestabile. Similmente Coenen (1900) constatò con uno stimolo elettrico esattamente graduato, che sulla faccia ventrale del braccio, pressochè in corrispondenza alla linea assile di Sherrington (limite differenziale di Bolk), esiste una zona di cute ove viene percepito come doloroso uno stimolo di minore intensità di quanto occorre nei punti vicini (v. fig. 73). Ora, i risultati dei lavori di Winkler e Van Rynberk sembrano indubbiamente fornire la conferma di queste osservazioni. Pare dunque certo che in corrispondenza ai limiti medî dei metameri cutanei ha luogo una *sommazione* dell'innervazione, la quale, per quel che riguarda la sensibilità, si manifesta come una iperalgesia fisiologica.

Osservo qui di passaggio che Van Rynberk (1904) ha cercato di dimostrare che lo stesso fenomeno si ha in riguardo alla azione regolatrice esercitata dal sistema nervoso sulla pigmentazione cutanea, del quale fenomeno le strie della zebra e della tigre sarebbero l'espressione.

* * *

Un'altra ricerca di Winkler e Van Rynberk comprende una serie di esperimenti del taglio isolato di una o più radici dorsali, metodo introdotto da Türck. I risul-

tati di questa serie di ricerche per i dermatomi del tronco furono i seguenti (fig. 74):

10. Il taglio di una sola radice... produce insensibilità tutt'al più in una

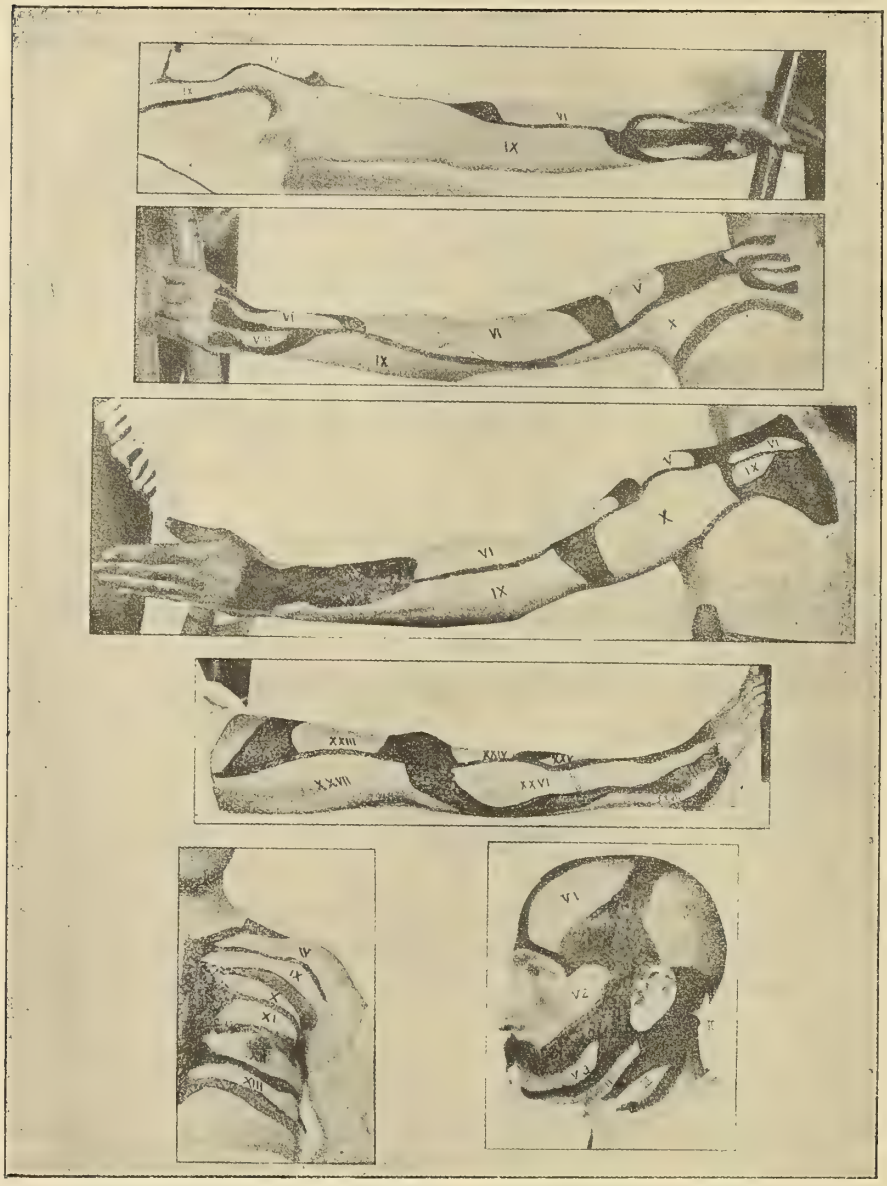


Fig. 72. — Linee e zone iperalgetiche, quali si trovano in *individui normali*, apparentemente in corrispondenza ai limiti medi dei dermatomi e delle aree del Trigemino, secondo Langelaan.

piccola zona ventrale a forma triangolare, avente la base nella linea mediana ventrale e l'apice rivolto in direzione dorsale.

11. Il taglio di due radici consecutive produce insensibilità in due lembi di cute a forma di lingua, l'uno appoggiato alla linea mediana ventrale, l'altro di fronte al primo, appoggiato alla linea mediana dorsale.

12. Il taglio di tre radici consecutive produce una zona d'insensibilità continua ed a fascia intorno al corpo.

Chi ha letto l'esposizione delle ricerche di Türck, eseguite parimenti sul cane, non potrà non rilevare una notevole differenza tra i risultati da lui comunicati e questi di Winkler e Van Rynberk. Tutto quanto io ho fin qui esposto sulla embri-

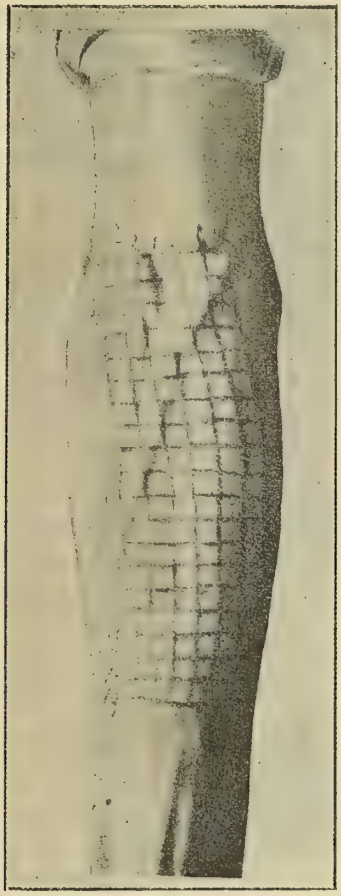


Fig. 73. — Nella colonna 3-2 (seconda colonna da sinistra) dei quadratini del reticolato, la cute fu trovata in una persona normale, ipersensibile agli stimoli faradici da Coenen.

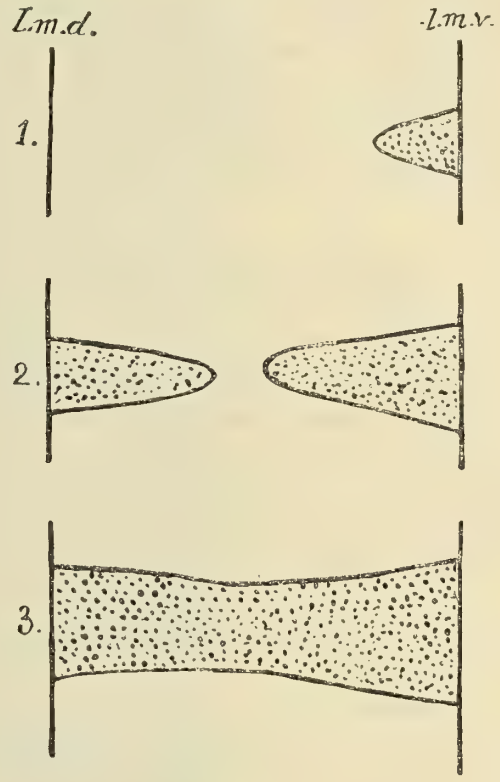


Fig. 74. — Schemi delle zone d'intensibilità ottenute nel cane per il taglio rispettivamente di una (1.) due (2.), tre (3.) radici dorsali secondo Winkler e Van Rynberk.

Leggenda della figura 74.

L. m. d. = linea mediana. — *L. m. v.* = linea mediana ventrale.

cazione dei dermatomi tende a rendere evidente, anche *a priori*, che l'effetto dell'abolizione della sensibilità in un solo metamero non debba risultare sulla cute se non appunto in una zona limitatissima d'insensibilità nella regione ventrale, ove le aree centrali non si toccano. Ciò s'accorda col 10° postulato di Winkler e Van Rynberk. Türck invece, col taglio di radici isolate, riuscì a determinare l'estensione dell'intero dermatoma o poco meno. La spiegazione dell'apparente disaccordo sta certamente nei progressi fatti dalla tecnica operatoria. Gli esperimenti di Türck furono ese-

guiti intorno al 1856, nel periodo pre-asettico, e certamente non con tutte quelle cautele meticolose applicate oggi giorno (antisepsi ed asepsi, anestetici, emostasi, riguardi dal raffreddamento, sollecitudine dell'atto operativo, precauzioni contro lo shock, ecc.). Ne consegue che le radici ed i segmenti midollari prossimi alla radice tagliata venivano più o meno danneggiati anch'essi, sicchè l'embricature venivano in gran parte abolite. Nel metodo di Türck, geniale per innovazione, vi erano quindi due difetti: il primo, errore di principio, costituito da ciò, che egli cercava di determinare un fatto positivo con un metodo in un certo modo negativo; l'altro, un difetto di tecnica: siccome però questo secondo difetto per sua natura tendeva a neutralizzare gli effetti del primo, i risultati finali furono attendibili, sebbene approssimativi, tantochè lo schema fondamentale fornito da Türck dell'innervazione segmentale della cute ha il suo valore ancora oggi.

* * *

Stabilite così tutte le peculiarità di funzione del dermatoma insegnate dal metodo dell'isolamento e del taglio isolato delle radici dorsali dei segmenti del tronco, Winkler e Van Rynberk passarono ad affrontare il problema dell'innervazione metamerica dell'arto anteriore, anche qui servendosi vicendevolmente dei due metodi. Non posso qui esporre per esteso i dettagli della loro ricerca; ne rileverò soltanto alcuni punti più importanti. Innanzi tutto Winkler e Van Rynberk trovarono che al di sopra del 7° segmento toracico, fino al livello dell'estremità anteriore, l'allineamento dei dermatomi è più serrato, tanto che per ottenere un lembo dorsale d'insensibilità bisogna tagliare non due, ma tre radici consecutive, mentre una zona d'insensibilità continua ed a fascia s'ottiene tagliando soltanto quattro radici anzichè tre.

Un altro fatto notevole e che forma la chiave del complesso problema dell'innervazione radicolare dell'arto è che su di esso non passano che le aree laterali dei dermatomi, mentre quelle dorsali e ventrali rimangono sul tronco rispettivamente vicino alla linea mediana dorsale e ventrale; ma esse sono assai ridotte. I due autori, nel rappresentare le peculiarità e nello spiegare l'origine di questa disposizione, si servono di un'imagine meccanica: « Il cono dell'arto embrionale anteriore, una formazione laterale, crescendo in direzione caudale, trova nella cute le aree laterali di almeno 4 dermatomi. Essa porta seco quelle del 7° e dell'8° dermatoma, che rimangono sul suo apice, mentre il 6° ed il 9° dermatoma (1° toracico) vengono stirati notevolmente. Rassomigliando l'escrescenza del cono ad una gemma sbocciante, le prime foglie sarebbero rappresentate dal 9° e dal 6° dermatoma, quelle basali dal 10 e dal 5°. Ma sono sempre le aree laterali esclusivamente che passano sull'arto »

Con questa concezione, basata sopra una rappresentazione puramente meccanica, Winkler e Van Rynberk emisero una veduta la quale sembra decisamente più felice di quella emessa da Sherrington, il quale ritiene che gli interi dermatomi passino sull'estremità; e di quella di Bolk, il quale con più ragione, crede che soltanto il complesso latero-ventrale di essi passi sull'estremità stessa. Per quel che riguarda le aree dorsali e ventrali, queste si riducono sempre più man mano che si sale dal tronco o che si scende dal collo verso il livello dell'arto. I due dermatomi (7° ed 8°) non hanno area dorsale, il che concorda con l'affermazione di Bolk, e quelle ventrali

sono ridottissime. Del resto le vedute di Winkler e Van Rynberk sulla topografia rispettiva dei dermatomi dell'arto si accordano con quelle di Sherrington e Bolk in riguardo all'allineamento sulle faccie pre- e postassili, ed in genere sul numero dei metameri spinali concorrenti all'innervazione dell'arto. Nell'illustrazione della loro Memoria essi si servirono di riproduzioni delle pelli dei cani, preparate in un modo speciale e stese in un piano in modo che l'estensione e la topografia delle varie

Fig. 75. — Cane cui a destra sono state tagliate le radici dorsali delle paia spinali 7, 8, 9, 10, 12, 13 (isolata cioè la 11ª) mentre a sinistra è stata soltanto tagliata la 11ª. — Aspetto dorsale della metà destra del torace e dell'arto anteriore. — I territorî analgesici sono delimitati in nero. Quello linguiforme più caudale sul torace è l'area d'analgesia dorsale delle radici 12 e 13 tagliate. Quello craniale che abbraccia l'arto anteriore è il dorsale (e laterale) delle radici 7, 8, 9 e 10 tagliate. Da fotografia inedita di Winkler e Van Rynberk.

zone sensibili ed insensibili segnate in bianco ed in nero si distinguono bene e si possono facilmente confrontare nei diversi casi.

Per dar un'idea del metodo seguito da questi autori per rendere dimostrativi i risultati delle loro esperienze riproduco qui la serie di fotografie che essi solevano eseguire per ogni singolo animale da loro operato (figg. 75-80). Alla dicitura di queste figure non ho da aggiungere che una sola osservazione. Rilevo soltanto che il fatto che nel cane, oggetto delle figure 75-80, era dal lato destro isolata, e dalla

sinistra tagliata la radice dorsale, 11ª non è casuale: il tagliare come regola da un lato, e l'isolare dall'altro, la radice dorsale d'un dato paio spinale per poter studiare, da un lato il dermatoma isolato, dall'altro l'area analgesica, da un lato cioè l'imagine positiva, dall'altro l'imagine negativa dello stesso segmento cutaneo, fà appunto parte dei metodi particolari d'indagine istituiti da Winkler e Van Rynberk,

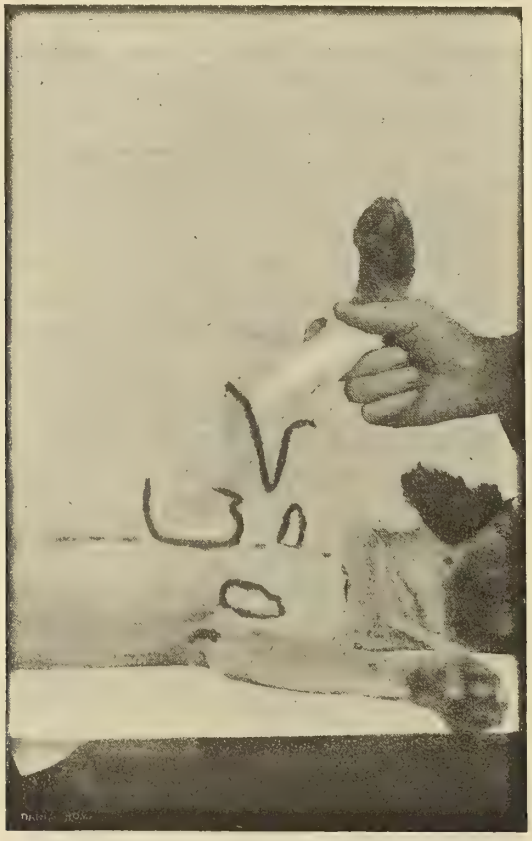


Fig. 76. — Lo stesso cane della figura 75. Aspetto ventrale del torace e dell'arto destro. — Aspetto ventrale del torace e dell'arto anteriore destro. — A *destra* l'area analgesica triangolare contro la linea mediana ventrale tratteggiata, è l'area ventrale d'analgesia delle radici 7, 8, 9 e 10; il lembo a punta che scende dall'avambraccio sul braccio, appartiene all'area laterale delle stesse radici e forma la continuazione di quella visibile nella figura 75. L'area larga contro la linea mediana ventrale è l'area ventrale di analgesia delle radici 12 e 13. A *sinistra* l'area ovale sopra l'ascella corrisponde all'area laterale d'analgesia dell'11.ª Da una fotografia inedita di Winkler e Van Rynberk.

e che sembrano di una efficacia manifesta per un facile orientamento sulle disposizioni spesso così intricate dell'innervazione segmentale della cute a livello degli arti.

Ho finito così d'esporre in succinto i contributi dati alle nostre conoscenze sull'innervazione metamerica della cute nel cane dai lavori di Winkler e Van Rynberk. Aggiungo ancora che l'ultimo di questi autori in una ricerca sui pescicani (1904), già ricordata, trovò che in quegli animali la forma del dermatoma è pressochè quella del dermatoma teorico ed anatomico: un trapezio regolare avente il

parallelo minore nella linea dorsale mediana, e quello maggiore nella linea mediana ventrale. L'innervazione è in quegli animali più forte nella regione ventrale che in quella dorsale, e non si osservano mai le *caricature* del dermatoma che abbiamo descritto nel cane. L'area centrale ed il dermatoma stesso hanno dunque identica forma, e probabilmente anche identica estensione. Van Rynberk basò, sulle misurazioni esatte della larghezza delle zone sensibili ed insensibili trovate, calcoli ana-

Fig. 77. — Lo stesso cane delle figure 75 e 76. — Aspetto dorsale della metà sinistra del torace e dell'arto anteriore. — Il limite craniale riguarda una zona iperalgetica sulla quale qui non mi posso soffermare. — Il limite sul braccio appartiene all'area laterale analgesica della radice 11ª tagliata. Da una fotografia inedita di Winkler e Van Rynberk.

loghi a quelli già riportati per il cane, e trovò che l'embricatura dei dermatomi nella linea mediana dorsale è di circa la metà della larghezza (cranio-caudale) dei dermatomi stessi, mentre nella linea mediana ventrale è maggiore della metà.

Nei Teleostei pleuronectidi (*Rhomboidichthys, Solea*) ove eseguì analoghe ricerche, trovò che i dermatomi decorrono come fasce regolari dal bordo dorsale al bordo ventrale del corpo.

Desidero ricordare qui ancora due altri lavori di Van Rynberk (1906-1907) sulla metameria del sistema nervoso simpatico. In una prima serie di ricerche egli studiò sulle tracce di G. Pouchet (1876) nei pleuronectidi la distribuzione nella cute delle

fibre « coloratrici » del simpatico, di quelle fibre cioè che innervano le cellule cromotofore contrattili. Van Rynberk chiamò questa funzione « pigmentomotrice » È noto dalle ricerche di Pouchet che le fibre pigmentomotrici originate dai gangli della catena limitante del Grande Simpatico corrono nei rami comunicanti alla divisione primaria ventrale dei singoli nervi spinali. Raggiunte questa si dividono in due gruppi: alcune seguono il decorso dei nervi ventrali, fino alla cute della regione ventrale del

Fig. 78. — Lo stesso cane delle figure 75, 76 e 77. — Aspetto ventrale del torace e dell'arto sinistro. A *sinistra*, sul braccio, l'area laterale d'insensibilità prodotta dal taglio della 11ª radice; nell'ascella l'area ventrale di essa. A *destra*, contro la linea mediana ventrale, cranialmente l'area analgesica ventrale della 7ª, 8ª, 9ª e 10ª, caudalmente l'area analgesica ventrale della 12ª e 13ª. Sul braccio il lembo dell'area analgesica della 7ª, 8ª, 9ª e 10ª. Da una fotografia inedita di Winkler e Van Rynberk.

corpo in direzione centrifuga, altre seguono la divisione ventrale per un certo tratto in direzione centripeta fino al punto ove si stacca la divisione primaria dorsale, insieme alla quale raggiungono la cute della regione dorsale del corpo (v. fig. 84).

Già Pouchet aveva dimostrato che la recisione di alcuni rami comunicanti, oppure dei rami spinali dorsali e ventrali ha per effetto nei pleuronectidi la « paralisi » delle cellule cromatofore per cui la cute diventa scura in una zona ben circoscritta e delimitabile. Ma egli non aveva continuate le sue ricerche dal punto di vista della

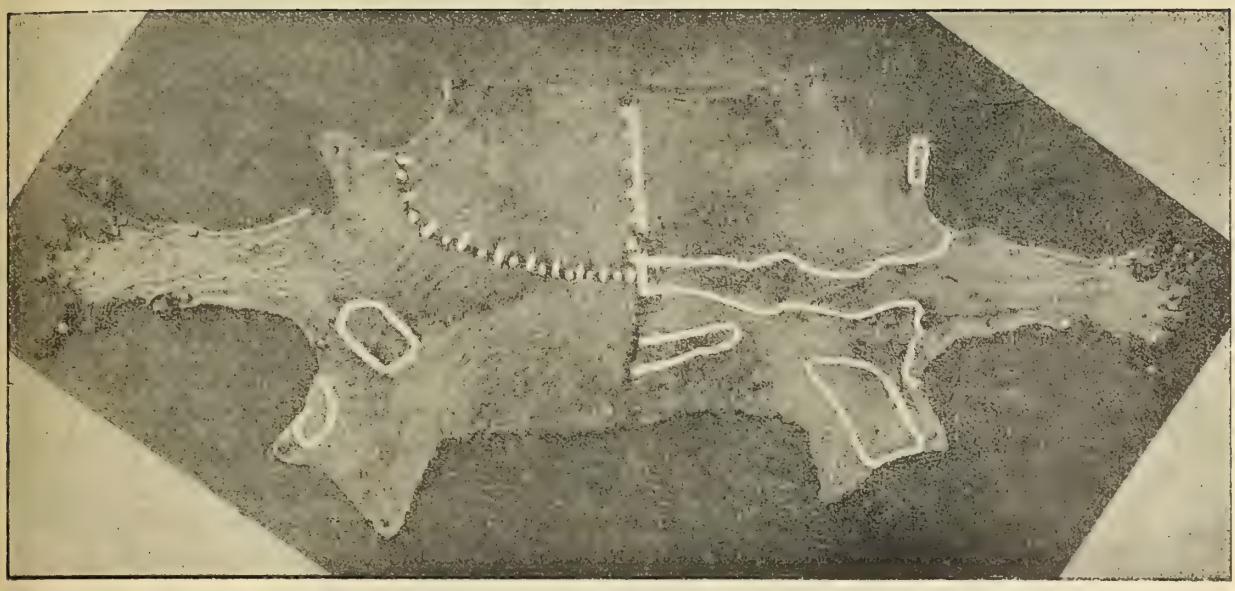


Fig. 79.

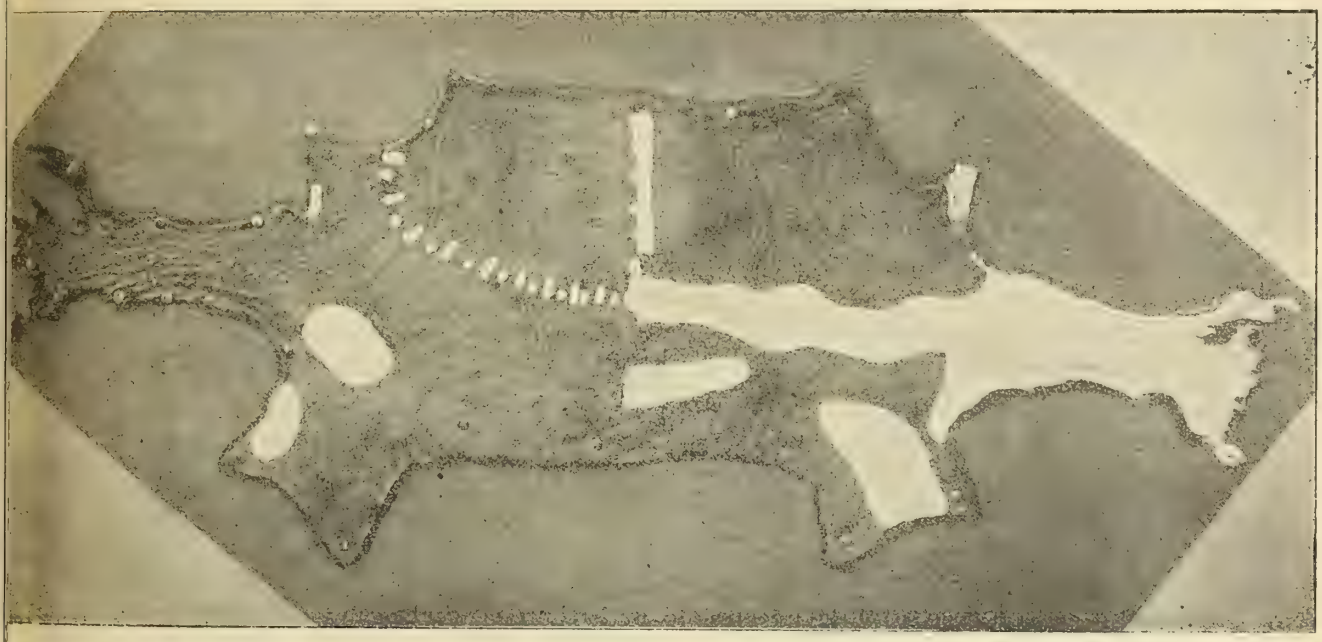


Fig. 80. — La pelle dello stesso cane delle figure 75 e 79, steso in un piano. La linea dell'incisione cutanea segue sul tronco la linea mediana ventrale, e sugli arti la linea assile ventrale di questi, fino all'apice del dito medio (30). Da qui segue sulle dita il margine pre e post'assile fino all'apice rispettivamente del 1° e 4° dito. — Nella fig. 79 le aree analgesiche sono delimitate, nella fig. 80, del tutto tinte in bianco. A *destra* cranialmente (in alto) l'area analgesica della 7ª, 8ª, 9ª e 10ª, caudalmente l'area dorsale e quella ventrale della 12ª e 13ª. L'area tra queste è l'area sensibile della 11ª isolata, interrotta nella regione laterale. A *sinistra*, l'area laterale (in alto) e ventrale (in basso) della 11ª radice tagliata. Da fotografia inedita di Winkler e Van Rynberk.

esatta determinazione dei territorî cutanei dei gangli simpatici. Questa ricerca fu appunto eseguita da Van Rynberk, il quale volta per volta recise il ramo comunicante del simpatico, insieme al ramo ventrale e dorsale di alcuni nervi spinali per poter confrontare la posizione, la forma e l'estensione delle zone pigmentoparalitiche, rese visibili per questa operazione, con la forma, la posizione e l'estensione delle zone divenute senso-paralitiche, anestesiche per lo stesso intervento. I risultati di

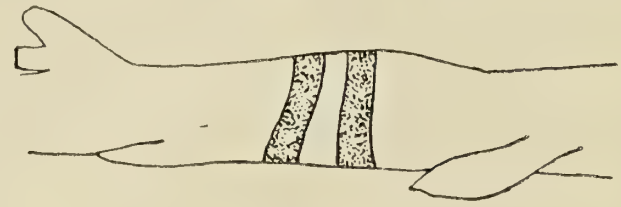


Fig. 81.

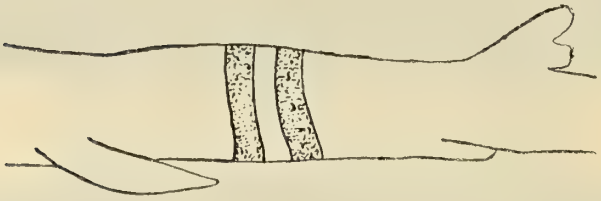


Fig. 82.

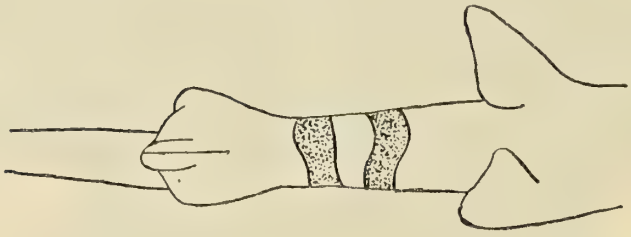


Fig. 83.

Un dermatoma di *Scyllium catulus* (area bianca) isolato tra due zone analgeriche (aree punteggiate) corrispondenti ciascuno a 3 radici dorsali tagliate, secondo Van Rynberk.

Fig. 81. Lato destro del corpo. — Fig. 82. Lato sinistro del corpo. — Fig. 83. Faccia ventrale del corpo.

queste esperienze ed altre d'« isolamento » di territorî pigmentomotori e sensitivi furono i seguenti:

1. Le fibre pigmentomotrici dei singoli gangli della catena limitante del Grande Simpatico raggiungono la cute percorrendo i rami comunicanti simpatici ed i rami dorsali e ventrali dei nervi spinali. Nella cute si distribuiscono in territorî ben delimitati e continui, disposti in serie.

2. Queste zone pigmentomotrici, innervate dai gangli del Grande Simpatico coincidono, almeno nella regione caudale del corpo dei Pleuronectidi sperimentati,

per disposizione, forma ed estensione coi territorî innervati dalla corrispondente serie dei gangli spinali intervertebrali.

3. Anche l'innervazione pigmentomotrice segue quindi lo schema segmentale, ed i territorî cutanei innervati dai gangli del Grande Simpatico si possono chiamare dermatomi pigmentomotori.

4. I segmenti cutanei o dermatomi sensitivi e pigmentomotori decorrono in forma di zona a fascia sul corpo; essi si embricano per circa la metà reciprocamente. La loro larghezza cranio-caudale era negli esemplari di Solea (lungh. 20 cm.) sperimentati, in media 7 mm.

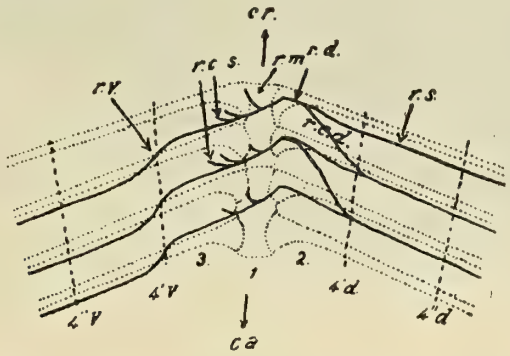


Fig. 84. — Schema dei principali rami dei nervi spinali e loro rapporti col Grande Simpatico, nella regione caudale dei Pleuronectidi (da un preparato di *Rhombus laevis*), secondo Van Rynberk.

Leggenda della figura 84.

1, corpo della vertebra. — 2, spina neurale. — 3, spina emale. — $4'd$, $4''d$, $4'v$, $4''v$, primo e secondo setto longitudinale della muscolatura dorsale e ventrale. — *cr*, *ca*, limiti craniale e caudale del preparato. — *r.d.*, *r.m.*, *r.v.*, ramo dorsale, medio, ventrale del nervo spinale. — *r.c.d.*, *r.s.*, ramo comunicante, ramo spinoso del ramo dorsale. — *r.c.s.*, ramo comunicante del simpatico.

Per illustrare queste conclusioni riporto qui alcune figure (v. figg. 84-90).

In una seconda serie di ricerche Van Rynberk (1907) determinò le modalità della distribuzione periferica delle fibre pilomotrici dei singoli gangli del cordone limitante del Grande Simpatico. Il decorso delle fibre pilomotrici pre- e postganglionari dai centri alla cute, è noto per le ricerche mirabili di Langley (v. fig. 91) e già questi, basandosi sui dati di confronto forniti per l'innervazione sensitiva segmentale della cute del macaco da Sherrington, aveva considerato come probabile che l'innervazione pilomotrice della cute da parte dei gangli simpatici fosse orientata topograficamente in modo del tutto analogo all'innervazione radicolare sensitiva di essa. Ma la dimostrazione sperimentale diretta di questa coincidenza non esisteva. Van Rynberk ha risolto il problema in maniera soddisfacente, servendosi di un metodo sperimentale semplicissimo. Per le ricerche di Langley sappiamo che quasi regolarmente tutte le fibre pilomotrici che originano in un dato ganglio simpatico abbandonano questo per il relativo ramo comunicante grigio e penetrano nel nervo spinale, unito insieme alla cui divisione primaria dorsale s'avviano alla cute della regione dorsale del corpo che raggiungono col ramo nervoso cutaneo dorsale stesso nervo. Il

complesso di fibre pilomotrici di un dato ganglio raggiunge quindi la cute insieme al complesso di fibre sensitive destinate all'area dorsale del dermatoma innervato dal corrispondente ganglio spinale intervertebrale (v. fig. 91). Ciò dato, la via sperimentale da seguirsi s'indicava da sè: determinare l'esatta estensione della zona cutanea inner-

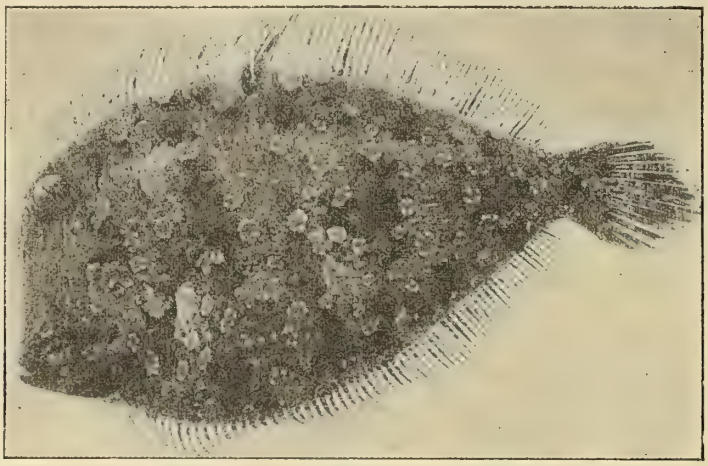


Fig. 85. — *Rhomboidichthys* normale, ma tenuto a lungo alla luce e sopra fondo bianco per far contrarre i cromatofori e rendere chiara la colorazione dell'animale. Da Van Rynberk.

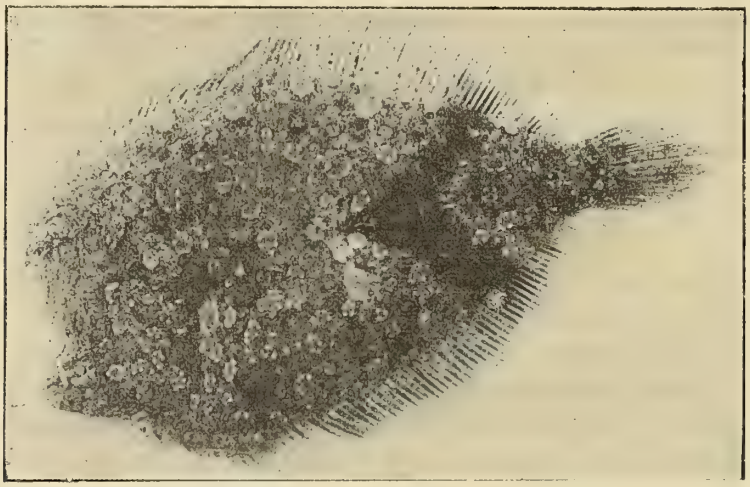


Fig. 86. — Lo stesso animale, rifotografato pochi minuti dopo recisi 3 rami nervosi ventrali e relativi rami comunicanti simpatici. È molto evidente la zona pigmento-paralitica scurissima, quasi nera. Da Van Rynberk.

vata con fibre sensitive da un dato ramo cutaneo dorsale, poi determinare la zona innervata da esso con fibre pilomotrici, e confrontare la posizione e l'estensione di queste due zone. Per la prima parte di questo confronto Van Rynberk si è servito del metodo dell' « isolamento » : incisa la cute nella linea mediana dorsale e scollata da una parte per un buon tratto, venivano messi a nudo i nervi cutanei dorsali, ed isolatone uno, si recidevano almeno tre cranialmente, ed altrettanti caudal-

mente, ed altrettanti caudalmente a quello isolato. Fatta la sutura dell'incisione cutanea si lasciava guarire la ferita poi si saggiava la sensibilità cutanea, delimitando due grandi aree analgesiche corrispondenti ai nervi recisi, ed un area sensibile in mezzo a quelle due, corrispondente al nervo isolato. Ciò fatto si riapriva la sutura cutanea e reciso il nervo isolato, si stimulava con corrente indotta fino ad ottenere l'innalzamento dei peli nel territorio fornito di fibre pilomotrici dal nervo stesso.

Fig. 87. — *Solea impar* normale. Da Van Rynberk.

Fig. 88. — Lo stesso animale fotografato pochi minuti dopo recisi 4 rami nervosi cranialmente e 4 caudalmente a 4 nervi intermedi lasciati intatti. Si rilevano due zone pigmento-paralitiche scure, delimitanti una zona chiara corrispondente a 4 dermatomi. Da Van Rynberk.

Riporto qui un po' più particolareggiatamente i risultati delle due serie di ricerche di Van Rynberk. Le zone analgetiche da lui trovate avevano per solito forma rettangolare, limitate da due parallele, disposte rispettivamente nella linea mediana dorsale ed in quella laterale (inguino-ascellare dorsale) della cute, e da due altre che decorrevano spesso con lieve deviazione con direzione caudale, ad angolo pressochè retto rispetto alle precedenti. La larghezza cranio-caudale di queste aree variava col numero dei nervi recisi, nonchè colla mole dell'animale. La lunghezza dorso-ventrale

era in media 50 mm. La zona sensibile intermedia aveva in media 30 mm. di larghezza cranio-caudale; dorsalmente terminava contro l'incisione cutanea nella linea mediana dorsale; ventralmente passava senza limite, inavvertibilmente nell'area innervato dai rami nervosi laterali intatti. La zona pilomotrice variava molto per forma ed estensione, di solito però era oblunga e compresa tra limiti cranio-caudali paralleli presentanti nel loro decorso una lieve deviazione in direzione caudale. In riguardo ai rapporti tra la zona pilomotrice e quella sensibile del nervo isolato, Van Rynberk trovò che la zona pilomotrice è sempre situata entro il territorio sensitivo del

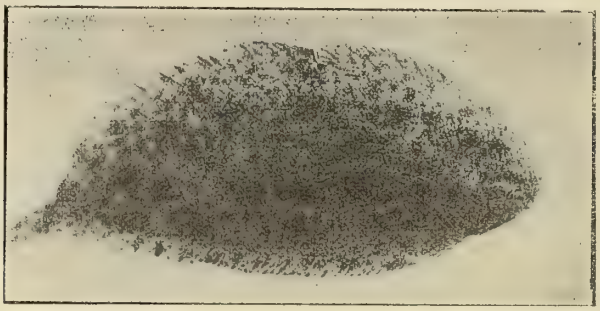


Fig. 89. — *Solea impar* normale. Da Van Rynberk.

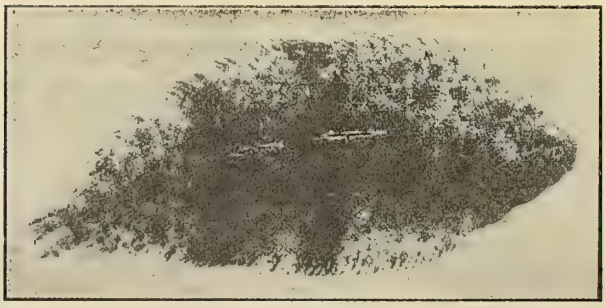


Fig. 90. — Lo stesso animale fotografato pochi minuti dopo recisi 4 nervi cranialmente e 5 caudalmente a 4 nervi lasciati intatti. Si notano le due larghe zone paralitiche scure, delimitanti una zona chiara corrispondente a 4 dermatomi. Da Van Rynberk.

medesimo. L'ubicazione e l'estensione della zona pilomotrice entro la zona sensitiva variava moltissimo nelle diverse esperienze. Talora la zona pilomotrice occupava quasi tutta l'estensione della zona sensitiva; generalmente però era più ristretta di quella in tutte le sue dimensioni. La posizione che essa in questi casi occupava entro il territorio semitivo era pur esso varia. Per lo più però ne invadeva la parte media come è il caso nei due gatti dei quali le fotografie sono riprodotte nelle figure 92 e 93.

In base alle osservazioni qui riassunte, Van Rynberk viene alle seguenti conclusioni che qui riporto.

1. Le fibre pilomotrici decorrenti nei singoli rami nervosi cutanei nella regione dorsale del tronco del gatto, si distribuiscono entro le aree fornite dalle fibre sensitive dei rispettivi nervi.

2. L'innervazione sensitiva della cute per opera dei gangli spinali (interver-

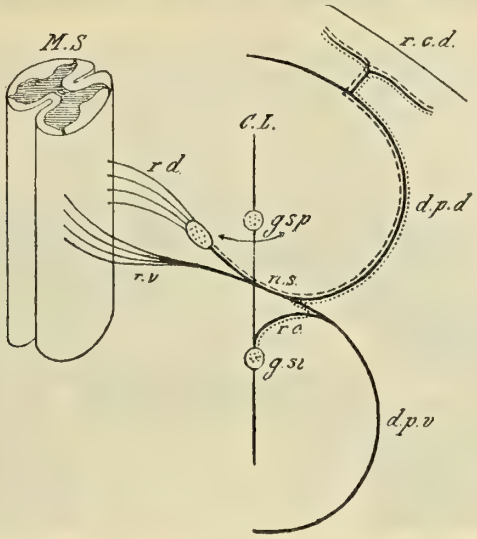


Fig. 91 (1). — Schema dei rapporti tra l'innervazione pilomotrice e sensitiva della cute. Da Van Rynberk.

Leggenda della figura 91.

M.S., Midollo spinale. — *C.L.*, Catena limitante del Grande Simpatico. — *r.d.*, *r.v.*, radice spinale dorsale, ventrale. — *g.sp.*, *g.si.*, ganglio spinale, simpatico. — *n.s.*, nervo spinale. — *d.p.d.*, *d.p.v.*, divisione primaria dorsale, ventrale di esso. — *r.c.*, ramo comunicante simpatico. — *r.c.d.*, ramo cutaneo dorsale. — La linea punteggiata ....., indica il decorso delle fibre pilomotrici; quella tratteggiata - - - - - - - -, il decorso delle fibre sensitive alla cute.

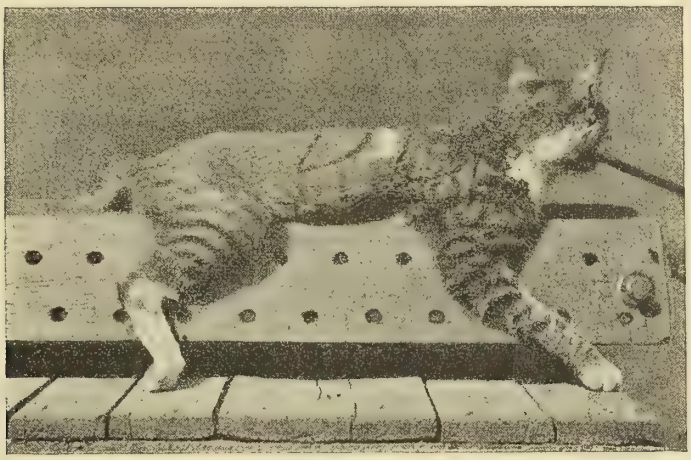


Fig. 92. — Estensione delle zone pilomotrice (bianca) e sensitiva di un ramo cutaneo dorsale isolato tra le zone analgetiche ottenute per il taglio dei rami cutanei dorsali di 4 nervi toracici cranialmente e 3 caudalmente successivi (zone delimitate mediante linee nere). Da Van Rynberk.

tebrali) e quella pilomotrice per opera dei gangli della catena limitanti del Grande Simpatico si effettuano quindi secondo l'identico schema segmentale.

(1) I clichés delle figure 91, 92 e 93 furono concessi gentilmente dal prof. Fano, Direttore dell'Archivio di Fisiologia.

5. Mentre però nei pleuronectidi i territori cutanei innervati dai gangli spinali e dai gangli simpatici coincidono non soltanto per topografia ma anche per esten-

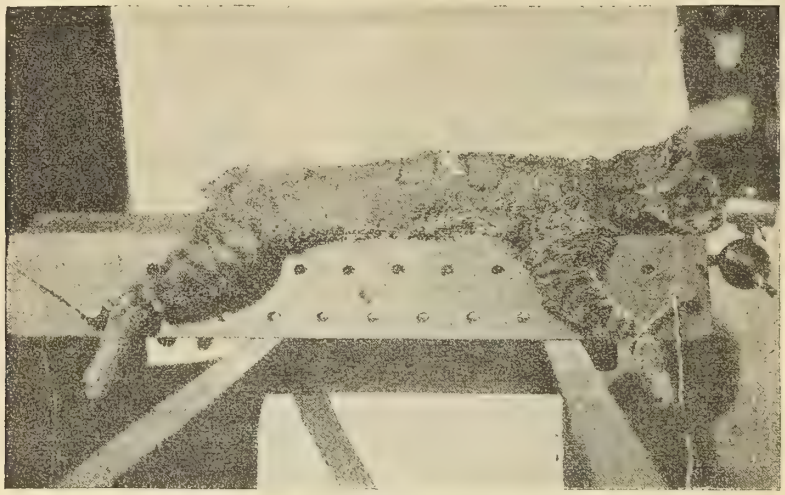


Fig. 93. — Estensione delle zone pilomotrice (bianca) e sensitiva di un ramo cutaneo dorsale isolato tra le zone analgesiche ottenute per il taglio dei rami cutanei dorsali di 4 nervi toracici cranialmente e 3 caudalmente successivi (zone delimitate mediante linee nere). Da Van Rynberk.

sione, nel gatto invece la corrispondenza è soltanto topografica, perchè le aree sen-

Fig. 94. — Un dermatoma isolato nella regione toracica del piccione, secondo Sparvoli.

sitive dei rami cutanei dorsali, innervate dai gangli spinali, sono d'ordinario più estese di quelle pilomotrici, innervate dai gangli simpatici.

Finalmente resta da menzionare ancora una ultima ricerca sulla innervazione segmentale della cute. Nel 1907 Sparvoli, sotto la direzione di Van Rynberk intra-

prese nell'Istituto di Fisiologia a Roma uno studio sulla innervazione radicolare cutanea nei piccioni. Mentre infatti finora erano state eseguite ricerche su animali della classe dei mammiferi, dei pesci e degli anfibi, mancavano del tutto notizie sulle condizioni nei rettili e negli uccelli. Sparvoli principiò a colmare la lacuna per quel che riguarda questi ultimi. Egli esperimentò col metodo di Türck e con quello di Sherrington. I risultati delle sue ricerche furono i seguenti:

1. Dopo il taglio di due radici spinali consecutive si trovò nella cute una zona insensibile a forma di due triangoli che abbiano le loro basi rispettivamente nella linea mediana ventrale e dorsale del corpo, mentre i loro apici si incontrano nella zona laterale del tronco.

2. Dopo il taglio di tre radici spinali consecutive si constatò una zona insensibile continua, di forma quasi quadrangolare, la quale dalla linea mediana dorsale del corpo si estendeva fino alla linea mediana ventrale.

3. Nelle esperienze di isolamento di un dermatoma si trovò in un caso fortunato, una zona sensibile continua a forma triangolare, la cui base si trovava vicino alla linea mediana dorsale del corpo, e il cui apice raggiungeva quasi la linea mediana ventrale.

4. In due casi meno fortunati si trovarono due soli campi sensibili in mezzo ad un esteso territorio insensibile. Questi frammenti del dermatoma erano situati rispettivamente nella zona dorsale e laterale del tronco.

In base a questi risultati Sparvoli crede poter affermare che anche negli uccelli nella regione toracica del corpo, le fibre sensitive dei nervi spinali si distribuiscono in territori chiusi e continui che cingono il corpo a fascia. Riproduco dal lavoro di Sparvoli la figura che rappresenta il 18° dermatoma (6° toracico) isolato nell'unico caso più fortunato cui si accenna nella 3ª conclusione, (v. fig. 94).

Ho esaurito così l'esposizione delle stato attuale delle nostre conoscenze sulla innervazione metamerica della cute basate su ricerche sperimentali. Chiudo il presente capitolo con una breve ricapitolazione dei postulati, più importanti cui quasi un secolo di ricerche ci hanno condotto.

Riepilogo.

1. L'innervazione spinale della cute e dei muscoli è nettamente segmentale.

2. La maggior parte dei muscoli riceve fibre di almeno due segmenti spinali. Ma entro il muscolo queste fibre sono quartierate: « *cantonnées* ».

3. Ogni punto di cute è innervato da almeno due gangli intervertebrali (embricatura dei metameri cutanei).

4. Negli arti, i miotomi hanno disposizione raggiata.

5. I dermatomi sono disposti sugli arti in modo che il loro allineamento seriale si manifesta soltanto rispetto alle linee assili degli arti stessi.

6. I miotomi e le relative radici ventrale non hanno nessun significato funzionale sinergico.

7. Nell'innervazione centrale e periferica della cute vige la regola che la sensibilità è maggiore in quei punti che sono situati relativamente od assolutamente più vicini ai centri nervosi (ganglio, midollo), e decresce verso la periferia.

CAPITOLO VIII.

I dati clinici sulla dermatomeria e sulla miomeria nell'uomo.

La letteratura medica contiene una congerie enorme di notizie cliniche riguardanti manifestazioni patologiche di diversa natura a carico della cute e dei muscoli per effetto di lesioni traumatiche o di svariati processi morbosi del midollo spinale, delle radici e dei gangli dei nervi spinali e di questi stessi. Queste notizie non possono venir del tutto trascurate qui, perchè dall'esatto confronto tra la sede e l'estensione della lesione nervosa e la sede e l'estensione della manifestazione periferica nella cute e nei muscoli può essere ricavato un certo numero di dati positivi sulla innervazione segmentale di questi organi nell'uomo, a complemento e conferma dei dati anatomici esposti nel capitolo VI. D'altra parte però devo rilevare subito che il numero dei dati positivi esatti è relativamente scarso, perchè il valore e l'attendibilità della maggior parte delle osservazioni ottenute in questo campo col metodo clinico è assai inferiore a quello dei dati ottenuti coi metodi morfologici e sperimentali. Ed è perciò che io non mi soffermerò nell'analisi dei singoli lavori, contentandomi di dare una rapida sintesi del complesso dei risultati raggiunti.

Dividerò il materiale clinico in due sottocapi. Nel primo tratterò dei dati sulla miomeria risultanti dalla constatazione di paralisi di moto consecutive a lesioni neuromeriche od odoneuromeriche. Nel secondo tratterò dei dati sulla dermatomeria risultanti dalle paralisi di senso e dalle alterazioni trofiche della cute, consecutive a lesioni nervose analoghe.

Sottocapo I.

I dati clinici sulla miomeria larvata.

Da un grandissimo numero di affezioni morbose e di lesioni traumatiche del midollo spinale e delle radici spinali, si possono desumere dati riguardanti l'innervazione segmentale dei muscoli nell'uomo. Disgraziatamente sono relativamente rari i casi di lesione, circoscritta da esatti limiti anatomici.

Le mieliti di diversa origine, la compressione e parziale distruzione del midollo per tumori, ematomi, fratture di vertebre, non verranno qui prese in esame particolareggiato.

Le lesioni trasversali nette del midollo, quali avvengono talora per ferite d'arma da taglio o per violenta e completa lussazione vertebrale, forniscono un materiale di osservazione già un po' più esatto. Ricordo a questo proposito che già Galeno sapeva che « se il midollo spinale è affetto verso la quinta vertebra, le mani sono prive affatto di senso e moto, se verso la sesta la paralisi è più parziale; se disotto all'ottava le mani sono affatto immuni di paralisi ».

Nei casi di lesione trasversale più o meno completa del midollo spinale a diversi livelli, il risultato in riguardo alle funzioni muscolari, è la paralisi di tutti i muscoli innervati dai segmenti situati al livello della lesione, e caudalmente a

questa. Dal confronto dell'estensione di questa paralisi in casi di lesione a diverso livello è possibile far deduzioni approssimative sull'origine segmentale dei nervi motorî dei muscoli che nel caso ove il livello della lesione era situato più cranialmente erano paralizzati, mentre erano risparmiati dalla paralisi in casi ove la lesione era situata qualche segmento più caudalmente. Un materiale abbondante e prezioso di casi di questa natura si trova raccolto da Kocher (1896) in una pregevole monografia.

I dati clinici più sicuri riguardo all'innervazione segmentale dei muscoli dell'uomo risultano però dalle osservazioni dei casi di lesione delle radici spinali di moto,

Le paralisi muscolari segmentali, d'origine radicolare spinale, non hanno attirato che relativamente tardi l'attenzione dei clinici. Fu Erb per primo che nel 1874 riconobbe la natura vera della non infrequente paralisi combinata di un certo gruppo costante di muscoli del braccio e della spalla, già descritta da Duchesne nel 1866. Si tratta in complesso della paralisi contemporanea dei muscoli deltoideo, bicipite, brachiale anteriore od interno e supinatore lungo, cui talora si aggiungono il supinatore breve e l'infraspinato. La sede di questa lesione non è probabile sia periferica, perchè troppo numerosi e distanti sono i rami nervosi periferici che concorrono alla innervazione di questi muscoli: il n. soprascapolare, il muscolo-cutaneo, l'ascellare. Erb indicò quindi quale sede della lesione od affezione la porzione motoria dei nervi 5° e 6° cervicale partecipanti alla formazione del plesso brachiale, ed apportò quale controprova di questa ipotesi, l'osservazione che si può provocare la contrazione dell'insieme dei muscoli ora nominati, stimolando colla corrente faradica un punto della superficie del collo situato 1.5 cm. in avanti del margine anteriore del muscolo cucullare, sopra una retta che congiunge l'articolazione sternoclavicolare coll'apofisi spinosa della 7ª vertebra cervicale. Questo « punto sopraclavicolare di Erb » corrisponde al punto di fuoruscita del 6° nervo cervicale di tra i muscoli scaleni.

La scoperta di Erb fu ben presto confermata appieno da una numerosa schiera di autori, ed aprì un'êra nuova nella classificazione delle paralisi muscolari, specie degli arti ove, sempre a causa dell'inestricabile rete dei plessi nervosi artuali, la sede pre-plessuale di molte forme di paralisi non era stata riconosciuta.

Per quel che riguarda la paralisi del plesso brachiale, di origine radicolare, sorse tutta una classificazione dei diversi tipi. Accanto a quello ora menzionato di Duchesne-Erb, o « tipo superiore » (5° e 6° cervicale), si descrisse quello « inferiore », più raro, a carico dell'8° cerv. e 1° toracico, con paralisi dei muscoli del tenar, di quelli interossei della mano, e dei flessori della faccia volare dell'avambraccio (paralisi di Seeligmüller o di Déjérine-Klumpke). Poi il tipo « totale », ove la lesione od affezione ha compromesso tutto il plesso brachiale sicchè tutti i muscoli innervati dai rami nervosi uscenti da esso, si trovano paralizzati.

Da tutti questi tipi si venne a distinguere ancora un tipo di paralisi caratterizzato dalla partecipazione del n. frenico per lesioni interessanti i segmenti cervicali 3, 4, 5.

Un altro ordine di osservazioni che richiamò l'attenzione dei clinici sulla innervazione centrale, spinale e segmentale dei muscoli, fu quello già menzionato di Remak

(1874-76) sulle paralisi saturnine. osservazioni fatte quasi contemporaneamente a quelle di Erb.

Remak, nella sua classica Memoria sulla patogenesi della paralisi saturnina, rileva per primo che la diagnostica clinica tende ad escludere che nelle paralisi per piombo si tratti di una miopatia primitiva, mentre invece tanto la elettro-diagnosi che il decorso e l'esito del male segnalerebbero grandi analogie con quelle forme speciali di paralisi come le infantili, la cui origine spinale è stata dimostrata anatomicamente. Si tratterebbe di una vulnerabilità speciale di alcuni gruppi di cellule motrici del nevrasse spinale, i quali rimarrebbero colpiti elettivamente dal veleno circolante.

Ricevuto una volta la spinta in una direzione netta, e forniti di un problema da svolgere chiaro e preciso, gli studî clinici ben presto si moltiplicarono, sopratutto quando oltre all'interesse puramente scientifico di queste ricerche, si aggiunse un'utilità pratica, quando cioè la nascente chirurgia dello speco vertebrale richiese la esatta diagnosi topica, l'esatta localizzazione delle lesioni spinali o radicolari per poter esplicarsi salutarmente.

Compreso da questo interesse già Gowers (1885) per primo diede una tabella, per quanto potè completa, ove era indicata l'innervazione segmentale dei muscoli. Da quell'epoca in poi le osservazioni cliniche accumularono un'enorme massa di casi d'alterazioni funzionali muscolari per lesioni spinali o radicolari. Non mi proverò neppure ad analizzare e discutere qui una ad una quelle osservazioni, tanto più perchè questo immane lavoro è già stato in parte compiuto da Wichmann (1900) il quale, in una diligente compilazione ha fatto lo spoglio di numerosissime osservazioni. Però in fondo credo che da simili compilazioni ove viene attribuito uguale valore ad osservazioni diversamente attendibili di numerosi autori, non si possa argomentare nulla di preciso. Preferisco perciò riprodurre qui la tabella contenente i dati di fatto forniti dai casi clinici raccolti da un solo autore di indiscusso valore: L'Edinger (v. tab. 40).

È interessante che, come Edinger stesso rileva, questa tabella osservata verticalmente, riproduce la figura umana. Qui aggiungerò ancora poche considerazioni di interesse teorico.

Le osservazioni cliniche hanno in genere confermato i dati fondamentali stabiliti dall'anatomia e dalla fisiologia, quale l'innervazione pluriradicale della maggior parte dei muscoli del corpo. Anche i rapporti innervativi dei singoli muscoli quali risultano dalla clinica, collimano in genere bene coi dati anatomici. Invano però domanderemmo alla clinica un contributo d'osservazione e di interpretazione in rapporto ai problemi complessi che ho trattato ampiamente nei precedenti capitoli. In riguardo al problema sulla pretesa unità funzionale delle radici di moto, i clinici non presero partito direttamente. Si contentarono però in genere di affermare che il numero dei segmenti dai quali un muscolo è innervato, dipende oltre che dal numero dei miomeri dai quali esso si è sviluppato, anche dal numero di funzioni cui esso partecipa!

Wichmann distingue perciò muscoli polimerici a funzione unica, quale il *Rectus abdominis* e muscoli polimerici a più funzioni. Nel caso di questi ultimi una funzione può essere abolita, ed il muscolo paralizzato per l'esecuzione di un dato movimento. mentre esso continua a funzionare normalmente nell'esecuzione di altri movi-

menti ove partecipi a un complesso muscolare diverso. Questa concezione è naturalmente in modo intimo connessa col problema se in un muscolo le fibre nervose provenienti da più di una radice spinale si distribuiscano uniformemente a tutte le fibre muscolari oppure restino « quartierate » in esso.

Ma alla soluzione di questo problema la clinica non ha dato contributi proprî importanti. In genere risulta dalle osservazioni cliniche che nei muscoli piccoli non si riconosce il *cantonnement* di Forgue e Lannegrace, il quale esisterebbe invece nei muscoli estesi.

Sottocapo II.

La dermatomeria larvata studiata nell'uomo con metodi clinici.

Notizie sulla dermatomeria larvata nell'uomo si possono attingere dalle osservazioni cliniche sulle alterazioni della sensibilità e del trofismo cutaneo, per svariate lesioni del midollo o delle radici, dei gangli e dei nervi spinali. Storicamente, le osservazioni di alterazioni trofiche cutanee quali espressione di lesioni nervose, spinali, sono più antiche di quelle riguardanti le alterazioni della sensibilità; però l'esatta determinazione della topografia e dell'estensione delle lesioni, siano trofiche, siano di sensibilità, ed il rapporto tra quelle e la sede e l'estensione della causa morbigena centrale fu fatta relativamente tardi. Infatti, mentre già nel 1861 Von Baerensprung sostenne e nel 1863 dimostrò in base ad un reperto necroscopico che l'*herpes zoster* è l'espressione di un'affezione di uno o più gangli spinali o del ganglio di Gasser, dobbiamo arrivare fino alla monografia di Head nel 1897, della quale più sotto mi occuperò a lungo, per trovare uno studio sistematico fatto per stabilire quale localizzazione ed estensione abbiano le zone erpetiche nell'affezione dei singoli gangli della serie e quali rapporti topografici abbiano queste zone coi territori sensitivi degli stessi gangli.

Per quel che riguarda i dati desumibili dall'alterazione della sensibilità, è pur notevole che mentre varî processi morbosi hanno ripetuto nell'uomo le infinite volte, lesioni più o meno nette, quali la sezione trasversa del midollo spinale o la distruzione di qualche paio di radici nervose, pur tuttavia le alterazioni della sensibilità causate da quelle affezioni, sono state interpretate al loro giusto valore in rapporto al problema della proiezione spinale, soltanto da pochi decennî. Coenen, autore della pregevole monografia storica, cui ho già avuto occasione di accennare, scrive di non aver trovato nulla o quasi nulla sulle lesioni radicolari sensitive nell'antica letteratura medica olandese, francese, tedesca ed inglese; io posso dire lo stesso per quella italiana.

Il primo clinico che abbia trattato largamente dei problemi relativi alle lesioni segmentali della sensibilità cutanea, è il nevrologo inglese James Ross. Questi nel 1882 descrisse e figurò l'esatta estensione del territorio di insensibilità cutanea in un caso ove il midollo spinale a livello dell'8ª radice cervicale era stato distrutto nella sua metà destra da un'emorragia. Nel 1883 aggiunse alla precedente la descrizione di un caso di pachimeningite che aveva distrutto totalmente il midollo nella sua sezione trasversa, anche in questo caso al livello della 8ª radice cervicale. Le figure colle quali Ross illustra questi due casi e che io per il loro interesse storico

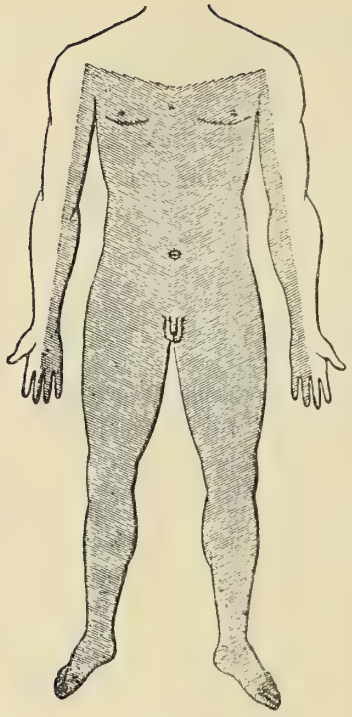


Fig. 95.

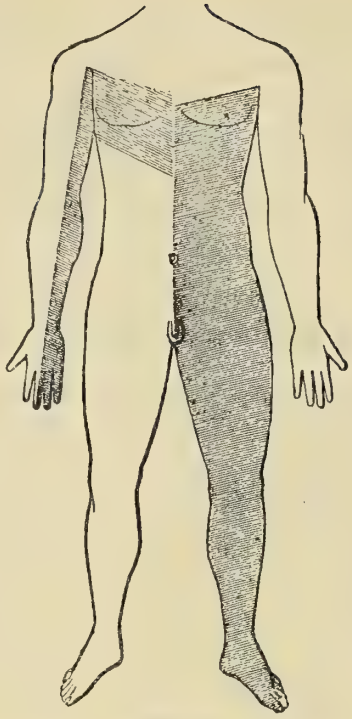


Fig. 96.

Le prime osservazioni di lesioni segmentali della sensibilità cutanea, illustrata da James Ross.

Fig. 95, distruzione trasversa completa del midollo spinale sopra l'8° paio cervicale di radici spinali. Osservazione del 1883. — Fig. 96, distruzione trasversa del solo lato destro del midollo spinale sopra l'8° paio di radici spinali cervicali. Osservazione del 1882.

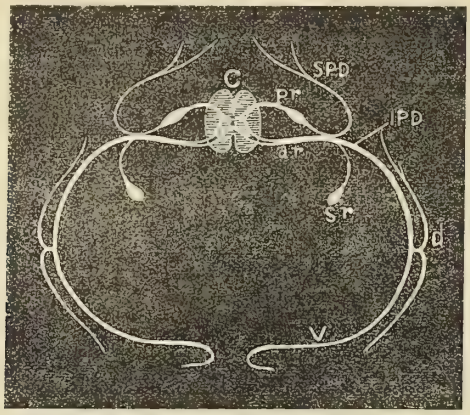


Fig. 97. — Schema della distribuzione periferica tipica dei nervi spinali nell'uomo, secondo James Ross.

Leggenda della figura 97.

C, midollo spinale. — *r.p.*, radice posteriore (dorsale). — *r.a.*, radice anteriore (ventrale). — *S.P.D.*, divisione primaria superiore (posteriore o dorsale). — *I.P.D.*, divisione primaria inferiore (anteriore o ventrale). — *s.r.*, ramo comunicante del simpatico. — *d*, ramo dorsale (cioè laterale). — *v*, ramo ventrale della divisione primaria ventrale.

qui riporto (figg. 95, 96), dànno una prova dell'esattezza delle osservazioni cliniche di Ross e del modo fortunato nel quale egli aveva, specie in riguardo alla inner-

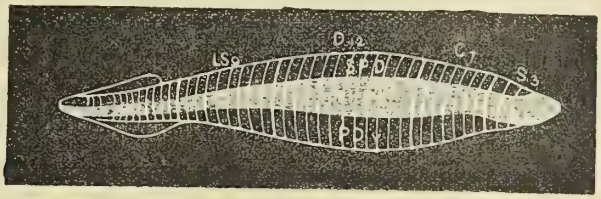
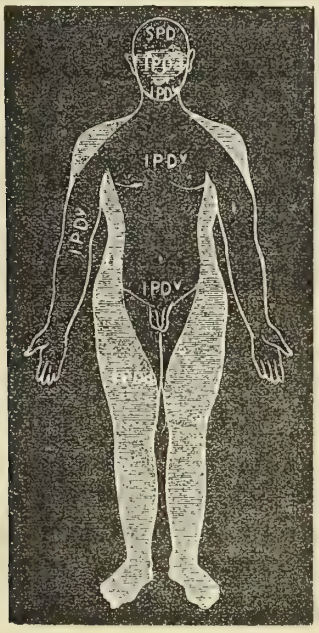


Fig. 98. — Schema della distribuzione cutanea dei rami nervosi delle divisioni primarie dorsali, (laterali) e ventrali dei nervi spinali, proiettata sul corpo dell'*Amphioxus*, secondo James Ross.

Leggenda della figura 98.

S$_3$, i nervi cefalici. — *C*$_7$, i 7 nervi cervicali. — *D*, i 12 nervi dorsali (toracici). — *L.S.*, i 9 nervi lombosacrali. — *S.P.D*, regione cutanea innervata dai rami della divisione primaria dorsale. — *I.P.D.S.*, Idem, dai rami dorsali (cioè laterali) della divisione primaria ventrale. — *I.P.D.V.*, Idem, dai rami ventrali della divisione primaria ventrale.



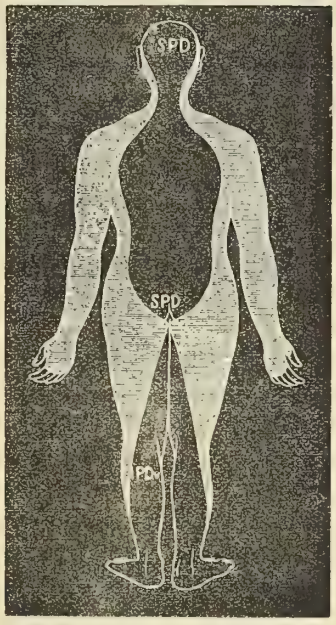


Fig. 99. Fig. 100.

I territori cutanei innervati dai rami nervosi delle divisioni primarie dorsale e ventrale dei nervi spinali nell'uomo, secondo James Ross.

Fig. 99, faccia ventrale. — Fig. 100, faccia dorsale.

Leggenda delle figure 99 e 100.

S.P.D., Regione cutanea innervata dai rami della divisione primaria superiore (posteriore o dorsale). — *I.P.D.d.*, Idem, dai rami dorsali (laterali) della divisione primaria inferiore (anteriore o ventrale). — *I.P.D.v.*, Idem, da rami ventrali della divisione primaria ventrale.

vazione degli arti superiori, tenuto conto delle migliori conoscenze anatomiche del suo tempo. E ancora più che in queste due osservazioni isolate ciò si rende ma-

nifesto nel suo lavoro d'insieme del 1888, ove è evidente l'influenza delle idee di Herringham e di Paterson.

Ross comincia per dare uno schema della divisione e distribuzione delle radici dorsali di senso, secondo le note condizioni anatomiche nell'uomo: distingue cioè una divisione superior-posteriore (dorsale) ed una inferior-posteriore (ventrale), la quale è ancora da scindersi in una divisione ventrale ed una dorsale (v. fig. 97). In un animale a forma semplice, come p. es. l'*Amphioxus*, i territorî cutanei innervati dalla serie di rami nervosi di queste tre divisioni, rispettivamente avrebbero forma e disposizione semplice e regolare, a fasce longitudinali, come appare dalla figura schematica (fig. 98). Nell'uomo, a causa della distribuzione delle fibre radicolari lungo le linee assili dell'estremità, le fasce longitudinali supposte nell'*Amphioxus*, assumono forma e disposizione ben diversa di regioni cutanee apparentemente irregolari, come appare dagli schemi riprodotti nelle figg. 99, 100. Però in queste regioni, i territorî cutanei dei rami nervosi delle singole radici dorsali sono disposti in ordine seriale ininterrotto (*serially continuous*). A comprova di ciò e per dimostrare che la patologia umana fornisce dati che ben si accordano colle « leggi » di Herringham, Ross riunisce in uno schema il risultato di diverse sue osservazioni cliniche, ove sono indicate la estensione e la disposizione reciproca delle zone di anestesia dipendenti da lesioni rispettivamente delle radici 5ª e 7ª cervicale o di quelle 1ª e 2ª toracica (v. fig. 101).

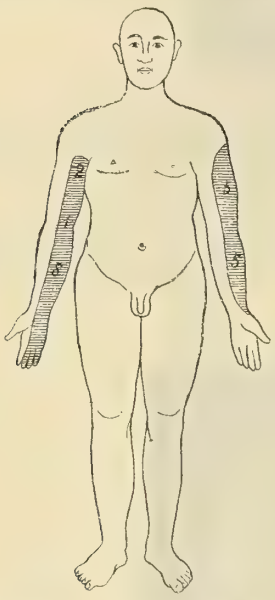


Fig. 101. — Schema della disposizione *seriale* delle analgesie per lesioni segmentali, secondo James Ross.

Leggenda della figura 101.

5. 7. 8. 1. 2, sede delle alterazioni del senso cutaneo (analgesie ecc.) in casi di lesioni segmentali rispettivamente delle radici 5ª e 7ª cervicale (faccia radiale dell'arto) e della 8 cervicale e 1a e 2ª toracica (faccia ulnare dell'arto), secondo James Ross. Nella figura, per errore, nell'avambraccio sinistro è segnata un'altra 5 anzichè una 7.

Questi i contributi importanti di Ross, che aprirono un'êra novella alle ricerche cliniche sulle lesioni segmentali della sensibilità cutanea. Ricorderò ora non le singole tappe che lo sviluppo delle conoscenze su questo argomento ha percorso, ma soltanto alcune delle più importanti stazioni di questa lunga via. Poco dopo Ross, Thorburn (1889-93) e Eichhorst (1888), l'uno per gli arti, l'altro per la regione toracica diedero i primi contributi sistematici. Nel lavoro di Thorburn (1888) sulle lesioni della *cauda equina* si nota un primo tentativo di applicare anche alle lesioni sensitive spinali in corrispondenza agli arti inferiori dell'uomo, i dati forniti dall'anatomia. Riporto qui per l'interesse storico le figure di Thorburn rappresentanti l'anestesia consecutiva a distruzione completa delle radici sacrali in un caso di spina bifida (figg. 102, 103).

Più tardi Thorburn riunì il complesso delle sue osservazioni sulle anestesie cutanee causate da lesioni midollari o radicolari spinali nel tratto lombo-sacrale, riuscendo a costituire uno schema completo dell'innervazione dell'arto inferiore che sembra nelle sue grandi linee esser in accordo coi risultati delle ricerche anatomiche, mentre discorda con questi in non pochi particolari (figg. 104, 105).

Finalmente egli diede una serie di schemi ove è raffigurato il limite craniale dell'anestesia cutanea in seguito a lesione trasversa del midollo spinale tra 4° e 5° e tra 5° e 6° paio radicolare cervicale, a livello dell'8° paio cervicale e di quello 1° toracico (figg. 106, 107).

Il lavoro di Eichhorst (1888) è degno di una speciale menzione qua perchè tratta con intenti di particolare precisione, di una regione del corpo alla quale poca attenzione speciale è stata concessa dai clinici: intendo dire il tronco. La maggior parte degli autori, anche recenti, si è limitata sempre a tracciare in questa regione

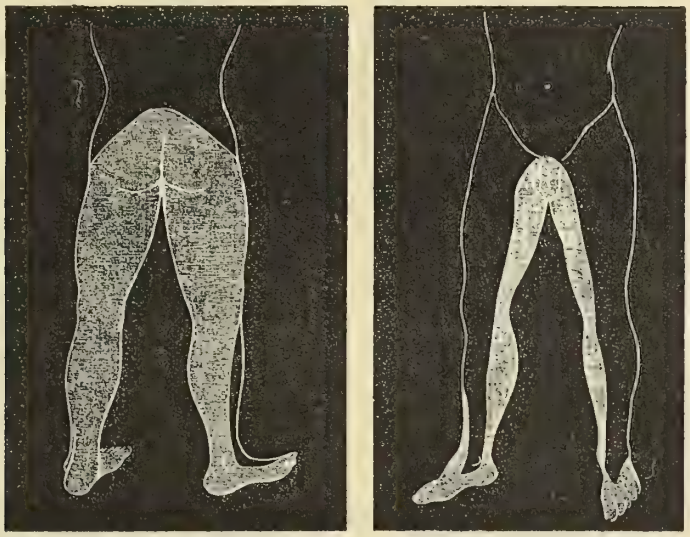


Fig. 102. Fig. 103.

La prima osservazione di lesione segmentale della sensibilità cutanea negli arti inferiori dell'uomo (distruzione completa delle radici sacrali in un caso di spina bifida) illustrata da Thorburn (1888).

Fig. 102, aspetto dorsale. — Fig. 103, aspetto ventrale.

i limiti segmentali delle anestesie riscontrate, come linee quasi rette e tracciate in direzione quasi perpendicolare all'asse longitudinale del corpo. Ora, Eichhorst in 5 casi di lesione trasversa del midollo spinale a diverso livello toracico, mediante determinazione esattissima e minuziosissima del limite tra le regioni sensitive ed insensibili, stabilite accuratamente punto per punto, per tutta la circonferenza del tronco, trovò che questo limite non è rettilineo ma presenta regolarmente 3 « elevazioni » o convessità in direzione craniale e due o tre « abbassamenti » o convessità in direzione caudale, per ogni metà del corpo. Gli apici di queste convessità craniali si trovarono rispettivamente una nella linea mediana dorsale (« elevazione spinosa » la chiama Eichhorst), una nella zona scapulare (« elevazione scapulare »), ed una nella linea mediana ventrale oppure vicino a questa (« elevazione mammillare ») (v. fig. 108). Eichhorst non dà nessuna interpretazione di questi reperti. Gli autori posteriori o non si occupano affatto di essi o li ritengono eccezionali, causati da lesioni trasverse incomplete (Wichmann 1900). Ora, lasciando da parte quest'ultima interpretazione che è

in contrasto col risulato delle autopsie riferite da Eichhorst, osservo che queste tre « elevazioni » del limite della regione anestetica, alternate con due abbassamenti di esso, sembrano essere evidentemente in rapporto colla divisione dei singoli segmenti cutanei in una zona dorsale ed una laterale e ventrale. Infatti l'abbassamento dorsale

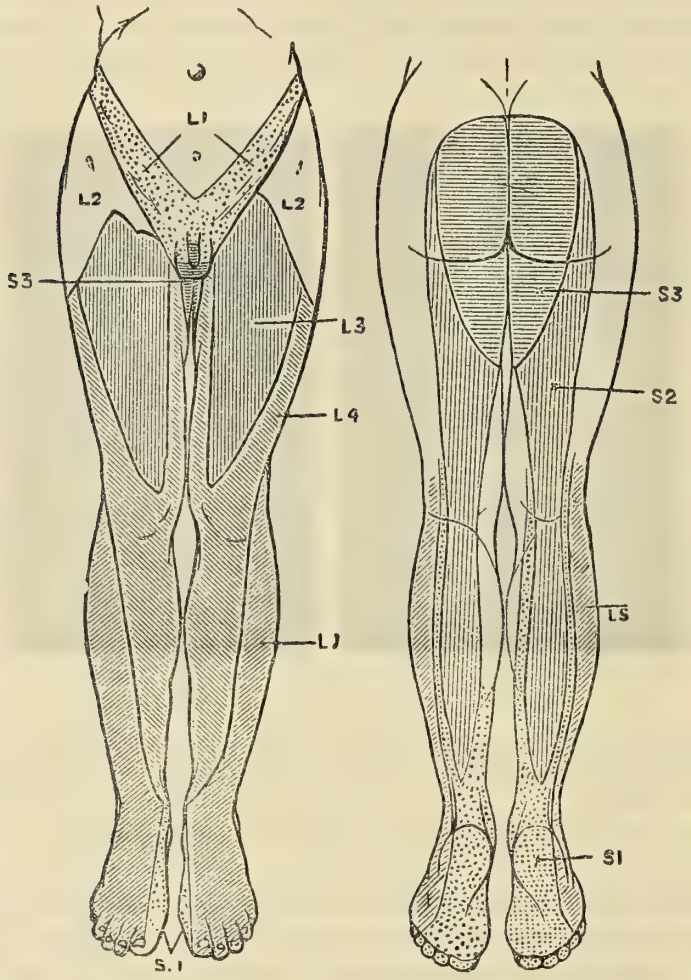


Fig. 104. Fig. 105.

Schema dell'innervazione segmentale della cute dell'arto inferiore nell'uomo, secondo Thorburn. Fig. 104, aspetto ventrale. — Fig. 105, aspetto dorsale.

Leggenda delle figure 104 e 105.

L, 1. 2. 3. 4. 5, territorio cutaneo dei nervi lombali 1. 2. 3. 4. 5. — *S*, 1. 2. 3, idem, dei nervi sacrali 1. 2. 3.

dei limiti di Eichhorst corrisponde al livello di massima estensione della zona dorsale del dermatoma innervato dal segmento relativamente illeso situato subito al di sopra della lesione trasversa del midollo, e l'abbassamento ventrale degli stessi limiti, corrisponde al livello di massima estensione del territorio lateroventrale di esso. Le ele-

vazioni poi, cioè i punti ove la zona anestetica invade maggiormente della regione rimasta sensibile, giacciono in corrispondenza al limite tra i dermatomi illesi di destra e sinistra nelle linee mediane dorsale e ventrale ed in corrispondenza al limite tra zona dorsale e ventrale di questi medesimi.

Questi i lavori fondamentali. Numerosi altri autori riunirono poi anch'essi i risultati delle osservazioni cliniche loro e di altri e compilarono schemi dell'innervazione segmentale della cute nell'uomo.

Fig. 106. — Schema del limite craniale della analgesia cutanea, a destra per lesione trasversa del midollo spinale tra 4° e 5° paio di radici cervicali, a sinistra tra 5° e 6°, secondo Thorburn.

Fig. 107. — Schema del limite craniale della analgesia cutanea, a destra per lesione trasversa del midollo spinale tra 8° paio cervicale e 1° toracico, a sinistra tra 1° e 2° paio toracico, secondo Thorburn.

Cito tra questi specialmente due chirurghi, l'americano Allen Starr e lo svizzero Kocher; poi clinici e neurologi tra i quali cito Edinger, Pansini, Wichmann Frenkel e Seiffert. Finalmente anche un anatomico, Frohse (1901), compilò un tale schema però in base non a dissezioni, ma a dati clinici. Riproduco qui gli schemi stessi (v. figg. 109-122, 127-128) ed aggiungo poche parole di commento. Per chi ha seguìto quanto io ho esposto nei capitoli VI e VII riguardo alle linee principali dell'innervazione segmentale della cute, non vi può esser dubbio che gli schemi di Allen Starr, Kocher e Pansini, costruiti senza tener conto dei dati morfologici fondamentali sull'evoluzione e sulla costituzione segmentale definitiva degli arti, peccano in ciò che si sforzano a mantener l'apparenza di una sfilata ininterrotta dei dermatomi in ordine seriale lungo le linee mediane del corpo, per cui a livello degli arti disegnano i segmenti cutanei come tante strisce strettissime decorrenti longitudinalmente e parallele fino all'apice degli arti stessi. Il fatto concordemente affermato da anatomici e

fisiologi che i dermatomi « migrano » sugli arti e vi si dispongono lungo due linee assili, le quali in molti rapporti equivalgono alle linee mediane del tronco, non viene preso in considerazione dagli autori di questi schemi.

Invece in quelli di Frenkel, Frohse, Wichmann e Seiffert i dati casuistici sono stati proiettati e disposti, tenuto conto delle conoscenze morfologiche sull'evoluzione segmentale dell'organismo, epperò sono da questo punto di vista assai più pregevoli.

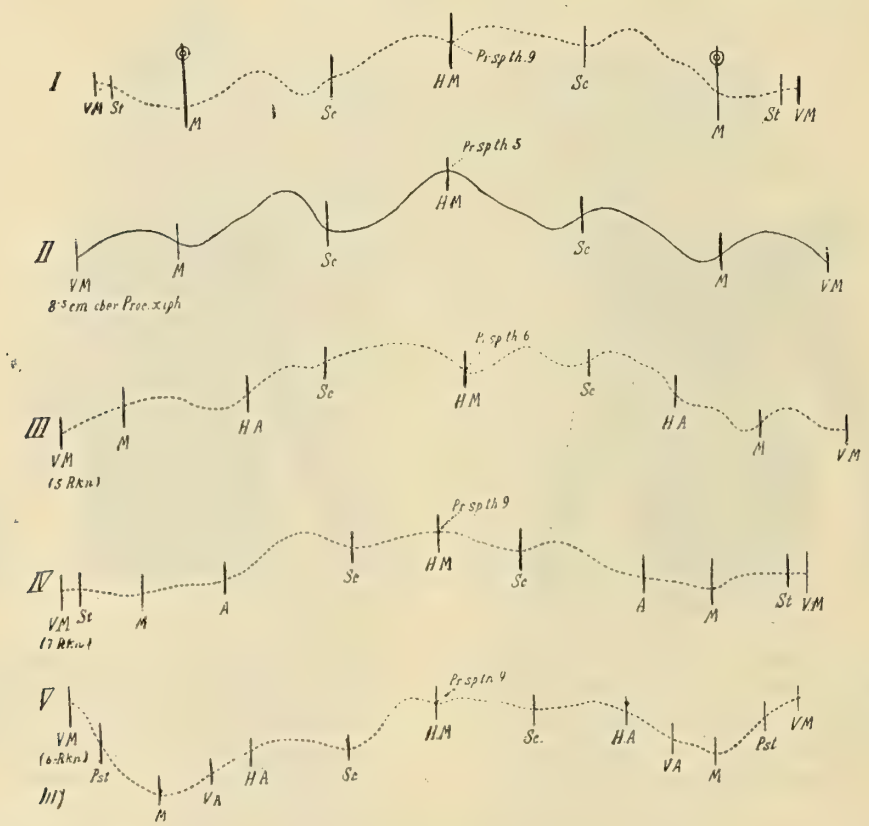


Fig. 108. — Decorso esattamente delimitato del limite craniale dell'analgesia cutanea sul tronco in cinque casi di lesione trasversa del midollo toracico, secondo Eichhorst.

Leggenda della figura 108.

H.M. linea mediana dorsale. — *V.M.* linea mediana ventrale. — *Pr.sp.th.* 9. 5. 6 = 5°. 6°. 9° processo spinoso toracico. — *Sc.* linea scapulare. — *M.* linea mammillare.

Sotto ogni riguardo interessanti sono pure gli schemi di Coenen (1901), che riproduco nelle figure 123-124. Nella scuola di Winkler, più forse che nella maggior parte delle cliniche di neuropatologia, si è sempre tentato, non solo di determinare con minuziosa esattezza i limiti delle alterazioni della sensibilità che si presentano nei diversi generi d'affezioni spinali, ma anche di rendersi sempre esattamente conto del significato anatomico che quei limiti caso per caso sembrano avere. Già Kocher aveva rilevato che i territorî segmentali da lui delimitati sono da considerarsi come « aree nucleari » dei segmenti veri, intendendo con ciò che essi rap-

presentano i dermatomi diminuiti dalle embricature. Coenen ora analizza più minutamente ancora il significato dei limiti da lui trovati nei casi di distruzione trasversa del midollo da lui descritti. Innanzi tutto è ovvio che in questi casi la frase usuale « limite dell'analgesia » è l'espressione di un reperto clinico, riguardante una deficienza, corrispondente a un'entità patologica, ma non ha significato nè anatomico nè funzionale, nel senso che l'estensione dell'analgesia non insegna nulla o quasi circa il territorio innervato dai segmenti e dalle radici spinali lese, perchè in gran parte del campo

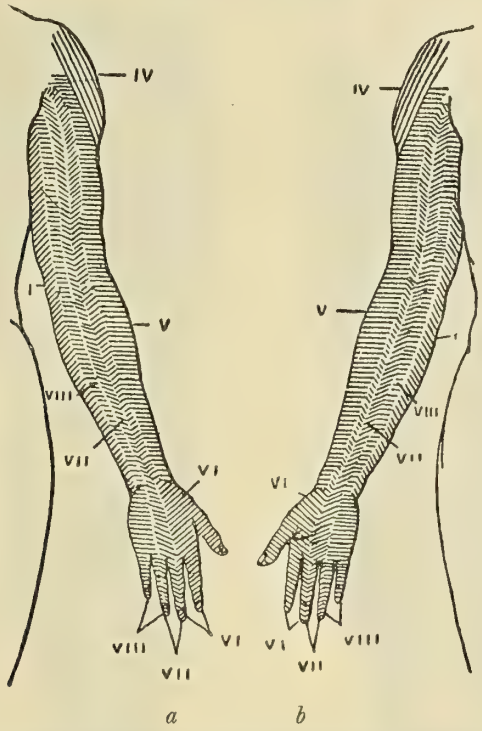
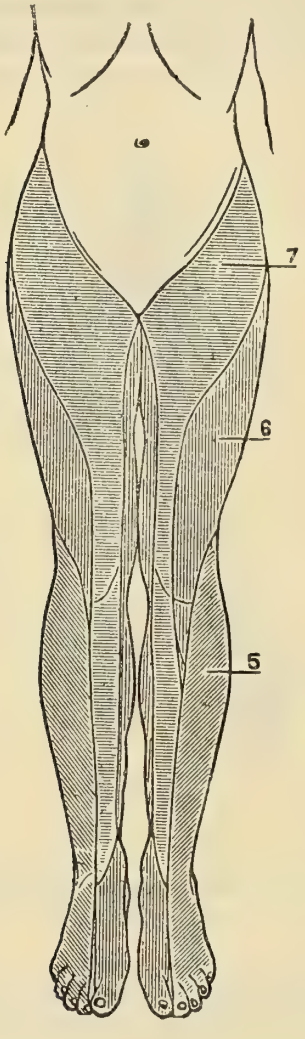


Fig. 109. — Schema dell'innervazione segmentale dell'arto superiore, secondo Allen Starr. *a*) Faccia dorsale. — *b*) Faccia ventrale dell'arto

di distribuzione di questi, cioè per tutta l'estensione delle embricature, la sensibilità resta conservata dai segmenti e dalle radici vicine che non furono colpite dalla lesione. Non è dunque come « limite dell'analgesia » che le linee di separazione clinicamente trovate tra cute sensibile e cute insensibile hanno interesse, perchè l'analgesia è un concetto negativo e la sua estensione non corrisponde ad alcuna unità anatomica. Bensì hanno importanza queste linee, considerate come limiti estremi del territorio ove la sensibilità è persistita, perchè a questa espressione corrisponde un pensiero anatomico e funzionale: significa cioè l'estensione del territorio di distribuzione dei segmenti e delle radici spinali non colpiti dalla lesione. Nel caso per esempio dello strappo di alcune radici toraciche, il limite superiore o craniale della analgesia ha importanza come limite caudale del territorio ove i segmenti situati cranialmente delle radici lese riescono a mantenere la sensibilità. Il limite inferiore o caudale dell'analgesia invece ha importanza come limite craniale del territorio mantenuto

sensibile dai segmenti situati caudalmente alla lesione. Ora Coenen ha disegnato in due schemi i limiti trovati da lui in diversi casi di lesione trasversa del midollo, e considerandoli appunto nel modo razionale ora da me esposto, rileva alcune particolarità degne di nota riguardo la loro ubicazione ed il loro comportamento reciproco.



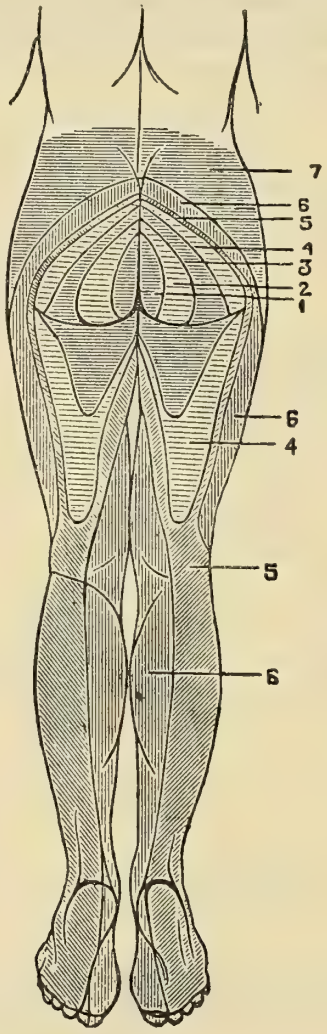


Fig. 110. Fig. 111.

Schema dell'innervazione segmentale dell'arto inferiore secondo Allen Starr.

Fig. 110, faccia ventrale. — Fig. 111, faccia dorsale.

Leggenda delle figure 110 e 111.

1 = 4° segmento sacrale. — 2 = 3° sacrale. — 4 = 2° sacrale. — 4 = 1° sacrale. — 5 = 5° lombale. — 6 = 4° lombale. — 7 = 3° lombale.

Egli trova nei suoi schemi una notevole incostanza specialmente nella posizione delle cosidette linee assili dell'arto; queste, ma specialmente quelle ventrali, più sull'arto inferiore che in quello superiore, più sulla gamba che sulla coscia, mostrano nei suoi casi una variabilità di decorso impressionante, a spiegar la quale Coenen discute diverse

ipotesi. Ricordo tra di esse la possibilità di una forte embricatura incrociata la quale è poco probabile perchè negata, sia dagli sperimentatori (Sherrington), sia dagli anatomici (Bolk): la possibilità che le variazioni individuali siano più notevoli a carico delle linee

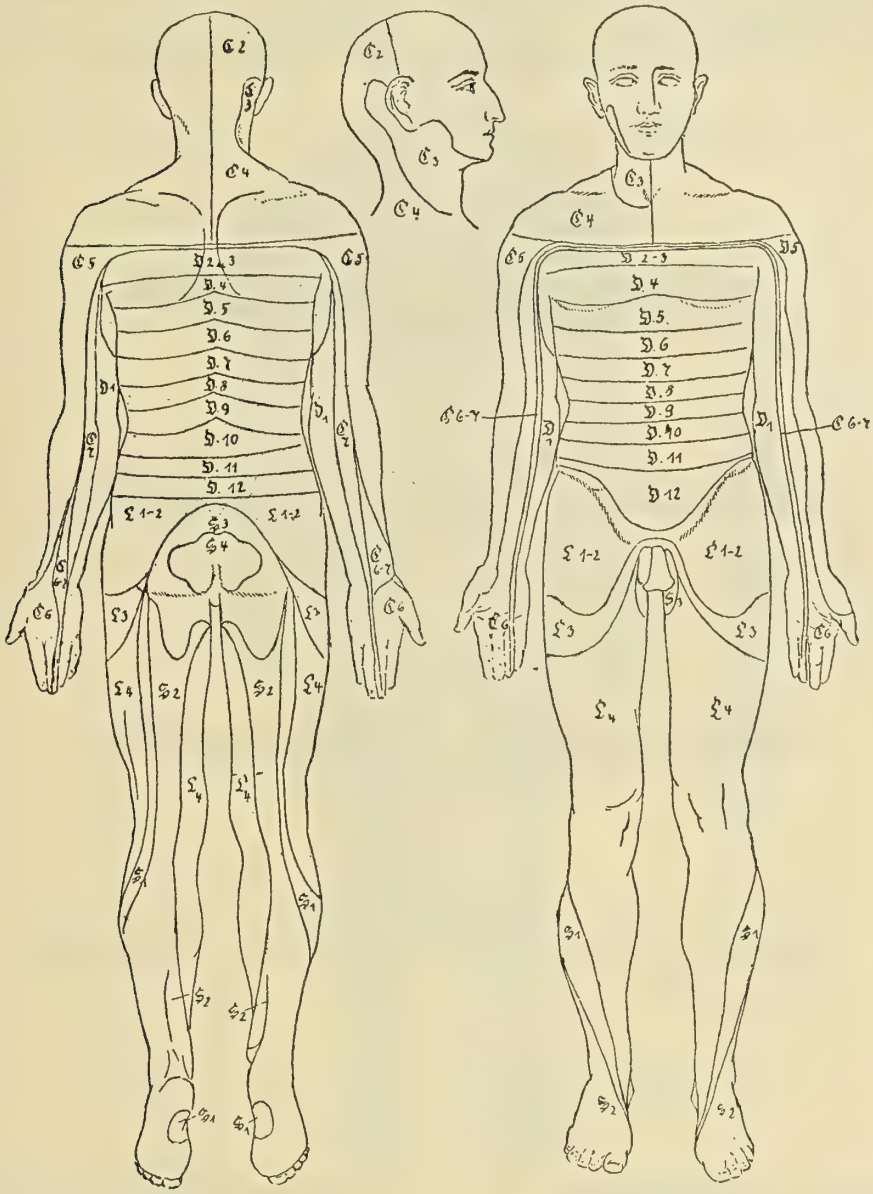


Fig. 112. Fig. 113.

Schema dell'innervazione segmentale della cute, secondo Kocher.

Fig. 112, faccia dorsale. — Fig. 113, faccia ventrale.

assili ventrali, che a carico di quelle dorsali è poco verisimile anche essa. Finalmente emette l'ipotesi che gli apparenti spostamenti delle linee assili possano dipendere da ciò che di alcune delle radici lese, un certo numero di fibre sia

rimasto intatto, sicchè non tutto il territorio innervato da esse sia diventato insensibile.

Quest'ultima ipotesi venne ripresa e precisata poi da Winkler (1902). Questi, dall'osservazione e dall'esame clinico minutissimo di alcuni casi di distruzione di radici per carie vertebrale, conclude che i limiti tra le regioni sensibili ed insensibili trovate in quei casi, non possono rappresentare limiti di territorî segmentali integri, ma

Fig. 114.

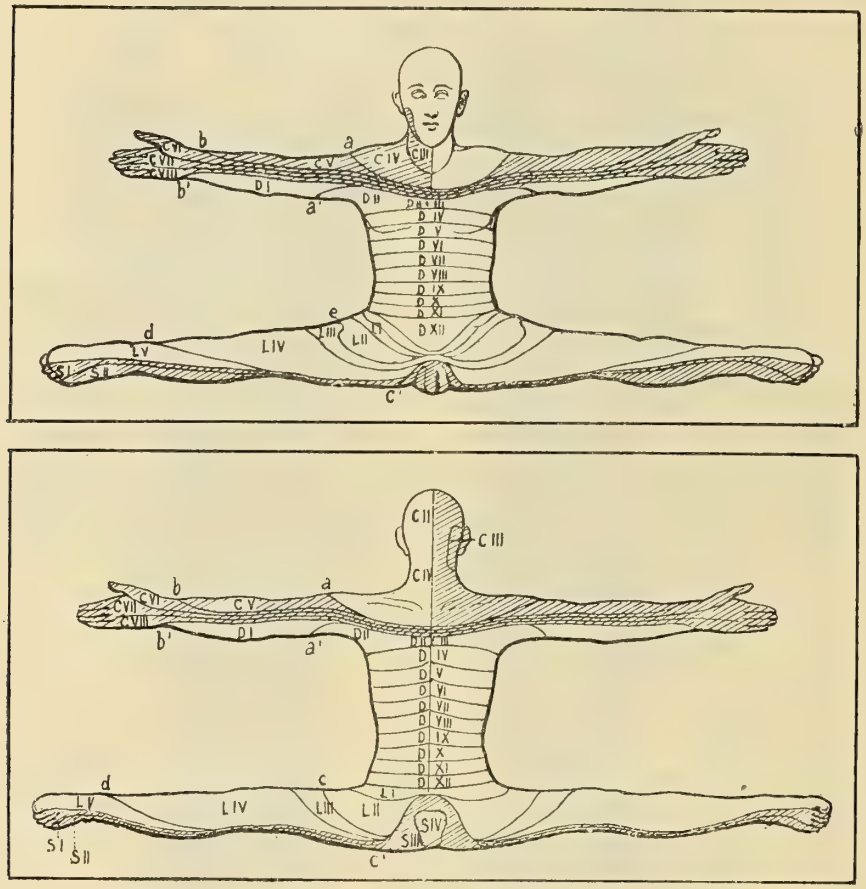


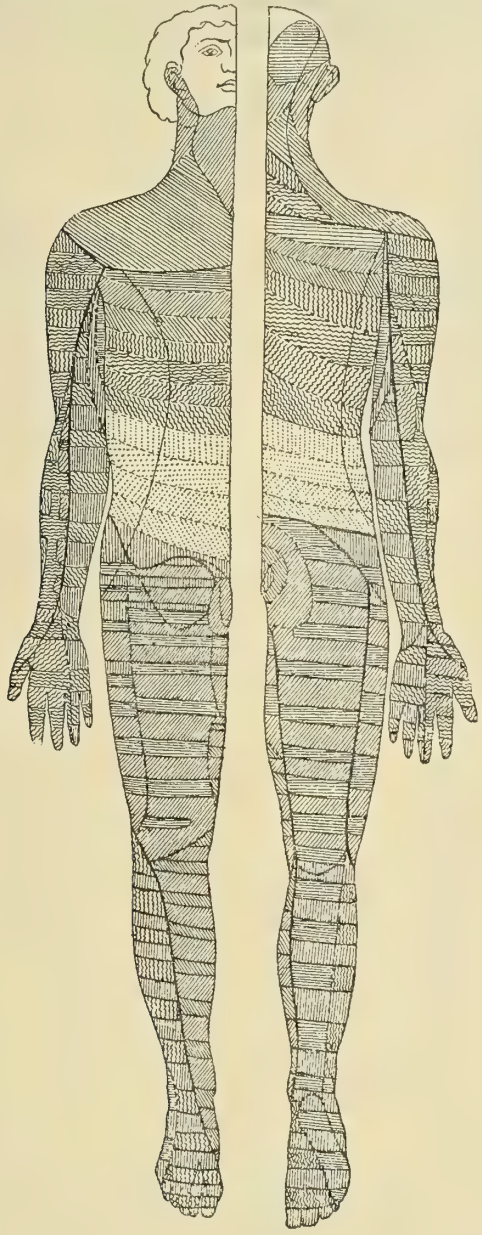
Fig. 115.

Schema dell'innervazione segmentale della cute, secondo Pansini.

Fig. 114, faccia ventrale. — Fig. 115, faccia dorsale.

che s'impone la supposizione che una o più radici siano state lese parzialmente e che, in corrispondenza a questa lesione parziale, il territorio cutaneo da essa od esse innervato non è diventato insensibile che parzialmente, rimanendo sensibile in parte, per una avvenuta frammentazione del dermatoma. A questo proposito Winkler proponeva un'alternativa di due ipotesi: o i singoli fascetti di cui si compongono le radici innervano aree distinte nel dermatoma, sicchè per spiegare la frammentazione di essi, basta ammettere la lesione di alcuni di essi; oppure le fibre dei singoli fascetti radicolari hanno distribuzione sparsa nel dermatoma, ma la frammenta-

zione di esso dipende da una riduzione secondo regole fisse della sua area complessiva quando un trauma colpisce e lede parte della radice corrispondente senza però



a *b*

Fig. 116.

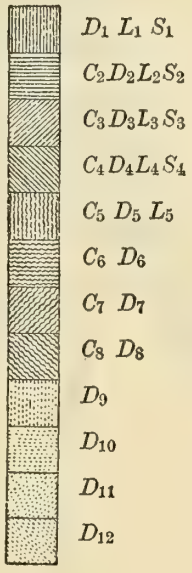


Fig. 116bis.

Fig. 116, schema dell'innervazione segmentale della cute, secondo Wichmann. — Fig. 116bis, chiave delle diverse tratteggiature dei territori segmentali.

a) Faccia ventrale. — *b*) Faccia dorsale.

distruggerla del tutto. Fu appunto per risolvere il problema contenuto in quest'alternativa che Winkler intraprese con Van Rynberk la ricerca sperimentale, i cui risul-

tati ho riportato nel precedente capitolo, e dai quali venne infirmata la prima, confermata la seconda ipotesi dell'alternativa posta da Winkler.

Contributi interessanti per la conoscenza della innervazione metamerica della cute nell'uomo si raccolsero, oltrechè dalle osservazioni cliniche descritte, da diversi altri

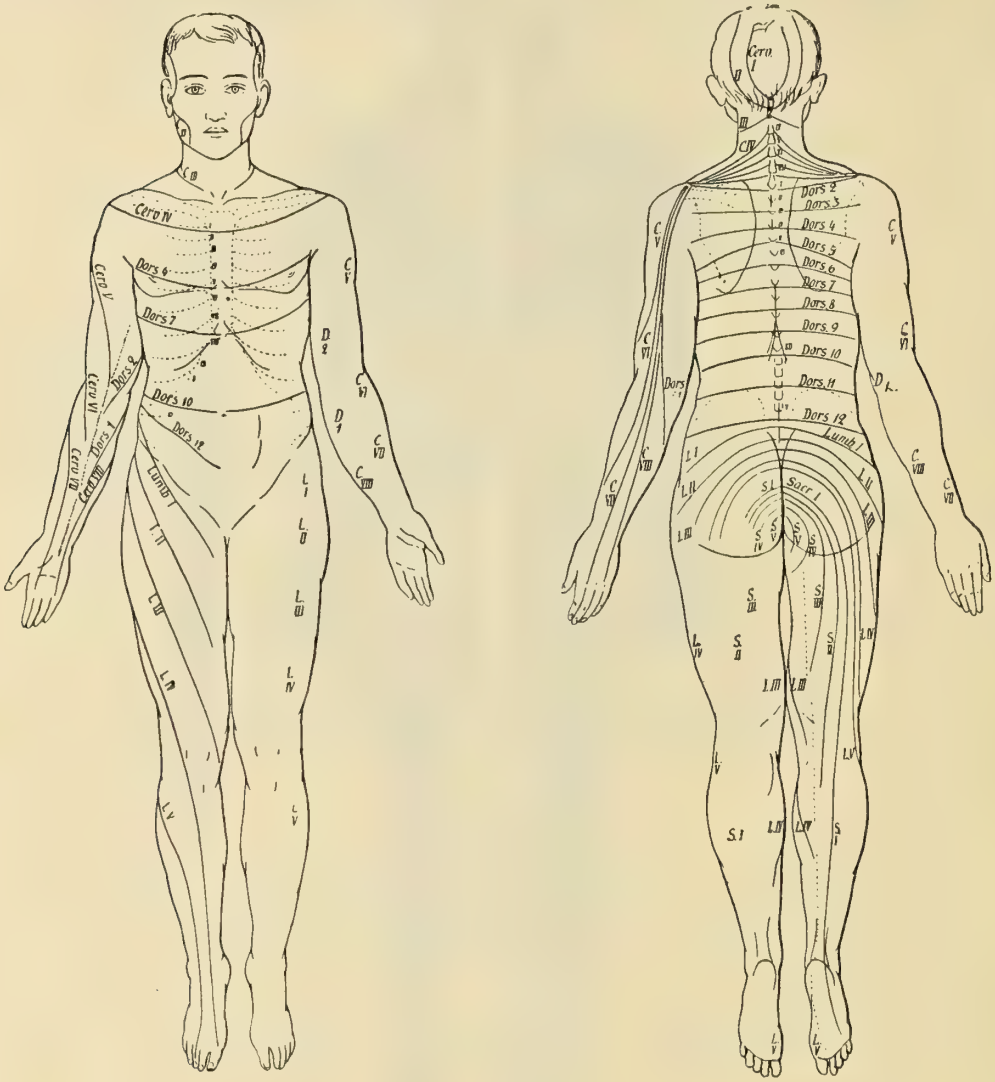


Fig. 117. Fig. 118.

Schema dell'innervazione segmentale della cute, secondo Edinger.

Fig. 117, faccia ventrale. — Fig. 118, faccia dorsale.

generi di affezioni. È da notarsi in primo luogo qui quanto si trovò nella tabe dorsale. Beyerman (1900), nella scuola di Winkler trovò, e Coenen (1901) tosto confermò, che nei tabetici spesso sono iperalgetiche, zone e linee che sembrano decorrere in corrispondenza ai limiti medî dei dermatomi (v. le figg. 125, 126). Altri autori, quali Hitzig (1894),

Lähr (1895), Marinesco (1897), Patrick (1898), Muskens (1899), sostennero l'ubicazione ed il carattere segmentale delle zone analgesiche nella tabe. Frenkel (1899) costruì persino uno schema completo dell'innervazione radicolare della cute basandosi sulle sue osservazioni nella tabe (v. fig. 127, 128).

Di notevole importanza anche teorica sono poi i reperti sulle alterazioni della sensibilità cutanea (termo-estesica, algesica) nell' affezione spinale detta siringo-

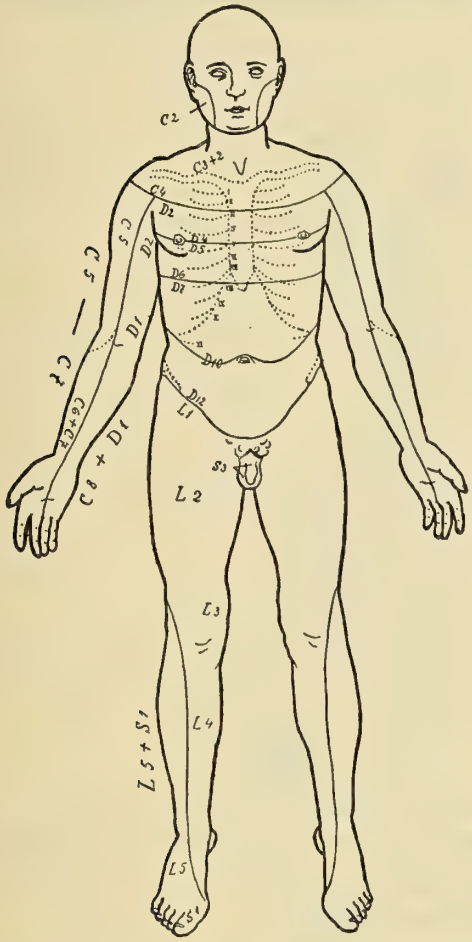


Fig. 119.

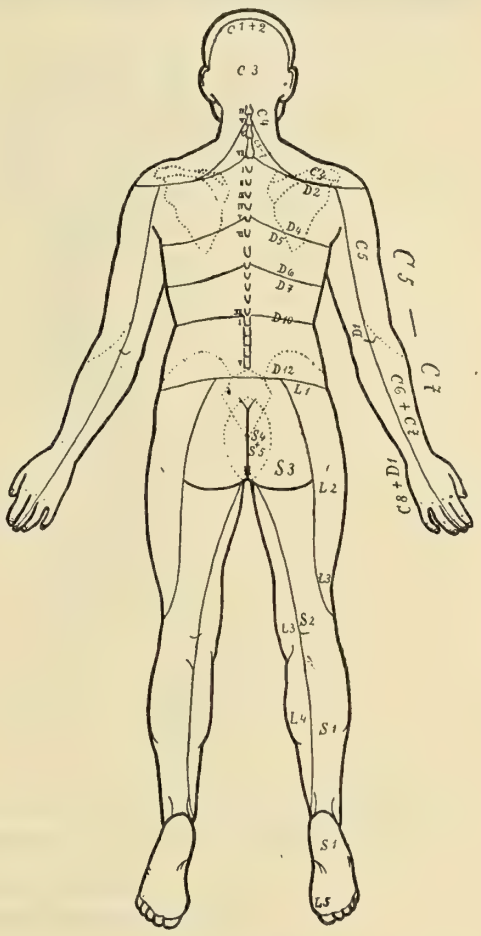


Fig. 120.

Schema dell'innervazione segmentale della cute dell'uomo, secondo Seiffert.
Fig. 119, aspetto ventrale. — Fig. 120, aspetto dorsale.

mielia. Mentre da alcuni autori più antichi si erano descritte queste alterazioni tanto sugli arti che sul tronco come aventi limiti a decorso nettamente circolare e perpendicolare all'asse longitudinale sia degli arti, sia del tronco stesso, onde si soleva parlare di alterazioni a guanto, a manicotto, a panciotto ecc.; più recenti, più minute indagini specie di M. Laehr (1895) seguìto presto e confermato tra gli altri da Von Sölder (1899), Hahn (1898) ed altri, dimostrarono che la disposizione ed ubicazione di queste zone diestesiche nella siringomielia è, tanto sugli arti che sul tronco

simile alla disposizione ed ubicazione delle zone analgesiche trovate p. es. in casi di lesione radicolare. Von Sölder insistè soprattutto sul decorso nettamente segmentale dei limiti disestici sul capo e sul collo. Riproduco qui la sua figura. (V. figura 125). I limiti delle zone disestesiche siringomieliche sarebbero quindi anche essi sicuramente segmentali. L'importanza di queste osservazioni, sulle quali avrò agio di ritornare or ora, sta in ciò: che la siringomielia è un'affezione della sostanza grigia del midollo spinale. Parrebbe quindi che la patologia umana puntelli il concetto che

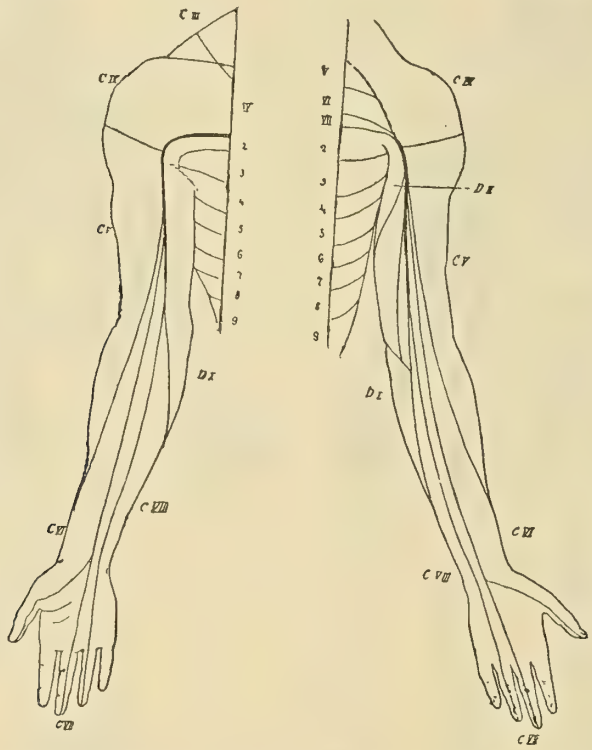


Fig. 121. — Schema dell' innervazione segmentale della cute degli arti superiori, secondo Frohse.

Leggenda della figura 121.

Le linee più grosse rappresentano le linee *assili* dell'arto.

anche gli elementi « sensitivi » delle corna dorsali del midollo, alla cui lesione e distruzione nella siringomielia è da attribuirsi la disestesia, siano disposti metamericamente nel senso che la lesione della sostanza grigia di un dato segmento spinale equivarrebbe per la manifestazione periferica, alla lesione della corrispondente radice dorsale od al corrispondente ganglio intervertebrale (spinale).

Di pari importanza pratica e dottrinale delle precedenti sono poi le osservazioni sulla localizzazione ed estensione di due altre manifestazioni cutanee che per diverse ragioni qui tratterò insieme.

È osservazione antica che affezioni di organi interni, siano queste di per sè dolorose o no, possono manifestarsi con dolorabilità di regioni distanti del corpo.

Questi dolori si dissero « riportati », « irradianti » o « riflessi » e si studiarono le vie nervose per le quali si supponeva essi si « irradiassero ». Così Sturze diede una descrizione della via che l'irritazione nervosa deve seguire nell'*angina pectoris* per poter dare i dolori irradianti nel braccio: siccome il cuore riceve le sue fibre simpatiche dai tre gangli simpatici cervicali i quali sono, mediante i rami comunicanti, collegati con quella parte del midollo spinale dalla quale origina il plesso brachiale, la via percorsa dal dolore riflesso sembra a Sturze essere appunto questa.

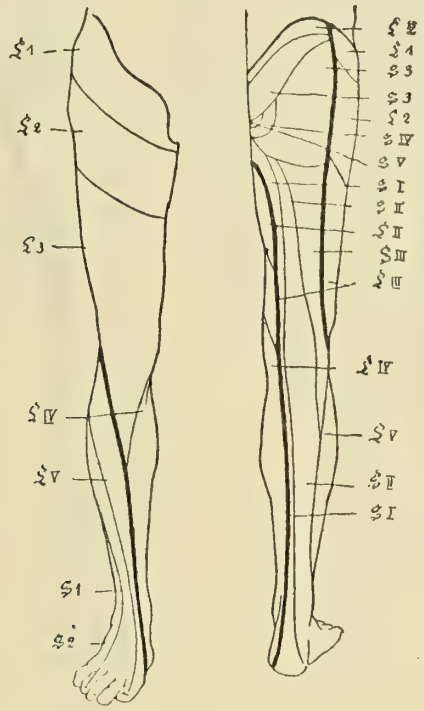


Fig. 122. — Schema dell'innervazione segmentale della cute degli arti inferiori, secondo Frohse.

Leggenda della figura 122.

Le linee più grosse rappresentano le linee *assili* dell'arto.

Oltre che di questi dolori riflessi od irradianti, fu fatta già da tempo (Valsalva, Morgagni) l'osservazione che in certe affezioni di organi interni si possono trovare zone ove la cute, sebbene non spontaneamente dolorosa, è però iperalgesica. Lievi stimoli cioè applicati in quelle zone provocano vivo dolore od intense reazioni riflesse. Lo studio accurato di queste manifestazioni fu fatto quasi contemporaneamente da Kund Faber (1899), da Mackenzie (1893) e da H. Head (1892-95). Per i problemi segmentali i contributi di quest'ultimo autore sono da prendersi in speciale considerazione. Head infatti trovò che in un grande numero di affezioni morbose di svariata natura ed a carico di diversi organi si possono riscontrare nella cute aree iperalgesiche (« *Tender areas* ») la cui sede ed estensione sono esattamente delimitabili e

costanti per ogni singolo organo affetto. Inoltre Head trovò che l'ubicazione e la

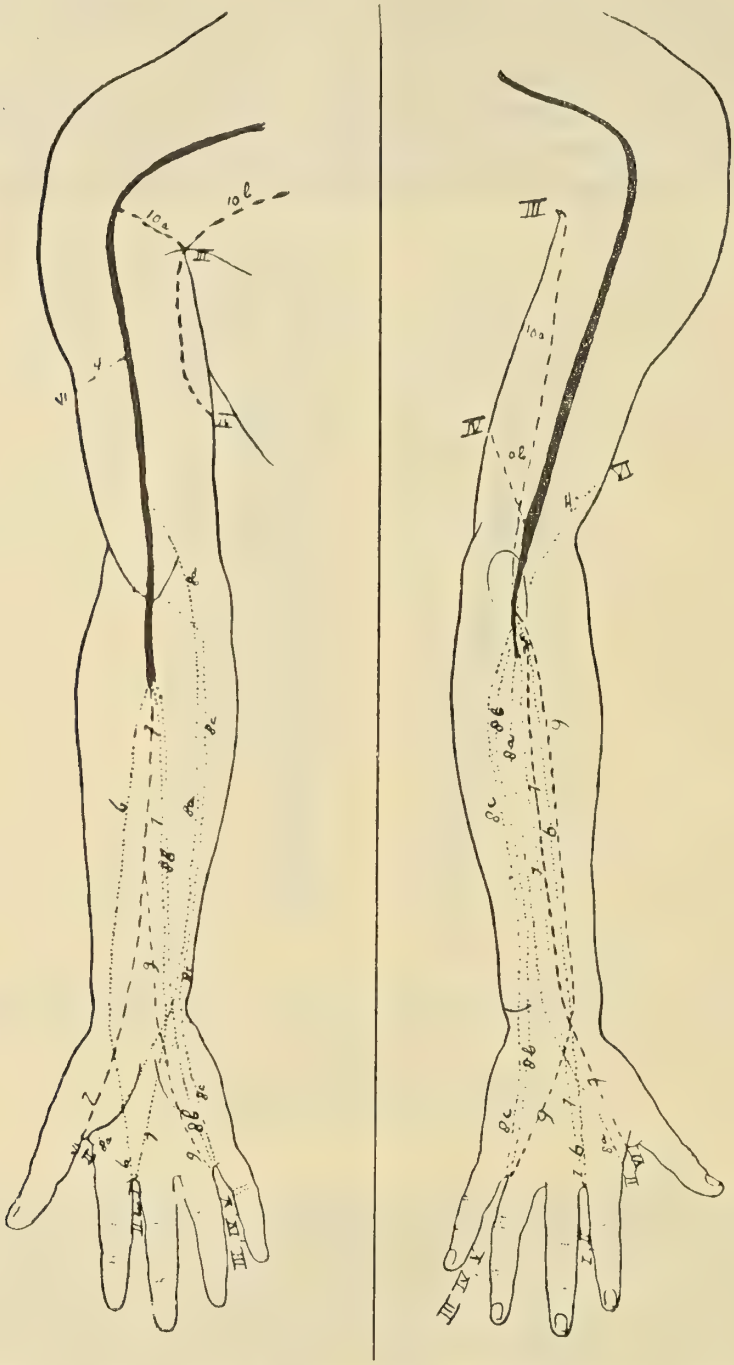


Fig. 123. — Schema della variabilità dei dati clinici riguardanti i limiti segmentali trovati in diversi casi per la cute dell'arto superiore da Coenen.

forma generale, il numero e la rispettiva disposizione seriale, non però l'estensione e la delimitazione di queste zone, corrispondono in modo notevole ai caratteri topo-

grafici dei dermatomi cutanei trovati sperimentalmente da Sherrington dei quali ho trattato nel capitolo VII. Carattere differenziale tra le zone di Head ed i dermatomi di Sherrington è che quelle non presentano l'estesa embricatura di questi.

Head spiega il carattere segmentale delle sue zone, e quindi i punti di contatto che esse hanno in comune coi dermatomi di Sherrington, ammettendo che l'iperalgesia

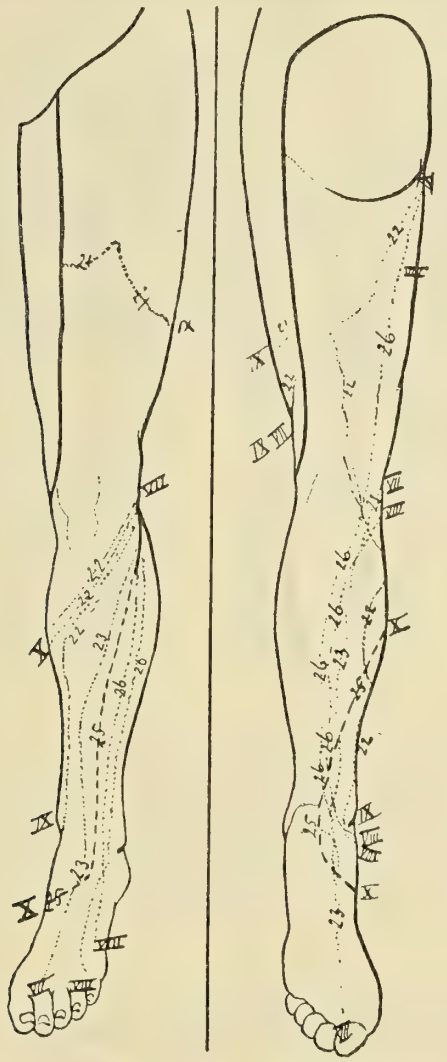


Fig. 124. — Schema della variabilità dei dati clinici riguardanti i limiti segmentali trovati in diversi casi per la cute dell'arto inferiore da Coenen.

riscontrata in esse, sia l'espressione di una ipereccitabilità di uno o più segmenti spinali, causata dal pervenire a questi, stimoli afferenti abnormi dagli organi interni malati. Per il giungere di questi stimoli abnormi al midollo, la soglia dello stimolo negli altri organi ricettori in rapporto collo stesso o cogli stessi segmenti e in primo luogo nelle zone di cute da esso innervate, si abbasserebbe così notevolmente che stimoli normalmente appena percepiti, produrrebbero un vero e proprio dolore.

In forza di questa stessa interpretazione dell'origine delle sue zone iperalgesiche, Head spiega poi anche le differenze che esse presentano rispetto ai dermatomi di Sherrington, da lui in questo riguardo presi in ispeciale considerazione.

Egli sostenne cioè che i territorî cutanei in rapporto coi gangli spinali e colle radici dorsali — i dermatomi « radicolari » di Sherrington — siano non del tutto identici coi territorî in rapporto coi segmenti di sostanza grigia spinale; e gli parve che le sue zone, per il difettare di embricature ed anche per l'ubicazione loro rispetto ai

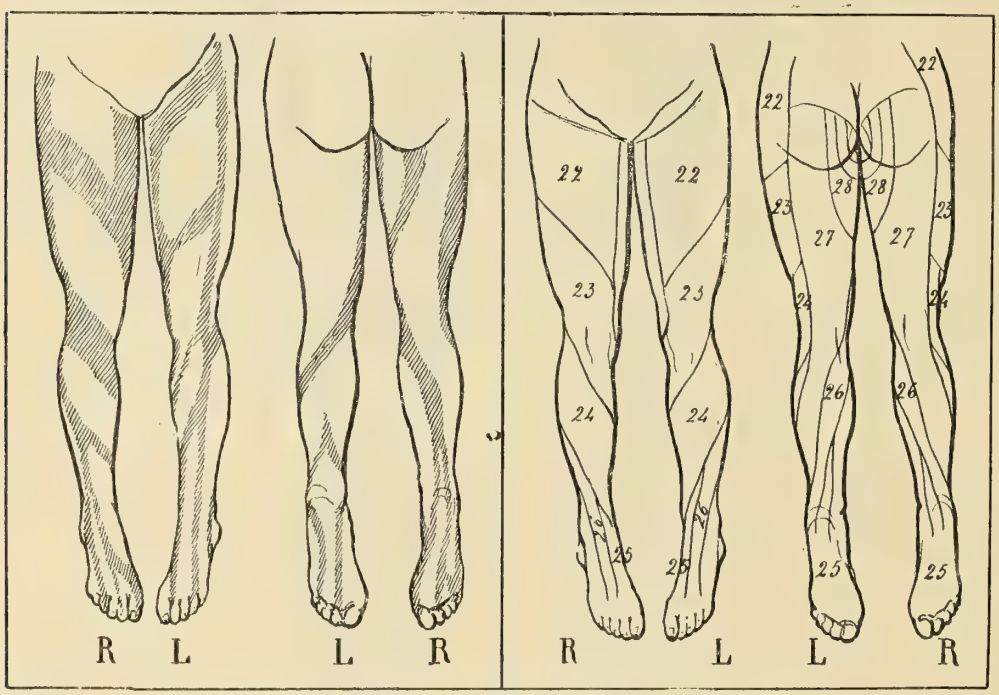


Fig. 125. — Zone iperalgetiche trovate sugli arti inferiori da Beyermann, in un caso di tabe dorsale (metà sinistra della figura) e che sembrano essere localizzate in corrispondenza ai limiti anatomici, medî dei dermatomi, quali sono indicati da Bolk (metà destra della figura).

Leggenda della figura 125.

R, arto destro. — L, arto sinistro. — Le cifre disegnano i dermatomi colla numerazione segmentale continua. — 21, 1° lombale. — 26, 1° sacrale.

territorî segmentali, come furono nell'uomo indicati da Thorburn, non rappresentassero campi di distribuzione *radicolare*, ma *segmentale* campi di proiezione periferica di segmenti di sostanza grigia spinale. Questi segmenti, poi, egli si immaginò essere limitati non da piani trasversali passanti tra ogni due paia di radici, ma bensì da piani che tagliassero a metà ogni singolo paio, sicchè le radici stesse avrebbero ubicazione « intersegmentale » ed i « segmenti » darebbero origine a due mezze radici ognuno.

È questa la prima volta che nel trattare dell'innervazione sensitiva della cute, si presenta l'occasione di accennare al concetto *a priori* tanto peregrino di una possibile antitesi o differenza tra due specie di innervazioni segmentali: l'una radicolare o gangliare, l'altra midollare o spinale, in senso stretto.

Qui ora non vi insisto: tra poco, quando riferirò la dottrina di Brissaud, avrò campo di fare la critica di questo concetto. Rilevo soltanto che Head l'abbandonò ben presto

Fig. 126. — Zone iperalgesiche apparentemente intersegmentali trovate da Coenen nell'arto posteriore in un caso di tabe dorsale.

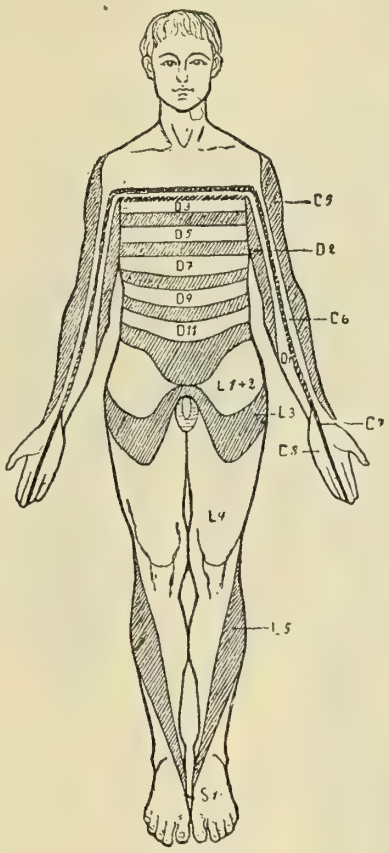


Fig. 127.

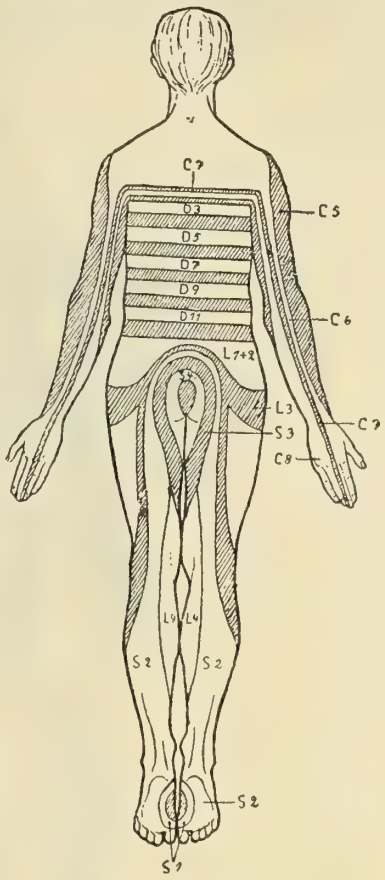


Fig. 128.

Schema dell'innervazione segmentale della cute, desunto dalle osservazioni cliniche delle analgesie tabetiche, secondo Frenkel.

Fig. 127, aspetto ventrale. — Fig. 128, aspetto dorsale.

Fig. 129. — Aree disestesiche segmentali nella siringomielia, secondo Von Sölder (si confronti colla fig. 37 di Bolk).

e completamente, e ciò innanzi tutto perchè ulteriori ricerche, specialmente di Mackenzie, dimostrarono che il difettare dell'embricature non è affatto assoluto nelle zone iperalgesiche, sicchè questa pretesa differenza tra esse e le zone radicolari non esisterebbe. Poi diede il colpo di grazia alla primitiva ipotesi di Head l'osservazione da lui stesso fatta che le sue zone iperalgesiche corrispondono per ubicazione, estensione, delimitazione e disposizione reciproca, perfettamente alle zone d'eruzione dell'*erpete zoster*. Ora, Head in collaborazione con Campbell potè dimostrare vera l'antica geniale veduta di Von Baerensprung, essere la patogenesi costante e sicura di questa manifestazione una affezione morbosa, forse infettiva, localizzata in uno o più gangli spinali intervertebrali.

Per questa constatazione si veniva a stabilire in modo inoppugnabile la natura segmentale radicolare o gangliare delle zone d'eruzione di *herpes zoster* ed allo stesso tempo di quelle iperalgesiche viscerali, dato il parallelismo topografico esistente tra questi due ordini di manifestazioni.

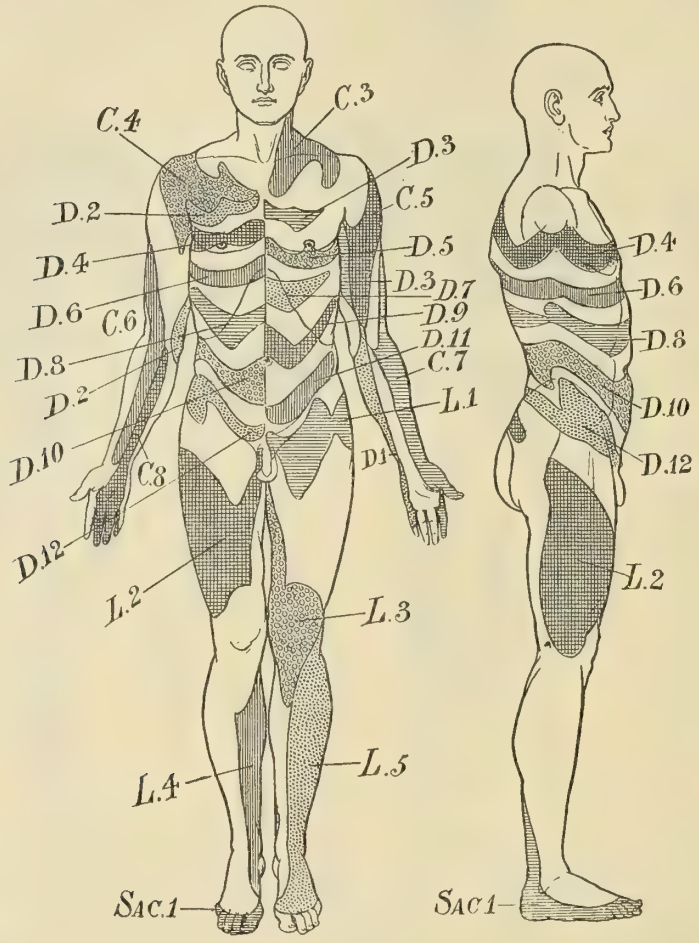


FIG. 130. — Le aree segmentali ove si manifestano le iperalgie riflesse e le eruzioni d'Herpes zoster, secondo Head.

Leggenda della figura 130.

Le aree sono disegnate alternatamente sul lato destro e sinistro della figura.

Riporto le figure schematiche di Head ove sono rappresentate le sue zone (fig. 130-133) e la tabella ove sono indicati i livelli segmentali delle zone nelle affezioni dei diversi origini (V. Tab. 41).

Per essere completo aggiungo poi ancora che dei non numerosi lavori di controllo di Head, alcuni autori, come i contemporanei Mackenzie e Faber, e poi James, Adam, Hymans, si mostrarono in genere favorevoli al concetto fondamentale di Head e confermarono le sue osservazioni riguardo alla topografia della maggior parte delle sue zone.

Signorelli (1905) e Sherren (1903) aggiunsero nuove zone a quelle già note: il primo la zona della milza, il secondo quella dell'appendice cieca dell'intestino. Invece Moll van Charante (1900), in una estesa monografia, tentò dimostrare essere ingiustificata la identificazione delle zone di Head coi territorî segmentali radicolari.

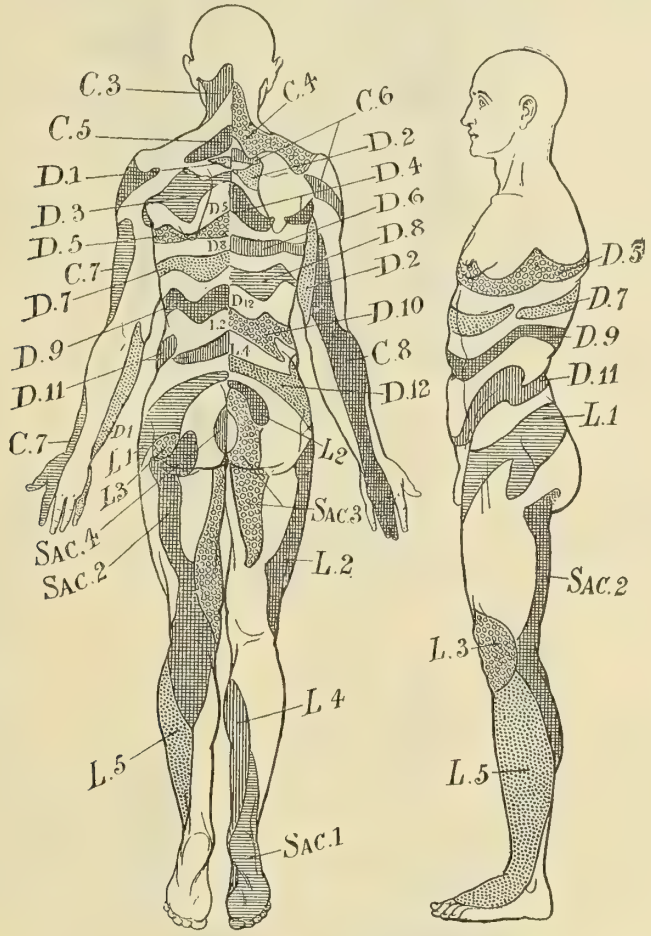


Fig. 131. — Le aree segmentali ove si manifestano le iperalgie riflesse e le eruzioni d'Herpes zoster, secondo Head.

Leggenda della figura 131.

Le aree sono disegnate alternatamente sul lato destro e sinistro della figura.

Mi resta ora a trattare ancora di alcuni problemi d'origine recente riguardanti la innervazione segmentale della cute. Questi problemi, sorti dalla osservazione ed interpretazione di manifestazioni patologiche nell'uomo, avrebbero una grandissima importanza dottrinale, ove si potesse riconoscere ad essi una qualunque ragione d'essere, oltre che nell'immaginosa concettualità di un brillante clinico francese, anche nella realtà dei fatti. Alludo a quel complesso di fantasiose disquisizioni emesse da E. Brissaud, l'eminente neurologo dell'Hôtel Dieu a Parigi (1896), anche sulla innervazione sensitiva e trofica della cute. Riassunta in brevi termini, la veduta fonda-

mentale di Brissaud è la seguente. La cute del corpo si può considerare come risultante di una serie di territorî innervati dalle fibre nervose originate dai singoli

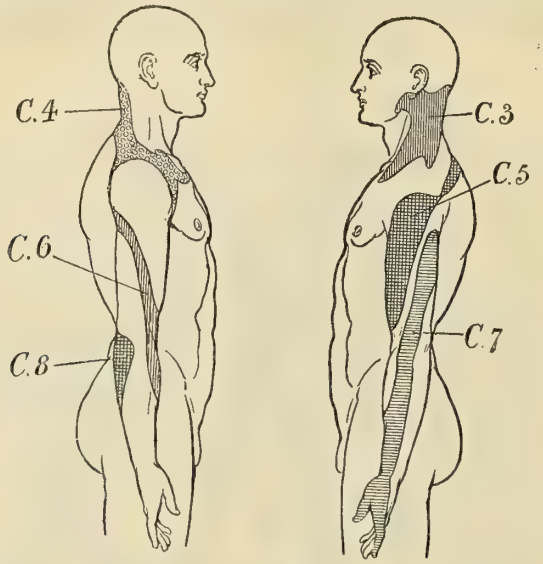


Fig. 132. — Le aree di Head sul collo e sulla faccia laterale del braccio.
Dalla monografia di Head del 1898.

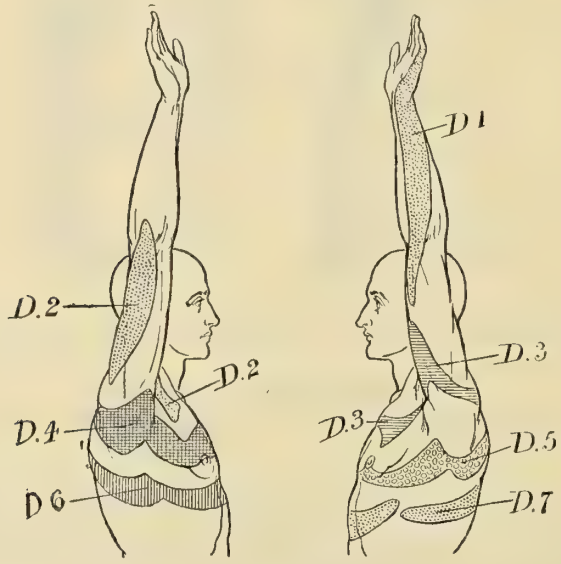


Fig. 133. — Le aree di Head sulla faccia mediale del braccio.
Dalla monografia di Head del 1898.

gangli intervertebrali e dalle radici dorsali spinali. Questi territorî Brissaud chiama « rizomeri », o segmenti cutanei radicolari. Ogni radice dorsale ed ogni ganglio in-

tervertebrale, innerva quindi un « rizomero ». Ma anche la serie dei segmenti midollari spinali, cioè le fette segmentali di sostanza grigia cornuale dorsale del nevrasse spinale, sono in rapporto singolarmente con territorî cutanei individuali, territorî la cui disposizione e topografia non ha nulla di comune con quelle dei territorî radicolari. Questi territorî Brissaud chiama « mielomeri » o segmenti cutanei mi-

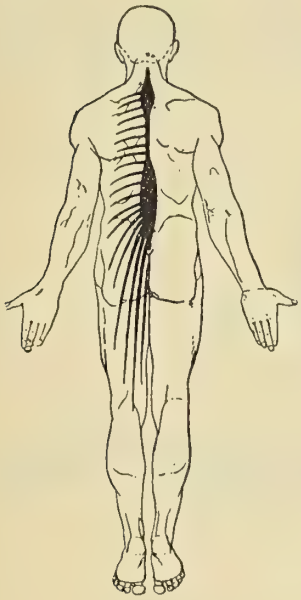


Fig. 134.

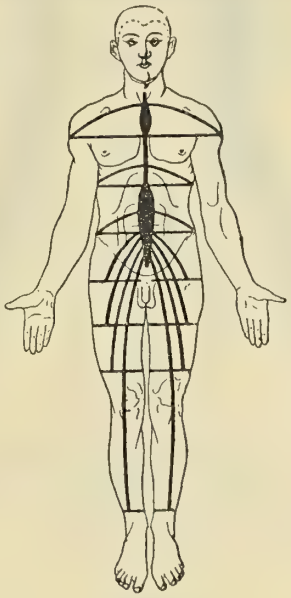


Fig. 135.

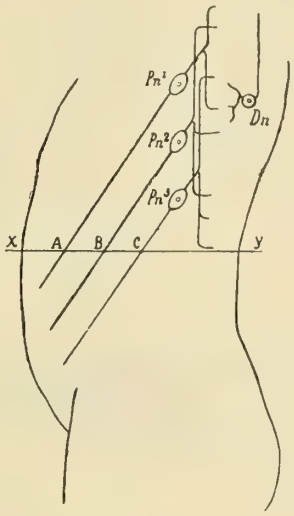


Fig. 136.

Fig. 134. — Schema del decorso dei nervi spinali, obliquo nelle regioni inferiori del corpo, secondo Brissaud.

Fig. 135. — Schema della pretesa innervazione del capo a segmenti od a piani sovrapposti e paralleli, secondo Brissaud.

Fig. 136. — Schema per illustrare la pretesa differenza tra innervazione radicolare e segmentale spinale della cute, secondo Brissaud.

Leggenda della figura 136.

A.B.C., tre punti cutanei, innervati da 3 radici spinali diverse, i quali essendo situati sullo stesso piano trasversale $x - y$ hanno nel midollo la loro rappresentazione nello stesso segmento spinale. — Pn^1, Pn^2, Pn^3, tre protoneuroni. — Dn, un deuteroneurone.

dollari. Il complesso di queste vedute teoriche Brissaud chiama « teoria metamerica », ed illustra con diverse osservazioni e considerazioni. Innanzi tutto importa rilevare come Brissaud tenta di rendere accettabile, almeno apparentemente, la veduta che i singoli segmenti spinali possano « comandare » a territorî cutanei diversi da quelli innervati dalle radici o gangli spinali rispettivamente corrispondenti. Cominciamo a considerare il solo tronco. Secondo Brissaud, negli animali vertebrati ad architettura del corpo semplice, quali i serpenti, i territorî radicolari e quelli midollari sono rispettivamente identici, e rappresentati da zone circolari a fascia intorno al corpo, perpendicolari all'asse longitudinale di questo. Simili condizioni, se interpreto bene il pensiero di Brissaud, esistono pure, o si possono ammettere come esistenti

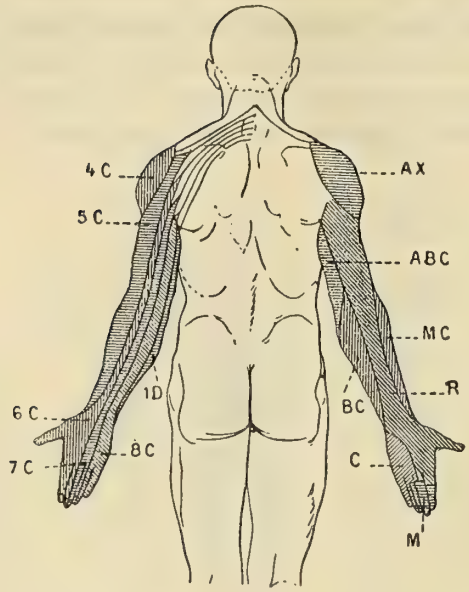


Fig. 137. — Schema per dimostrare la differenza tra l'innervazione periferica (braccio destro) e spinale (braccio sinistro) della cute, e per illustrare il preteso allineamento in fette longitudinali dei territorî radicicolari sull'arto superiore, secondo Brissaud.

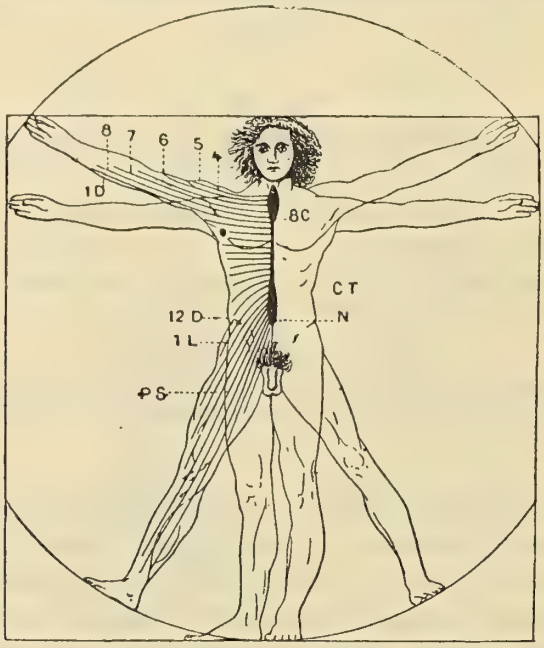


Fig. 138. — Altro schema adattato sul « canon » di Leonardo da Vinci per illustrare come le fibre radicolari dorsali penetrino serialmente negli arti in modo che il primo a penetrare ha il suo territorio di distribuzione in una striscia di cute situata cranialmente e che poco si spinge distalmente sull'arto, mentre le fibre delle successive si distribuiscono in striscie longitudinali che situate sempre più caudalmente si spingano sempre più verso l'apice dell'arto. Da Brissaud.

teoricamente, in qualche stadio embrionale precoce dei vertebrati a corpo architettonicamente più complesso. Ma nell'adulto le condizioni sono cambiate: per gli spostamenti subìti dai territorî cutanei radicolari nel corso dello sviluppo ontogenetico, e specie per l'ascesa relativa del midollo riguardo agli altri organi, i territorî radicolari non sono più zone a fascia circolari e perpendicolari all'asse del corpo, ma sono, per es. sul tronco, divenuti obliqui. Mentre quindi i gangli e le radici spinali hanno innervato, in uno stadio precoce, territorî a fascia circolare, vere fette o piani sovrapposti regolarmente, nell'adulto innervano territorî obliqui.

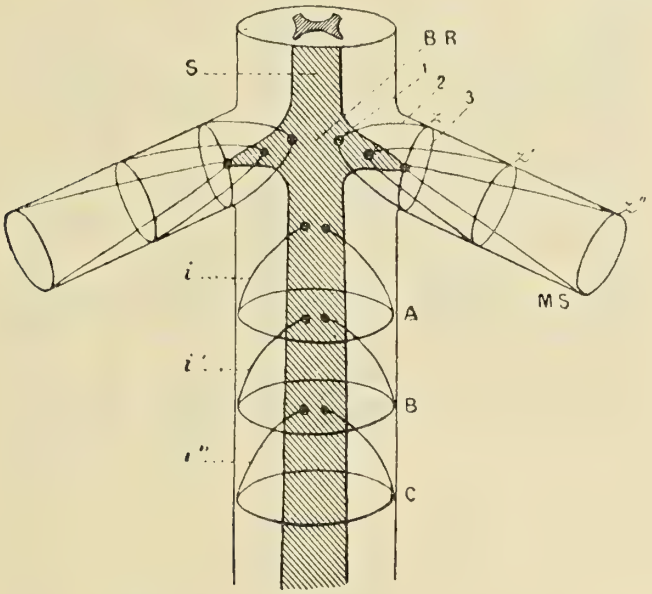


Fig. 139. — Schema per illustrare la pretesa metameria secondaria del midollo spinale al livello del rigonfiamento cervicale, e del corpo a livello dell'arto superiore.

Leggenda della figura 139.

S, midollo spinale. — *BR*, rigonfiamento cervicale. — 1.2.3, centri metamerici secondari del rigonfiamento cervicale, — *z.z'.z''*, metameri secondari dell'arto superiore (*M.S*) cui comandano i metameri spinali secondari 1.2.3. — *A.B.C*, piani circolari o segmenti del corpo. Da Brissaud.

Invece i segmenti midollari non s'adattano a questa modificazione. Siccome in origine essi « comandano » a territorî a fascia circolare e perpendicolare sull'asse longitudinale del corpo, a zone seriali geometriche allineate in « piani sovrapposti », tendono a mantenere il loro dominio sopra zone così situate. Ora, mentre ciò poteva in origine avvenire coll'intermezzo d'una sola radice dorsale, nell'adulto a ciò occorrono più radici, appunto perchè nell'adulto i territorî radicolari sono obliqui, ed una zona a fascia circolare segnata sul tronco, interseca più di un territorio radicolare.

Per illustrare questi concetti un poco peregrini, riproduco alcune figure di Brissaud. Nella fig. 134 si vede rappresentato schematicamente il decorso dei nervi spinali, divenuto obliquo perchè nello sviluppo il midollo « spinale rimane indietro » sul resto del corpo. Nella fig. 135 si nota l'ipotetico conservatorismo dei piani astratti

sovrapposti corrispondenti ognuno ad un segmento spinale. Finalmente nella fig. 136 si vede come tre punti cutanei situati in una linea che contorna il tronco a fascia geometrica possano essere sotto la dipendenza di un sol « deuteronevrone » in un sol segmento spinale, per l'intermediario delle vie nervose di tre successive radici dorsali o « protonevroni ».

Passiamo ora alle condizioni quali si presenterebbero negli arti. Anche qui si spiega secondo Brissaud facilmente la differenza esistente tra l'innervazione radicolare e

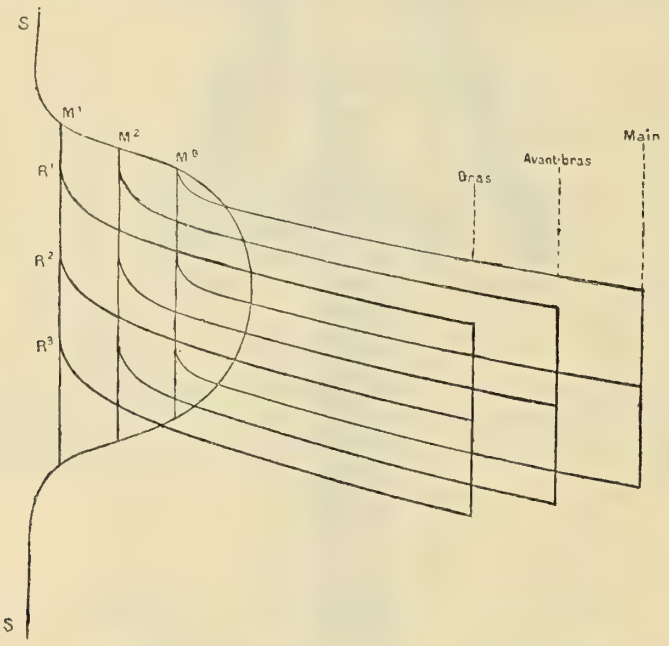


Fig. 140. — Schema per illustrare come (secondo Brissaud) avviene l'innervazione di un arto (arto superiore) per le radici R^1, R^2, R^3 e per i metameri spinali secondari M^1, M^2, M^3. Ogni radice innerva la mano, l'avambraccio ed il braccio con fibre che hanno rapporto centrale rispettivamente col metamero spinale secondario M^3, M^2, M^1. D'altra parte ogni metamero spinale secondario, per es. il metamero M^1 è in rapporto col suo metamero periferico secondario per mezzo di fibre di tre radici, ognuna delle quali innerva una parte del metamero, e precisamente ne innerva una fetta longitudinale. Da Brissaud.

quella spinale della cute. Prendiamo ad esempio l'arto superiore. I territorî cutanei innervati dalle radici spinali qui si dispongono come tante strisce sottili, l'una dietro l'altra, in direzione cranio-caudale, corrispondentemente alla serie delle radici stesse. Brissaud si serve per questa considerazione dello schema di Allen Starr. Qui infatti, se si dispone l'arto in posizione acconcia, si possono rappresentare le singole radici in modo da rendere chiaro come la 4ª cervicale innervi la spalla, la 5ª e la 6ª la faccia craniale o radiale dell'arto, la 7ª e l'8ª la zona mediana di esso raggiungendo la mano, la 1ª toracica finalmente la faccia caudale od ulnare di esso. Brissaud illustra questa rappresentazione schematica con una figura che qui riproduco (vedi fig. 137).

Secondo Brissaud quindi, il passaggio delle fibre radicolari spinali dal tronco nell'arto avrebbe avuto luogo nello sviluppo embrionale in maniera del tutto semplice e piana, direttamente continua per ogni piano metamerico; in modo che i territorî radicolari del tronco e dell'arto si continuino direttamente gli uni negli altri come tante striscie longitudinali (v. fig. 138). Ma ben diversamente stanno le cose se noi consideriamo i rapporti della cute degli arti coi segmenti di sostanza grigia spinale. Brissaud, partendo dalla conoscenza comune che a livello degli arti esistono le cosiddette intumescenze del midollo, immagina che in quelle regioni abbia avuto luogo come un tentativo di escrescenza della sostanza grigia del midollo verso l'arto, per la quale si sarebbe formato per ogni lato del corpo come una specie di midollo spinale secondario per l'innervazione degli arti. E come il midollo spinale « comanda » alla cute del corpo per piani geometrici circolari sovrapposti, così i supposti midolli secondarî degli arti « comandano » alla cute di questi, anch'essi per piani geometrici disposti circolarmente intorno agli arti, perpendicolarmente al loro asse maggiore. Meglio di qualunque descrizione valga uno sguardo alla figura che qui riproduco per spiegare l'idea di Brissaud. Nella fig. 139 è rappresentata schematicamente la « metameria primitiva » del tronco e del midolo spinale, e quella « secondaria » degli arti superiori e del rigonfiamento cervicale. Nella fig. 140 è rappresentato come le radici dell'arto prendono rapporto con diverse parti dei « piani » spinali secondarî, in modo che un intero segmento d'arto, o piano, o fetta artuale è in rapporto col proprio segmento spinale secondario per mezzo di più radici, mentre ogni territorio radicolare consta di parti di più segmenti artuali.

Questo è quanto Brissaud chiama la « metameria (secondaria) degli arti ».

Vediamo ora su quali dati di fatto Brissaud basa questo complesso teorico. Evidentemente nessun dato embriologico appoggia le sue vedute, ed i concetti ontogenetici da Brissaud sviluppati sono di pura embriologia immaginaria. Anatomicamente l'ipotesi della « metameria secondaria » del midollo spinale è del tutto arbitraria: dei dubbî dati di anatomia microscopica sui quali egli si fonda, farò la critica nella Parte quarta ed ora qui non mi ci soffermo.

Veniamo quindi finalmente alle osservazioni cliniche che furono il punto di partenza della sua dottrina.

Brissaud sostiene che quasi tutte le alterazioni sensitive e trofiche della cute dipendenti da lesioni del midollo spinale, sue radici, gangli e nervi, si possano presentare sotto due diversi aspetti. Talora cioè si notano zone di alterata sensibilità o trofismo che sul tronco assumono forme e topografia a fasce circolari perpendicolari all'asse del corpo, e negli arti ugualmente forma ed estensione di fasce circolari intorno agli arti stessi; altre volte invece si notano zone che sul tronco hanno decorso obliquo e sugli arti longitudinale (v. le figg. 141, 142). Ora per Brissaud le zone di quest'ultimo tipo sono « rizomeriche », « radicolari », o « gangliari », dipendenti cioè da lesioni dei gangli o delle radici dorsali. Quelle del primo tipo invece sono « mielomeriche », « segmentarie », « metameriche spinali » o « segmentali », dipendenti cioè da lesioni della sostanza grigia spinale. Zone d'alterata sensibilità e trofismo cutaneo disposte mielomericamente si troverebbero nella siringomielia, nell'erpete zoster ed in diverse trofoneurosi cutanee, quali la sclerodermia, l'eczema rubrum, ecc. Ma non sarebbero

esclusive a queste affezioni nè costituirebbero l'unico tipo secondo il quale le manifestazioni cutanee si presenterebbero anche in esse. Infatti, accanto alle manifestazioni « mielomeriche », in queste affezioni si presenterebbero in molti casi anche manifestazioni « rizomeriche » a seconda del grado e della sede della lesione centrale. Per dare un esempio, ricordo che la siringomielia, consistente secondo i patologi in una gliomatosi centrale del midollo spinale e che quindi producendo sempre distruzioni della sostanza grigia

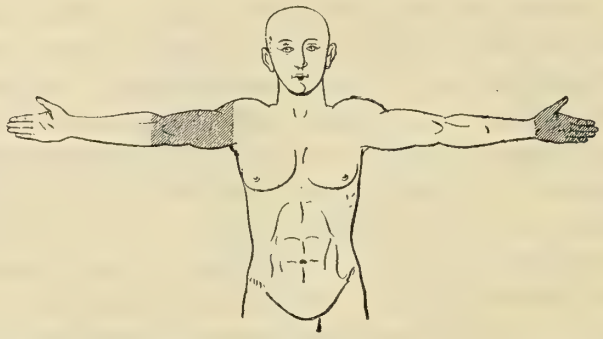


Fig. 141. — Rappresentazione schematica della disposizione che assumerebbero le alterazioni della sensibilità e del trofismo cutaneo per lesioni della sostanza grigia spinale, secondo Brissaud.

spinale, dovrebbe dar sempre manifestazioni « mielomeriche », dà invece nel maggior numero dei casi, specie a livello degli arti, manifestazioni evidentemente « rizome-

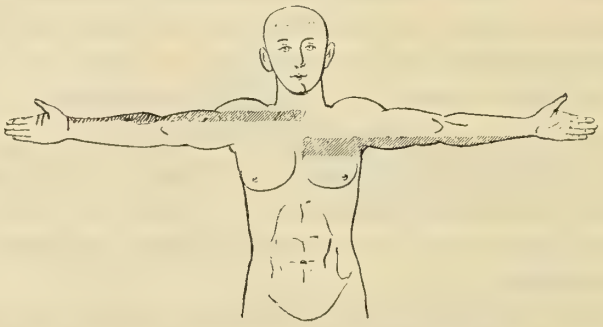


Fig. 142. — Rappresentazione schematica della disposizione a fette longitudinali che assumono le alterazioni della sensibilità e del trofismo cutaneo per lesioni radicolari, secondo Brissaud.

riche », il che parrebbe inesplicabile ed in contraddizione formale colla teoria di Brissaud. Ora, questi spiega le manifestazioni « rizomeriche » supponendo che in questo caso la lesione interessi nell'intumescenza midollare corrispondente all'arto, soltanto quella parte di sostanza grigia che rappresenta il « piano radicolare » ove perifericamente è localizzata l'alterazione. E questo sarebbe il caso di una distruzione poco alta, in direzione cranio-caudale, ma estesa in direzione trasversale. Invece le manifestazioni cutanee mielomeriche sarebbero l'espressione di distruzioni interessanti soltanto uno o più metameri secondarî dell'intumescenza, distruzioni molto allungate quindi in direzione cranio-caudale ma poco profonde in direzione trasversale. Uno

sguardo alla figura 143 basterà per spiegare questa mia sommaria esposizione della maniera nella quale Brissaud tenta di puntellare la sua dottrina, priva di qualunque base positiva, sovrapponendo ipotesi ad ipotesi.

Se noi analizziamo i fatti portati da Brissaud, e che egli si propone di spiegare colla curiosa dottrina da me esposta, vedremo sgretolarsi l'intero edifizio teorico fantasioso che egli vi aveva fondato sopra. Rilevo innanzi tutto che la pretesa distinzione dei due tipi di zone radicolari oblique e spinali trasversali, sul tronco, non ha diritto

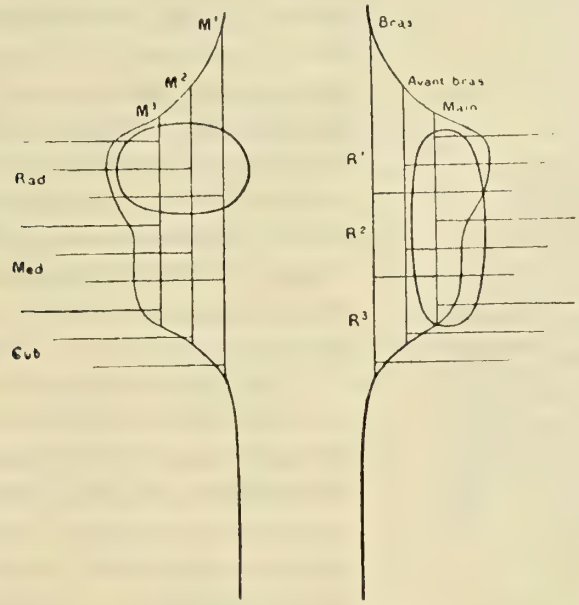


Fig. 143. — Schema per spiegare come lesioni della sostanza grigia spinale se poco estese in direzione cranio-caudale, ma molto estese in senso trasversale, ledono parzialmente tre metameri secondarî, ma compromettono i rapporti centrali di una sola radice e quindi si manifestano alla periferia come strisce longitudinali radicolari (v. fig. 141), invece se poco estese in senso trasversale e molto estese in direzione cranio-caudale, distruggono uno o più interi metameri spinali secondarî, ma soltanto parzialmente, tre radici, onde sull'arto si ha una manifestazione patologica a carico di due segmenti articolari o metameri secondarî, secondo Brissaud.

di esistere. Brissaud ritiene, non so per quale ragione, che i dermatomi « radicolari » sul tronco debbano seguire il decorso dei nervi e degli spazî intercostali, ed illustra questa convinzione con una figura schematica del decorso dei nervi intercostali e lombari (fig. 144).

Ora niente di meno esatto. I risultati delle dissezioni anatomiche di Bolk, confermati da Fröhlich e Grosser, dimostrano che i rami perforanti cutanei dei nervi intercostali e lombari si allineano in zone che cingono il tronco pressochè perpendicolarmente all'asse longitudinale di questo. I risultati delle osservazioni cliniche di tutti gli autori che si occuparono di questo argomento, si accordano in ciò: che i limiti segmentali che si ottengono nei casi di lesione trasversale del midollo spinale, seguono

un decorso non fondamentalmente diverso da quelli che si riscontrano nei casi di lesione radicolare. È vero bensì, e anche qui sono d'accordo oltre che gli anatomici ed i clinici, anche gli sperimentatori, che i limiti segmentali nella regione toracica superiore sono quasi perpendicolari all'asse maggiore del tronco, mentre nella regione lombare diventano più obliqui in direzione dorso-ventrale.

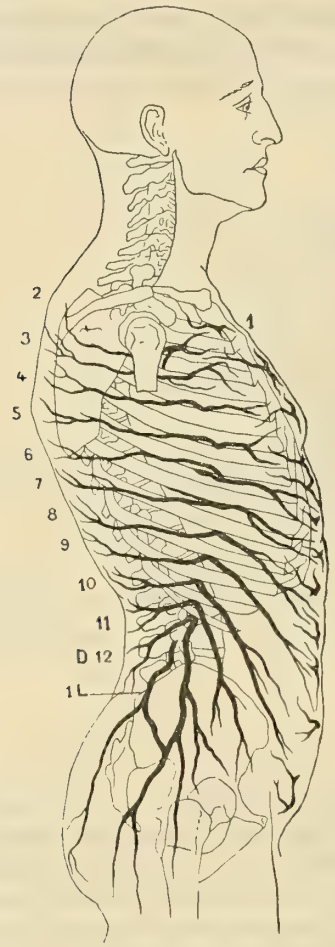


Fig. 144. — Il decorso dei nervi intestinali e lombali. Brissaud sembra credere che al decorso dei nervi corrisponde esattamente la posizione del territorio cutaneo innervato dai loro rami perforanti (cf. le fig. 38, 39 di Bolk e quella 53 di Fröllich e Grosser).

Ciò dato, si sarebbe tentati d'interpretare come l'espressione di lesioni spinali tutte le zone di alterata sensibilità o trofismo cutaneo che si presentano nella regione toracica superiore, e come espressione di lesioni radicolari tutte le zone analgesiche e distrofiche riscontrate nella regione lombare: la teoria di Brissaud conduce quindi in questo rapporto a conseguenze assurde, mentre i fatti fondamentali che costituiscono le nostre conoscenze riguardo l'innervazione segmentale della cute non si adattano ad essa.

Per gli arti poi, la critica della dottrina di Brissaud è ancora più ovvia. Anche qui torno ad osservare che tutti i clinici sono d'accordo nell'assegnare ai limiti segmentali delle zone di analgesia, riscontrabili tanto dopo lesioni della sostanza grigia spinale, come dopo lesioni radicolari o gangliari, un decorso fondamentalmente simile. Per la siringomielia, dopo che Laehr ha dimostrato che la maggior parte delle zone di disestesia, *purchè determinate accuratamente*, mostrano di rientare nei limiti dell'innervazione « radicolare », tutti gli autori tedeschi e molti francesi hanno confermato questa asserzione: ricordo come specialmente interessante il caso di Déjérine (1899), nel quale durante la vita esisteva una dissociazione estesica del tronco ed a striscia longitudinale sul braccio, mentre l'autopsia dimostrò una cavità siringomielica che aveva distrutto la sostanza grigia del corno posteriore per più segmenti. Qui dunque gli effetti di una lesione nettamente spinale si erano manifestati nella cute entro limiti sicuramente « radicolari ».

Ricordo poi anche che Von Sölder (1899) ha dimostrato che nelle lesioni siringomieliche a localizzazione cervicale altissima, si trovano nettissimi limiti segmentali, corrispondenti ai limiti dei territorî cutanei della 2ª, 3ª e 4ª radice cervicale. Egli sostiene che specialmente è nettissimo, nei casi di lesione a sede altissima fra mi-

dollo spinale ed encefalico, il limite superiore (cranio-auricolo-mentale) del 2° dermatoma (v. fig. 129). Tutte le migliori osservazioni tendono quindi ad identificare i limiti della disestesia nella siringomielia con i soli limiti che si trovano nei casi di lesioni radicolari.

Per l'*herpes zoster* poi, possiamo dire che oramai non vi è dubbio intorno alla sede gangliare della lesione che lo provoca e quindi non sarà mai la localizzazione delle zone eruttive di *zoster*, che potrà fornire argomenti per sostenere la ipotesi di Brissaud. Osservo qui che per spiegare le differenze esistenti tra il comportamento delle zone di *herpes* e dei dermatomi, Luciani (1902) emise l'ipotesi che quelle rappresentassero le « aree centrali » dei territorî gangliari e radicolari; Winkler (1903) invece rilevò che le zone eruttive di *zoster* rappresentano, piuttosto che territorî radicolari, territorî di deficienza; sarebbero analoghe cioè alle zone di analgesia che si ottengono sperimentalmente dopo il taglio di una o più radici. Questa considerazione spiega l'embricatura tra le zone di Head e così poco rilevante ed anche alcune particolarità del loro comportamento, specialmente la divisione in due aree lingniformi, una dorsale ed una laterale. Inoltre è degno di nota che i casi di *herpes* a localizzazione « mielomerica » citati da Brissaud, appariscono tutt'altro che a distribuzione segmentaria, ma evidentemente a localizzazione radicolare, come già osservò Constensoux (1900) in una monografia sulla « metameria del sistema nervoso in rapporto alle malattie del midollo spinale » un po' superficiale ma meno fantastica delle Memorie di Brissaud.

Riassumendo tuttociò, abbiamo che le osservazioni dalle quali Brissaud parte nel formulare la sua teoria, in parte sono sicuramente errate, in parte si spiegano in maniera diversa dalla sua; più piana, meno artificiosa e più in armonia col complesso delle nostre conoscenze sull'innervazione spinale della cute. Della sua teoria poi alcuni punti sono in contrasto con dati di fatto sicuramente stabiliti, altri non sono che artifizî logici architettati per il bisogno della causa; ma oltre che con i fatti per la cui spiegazione furono escogitati, non s'accordano con nessun altro dato positivo della anatomia o dell'embriologia. Credo quindi che si possa considerare come completamente fallito il tentativo di Brissaud di distinguere un'innervazione segmentale spinale da quella segmentale radicolare della cute. L'innervazione segmentale della cute si compie secondo uno schema unico rappresentato dalle proiezioni periferiche dei gangli spinali e dei segmenti spinali rispettivamente corrispondenti.

Ho trattato piuttosto a lungo della teoria di Brissaud, sia per l'interesse teorico dei problemi che ad essa si connettono, sia anche perchè essa ha avuto tra i clinici una certa fortuna. Formulata in modo incisivo, illustrata da schemi altrettanto chiari quanto fantastici, puntellata da digressioni embriologiche e morfologiche altrettanto semplici che immaginose ed errate ma apparentemente dottissime, non poteva non incontrare favore. E disgraziatamente essa ha dato luogo a confusione non lieve. Infatti, l'uso dei termini « rizomeri », che significa parti di radici, e di « mielomeri » che significa segmenti spinali, in modo arbitrario per territorî cutanei; l'uso con significato vario e spesso antitetico di termini spesso sinonimi, quali innervazione metamerica radicolare e segmentale; distribuzione segmentale e segmentaria; metameria secondaria spinale e degli arti; metameri di metameri..... ha reso fluttuante una serie di concetti fondamentali che erano limpidi e precisi.

Rilevati questi errori e questi pericolosi effetti della teoria di Brissaud, non mi resta che soffermarmi ancora sovra una sola delle questioni da lui sollevate. Caduta la teoria di Brissaud, resta pur tuttavia il fatto, che sembra innegabile, che alcune alterazioni della sensibilità o del trofismo cutaneo, si dispongano sugli arti, in qualche caso, in zone le quali abbracciano in tutto od in parte una sezione articolare (segmento artuale), e che quindi non corrispondono nè ad un territorio nervoso periferico, nè ad un territorio metamerico. L'interpretazione di queste zone presenta certamente difficoltà non indifferenti, nè io mi azzardo a dare una mia opinione in proposito. Soltanto vorrei fare alcune considerazioni, dal cui giusto apprezzamento potrà forse scaturire qualche concetto fecondo.

Le zone « segmentarie », cioè le sezioni articolari degli arti; le zone a guanto, guantone, ecc., possiedono una particolarità indiscutibile: d'essere delimitate da linee composte di punti equidistanti dai centri spinali dal punto di vista innervativo.

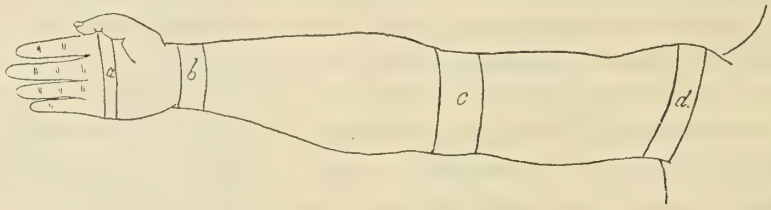


Fig. 145. — I nervi cutanei dell'arto superiore perforano la fascia e penetrano nell'ipodermide in punti fissi che si possano circoscrivere entro zone circolari, perpendicolari all'asse longitudinale dell'arto. Da Bolk.

Leggenda della figura 145.

a, zona ove perforano i rami volari delle dita. — *b*, zona ove dorsalmente perforano il R. superficiale del N. radiale, ed il R. dorsale del N. ulnare, e ventralmente i due Rr. palmari. — *c*, zona dorsalmente, per il N. cutaneo posteriore inferiore del braccio, e ventralmente per il N. cutaneo interno maggiore del braccio, e per il N. cutaneo esterno del braccio. — *d*, zona per il N. cutaneo interno minore del braccio, e per il N. cutaneo posteriore dell'omero.

Nel capitolo VII, a proposito delle ricerche di Winkler e Van Rynberk, ho già rilevato che la distanza maggiore o minore di un punto di cute dai centri spinali, cioè la sua maggiore o minore « eccentricità » pare abbia una certa importanza funzionale. Ora, una disestesia od ipoestesia a guanto potrebbe forse spiegarsi, ammettendo che una causa morbosa abbia lievemente ed in modo uniforme danneggiato un lungo tratto del midollo spinale; allora senza che sia abolita la sensibilità in uno o più metameri determinati, si potrebbe comprendere una anestesia limitata alla zona più eccentrica dell'arto innervato dai segmenti spinali lievemente lesi. Questa ipotesi può forse esser appoggiata da un dato di fatto positivo: i limiti circolari « amputativi » delle anestesie « segmentarie », « a guanto », ecc., sogliono coincidere con uno dei livelli ove i nervi cutanei periferici perforano la fascia e penetrano nell'ipodermide. Riproduco da Bolk una figura ove questi livelli sono indicati: ne risulta che le zone di equieccentricità, come la cute delle quattro dita, la cute della mano, rappresentano anche territorî cutanei equivalenti dal punto di vista dell'innervazione periferica della cute (v. fig. 145). Ripeto: non espongo una ipotesi; ricordo soltanto la possibilità che nella localizzazione delle alterazioni della sensibilità e del trofismo cutaneo per lesioni spinali, possa entrare come fattore anche quello dell'*eccentricità*

anatomica e funzionale delle parti che manifestano l'alterazione. E che le dette alterazioni spesso cominciano poco accentuate dall'apice dell'arto, per procedere ed assumere forma ed estensione definitiva, in direzione prossimale, insegna l'esperienza di molti neuropatologi. Finalmente, prima di chiudere il capitolo è indispensabile che io aggiunga ancora poche parole su di un complesso di problemi riguardanti troppo strettamente l'anatomia segmentale perchè io possa trascurarli. Già nel riferire le vedute di Brissaud, ho ricordato che questi dà molto peso alle osservazioni sulla topografia, forma ed estensione di svariate affezioni cutanee, quali i nevi, lo sclerodema, la vitiligine, ecc.

È noto che specialmente nell'ultimo decennio l'interesse dei dermatologi si è concentrato di nuovo in modo speciale sopra i possibili rapporti patogenetici tra alcune affezioni cutanee ed il sistema nervoso. In ultima analisi possiamo però dire che questi rapporti sono ancora quasi sempre oscuri. Chi ammette la concomitanza costante di affezioni nervose centrali o periferiche con le manifestazioni cutanee dette; chi la nega, o, pure ammettendola, ritiene che non queste, ma bensì quelle siano primarie; oppure che tutte e due siano secondarie ad un agente patogeno sconosciuto, comune ad entrambi. Intanto però non pare si possa negare che in un grandissimo numero di casi, manifestazioni patologiche cutanee, di svariato carattere e natura, posseggano localizzazione, forma ed estensione le quali si impongono quali territorî segmentali od intersegmentali. È però difficile, se non impossibile, allo stato attuale delle nostre conoscenze, di discriminare se nei singoli casi si tratti di alterazioni prodotte da affezioni spinali oppure se altri fattori concorrano nella patogenesi. A questo proposito ricordo che speciali forme, le così dette « neurodermatiti lineari » furono osservate lungo il decorso delle linee di Voigt, e specie lungo il decorso delle linee assili di un arto. Ora Blaschko (1902), nella sua ottima esposizione sintetica sui *Rapporti tra innervazione ed affezioni cutanee*, accenna alla difficoltà di comprendere come una affezione spinale possa produrre una affezione cutanea intersegmentale, specie in corrispondenza alle linee assili degli arti che rappresentano limiti tra segmenti cutanei numericamente e metamericamente non contigui ma distanti (per es. sul braccio tra 5°, 6° cervicale, e 1°, 2° toracico). Qui è possibile si tratti di zone congenitamente predisposte e di minor resistenza, appunto per il loro carattere di zone-limiti, ove segmenti originariamente distanti si sono fusi insieme secondariamente: l'importanza di queste affezioni dal punto di vista segmentale non è negata da nessuno.

È indubbio insomma che in un forse non lontano avvenire la anatomia segmentale dell'uomo potrà trarre profitto dalle osservazioni fornite dalla dermatologia; ed è appunto per richiamar sempre più l'attenzione degli studiosi sui problemi segmentali, che io ho voluto qui accennarvi.

Riassunto del capitolo.

1. Le paralisi di moto e di senso, consecutive a lesioni del midollo, delle radici, dei gangli e dei nervi spinali nell'uomo, purchè interpretate razionalmente, possono fornire dati di fatto preziosi per la conoscenza della costituzione segmentale del corpo umano.

2. Questi dati, quali vengono esposti dai migliori osservatori, si accordano bene coi risultati fondamentali delle ricerche sperimentali e di quelle anatomiche.

PARTE QUARTA.

La metameria larvata studiata nelle proiezioni spinali degli organi periferici.

Ad ogni fibra delle radici ventrali dei nervi spinali corrisponde nel midollo una cellula nervosa che si suol dire d'origine della fibra stessa. Fatta astrazione da qualunque raggruppamento reale di queste cellule, è evidente a priori che teoricamente noi possiamo abbracciare nel termine « nucleo d'origine », l'insieme di quelle cellule le cui fibre concorrano alla formazione di una unità anatomica periferica, quale sarebbe per esempio una intera radice ventrale; una intera divisione primaria vensale o ventrale d'un nervo spinale; un ramo motore periferico qualunque. Allargando il concetto potremo parlare come di « nucleo innervatore » di quel complesso di cellule le cui fibre innervano un dato muscolo. D'altra parte potremo considerare insieme, quelle cellule situate tanto nelle corna ventrali che nelle dorsali, le quali contraggono rapporti prevalenti coi collaterali delle radici dorsali dei nervi spinali. Queste cellule potremo pur raggrupparle in nuclei prevalentemente in rapporto col complesso di fibre di una intera radice dorsale, oppure col complesso di fibre, che concorre alla formazione di un dato nervo cutaneo. In tal modo potremo quindi « proiettare » nel midollo spinale le radici spinali, ventrali e dorsali, i rami nervosi di senso e di moto, i singoli muscoli ed i singoli territorî cutanei. Ed è chiaro altresì che in questo modo possediamo pure una nuova via per conoscere la costituzione metamerica di un organo periferico. Che se noi sapremo per esempio ove è situato nel midollo spinale il nucleo di origine di un dato nervo motore, conosciamo nello stesso tempo l'origine metamerica, e del nervo in questione e del muscolo o dei muscoli da esso innervati. Viceversa poi, conoscere esattamente l'estensione del nucleo d'origine di un dato nervo spinale, cioè di un dato odoneuromero, equivale pure a conoscere la delimitazione estensione del polioneuromero spinale corrispondente, cosa che, come abbiamo visto nel capitolo IV, colle ricerche dirette non è possibile.

Tratterò qui innanzi tutto in un breve capitolo a sè delle poche ricerche aventi avuto per iscopo di determinare con metodi di anatomia microscopica sperimentale l'esatta estensione del polioneuromero spinale considerato come nucleo di proiezione dell'odoneuromero.

Poi dividerò in tre capitoli il materiale dei dati di fatto riguardanti le proiezioni spinali degli altri organi periferici: nervi muscoli ecc. prendendo per criterio il metodo di ricerca col quale le osservazioni furono acquisite. Infatti Alcuni autori, basandosi sul raggruppamento naturale delle cellule nel midollo spi-

nale, quale sembra apparire nelle sezioni microscopiche trasversali e longitudinali dell'organo, cercarono di desumerne il rapporto innervativo tra questi raggruppamenti cellulari e gli organi, nervi e muscoli periferici supposti, innervati particolarmente da essi. Altri autori si servirono di un metodo di anatomia microscopica sperimentale, approfittando delle modificazioni d'aspetto che le cellule del midollo spinale mostrano dopo lesione o estirpazione degli organi periferici, nervi, muscoli o territorî cutanei negli animali. Altri dati finalmente si possono ricavare per l'uomo dallo studio della sede e dell'estensione della modificazione che subisce il midollo spinale dopo le amputazioni chirurgiche degli arti, dei rapporti esistenti tra sede ed estensione di lesioni morbose spinali microscopiche e le loro conseguenze (paralisi, atrofie), quali si manfestano a carico degli organi periferici, come nelle poliomieliti del corno ventrale.

CAPITOLO IX.

La polineuromeria larvata studiata nelle proiezioni spinali degli odoneuromeri.

Le ricerche sulla polioneuromeria larvata, con qualunque metodo eseguite, si basano sul concetto comune che i gruppi di cellule cornuali che formano i nuclei d'origine delle radici nervose ventrali del midollo spinale rappresentino realmente i segmenti o metameri spinali, nel significato ristretto ed ontogenetico della parola; i mielomeri, o neurotomi, o polineurotomi spinali insomma. Epperò alcune ricerche sperimentali d'anatomia microscopica furono istituite per determinare esattamente l'estensione di questi nuclei d'origine delle radici ventrali che *a priori* non è lecito omologare coi segmenti spinali dell'anatomia descrittiva la cui determinazione è più arbitraria e capricciosa che logica.

Tecnicamente il metodo seguìto in queste ricerche si basa sul fatto che recidendo una radice spinale ventrale avviene una modificazione microscopicamente riscontrabile non solo nel moncone periferico, ma anche in quello centrale e nelle cellule stesse con cui le fibre della radice recisa sono connesse.

Il primo autore, che a mia saputa ha eseguito il taglio di radici spinali per determinare l'esatta estensione del blocco cellulare che entra in reazione consecutiva, è Knape (1901). Egli comunica incidentalmente nell'uno dei suoi lavori, già citati, d'aver tagliato nel canale vertebrale la 7ª radice lombare. Nel segmento macroscopico corrispondente alla radice tagliata trovò dopo 20 giorni le cellule in maggior parte scomparse e le rimanenti in cromolisi, Nei segmenti prossimi sia in direzione craniale che caudale le condizioni erano normali. Il medesimo reperto fu segnalato dopo il taglio della 6ª radice toracica. Marinesco (1902) invece, che comunica anch'egli incidentalmente una ricerca simile, sostiene d'aver trovato cellule in reazione anche nel segmento limitrofo in direzione craniale. Dopo il taglio dell'8ª radice cervicale trovò perfino buon numero di cellule in reazione in due segmenti oltre a quello corrispondente alla radice tagliata e cioè nei segmenti cranialmente ed in quello caudalmente limitrofi. Grünbaum (1894), sotto la guida di Sherrington aveva eseguito sezioni

trasversali del midollo immediatamente sopra le paia radicolari. Non avendo trovato alcuna fibra degenerata nelle radici anteriori sottostanti, ne concluse che le cellule d'origine di esse si devono trovare sul medesimo livello del punto d'uscita dei fascetti radicolari e che quindi le radici devono avere origine nettamente locale.

Da queste ricerche risulta che il problema, quale sia l'esatta estensione del polioneuromero spinale, non è ancora del tutto risolto. Ma sembra, ed a questa conclusione arriva anche Bikeles (1905) in base alle sue ricerche sperimentali, che il concetto più attendibile sia quello di ammettere che le cellule formanti un dato mielomero non oltrepassino i limiti anatomici medi tra i segmenti spinali macroscopici — e che, quindi, sebbene non appaia un limite netto tra mielomero e mielomero, non esiste nemmeno una confusione tra gli elementi dei mielomeri limitrofi, sicchè non esisterebbero vere « embricature » centrali.

CAPITOLO X.

Le proiezioni spinali degli organi periferici studiati in basa all'anatomia microscopica normale del midollo spinale.

L'anatomia microscopica descrittiva riconosce nel complesso degli organi periferici, cute, nervi e muscoli e specialmente nei due ultimi, una sistemazione manifesta, che in parte come, la distinzione tra ente, muscoli e nervi, dorsali e ventrali, ha la sua origine in eventi ontogenetici precoci. Poteva sembrar quindi giusta la supposizione che nell'organo centrale, cioè nel nevrasse spinale, si dovesse in qualche maniera rispecchiare qualcuna di queste divisioni. Epperò sorsero, sebbene relativamente tardi, ricerche intese a scoprire gli eventuali rapposti tra la divisione anatomica degli organi periferici ed il modo nel quale le cellule nervose della sostanza grigia, del midollo spinale, sembrano distribuirsi in gruppi più o meno individuali. Accanto a queste ricerche eseguite in singole specie d'animali sorsero poi altre coll'intento di comparare la struttura del midollo spinale in specie animali diversi, che presentassero qualche spiccata differenza nello sviluppo dei loro organi periferici.

Ma tutte queste ricerche urtarono contro un ostacolo grave: la difficoltà di riconoscere, delimitare e descrivere esattamente la disposizione degli elementi cellulari nervosi nel nevrasse spinale.

È noto infatti che l'ordinamento delle cellule del midollo spinale, specie delle corna ventrali, come appare nelle sezioni trasversali e longitudinali del midollo, è stato anche nell'uomo ove le indagini relative sovrabbondano, l'oggetto di classificazioni diversissime fin dal primo periodo delle ricerche microscopiche.

Stilling (1843) distingue cinque generi di cellule, ordinate come segue: 1. gruppo posteriore od esterno, 2. gruppo anteriore od interno, 3. gruppo del corno laterale (3ª colonna di Stilling), 4. cellule nervose di media e minima grandezza di topografia sparsa, 5. cellule ganglionari di media grandezza che nel midollo cervicale sono in rapporto col n. accessorio. Schreuder van der Kolk (1854) accetta la divisione di Stilling ed aggiunge di suo un fitto gruppo di cellule multipolari situate dietro e presso al canale centrale. Goll (1860) descrive non meno di 12 gruppi, che

non è facile omologare con quelli descritti da altri autori. Stieda (1870) dà uno schema generale del raggruppamento delle cellule delle corna ventrali. Nelle forme inferiori dei vertebrati fino ai mammiferi si trovano costantemente due cumuli di cellule ganglionari: un gruppo anteriore (inferiore o laterale) ed un gruppo centrale. Nei mammiferi a quei due s'aggiunge il nucleo di Stilling. I tre gruppi descritti poi si scindono, specie nei mammiferi, in aggruppamenti secondarî. Huguenin (1873) ammette nell'uomo soltanto tre gruppi nelle corna ventrali: uno anteromediale, uno antero-laterale, uno posterolaterale. Il gruppo antero-laterale sarebbe il più cospicuo. Beisso (1873) descrive in tutto quattro gruppi nelle corna ventrali. Un gruppo interno, uno esterno, distinto in due sottogruppi: antero-esterno e postero-esterno, ed uno intermedio fra il gruppo interno e quello antero-esterno. Schiefferdecker (1876) nel midollo lombale del cane descrive un gruppo anteriore ed uno laterale, omologhi a quelli omonimi dell'uomo; poi un gruppo omologo al nucleo di Stilling. Kreyssig (1855) nel cane descrive tre gruppi: uno anteriore, uno postero-laterale, uno laterale mediale. Nel coniglio esisterebbe simile disposizione.

Fra i grandi trattatisti anatomici e clinici cito ancora alcuni notevoli per la semplicità delle loro descrizioni. Henle (1879) distingue un gruppo mediale ed uno laterale suddivisibili in gruppi secondarî, e poi cellule sparse. Leyden (1876) praticamente per tutto il midollo non distingue che cellule del corno ventrale cellule del corno laterale, cellule del corno dorsale, cellule di Clarke, cellule sparse. Schwalbe (1880) considera le cellule del corno ventrale come confuse generalmente in un gruppo unico, oppure distinte in un numero vario da 4 a 8 gruppi. Obersteiner (1888) invece ammette nel corno ventrale regolarmente un gruppo mediale, uno latero-ventrale, uno latero-dorsale che sarebbe identico al corno laterale, ed uno centrale.

Ora veniamo all'analisi di qualche lavoro monografico. Waldeyer (1888) trova costantemente nel corno ventrale di uomo e gorilla quattro gruppi cellulari, due mediani: 1. l'antero-mediano, 2. il postero-mediano, e due laterali, 3. l'antero-laterale e 4. il postero-laterale, dei quali ognuno si può suddividere in gruppi secondarî. Inoltre egli distingue: 5. cellule sparse nel corno anteriore e nella regione intorno al canale centrale. Le cellule di media e minima dimensione del resto del midollo vanno poi divise ancora in: 6. cellule del corno laterale, 7. cellule del corno posteriore, 8. cellule di Stilling (colonna di Clarke), 9. « Mittelzellen » (un gruppetto situato vicino alle cellule di Stilling in direzione centrale), 10. « Nebenzellen » (un gruppetto situato dorsalmente vicino alle cellule di Stilling).

In tutto dunque 10 sorte di cellule. Dei gruppi del corno ventrale, quello postero-laterale è il più importante secondo Waldeyer, mentre Huguenin aveva proclamato come per solito il più notevole, il gruppo antero-laterale. Le cellule del corno laterale formano un gruppo a sè, mentre Obersteiner le aveva identificate col suo gruppo latero-dorsale. Nei rigonfiamenti cervicale e lombo-sacrale i quattro gruppi ganglionari delle corna ventrali si subdividono in gruppi secondarî; ma del resto sono costanti per tutta la lunghezza del midollo. Nel concetto di Waldeyer essi formano colonne continue in senso longitudinale, astrazion fatta naturalmente dalle regolari interruzioni segmentali. Vedremo come questo concetto più tardi, ripreso da

Sano e altri, venne per primo strenuamente attaccato ed abbattuto pochi anni dopo da Kaiser, col quale principierò la serie degli autori che hanno studiato l'architettura delle corna ventrali, come risulta dall'apporsi e sovrapporsi dei varî gruppi cellulari e la loro funzione rispettiva specialmente in rapporto alle localizzazioni motorie.

Di Kaiser (1891) possediamo preziose ricerche in quel proposito, contenute in un lavoro *Sulle funzioni delle cellule ganglionari del midollo cervicale* che fu premiato con medaglia d'oro in un concorso bandito dalla Società per la Scienza e le Arti d'Utrecht. Non posso suntare tutto il lavoro, ma è necessario darne le linee generali. Kaiser, come i termini del concorso volevano, confrontò numero e disposizione delle cellule del tratto cervicale in varie specie animali, in feti, neonati ed adulti con varî metodi istologici. Tenendo conto delle peculiari attitudini e differenze delle funzioni motorie abituali delle varie specie d'animali studiate, formulò alcune conclusioni che qui riporto senz'altro. Kaiser comincia coll'affermare che in base alle sue osservazioni comparative di pura anatomia microscopica, è possibile costruire un'immagine grossolana delle localizzazioni funzionali nelle corna ventrali del tratto cervicale: e ciò specialmente in base al carattere dei raggruppamenti cellulari in esso, che egli afferma tipici e costanti in tutti i mammiferi da lui studiati (uomo, gorilla, cercocebus, talpa, topo, riccio, coniglio, pipistrello). Egli sostiene in primo luogo che costanti e ben delimitati nell'asse rachidiano non vi sono che due gruppi cellulari: l'uno mediale e l'altro laterale. Ma di quelli, uno solo forma in senso longitudinale una vera colonna unica: è il gruppo mediale. L'altro gruppo non è una vera colonna unica, ma è formato da varî gruppi che sorgono a vario livello in parte accanto, in parte di fianco l'uno all'altro e non hanno tra loro di comune nulla che l'occupare, nei tagli trasversali, una posizione laterale rispetto al gruppo mediale costante. Dovremo quindi stabilire da quali varî gruppi è formato il cosiddetto gruppo laterale. Kaiser per il tratto cervicale dà la seguente enumerazione:

1. Il gruppo dell'accessorio, indicato spesso come gruppo antero-laterale. Termina nel 6° o 7° segmento e non ha nulla di comune col gruppo antero-laterale delle sezioni più basse (cioè più caudali) che nel taglio trasverso occupa presso a poco la stessa posizione.

2. Un gruppo anteriore già notato da Dees, che si estende dal 3° al 5° segmento e vi giace fra il gruppo mediale e quello dell'accessorio.

3. Un gruppo laterale in senso ristretto, che si stende dal 3° o 4° segmento fino al principio del midollo toracico. È il gruppo laterale del rigonfiamento cervicale, analogo al grosso gruppo laterale del rigonfiamento lombale. Nel tratto inferiore del rigonfiamento cervicale, il gruppo laterale si scinde in due: un gruppo antero-laterale ed uno postero-laterale. Questo gruppo laterale non ha nulla da fare col gruppo laterale del midollo toracico, che del resto giace un po' più in avanti, tanto da meritare piuttosto il nome di gruppo anteriore del midollo toracico.

Per il significato funzionale di questi gruppi, Kaiser si pronuncia come segue: L'unico gruppo cellulare che forma una colonna veramente ininterrotta e continua attraverso tutta l'estensione longitudinale del midollo, cioè il gruppo mediale, si impone come il nucleo dei muscoli del tronco: muscoli della nuca e muscoli lunghi del dorso. Il gruppo laterale, come abbiamo visto, si stende nel rigonfiamento

cervicale dal 4° segmento cervicale al 1° segmento toracico, cioè precisamente come le radici dei nervi destinati all'arto. Siccome nessun altro gruppo cellulare ha una estensione uguale, ne consegue ad evidenza che il gruppo laterale è il nucleo d'origine dei nervi motori dell'arto: onde Kaiser propone chiamarlo « gruppo dell'estremità superiore ». Il gruppo dell'accessorio è stato già sufficientemente studiato anatomicamente, e Kaiser non si arresta ad esso. Rimane il gruppo anteriore, al quale non rimangono da attribuirsi che i muscoli respiratorî; e ciò è tanto più ammissibile in quanto che il n. frenico per l'appunto origina nel 3°, 4° e 5° segmento cervicale. Kaiser propone per il suo gruppo anteriore il nome « nucleo del frenico ».

Fin qui per le localizzazioni in blocco. Analizzando più minutamente le funzioni dei varî gruppi, Kaiser stabilisce, anche in base alle ricerche fisiologiche di Peyer e Krause, di Ferrier e Yeo, e Forgue e Lannegrace, quali muscoli dipendano dai gruppi da lui determinati. Al gruppo mediale spettano i muscoli della nuca motori del capo e quelli del tronco. Al gruppo antero-laterale o nucleo dell'accessorio spettano i Mm laringei, sternocleidomastoideo e trapezio. Al gruppo anteriore o nucleo del frenico spettano i Mm respiratorî. Alla parte superiore unica del gruppo laterale spettano i muscoli del cingolo scapolare e del braccio. La parte inferiore è scissa, come già notai, in un gruppo antero-laterale ed in uno postero-laterale. Confronti fra l'uomo e la scimmia portano Kaiser ad assicurare con grande sicurezza che il primo gruppo, cioè l'antero-laterale, che è molto più sviluppato nella scimmia, innervi anch'esso muscoli della spalla e del braccio, che sono in rapporto a funzioni di salto, di corsa ecc., mentre il gruppo postero-laterale, molto più sviluppato nell'uomo, sarebbe in rapporto coi muscoli della mano e dell'avambraccio, meritando così il nome di nucleo della mano.

Riunisco in tabella le localizzazioni spinali desunte da Kaiser (tab. 42).

L'anno dopo Kaiser, Sherrington (1892) pubblicò uno dei suoi primi lavori sulla distribuzione periferica delle paia spinali. In esso egli tocca di passaggio la situazione dei nuclei d'origine delle varie radici nel tratto lombale del midollo. Riporto alcune delle sue conclusioni: « Nel gatto, nel cane e nella scimmia, come nell'uomo, sembra realmente giustificata la distinzione di un gruppo antero-laterale e di uno postero-laterale. Vi sono tre gruppi cellulari evidenti nel corno dell'intumescenza lombare: uno mediale, che è in continuazione di quel gruppo mediale che si stende ininterrotto attraverso tutta la lunghezza del midollo, poi un gruppo antero-laterale ed uno postero-laterale proprî del rigonfiamento ».

Sherrington descrive poi la disposizione reciproca di questi gruppi come segue: « Quando si sale lungo il midollo nel rigonfiamento, la prima modificazione che si nota nel corno anteriore (ventrale) è l'apparizione del gruppo postero-laterale; un po' più in alto s'aggiunge il gruppo antero-laterale, ed ancora un poco più alto anche il gruppo mediale raggiunge il suo massimo sviluppo. Se noi esaminiamo il midollo in direzione dal basso in alto, si vede che il corno anteriore (ventrale) subisce un'impressionante modificazione precisamente nello stesso punto ove comincia l'efflusso delle fibre efferenti destinate all'arto inferiore. Ora, noi sappiamo che questo primo efflusso di fibre va ad innervare i muscoli proprî del piede, ed abbiamo visto che la modificazione che appare a questo livello nel corno anteriore (ventrale) è appunto l'apparizione del grosso gruppo

postero-laterale. È evidente che però questo gruppo s'impone come il nucleo in rapporto ai muscoli intrinseci del piede ». Al gruppo mediale Sherrington attribuisce l'innervazione dei muscoli assili, che s'inseriscono cioè alla colonna vertebrale.

Tanto per il gruppo mediale che per quello postero-laterale le descrizioni microscopiche di Kaiser per il midollo cervicale sono quindi in perfetto accordo con quelle microscopiche e sperimentali di Sherrington. Invece Lenhossek (1892-95) in base a ricerche puramente istologiche conclude per la natura commisurale del gruppo cellulare antero-mediale almeno nell'uomo.

Onufrowicz (1900) ha dato una buona monografia sulla costituzione del midollo sacrale nell'uomo. Egli basa la sua descrizione sull'esame di due midolli, l'uno dei quali tagliato in serie continua. Le sue induzioni sul significato fisiologico dei varî gruppi cellulari vertono con prevalenza sulle funzioni vegetative e dànno un nuovo pregevole contributo di ricerche sulle localizzazioni del simpatico, nel quale campo l'autore, in collaborazione con Collins, aveva già dato un eccellente ed ampio studio.

Fra le osservazioni d'ordine generale fatte da Onufrowicz è notevole quella che riguarda il livello ove il midollo spinale comincia ad acquistare i caratteri che nettamente distinguono il tratto lombare da quello sacrale. Quel cambiamento non avviene fra il 5° L. ed il 1° S., ma fra il 1° e 2° S., sicchè il 1° S. possiede un aspetto molto più simile alla posizione lombale che a quella sacrale del neurasse spinale. I gruppi descritti da Onufrowicz nelle corna ventrali del tratto lombo-sacrale sono: I Gruppi mediali: 1 antero, 2 postero-mediale; II 3 Gruppo antero-laterale + un 4 gruppo detto, « x dall'autore; III 5 Gruppo postero-laterale; IV 6 Gruppo post-postero-laterale; V Gruppo centrale e di mezzo: 7 Gruppo centrale, 8 Gruppo di mezzo. In tutto dunque otto. L'estensione in senso longitudinale e l'importanza di quei gruppi ai varî livelli spinali appare assai evidente da una tabella figurata annessa al lavoro di Onufrowicz e che io riproduco (v. fig. 146). Per il significato fisiologico egli considera il gruppo postero-mediale che si stende dal 3° S. all'ingiù, come il centro spinale dei muscoli ano-vescico-perineali. Al gruppo antero-mediale conserva l'attribuzione sostenuta da Kaiser come centro innervatore dei muscoli del dorso. Il gruppo x viene da Onufrowicz proposto come centro dei muscoli striati che cooperano nell'atto dell'erezione del pene (rispettivamente della clitoride) e dell'ejaculazione dello sperma: i muscoli ischio-cavernosus (rispettivamente l'erector clitoridis) e bulbo-cavernosus (sphincter vaginae).

Mi limiterò a questi pochi cenni sul lavoro di Onufrowicz. Non credo opportuno di seguire l'autore passo per passo nella sua descrizione dei varî segmenti sacrali e nei suoi ampî confronti coi dati comunicati dai precedenti autori e segnatamente da Waldeyer. Basta rilevare che se esiste un accordo generico, non mancano d'altra parte divergenze notevoli.

Notevole anche nella sua parte d'anatomia normale, e come tale da esporsi qui, è un lavoro di De Neeff (1901), cui nella 3ª sezione di questo capitolo dedicherò pure un'ampia analisi. De Neeff dà la descrizione minuta di un midollo di cane e di uno di coniglio, sezionati in serie continua di sezioni dello spessore di 45 μ colorate in blu di metilene. Quella descrizione è illustrata da due tabelle figurato che io

riporto (fig. 147, 148) e da una serie di eccellenti figure di tagli trasversali del midollo a varî livelli. Reso nel suo insieme il modo nel quale De Neeff concepisce l'architettura delle corna ventrali, è affine a quello di Kaiser: un complesso di vere colonne cellulari nettamente delimitate e piriformi, delle quali alcune (l'antero-

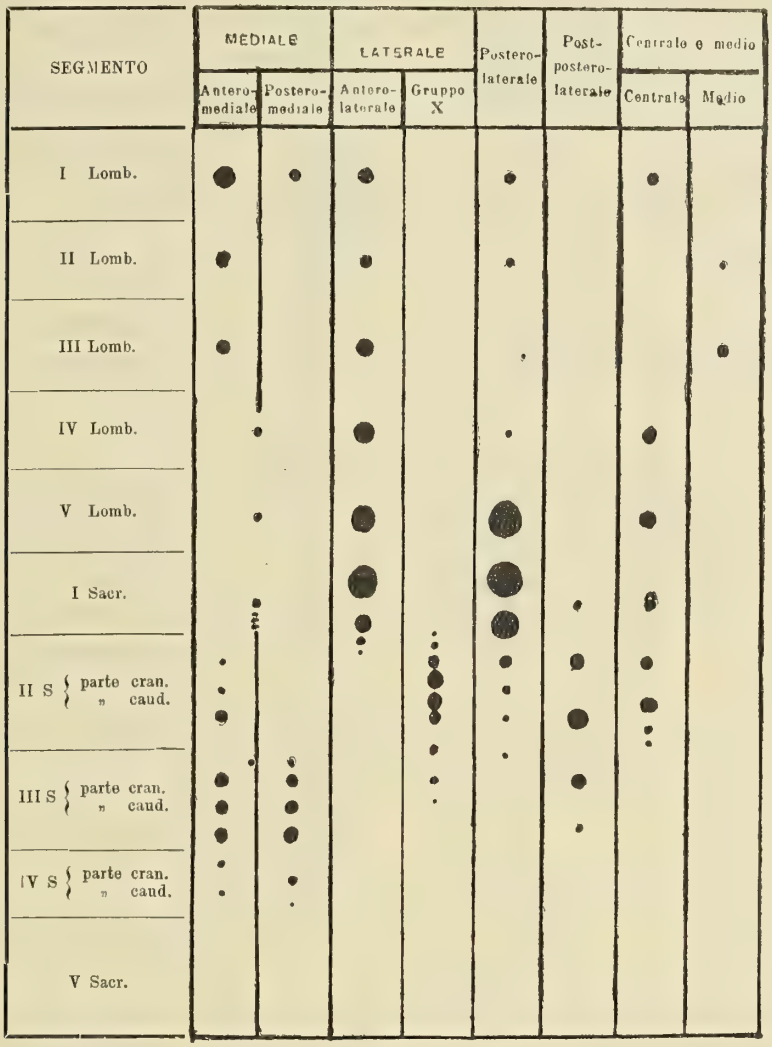


Fig. 146. — Schema della distribuzione delle cellule del corno ventrale del rigonfiamento lombo-sacrale nell'uomo in gruppi individuali, ed estensione relativa di questi, secondo Onufrowics.

Leggenda della figura 146.

Le colonne verticali rappresentano i gruppi cellulari nei piani di sezione trasversale; quelle orizzontali, i segmenti spinali.

interno e l'antero-esterno) si continuano ininterrotte per tutto il neurasse spinale; altre si trovano soltanto per un certo tratto nei due rigonfiamenti. Le colonne proprie dei rigonfiamenti sono al numero di 5, sì in quello cervicale che in quello lombo-sacrale, tanto nel cane che nel coniglio. De Neeff le distingue rispettivamente colle lettere M (posizione centrale), A (postero-laterale, poi centrale), B (postero-laterale),

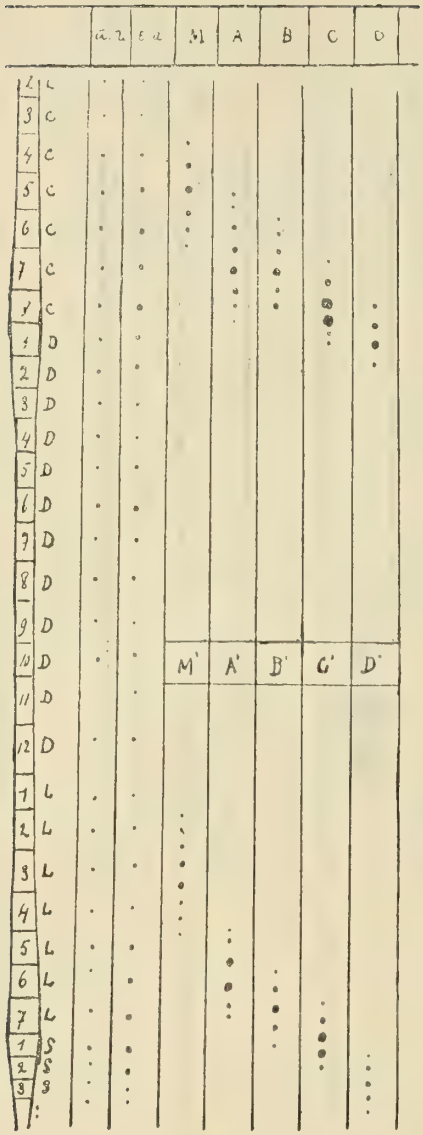


Fig. 147.

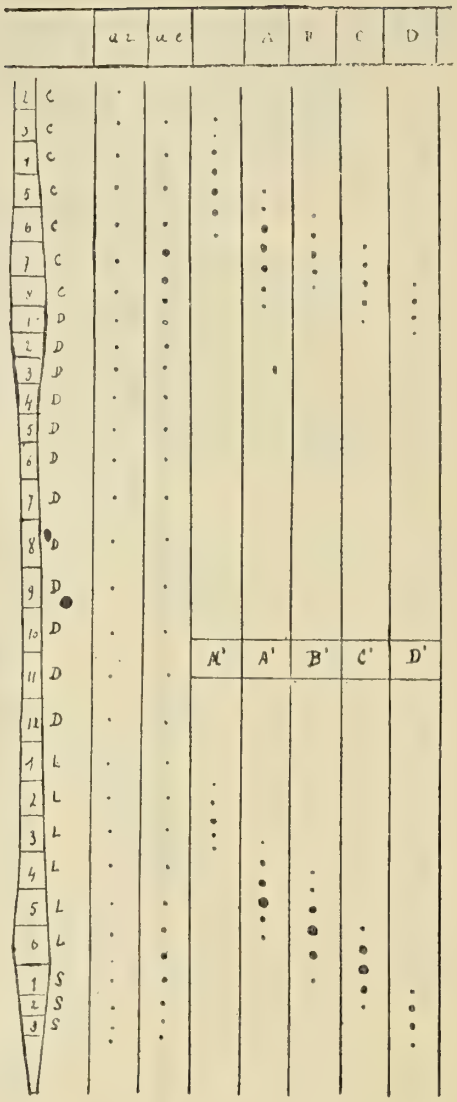


Fig. 148.

Fig. 147. — Schema delle colonne cellulari come si presentano normalmente nel midollo spinale del coniglio, secondo De Neeff.

Fig. 148. — Schema delle colonne cellulari come si presentano nel midollo spinale del cane, secondo De Neeff.

Leggenda delle figure 147 e 148.

2.3 ... 8 C, 2°, 3° ... 8° segmento cervicale spinale. — 1-12 D, 1°-12° segmento toracico. — 1-7 L, 1°-7° segm. lomb. — 1-3 S, 1°-3° segm. sacrale. — *a.i*, gruppo autero interno (cioè mediale). — *a.e*, gruppo autero esterno (cioè laterale). — M, gruppo mediano. — A. B. C. D, altri gruppi di cellule, nel rigonfiamento cervicale. — M'. A'. B'. C'. D', gruppi analoghi nel rigonfiamento lombo-sacrale.

C (esterna), D (postero-laterale) nel rigonfiamento cervicale ed M′ (centrale), A′ (laterale, poi centrale), B′ (esterno-laterale, poi interno-laterale), C′ (postero-esterno, poi più centrale), D′ (laterale e posteriore) nel rigonfiamento lombo-sacrale. De Neeff rileva una certa omologia esistente nella disposizione delle colonne cervicali e lombo-sacrali, fatto che, se fosse reale, infatti avrebbe una notevole importanza teorica. E notevole e curioso il fatto, che De Neeff attribuisce al cane soltanto 12 segmenti toracici e 6 lombali. Non so come si possa spiegare questa opinione morfologica eterodossa, certo è che lo schema di De Neeff perde per essa il valore pratico, perchè pur ammettendo che i nuclei e le colonne cellulari da lui descritte esistessero realmente, la loro numerazione segmentale nel suo schema è evidentemente erronea.

Accanto alle descrizioni monografiche ora riportate rimangono da menzionare due lavori topografici sul midollo spinale dell'uomo comparsi quasi contemporanei: l'uno nel 1901 a Londra per Bruce, l'altro nel 1902 a Buenos-Ayres per Borda. Bruce ha raccolto ad atlante gran numero di microfotografie raffiguranti per ogni segmento spinale quelle sezioni che meglio ne rendono l'aspetto caratteristico. L'esecuzione tecnica del lavoro è eccellente, ed il tutto un pregevole contributo alle nostre conoscenze della struttura del midollo spinale. Borda ha tagliato tre midolli umani normali totalmente in serie e tre altri parzialmente. Gran numero di sezioni colorate colla toluidina sono riprodotte su 72 tavole. Nel testo annesso, Borda tenta di schematizzare l'ordinamento delle cellule del corno ventrale come un complesso di colonne più o meno estese. Anch'egli sostiene che nei midolli adulti da lui così accuratamente elaborati, non esisteva traccia di segmentazione interna. Anch'egli è portato a credere che la musculatura nel tronco sia innervata dalla colonna cellulare mediale, e quella degli arti da quella laterale.

Finalmente rimane da menzionare Lapinsky (1903), che in uno dei suoi importanti lavori sperimentali sulle localizzazioni motrici ha dato una così larga e completa descrizione dell'architettura del corno ventrale nel midollo del cane che credo opportuno riportarlo qui a parte.

Midollo cervicale. — Nei primi quattro segmenti cervicali (I, II, III, IV), per Lapinsky non esistono aggruppamenti reali delle cellule cornuali le quali invece stanno sparse irregolarmente.

Nel V segmento cervicale però si può parlare d'alcuni aggruppamenti costanti. Nella sua parte superiore sono in numero di due: nucleus anterior internus e nucleus anterior medianus. Nella sua parte inferiore se ne contano cinque: 1. nucleus anterior internus, 2. nucleus anterior medianus, 3. nucleus anterior externus, 4. nucleus intermedialis, 5. nucleus lateralis posterior.

Nel VI segm. cerv. si contano costantemente sette gruppi: 1. nucl. ant. int., 2. nucl. ant. medianus, 3. nucl. ant. ext., 4. nucl. ext., 5. nucl. intermedius, 6. nucl. postero-lateralis, 7. nucl. post. inf. Questi nuclei hanno diversa estensione longitudinale.

Nel VII segm. cerv. il nucleo ant. int. scompare verso la metà del segmento. Un nuovo nucleo ant. med. sostituisce quello già nominato che termina alla parte inf. del VI segm. Anche il nucleo ant. ext. del VII segmento è una formazione nuova che possiede molta estensione trasversale. Il nucl. intermedialis è pure nuovo ed ha posi-

zione obliqua dall'alto in basso verso il centro del corno. Il nucleo post. lat. mantiene la sua posizione.

Nel VIII segm. abbiamo soltanto nella parte inf. il nucl. ant. int. Il nucleo ant. ext. è sviluppatissimo. Vi esiste un nuovo nucleo intermedialis. Poi esiste un nucleo centralis come continuazione del nucl. interm. del VII segm. Il nucleo post. lat. mantiene la sua posizione.

Midollo toracico. — Nel I segm. tor. il nucl. ant. ext. diminuisce assai di volume. Il nucl. ant. interm. è pure povero di cellule. Il nucleo centralis è diventato quasi ant. int. Il nucleo post. lat. mantiene anche in questo segmento la sua posizione. Inoltre vi sono due piccoli nuclei post. int. e intermedius.

Nel II segmento si può in certe sezioni parlare di un nucl. ant. int. od ant. ext. in quanto alcune cellule sembrano aggruppate nella parte ant. del corno, Nel resto del midollo toracico le cellule sono poco numerose e sparse irregolarmente.

Midollo lombare. — Nel I, II, III segm. lomb. vi sono ancora poche cellule senza traccia evidente di aggruppamento. Soltanto nella parte anteriore del corno si può talvolta ammettere un nucleo ant. int. ed uno ant. ext. a seconda del decorso delle fibre delle radici ventrali fra le quali giacciono le poche cellule ganglionari. Nella parte inf. del III segmento le cellule accrescono in numero ed ivi si può parlare di un gruppo costante: il nucl. post. lat.

Nel IV segm. lomb. si possono distinguere due gruppi bene sviluppati: il nucleo anterior externus e quello posterior lateralis.

Nel V segm. lomb. oltre ai nuclei descritti v'è il nucleo intermedialis.

Nel VI segm. lomb. vi è una grande ricchezza di cellule e vi si distinguono bene quattro gruppi posteriori e laterali: nucleus posterior internus - posterior lateralis - externus ed internus. Anteriormente vi sono i nuclei anterior internus, anterior medialis ed anterior internus. Nel mezzo del corno si nota un nucleo centralis.

Nel VII segm. lomb. si contengono meno cellule che nel precedente. Gli aggruppamenti cambiano a questo livello, i gruppi posteriori si avvicinano molto, il nucleus centralis confluisce coi nuclei posterior lateralis e posterior internus. Il nucl. intermedialis si accosta al nucleus centralis lateralis.

Midollo sacrale. — Nel midollo dorsale il numero e la configurazione delle cellule si modificano assai. I gruppi posteriori scompaiono del tutto. Dai nuclei centrali ed anteriori si origina un nucleo anterior povero di cellule e che ora sta vicino alla linea mediana formando un nucleo anterior internus, ora se ne allontana formando un nucleo anterior med. ed uno ant. externus.

La conclusione generale cui Lapinsky giunge in base ai suoi studî istologici merita esser qui riportata, perchè, come vedremo, verte intorno ad un argomento assai controverso.

« In generale, scrive Lapinsky, le cellule del corno anteriore (ventrale) del midollo spinale formano dei gruppi di forma irregolare poliedrica. Talvolta uno dei diametri od uno degli assi è più lungo degli altri ed allora il gruppo appare stirato in quella dire-

zione. L'asse maggiore giace parallelo al canale centrale, oppure perpendicolare, oppure forma coll'asse longitudinale del midollo un angolo più o meno acuto. Una disposizione fatta di colonne parallele formate da serie ininterrotte di cellule sovrapposte, non ci fu mai dato di vedere ».

Tenuto conto del grande favore che la rappresentazione schematica delle colonne continue e parallele ha avuto presso i neurologi, ho creduto opportuno chiamare l'attenzione su questa conclusione di uno dei più recenti e coscienziosi studiosi dell'architettura del midollo spinale.

Riassumendo, sono scarsi i dati utili che noi possiamo raccogliere per l'argomento che ci occupa, dagli studi di anatomia microscopica normale e comparata del minollo spinale. È evidente che il contrasto di opinioni esistente sui pretesi raggruppamenti degli elementi nervosi entro il midollo spinale, rende dubbio perfino l'ipotesi fondamentale che realmente la disposizione delle cellule spinali rispecchi in qualche maniera la divisione anatomica degli organi periferici.

CAPITOLO XI.

Le proiezioni spinali degli organi periferici desunte dai dati di anatomia patologica del midollo spinale nell'uomo.

Gli studî d'anatomia microscopica normale menzionati nel precedente paragrafo, diedero soltanto alcune notizie generali sulla disposizione degli elementi strutturali nell'asse rachidiano, emettendo sulle localizzazioni poche ipotesi.

I patologi fecero di più: scoprendo gli intimi rapporti che passano fra gli organi periferici ed i centrali, connessi fra loro dai nervi spinali, trovarono un modo di localizzare con osservazioni di fatto quegli organi spinali che corrispondono a determinati organi periferici ed iniziarono così le vere ricerche sulla localizzazione dei centri spinali e sull'indice segmentale degli organi periferici.

Sono piuttosto incomplete, anche negli autori recentissimi, le notizie storiche e bibliografiche intorno agli inizî ed allo sviluppo di questi nuovi studî; perciò vi dedicherò una più minuta analisi.

Per quel che io personalmente ho potuto trovare, mi sembra fuori dubbio che la priorità cronologica delle osservazioni ed il merito della tenacia nelle ricerche in questo campo spetti unicamente alla gloriosa pleiade di scienziati francesi, quali Prévost, Vulpian, Charcot, che seppero unire in una ideale sintesi, alla perspicacia fortunata di clinici illuminati, l'acuta osservazione anatomica e la finezza nelle ricerche sperimentali. Poi accanto ad essi vi è l'inglese Clarke, il celebre anatomico del sistema nervoso centrale e suoi allievi.

Tutte le ricerche sull'argomento ebbero origine da un'osservazione di Vulpian e Prévost. Questi nel 1865 ad istigazione di Vulpian presentò alla Société de Biologie un caso d'atrofia grassa dei muscoli d'una gamba con concomitante lesione sclerotica del corno ventrale del lato corrispondente della sostanza grigia del midollo lombare. Già fin d'allora Vulpian e Prévost conclusero per l'esistenza d'una relazione fra

l'atrofia muscolare e la scomparsa delle cellule del gruppo esterno del corno ventrale. Quest'osservazione e la conclusione tratta da essa fu il punto di partenza di una triplice serie di studî. Gli uni rivolsero la loro attenzione sulla paralisi infantile e sulle amiotrofie spinali in genere e cercarono se in tutti i casi le traccie del male si manifestassero sul tavolo anatomico, oltre che nei muscoli, anche a carico del midollo spinale e dei nervi. Altri procedendo con un ragionamento d'analogia supposero che identiche alterazioni concomitanti a lesioni muscolari patologiche, dovessero trovarsi nelle lesioni artificiali e studiarono gli effetti lontani delle amputazioni chirurgiche sul midollo e sui nervi. Altri infine ricorsero allo sperimento.

Abbiamo visto come la priorità cronologica delle osservazioni del primo gruppo compete incontestabilmente a Vulpian e Prévost (1865).

Nel secondo gruppo è da annoverarsi per merito di precedenza Clarke che già l'anno dopo (1866) comunicò di non aver potuto trovare nel minuto esame necroscopico d'un uomo, cui era stata praticata lungo tempo prima della morte un'amputazione, nessuna differenza fra le due metà del midollo spinale, mentre Vulpian (1868), poco dopo in due casi simili riuscì a trovare manifeste lesioni spinali. È vero che anche in questo ordine di ricerche un altro francese aveva preceduto e di molto tutti gli altri scienziati; infatti già nel 1829 Berard mostrò alla « Société anatomique » la dissezione della spalla d'un vecchio soldato, cui dopo la battaglia di Waterloo, cioè quattordici anni prima, era stato disarticolato il braccio destro. « L'esame del midollo spinale (così Bérard) non ha mostrato una sensibile diminuzione nella parte destra del rigonfiamento cervicale, ma le radici anteriori (ventrali) dei nervi destinati all'arto superiore destro sono parse meno nutrite, più sottili di quelle del lato opposto: nuclei grigi laterali del midollo e le radici posteriori (dorsali) dei nervi brachiali non furono esaminati dovendosi conservare la preparazione ».

È adunque evidente che la priorità dell'idea di questo genere di ricerche in via assoluta spetta a Bérard (1); ma la sua comunicazione, sebbene accolta con grandissimo interesse, fu dimenticata ed è quasi certo che Clarke l'ignorò; in ogni modo a questi, senza far torto a Bérard, va accordato il merito d'aver reso feconda l'idea, applicandola ad un ordine di ricerche che era destinato a gettar molta luce sull'argomento importante e difficile delle localizzazioni nei centri spinali.

Dopo Prévost e Clarke una valanga di osservazioni viene ad arricchire il materiale di fatto, e con esse sorgono numerosi i problemi d'interpretazione.

Il primo di questi era d'ordine molto generico e concerneva il rapporto di causalità esistente fra le lesioni muscolari e quelle spinali. Nei casi d'amputazione era chiaro che la lesione spinale era stata preceduta e causata da quella muscolare, ma non sembrava altrettanto sicura la cosa per le alterazioni spinali riscontrate in casi di antica paralisi infantile, e sorgeva la questione se in quelli non fossero state se-

(1) Giustizia vuole che qui venga anche menzionato che Türck pure nel 1850 comunicò all'Accademia di Vienna d'aver fatto il minuto esame degli organi nervosi centrali di due casi di amputazione. Trovò in uno d'essi, nel quale era stato amputato il braccio nel suo terzo inferiore, due anni prima della morte, un evidente assottigliamento delle tre ultime radici cervicali e della prima toracica del lato corrispondente.

condarie le lesioni muscolari per effetto d'un pregresso processo morboso a carico del midollo spinale ed in ispecie della sostanza grigia.

La soluzione del problema è data definitivamente in pochi anni. Già nel 1868 Vulpian prende occasione dall'accurato esame necroscopico di due casi d'amputazione d'antica data, per dimostrare che l'abolizione d'un complesso d'organi periferici non porta alterazioni confrontabili per gravità a quelle trovate in concomitanza ad atrofie muscolari infantili, e conclude per la priorità della lesione spinale nella paralisi infantile.

Certamente con ciò la questione non era risoluta, chè rimaneva il dubbio che le lesioni spinali riscontrate in casi d'antica paralisi infantile fossero tanto più gravi appunto per datar dal periodo dell'infanzia che in un certo modo si può chiamare ancora formativo. Ma altre osservazioni seguirono, fra le quali decisiva quella di Parrot e Joffroy (1870) che esaminarono il midollo d'una bambina di tre anni morta pochi mesi dopo aver subíto un attacco di comune paralisi infantile. Essi trovarono nelle lesioni gravi del midollo la prova di fatto della priorità di queste rispetto alle lesioni muscolari.

Poi una dissertazione illustrativa magistrale di Charcot e Joffroy (1870) su un caso di paralisi infantile quasi generale, ed altri di Damaschino e Roger (1871), Pierret, Müller (1871), Duchène, Gombault (1874), Petit, Roth (1873), Dickson (1873).

Intanto anche gli sperimentatori si erano impadroniti della questione: sempre francesi dell'entourage di Vulpian e Charcot; in prima Philippeaux (1869) ad istigazione di Vulpian, poi lo stesso Joffroy, Lionville, Hayem. Anche Prévost (1872) che presentò alla Società di Biologia un topo nel quale una lesione sperimentale del midollo aveva prodotto la completa trasformazione grassa d'uno dei muscoli psoas. Ma di queste e simili ricerche tratterò nel capitolo XII.

Per le amputazioni, nuovi casi erano stati descritti ancora da Clarke (1868) e da Vulpian (1869, '70, '72) e da Dickinson (1868) che per primo dopo Bérard e Türck insistè sull'atrofia parziale delle radici del lato del rigonfiamento spinale corrispondente all'arto leso. Erlenmeyer (1872) diede buone osservazioni sullo stesso argomento.

Troisier (1872), alle osservazioni ormai divenute comuni di casi d'amputazione d'adulti, aggiunse per primo in quest'ordine d'idee, la descrizione d'un caso teratologico. Si trattava d'una ragazza morta a sei anni, il cui braccio destro terminava in moncone al livello del gomito. Nel midollo, verso la metà del rigonfiamento cervicale cominciava a manifestarsi una differenza di sviluppo fra il lato destro ed il sinistro. La diminuzione di volume a destra era quasi totalmente a carico della sostanza grigia, ed era massima nella metà inferiore del rigonfiamento cervicale. Merita anche di esser notato che Friedreich (1873) nel suo lavoro sull'atrofia muscolare progressiva dà molto importanza alle alterazioni spinali osservate dietro amputazioni. Non posso addentrarmi di più nelle questioni molteplici che riguardano le varie specie di miopatia che appunto allora ed in gran parte per merito di Charcot si venivano distinguendo e descrivendo, e passo quindi sopra alle teorie emesse in proposito.

Giova notare però che Friedreich in un suo caso d'amputazione dell'avambraccio, dodici anni prima della morte, non potè trovare nessuna alterazione, nel plesso

brachiale e nemmeno nel midollo spinale. Friedreich considerava le alterazioni midollari, osservate in conseguenza ad amputazioni come tutt'altro che costanti. Veramente non so a quali osservazioni egli si riferisca.

Insomma il lavoro intorno a questi fatti ferveva e le osservazioni più o meno accurate si succedevano. Notevole fra quelle fu una dello stesso Prévost in collaborazione con David (1874), che descrissero un caso d'atrofia muscolare grassa limitata esclusivamente all'eminenza tenar. Quell'atrofia datava dall'infanzia e coincideva con una lesione limitata del midollo spinale caratterizzata da un'atrofia manifesta della radice ventrale di destra dell' 8° paio cervicale nonchè da un'atrofia molto leggera della radice ventrale destra del 7° paio cervicale. Inoltre vi era un'atrofia del corno ventrale di destra della sostanza grigia al livello dell'8° paio di radici, atrofia che si estendeva per un'altezza da 2 a 3 cm. Non essendosi trovate altre lesioni muscolari nè a carico dell'avambraccio e nemmeno a carico della mano, pareva lecito di poter considerare la lesione muscolare circoscritta del tenar come l'esponente della lesione spinale circoscritta a livello dell' 8° paio di radici. Ivi dunque doveva normalmente trovarsi il centro innervatore di quel complesso muscolare.

Dopo quest'ultimo lavoro, le ricerche si moltiplicarono in modo eccezionale e dibordarono dalla frontiera della Francia senza tuttavia abbandonarle del tutto. L'idea geniale che aveva dato l'impulso ad esse si mostrò feconda sopratutto in Germania.

Darò in appresso la serie dei lavori che ho potuto raccogliere. Qui premetto che da un rapido esame dei loro risultati apparirà che il valore definitivo di essi per quel che riguarda il nostro argomento è generalmente esiguo. L'esame di lesioni spinali nei casi di atrofie muscolari di vario genere, come pure la ricerca di modificazioni midollari consecutive ad amputazioni, ha interessato per molti decennî gli scienziati quasi esclusivamente dal lato anatomo-patologico; sicchè le indicazioni dei limiti topografici delle lesioni od alterazioni riscontrate sono per lo più trascurate o vaghe nei lavori dei numerosi autori che pubblicarono le loro osservazioni. Ma vi è di più. Per le paralisi infantili bisogna tenere conto degli spostamenti secondarî degli elementi spinali limitrofi al focolaio morboso rimasti normali. Tali fatti tendono a mascherare le localizzazioni esatte di quei focolai stessi. Per le amputazioni è utile ricordare che valgono le seguenti considerazioni. L'amputazione d'un arto o della parte d'un arto non corrisponde nè ad una estirpazione secondo netti limiti anatomici, nè ad una esatta abolizione di determinati complessi funzionali. È invece la distruzione arbitraria di varie unità scheletriche, articolari, muscolari e cutanee. La modificazione centrale che ne risulta, comunque sia la sua natura, non può quindi già per questo soltanto corrispondere ad un qualche cosa di morfologicamente o fisiologicamente determinato. Poi vi è da aggiungere che la scomparsa di una estremità o di parte d'essa, porta con sè l'alterata funzione di parti scheletriche e muscolari vicine, per diminuito uso d'alcune, per aumentato uso d'altre. Le modificazioni centrali a carico di radici, gangli e midollo saranno dunque in vario senso capricciose, od almeno incostanti nei varî casi. L'origine delle lesioni spinali trovate, non si potranno quindi attribuire senza altro al solo difetto grossolano constatabile, ma si dovrà tener conto anche dei fatti concomitanti, complicanti all'infinito la questione. Ma c'è ancora di più. Nei primi decennî delle ricerche, si può dire fino a che il metodo di Nissl cominciò a diventar

d'uso e d'abuso generale, i mezzi tecnici per constatare modificazioni ed alterazioni delle cellule nervose (per limitarci a questi elementi che più interessano al nostro argomento) erano tutt'altro che perfetti. Inoltre la maggior parte degli autori non aveva altro scopo che cercare e descrivere o negare e polemizzare sulle presunte alterazioni istologiche riscontrate o no, nei varî sistemi di cellule e fibre midollari. Da ciò nasce, non solo che minute indicazioni topografiche mancano del tutto, mentre il poco che se ne trova, è spesso contradittorio, ma che inoltre per la deficienza dei mezzi d'esame sono contradittorie anche le stesse notizie di pura istologia patologica. Più sicure invece diventano queste notizie dopo che Nissl ebbe nel 1892 comunicato il suo noto metodo di colorazione delle cellule nervose. Tralascerò quindi di menzionare nel testo tutti i lavori eseguiti prima di quell'epoca, di quelli pubblicati dopo e che si servirono del metodo; analizzerò dettagliatamente soltanto quelli che recano un contributo teorico interessante. Riunirò a Tabelle i dati di fatti importanti per il problema delle localizzazioni raccolti da tutti i lavori che mi fu possibile aver sott'occhi. (V. Tabelle 43, 44).

Il primo lavoro che desidero riportare qui è quello di Collins, il quale diede un contributo notevole all'argomento basandosi sullo studio di un caso di paralisi infantile. Collins si accosta a Kaiser nella descrizione generale del midollo cervicale e nell'interpretazione funzionale dei gruppi ganglionari contenuti in esso. Il suo caso concerneva un giovine di 25 anni, che dall'età di due anni aveva paralizzato l'arto superiore destro. L'unico movimento rimasto in esso era una debolissima flessione ed estensione delle dita *(flexor sublimis, extensor communis digitorum)*. All'esame microscopico del midollo eseguito su tagli in serie, nel 3° segmento cervicale cominciava a manifestarsi una differenza numerica nelle cellule delle corna ventrali di destra e di sinistra. Nel 4° segmento dal lato dell'arto paralitico non esistono altre cellule che quelle del gruppo mediale (muscoli assili) e di quello dell'accessorio. Nel 5° segmento l'aspetto rimane press'apoco simile come pure nel 6°. Nel 7° segmento appaiono alcune cellule in una situazione laterale periferica nel corno. Queste poche cellule diventano più numerose nell' 8° segmento e si continuano in quelli più bassi.

Le conclusioni di Collins sono le seguenti:

1. Il gruppo di cellule situato all'apice mediale del corno ventrale e che si ritiene generalmente dar origine ai nervi dei muscoli assili del tronco era intatto in ambo i lati.

2. Il nucleo dell'accessorio era in ambo i lati apparentemente normale.

3. Il gruppo di Stilling si poteva considerare normale in ambo i lati.

4. Il gruppo mediale che si osserva ordinariamente nella porzione superiore del 4° segmento cervicale e che si estende fino al 6°, era presente dal lato sinistro. Dal lato destro la porzione posteriore (dorsale) era presente per tutta la sua estensione. La porzione anteriore (ventrale) invece non era sempre così manifesta.

5. L'alterazione più rimarchevole era a carico di quei gruppi cellulari, noti come il nucleo dell'arto superiore, che si chiamano ordinariamente i gruppi laterali. Questo nucleo molto evidente a sinistra e composto di tre porzioni, era assente a destra. Al livello del margine inferiore del 6° e 7° segmento vi erano però alcune

cellule nella posizione ordinariamente occupata dal gruppo interno, mentre al livello dell' 8° segmento cervicale e del 1° toracico un numero relativamente grande di cellule si trovava nella posizione occupata dal gruppo anteriore del nucleo dell'arto superiore.

Collins mette questo reperto in relazione ai soli movimenti rimasti nell'arto paralizzato, e suppone che le poche cellule trovate in due differenti posizioni del corno ventrale destro presiedessero a punto a quei movimenti. In base poi a confronti coi reperti di varî altri autori egli specifica che il gruppo di cellule situato più vicino alla linea mediana del midollo, sia da considerarsi in rapporto ai muscoli estensori e quello situato più perifericamente nel corno ventrale in rapporto ai muscoli flessori.

Dal lavoro di Collins fino ad oggi, man mano che proseguiremo nell'esame delle ricerche fatte intorno alle localizzazioni spinali, vedremo crescere la tendenza a dare importanza grandissima, non solo alla posizione occupata dai centri nel senso di lunghezza del midollo, cioè al loro livello metamerico puro e semplice, ma anche alla loro estensione trasversale ed al posto reciproco occupato da essi nella sezione trasversa del midollo. Ma tale questione troverà il suo completo sviluppo quando riferirò dei lavori di anatomia sperimentale; qui accennerò appena ad essa. E nemmeno potrò qui approfondire la questione per lungo tempo dibattutissima intorno alla natura delle modificazioni cellulari che si manifestano dopo lesione periferica del cilindrasse. Accenno soltanto ad alcune delle varie ipotesi emesse, rammentando le relative definizioni proposte, quali reazioni a distanza, di riparazione, di degenerazione..... Ma in ogni modo l' esistenza costante di tali modificazioni è stabilita sicuramente malgrado qualche reperto negativo. Intanto è sorta un' altra questione di fondamentale importanza, avente rapporto direttamente col problema delle localizzazioni spinali. Si è domandato secondo qual ordinamento dei sistemi periferici fossero costituiti i centri spinali. Sorsero così l'una accanto all'altra la dottrina della localizzazione muscolare, nervosa, segmentaria degli arti, funzionale, radicolare. È necessario commentare brevemente queste dottrine prima di passare oltre.

Il neuropatologo belga Sano ha sostenuto in una serie di lavori che ogni muscolo striato possiede il suo centro più o meno ben delimitato nelle corna ventrali del midollo.

Il neurologo rumeno Marinesco e sua scuola invece tendevano prima a concepire la localizzazione spinale come prevalentemente nervosa: i raggruppamenti naturali alle cellule ganglionari che si possono delimitare più o meno chiaramente nel midollo, rappresenterebbero i nuclei d'origine dei nervi periferici spinali, ad analogia di quanto esiste per i nervi cranici. Poi il loro parere subì un'evoluzione e vennero a concepire la localizzazione spinale come l'espressione di determinate funzioni motrici. Ogni gruppo cellulare o centro spinale presiederebbe ad una data sinergia muscolare. Essi basarono e difesero la loro teoria soprattutto coi risultati di ricerche sperimentali; poi la loro teoria venne seguita anche da De Buck, allievo di Van Gehuchten, che recò alcune osservazioni di anatomia patologica umana in suo favore.

L'insigne neurologo belga Van Gehuchten e sua scuola invece credono che nel midollo spinale sia manifesta la rappresentazione centrale e nucleare dei segmenti articolari degli arti; mano, avambraccio, braccio, spalla; piede, gamba, coscia, anca.

L'insigne clinico francese Brissaud elaborò ancora questa veduta di Van Gehuchten. Ammise che la divisione anatomica degli arti per opera delle articolazioni rappresentasse non soltanto per la cute ma anche per le parti profonde una speciale « metameria » di essi, una metameria « secondaria » cui corrispondesse una metameria secondaria nei rigonfiamenti spinali che sarebbero divisi longitudinalmente in tante fette parallele quanti sono i « segmenti » degli arti.

L'illustre Déjérine invece non ammette che un sol genere di localizzazione: quella radicolare. Nel midollo cioè starebbero vicine le cellule ganglionari d'origine delle fibre radicolari del segmento e non esisterebbe nessun altro ordinamento speciale muscolare nervoso o segmentario che sia. Quest'ultima dottrina che forse può sembrare, e la più semplice e la più logica, trova il suo riscontro nell'opinione del neurologo russo Lapinski che vede nella topografia cellulare spinale soltanto un ordine sparso, senza localizzazione qualsiasi. Bikeles invece potè aggiungere alla concezione di Déjérine qualche particolare importante.

Era necessario enumerare queste dottrine brevemente; le andremo analizzando man mano in appresso nei varî capitoli dove le ricerche relative dovranno secondo le loro indole venir esposte. E cominciamo da quella di Sano (1897-1901), che è basata prevalentemente su osservazioni di miscroscopia clinica. Non credo opportuno analizzare lavoro per lavoro i contributi dati dal neuropatologo d'Anversa, nè addentrarmi nella polemica susseguita fra lui e Van Gehuchten sull'interpretazione dei rispettivi reperti. Preferisco dar una esposizione d'insieme del suo schema completo dei centri motorî spinali. Sano concepisce la massa di cellule ganglionari motrici situate nelle corna ventrali per tutta l'estensione del midollo come ripartita in un certo numero di colonne longitudinali più o meno ben individualizzate. Queste colonne rappresentano i centri motorî dei muscoli striati. Nei tagli trasversali del midollo esse appaiono in sezione e formano i gruppi o nuclei cornuali più o meno ben delimitati. Di queste colonne la maggior parte naturalmente è di breve estensione longitudinale; due sole percorrono il midollo in tutta la sua lunghezza. Sono la colonna mediale e la intermedio-laterale che nelle sezioni trasverse appaiono rispettivamente come gruppo o nucleo mediale: nucleus o tractus intermedio-lateralis. Le altre colonne brevi poi s'interpongono fra queste nel rigonfiamento cervicale e lombo-sacrale. Sano, d'accordo in ciò con Kaiser e varî altri autori, considera la colonna mediale come costituita dai centri motorî dei muscoli dell'asse vertebrale: splenius, sacro-spinalis, ilio-costalis, longissimus, spinalis, semispinalis, multifidus, interspinalis, intertransversalis. Nella sua parte dorsale, vicino al canale centrale, la colonna mediale conterebbe poi i nuclei simpatici (oculo-spinale, cardiaco, splancnico, genitale, vescicale, rettale) come in parte è stato dimostrato dalla scuola di Winkler (Hoeben, Huet). Vicino ad esse, nel 3°-6°, segmento cervicale si nota la colonna del diaframma ed in posizione analoga nel 3° e 4° segmento sacrale, quella del diaframma pelvico o m. levator ani. La colonna intermedio-laterale raccoglierebbe secondo Sano i nuclei dei muscoli del trapezio, del latissimus dorsi, degli intercostali ed abdominali, del cremaster.

Nel rigonfiamento cervicale s'aggiunge alle precedenti, la colonna dell'estremità superiore, costituita dalle colonne antero-laterale e centrale, che forma i gruppi

latero-ventrale, latero-dorsale e centrale di Obersteiner, il nucleo dell'estremità sup. di Kaiser. Questa colonna comincia nella parte media del 3° s. cerv. col nucleo del m. levator-scapulae, si continua per il 4°, 5°, 6°, 7°, 8° cerv. e 1° torac., composta di più nuclei individuali per i varî complessi muscolari dell'arto superiore. Sano distingue il nucleo del serratus major, dei pectorali, dei muscoli della spalla, del bicipite,

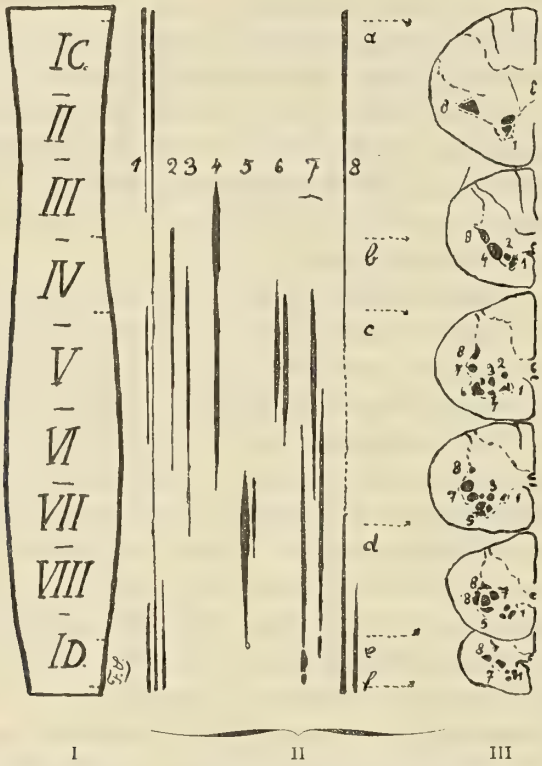


Fig. 149. — Schema delle colonne e dei nuclei motori del rigonfiamento cervicale del midollo spinale dell'uomo, secondo Sano (1898). — I. Schema della proiezione in un piano del midollo spinale dal 1° segm. centrale al 1° segm. toracico. — II. Schema delle colonne cellulari del tratto corrispondente del midollo proiettate in un piano. — III. Sezioni trasverse del midollo al livello rispettivamente del 1° (*a*), 3° (*b*), 5° (*c*), 7° (*d*), 8° (*e*) (*f*), segm. cervicale, per dimostrare la posizione reciproca reale delle colonne e dei nuclei.

Leggenda della figura 149.

Columna médialis: 1. *a*, rotatori brevi del capo, m. sotto ioideo. — *b. c. d. e. f*, estensori e rotatori della colonna vertebrale. — 2, nucleus diaphragmae, (la serie dei nuclei simpatici, composti di piccole cellule, non è raffigurata. Essa si troverebbe dietro la colonna mediale, vicino al canale centrale).

Columna intermedio-lateralis: 8. *a*, nervo XI encefalico, m. trapezio, sternocleidomastoideo. — *b. c*, plexus cervicalis, m. trapezio, m. sternocleidomastoideo. — *d. e*, trapezio, parte media. — *f*, trapezio, parte inferiore. — 8. *c*, principio del nucleo del m. latissimusdorsi.

Columnae extremitatis superioris: 3. m. m., pectorales. — 4. *b*, m. levator scapulae. — *c*, m. serratus major. — *b*, muscoli della spalla. — 7. *c*, m. bicipite, più caudalmente: m. m. supinatori, estensori delle dita, tra *d* ed *e*, flessori e pronatori. — *c*, tenar ed ipotenar. — *f*, ipotenar. — 5. *d*, m. tricipite. — *e*. m, anconeo.

dei supinatori ed estensori delle dita, del tricipite, dei flessori e pronatori, finalmente dei muscoli dell'eminenza tenar ed ipotenar. Riguardo alla topografia dei nuclei degli estensori e dei flessori, Sano accoglie l'opinione di Collins, che il nucleo di questi stia all'infuori cioè lateralmente del gruppo di quelli.

Nel rigonfiamento lombo-sacrale troviamo la colonna dell'estremità inferiore coi suoi nuclei. Essa incomincia nella parte inferiore del 1° segmento lombale, col nucleo del quadriceps femoris e dell'ilio-psoas. Altri nuclei ragguardevoli distinti da Sano sono, verso il 4° segmento lombale, quello dei glutei e quello dei gemelli, del pyrifor-

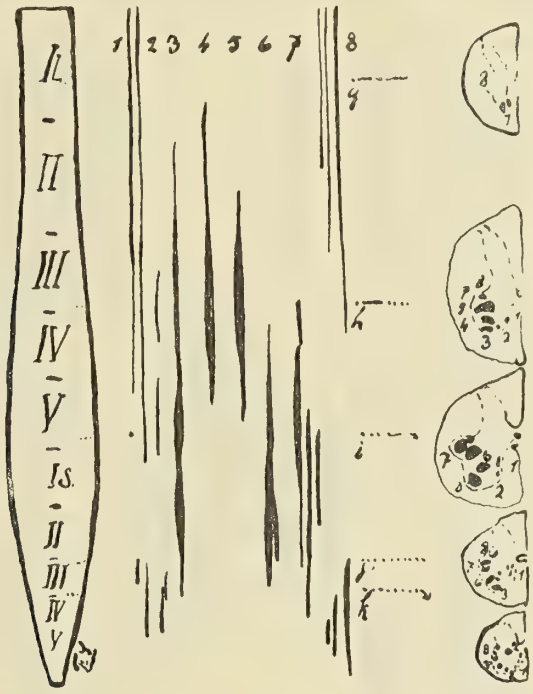


Fig. 150. — Schema delle colonne e dei nuclei motori del rigonfiamento lombo-sacrale del midollo spinale dell'uomo, secondo Sano (1898). — I. II, come nella figura precedente. — III, sezioni trasverse del midollo al livello del 1° (*g*), 3° (*h*), 5° (*i*) segm. lombale e del 2° (*j*), 3° (*k*) segm. sacrale.

Leggenda della figura 150.

Columna medialis: 1, *g. h. i*, m. m. extensores et rotatores spinae. — *j. k*, m. ischio-coccygeus et levator ani. — 2. *k*, sphincter vesicae (ventralmente); sphincter ani (dorsalmente). Non sono segnati i nuclei simpatici viscerali.

Columna intermedio-lateralis: 8. *g*, m. m. addominali. — *h*, m. cremaster. — *j. k*, muscoli perineali.

Columna extremitatis inferioris: 2. *i*, m. pyramidalis. — 3. *h*, m. iliopsoas. — *i*, m. m glutaei. — *j*, m. m. gemelli, pyriformis. — 4, quadriceps femoris. — 5, m. pectineus, m. m. adductores. — 6. *i*, muscoli flessori del ginocchio; più caudalmente: m. popliteus, triceps surae. — 7. *h*, m. tibialis anticus. — *i*, estensori delle dita, peronei; più caudalmente, m. tibialis posticus, flessori delle dita. — *j. k*, muscoli intrinseci del piede.

mis e del quadratus; nel 3° e 4° segmento lombale, è anche molto sviluppato il nucleo del pectineus e degli adduttori che raggiunge la parte inferiore del 5° s. l. Poi i nuclei dei flessori del ginocchio: semi-tendinosus, semi-membranosus e biceps, seguìto da quello del popliteus e del biceps surae. Finalmente i nuclei degli estensori e flessori delle dita, nel 3° e 4° segmento sacrale.

Per aver un'idea chiara e comprensiva della disposizione dei varî nuclei fin qui esaminati e soprattutto del loro livello segmentale, basta gettare uno sguardo alle due figure tolte dal lavoro di Sano del 1898 ed a quelle della sua recente monografia

(1904), ove con ingegnoso artifizio è resa assai evidente la topografia reciproca dei nuclei sia nel senso longitudinale che in quello trasversale. Per attraente che sia lo schema così concepito e rappresentato, è troppo chiaro che esso non regge, nè nel suo concetto fondamentale, nè nelle sue linee generali, nè tampoco nei suoi dettagli. (V. le figure 149, 150, 151, 152).

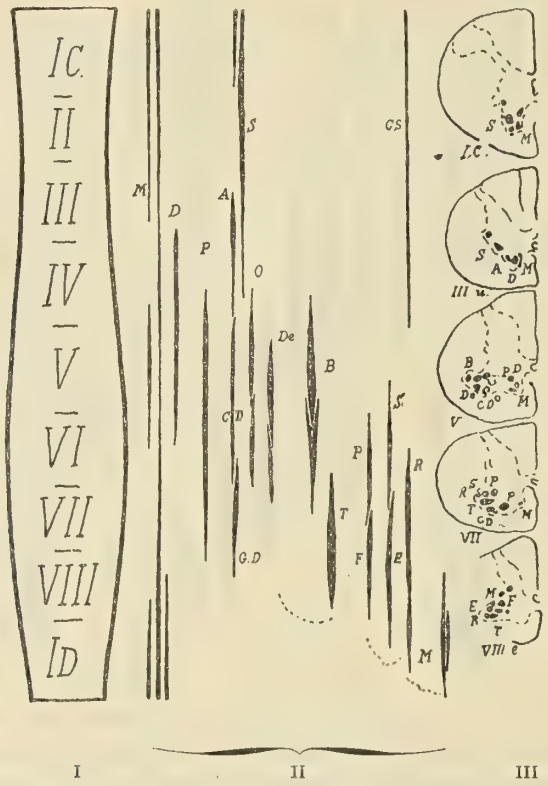


Fig. 151. — Il nuovo schema proposto da Sano (1904) per le proiezioni muscolari nel ringonfiamento cervicale del midollo spinale dell'uomo. — I, II, III, (come nella fig. 149).

Leggenda della figura 151.

M, nuclei mediani: muscoli rotatori del capo, m. grande complesso, m. splenio. — *D*, nucleo del m. del diaphragma. — *P*, nucleo dei m. m. pettorali. — *A*, nucleo dei m. m. angolare, romboide (dorsalmente), scaleni (medialmente). — *G. D*, m. grande dentato (al 5° segm.). — *S*, nucleo del m. sternocleido-mastoideus, trapezio (lateralmente). — *O*, muscoli dell'omoplata: sopraspinato, infraspinato, sottoscapolare. — *D*, m. m. deltoide, grande e piccolo rotondo. — *B*, muscoli della regione anteriore del braccio: coracobrachiale, bicipite, brachiale anteriore (lateralmente). — *I*, m. tricipite del braccio. — *P*, muscoli pronatori, grande e piccolo palmare, m. m. cubitali. — *E*, muscoli flessori della regione bracchiale anteriore. — *S*, muscoli supinatori. — *E*, muscoli estensori della regione posteriore del braccio. — *R*, muscoli radiali; nella parte caudale del nucleo: abduttore breve del pollice (?). — *M*, muscoli dell'eminenza tenar ed ipotenar, interossei. — *G. S*, i nuclei del Gran Simpatico sono rappresentati soltanto nei segmenti craniali. Nell'8° segm. cervicale comincia nel corno laterale un altro nucleo, che si biforca; poi un terzo nucleo si aggiunge ad essi.

Il concetto fondamentale che ogni muscolo abbia il suo nucleo d'innervazione midollare individuale e più o meno ben delimitato, è evidentemente in opposizione con tutto quanto ho esposto finora sull'origine filogenetica ed ontogenetica dei muscoli. Gli individui muscolari adulti dei vertebrati superiori si compongono di porzioni di materiale contrattile, provenienti da parecchi miomeri embrionali: da 2 a 7. Abbiamo

dimostrato che questo fatto trova la sua espressione nell'innervazione spinale dei muscoli che ricevono fibre appunto da tante radici motorie quanti sono i miomeri primitivi dai quali essi stessi sono derivati. I muscoli rappresentano, come abbiamo visto nel capitolo VI, formazioni tutt'altro che costanti, rispetto alla loro origine metamerica. Abbiamo visto che in ispecie animali vicine, e perfino nella stessa

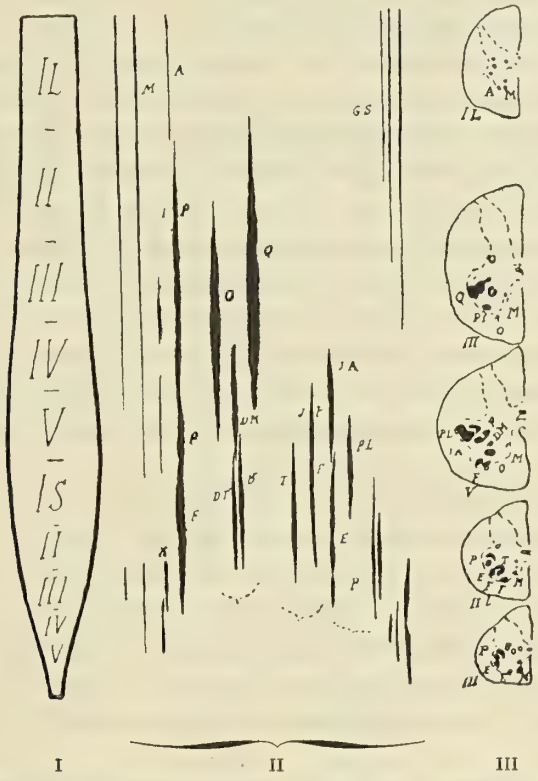


Fig. 152. — Il nuovo schema proposto da Sano (1904) per le proiezioni muscolari nel rigonfiamento lombo-sacrale nel midollo spinale dell'uomo. — I, II, III (come nella fig. 150).

Leggenda della figura 152.

M, nuclei mediani; muscoli della colonna vertebrale. — *X*, nucleo di Onuf. — *A*, muscoli addominali. — *I. P*, m. m. psoas, illiacus (più caudalmente), sartorius (medialmente), tensor fasciae latae. — *F*, m. m. glutaeus medius, minimus; più caudalmente: glutaeus maximus, gemelli, pyriformis. — *O*, muscoli innervati dal nervo otturatorio, m. pettineo, m. grande adduttore. — *D. M*, m. semi-membranosus. — *D. T.*, m. semi-tendinosus. — *B. M*, biceps surae. — *Q*, m. quadriceps femoris. — *T*, m. triceps surae. — *J. P*, m. sureus posterior. — *F*, muscoli flessori nella regione posteriore della gamba. — *P. L.*, muscoli peronei laterali. — *P*, muscoli del piede. — *G. S*, i nuclei del Gran Simpatico sono stati disegnati sulle sezioni mediante cerchietti vuoti

specie, i medesimi muscoli ben definiti anatomicamente possono provenire da complessi miomerici diversi. Quei medesimi muscoli hanno dunque volta per volta un nucleo spinale di diversa composizione. Cioè, le cellule ganglionari motrici che nel midollo hanno il loro ordinamento proprio, sono in rapporto d'innervazione fisso, con dati miomeri, indipendentemente dai muscoli che nell'individuo adulto si svilupperanno da quei miomeri.

Il concetto fondamentale dell' ordinamento delle cellule cornuali, è dunque quello segmentale e metamerico. La costellazione degli organi periferici non ha un rapporto fisso coll'ordinamento cellulare del midollo.

Questa obbiezione al concetto fondamentale di Sano è naturalmente anche applicabile a quello di Marinesco ed *a fortiori* a quello di Van Gehuchten, mentre è d'accordo colle vedute di Lapinsky e di Déjérine, ed in parte anche con quelle di Bikeles.

Fin qui l'analisi della parte dottrinale della tesi di Sano. Alcune parole sulle linee generali e sui particolari dei suoi schemi.

Ammesso pure il principio che ogni nucleo abbia il suo centro individuale, è inammissibile che questo sia rappresentato da una colonna ininterrotta nel midollo spinale, perchè la maggior parte dei muscoli hanno origine polimerica ed innervazione quindi pluriradicolare. Le loro cellule motrici si trovano quindi in più segmenti spinali, da 2 a 7. Ora, se ogni centro fosse costituito da una colonna continua, il midollo spinale dovrebbe avere estensione assai maggiore del vero, per contenere tutte quelle colonne l'una accanto all'altra nei varî segmenti. Le radici motorie del rigonfiamento cervicale (5, 6, 7, 8, cerv., 1, tor.) innervano circa 60 muscoli, che sono nella loro stragrande maggioranza dimeri ed anche trimeri. Le loro singole colonne nucleari si dovrebbero dunque estendere per almeno due segmenti spinali in media. Distribuiti sui cinque segmenti del rigonfiamento, s'avrebbe che in ogni segmento di esso dovrebbero trovar posto non meno di $\frac{60 \times 2}{5} = 24$ colonne nucleari. Ora, a meno che ogni colonna non si voglia considerare come costituita da una fila di cellule uniche sovrapposte, ciò è insostenibile: in nessun punto del midollo la sezione trasversa rivela 24 nuclei nel corno ventrale. Sano stesso ammette che le colonne nucleari siano come interrotte in molti punti. Basta allargare questo concetto perchè ne venga modificato del tutto l'originale significato, per accostarsi al concetto, che ogni muscolo ha sparso nel midollo le cellule gangliari che dànno origine alle fibre radicolari motrici che lo innervano.

Finalmente, per i dettagli di fatto rimane da notarsi che i dati di Sano riguardo al livello d'innervazione dei varî muscoli, non s'accordano sempre con quelli ottenuti prima o dopo di lui, con più esatto metodo. Ma quelle divergenze di dettaglio hanno minore importanza perchè determinate dalla natura del materiale di ricerca, che *a priori* doveva escludere una minuziosa esattezza di risultati. In ogni modo riproduco anche gli schemi recenti che Sano ha disegnati in base ad ulteriori ricerche sue e d'altri autori. (V. fig. 151, 152).

Mi sono fermato alquanto più a lungo a proposito di Sano, perchè i suoi lavori accurati e diligenti meritano, a mio giudizio, molta considerazione, per quanto non si possa accettarne senz'altro le vedute ed i risultati.

Ora passiamo oltre. Poco dopo la prima osservazione di Sano, anche Van Gehuchten, in collaborazione con De Buck (1898), comunicò la sua prima osservazione sull'argomento. Si trattava di un caso di disarticolazione della gamba al ginocchio. Dopo seguirono altre numerose ricerche sue in collaborazione con Nelis, De Neeff, Lubouschkine. Le conclusioni del primo lavoro sono le seguenti:

1. I nuclei d'innervazione dei muscoli della gamba e del piede occupano la parte

posteriore delle corna ventrali del midollo e si stendono dalla parte superiore del 5° segmento lombale fin verso l'estremo inferiore del 4° segmento sacrale. 2. Esistono due grandi nuclei d'innervazione di questo segmento dell'arto inferiore. Un primo assai grande, suddiviso probabilmente in più parti, si stende dal limite superiore del 5° s. l. alla parte inferiore del 3° s. s. Un secondo nucleo pure assai voluminoso verso la sua metà e che sembra unico, comincia dietro il primo, dal 1° s. s. e si stende fin all'estremo inferiore del 4° s. s.

Più tardi Van Gehuchten insieme a Nelis (1899) potè completare la sua prima osservazione; si trattava d'un'amputazione bilaterale del piede al di sopra del malleolo. In quel caso, dei due nuclei innervatori della gamba e del piede, quello superiore era normale, ma quello inferiore postero-laterale secondario, che si stendeva dal 2° al 4° segmento sacrale era totalmente in cromolisi. Van Gehuchten, basandosi su quei reperti, afferma che il gruppo postero-laterale primario che si trova nel 5° s. l. e nel 1°, 2°, 3° s. s. rappresenta il nucleo innervatore della gamba, mentre quello postero-laterale secondario, che si trova nel 2°, 3°, 4° s. s. rappresenta il nucleo del piede. In un terzo lavoro poi Van Gehuchten in collaborazione con De Neeff (1900), viene a localizzare il nucleo della coscia, sul reperto del midollo di un ragazzo di 17, anni cui qualche settimana prima della morte era stata amputata appunto la coscia. Si trovò cromolisi oltre che nelle colonne nucleari precedentemente stabiliti quali nuclei del piede e della gamba, in due nuclei distinti, situato l'uno nel 2°, 3°, 4° s. lombale, l'altro nel 5° s. l. e nel 1° e 2° s. sacr., forse in continuazione del primo.

Basandosi sul confronto di varî dati utilizzabili di altri autori, Van Gehuchten progetta in quello stesso lavoro uno schema delle colonne nucleari del midollo lombo-sacrale. Riproduco la figura relativa (fig. 153).

Tratteniamoci ora un po' più a lungo sulle conclusioni dottrinali esposte da Van Gehuchten nei suoi lavori sulle localizzazioni in base alle osservazioni descritte. Van Gehuchten insiste sul fatto che nei nuclei da lui trovati si trovino riunite rispettivamente le cellule motrici di tutti i muscoli dei tre segmenti artuali. Ivi si trovano quindi riunite rispettivamente tutte le cellule d'origine dei nervi motorî che si recano ad essi. Ne nasce di conseguenza che nè i muscoli (Sano), nè i nervi (Marinesco e scolari) abbiano nuclei o colonne gangliari distinti. Il criterio ordinativo, secondo il quale sono raggruppate le grosse cellule motrici nelle corna ventrali, non è dunque da cercarsi nell'ordinamento del sistema muscolare e nemmeno in quello dei tronchi nervosi periferici, ma bensì nella segmentazione articolare degli arti.

« La localizzazione motrice spinale è una localizzazione dei segmenti degli arti ». Ecco l'aforisma di Van Gehuchten. È evidente che neanche questo concetto regge di fronte ai postulati della dottrina segmentale. Le divisioni anatomiche degli arti — i segmenti artuali — non hanno nessun rapporto coi segmenti primitivi del corpo. Ogni segmento artuale contiene i derivati di parecchi miomeri e di parecchi dermatomeri primitivi migrati, del tutto o in parte sull'abbozzo artuale. È destituita di ogni fondamento la supposizione che le cellule nucleari spinali di quelle porzioni di miomeri che nell'adulto si vengono a trovare sull'arto, abbiano a costituire gruppi distinti e separati nel midollo.

A questo proposito è opportuno fare una breve digressione. Se noi esaminiamo i criterî secondo i quali si possono supporre disposte in nuclei, le cellule motrici spinali, l'unico ordinamento che si potrebbe *a priori* supporre, sarebbe quello che distinguesse due grossi nuclei ganglionari, uno per tutti quei muscoli che sono innervati

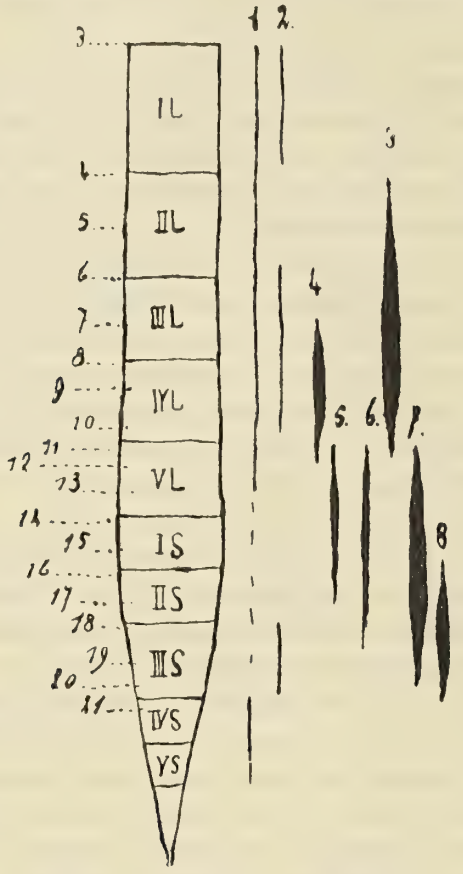


Fig. 153. — Schema dei nuclei motori del rigonfiamento lombosacrale nel midollo spinale dell'uomo, secondo Van Gehuchten.

Leggenda della figura 153.

1, colonna e nucleo cellulare antero-interno, muscoli della colonna vertebrale, cioè quelli che circondano il tubo neurale primitivo. — 2, col. o nucleo antero-esterno del midollo toracico e del 1° segmento lombale, muscoli della cavità splancnica: muscoli toracici ed addominali. — 3, colonna o nucleo antero-esterno, muscoli della coscia. — 4, colonna o nucleo centrale, diaframma pelvico, muscolo elevatore dell'ano. — 5, colonna o nucleo centrale, muscoli della coscia. — 6, colonna o nucleo antero-esterno, muscoli della cintura pelvica (psoas, iliacus, gemelli, pyramidalis, obturatoris, glutaei). — 7, colonna o nucleo postero laterale del 5° segmento lombale e del 1°, 2°, (3°) segmento sacrale, muscoli della gamba. — 8, colonna o nucleo postero-laterale del 2°, 3°, (4°) segmento sacrale, muscoli del piede.

dai rami della divisione posteriore o dorsale del nervo spinale, ed un altro per tutti i muscoli innervati dai rami nervosi dei tronchi laterale e ventrale.

Questa divisione nell'innervazione è l'espressione del processo di divisione subìta dai somiti primitivi e per il quale si scindono in due porzioni, una dorsale, dalla quale deriva la musculatura dorsale ed una ventrale dalla quale deriva la muscula-

tura laterale e ventrale. Che questa divisione possa aver lasciato traccia nel midollo è ammissibile, e realmente un accenno di tale localizzazione, forse, si può trovare nel fatto sostenuto da quasi tutti gli autori, i quali si sono occupati della questione, che nell'angolo mediale ed anteriore (ventrale) del corno ventrale si trova il centro dei muscoli della colonna vertebrale, innervati appunto dalle divisioni primarie posteriori (dorsali) dei nervi spinali. Gli altri muscoli, innervati dalle divisioni primarie ventrali (anteriori) potrebbero dunque essere localizzati nella porzione rimanente, cioè posteriore (dorsale) del corno. Ma neanche questa semplice e rudimentalissima localizzazione sembra reggere allo sperimento, come risulta dai risultati contradittori delle ricerche dei diversi autori sicchè per ora sembra doversi concludere che non esiste nel midollo spinale un ordinamento qualunque che rifletta un ordinamento di determinati sistemi periferici anatomicamente definiti come muscoli, nervi, segmenti artuali. Anche la teoria di Van Gehuchten dunque è da ritenersi prematura ed erronea.

A questo punto è indispensabile fare ancora una digressione. Basandosi sui fatti comunicati da Van Gehuchten, l'insigne neurologo francese Brissaud (1900) ha creduto poter allargare e completare la teoria segmentaria emessa dal morfologo belga.

Ho già analizzato nel capitolo VIII il modo curioso nel quale Brissaud concepisce la metameria; la sua dottrina relativa, più che un sistema d'induzioni obbiettive e logiche, sembra veramente una brillante ed infondata fantasia. Su di essa qui non ritornerò, ma la parte che concerne la localizzazione motrice spinale, nell'uomo, deve trovar qui breve menzione.

Brissaud crede poter concludere dalle osservazioni anatomo-patologiche di Van Gehuchten che nei rigonfiamenti spinali, le colonne cellulari che innervano i segmenti degli arti abbiano una disposizione rispettiva regolare secondo il seguente criterio. Le colonne innervanti i segmenti più prossimali dell'arto cominciano un po' più in alto e giacciono anteriormente e medialmente nel corno ventrale. Le altre colonne, per i segmenti artuali più distali, cominciano man mano più in basso e vengono a giacere a mano a mano più posteriormente e lateralmente. Per esempio il rigonfiamento cervicale viene diviso così in un certo modo, in tante fette che giacciono l'una accanto all'altra, come appare chiaramente dalla fig. 140. Brissaud illustra questo concetto con due altre figure (v. fig. 154) ove egli ha disegnato una sezione trasversa schematica del midollo toracico dell'uomo entro una sezione simile presa nel rigonfiamento cervicale, ed una nel rigonfiamento lombosacrale. Siccome in tale disposizione la sostanza grigia dei due rigonfiamenti sporge assai oltre ai limiti di quella del tratto toracico, Brissaud afferma che soprattutto in corrispondenza alle corna ventrali queste figure fanno « divinare il processo di accrescimento laterale che corrisponde alla metamerisazione secondaria dell'asse spinale ». L'artifizio è ingegnoso, non meno però che puerile, perchè è manifesto che dal confronto di due figure, rappresentanti gli stadi terminali dello sviluppo del midollo, cioè dell'aumento numerico degli elementi cellulari nervosi della sostanza grigia, non si può concludere a priori che l'eccedenza di volume delle corna lombosacrali, sia dovuto ad un processo di *appositio* piuttosto che di *intussusceptio* rispetto alle corna toraciche. Anzi, dato che Brissaud non voglia sostenere che i « metameri spinali secondari » si siano sviluppati *ex nihilo* ed addossati alle corna toraciche, sembra senza altro indiscuti-

bile che l'aumento in estensione delle corna delle intumescenze, sia dovuto, nell'epoca della formazione embrionale degli arti, ad una attiva moltiplicazione di tutto il complesso cellulare cornuale preesistente, per la quale ha avuto luogo un accrescimento « per intussuscezione » della sostanza grigia in tutte le dimensioni, sicchè non vi è luogo di parlare di una « apposizione » di fette secondarie ad una colonna cellulare primaria.

Abbiamo visto che questa divisione del midollo in fette longitudinali assume per Brissand la dignità di « metameria secondaria » corrispondente alla « metameria secondaria degli arti » (cioè i segmenti « naturali », cioè articolari di Van Gehuchten). Brissaud, che in sulle prime si contentò soltanto di prendere argomento dai lavori altrui,

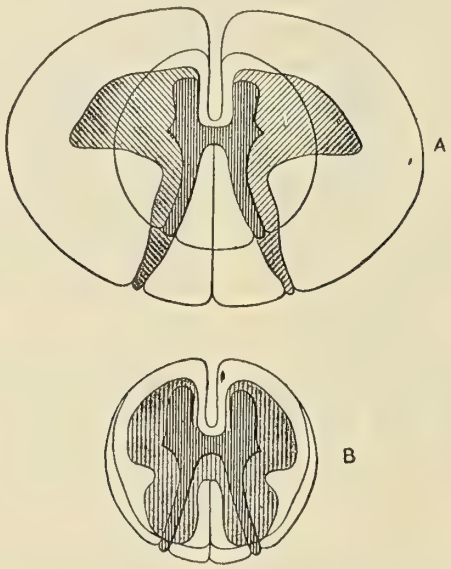


Fig. 154. — Sezione schematica di midollo spinale toracico dell'uomo disegnato entro una simile sezione: — A, del rigonfiamento cervicale: — B, del rigonfiamento lombo-sacrale. Da Brissaud.

nel 1903 pubblicò una ricerca sperimentale propria, che tratteremo nel capitolo XII. Un breve accenno intanto già qui mi pareva necessario. È inutile aggiungere che come è priva di fondamento la teoria di Van Gehuchten, *a fortiori* è inammissibile quella di Brissaud.

De Buck (1902) finalmente, dopo aver con Van Gehuchten collaborato a gettar le basi della teoria segmentaria, più tardi si pronunziò recisamente contro di essa e si accostò piuttosto all'interpretazione seconda, di Marinesco e discepoli, cioè al concetto delle localizzazioni « funzionali », cioè di complessi muscolari sinergici, nel midollo spinale. In base alle sue ricerche di anatomia patologica, De Buck ha compilato gli schemi che qui riproduco e la cui leggenda non richiede ulteriore spiegazione. Nel seguente capitolo poi mi occuperò della teoria di Marinesco e della critica applicabile ad essa. Qui mi limito a riportare la figura schematica delle proiezioni spinali dei gruppi muscolari sinergici dell'uomo secondo De Buck (fig. 155,156).

Ho esaurito di trattare degli autori che hanno formulate le teorie più complesse sulle localizzazioni spinali. Ora rimangono da nominare ancora due autori, le cui osservazioni di istologia patologica del midollo sono atte ad aumentare degnamente il numero dei fatti più o meno controversi posseduti finora sulle localizzazioni spinali.

Bruce (1901), del quale abbiamo già menzionato il magnifico atlante topografico del midollo spinale, ha pure dato due importanti osservazioni di lesioni spinali per

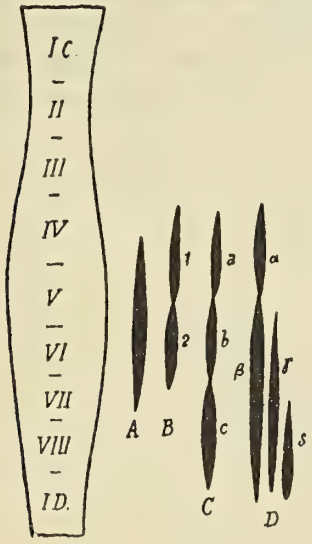


Fig. 155. — Schema delle proiezioni funzionali nel rigonfiamento cervico-brachiale del midollo spinale dell'uomo, secondo De Buck.

Leggenda della figura 155.

A, gruppo centrale, muscoli pettorali, adduzione del braccio. — *B*, gruppo antero-esterno (laterale) 1, m. grande dentato, 2, m. grande dorsale. — *C*, gruppo intermediario; *a*, nervo soprascapulare; *b*, nervo ascellare; *c*, muscolo tricipite. — *D*, gruppo postero-laterale; α, muscoli anteriori del braccio; β, flessione dell'avambraccio; γ, estensione dell'avambraccio. — δ, muscoli della mano.

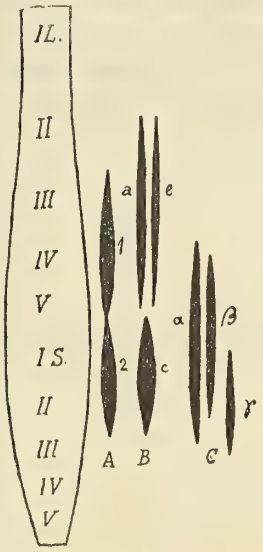


Fig. 156. — Schema delle proiezioni funzionali nel rigonfiamento lombo-sacrale del midollo spinale nell'uomo, secondo De Buck.

Leggenda della figura 156.

A, gruppo centrale, 1, nervo piccolo sciatico, muscolo grande gluteo; 2, muscoli flessori della regione posteriore della coscia. — *B*, gruppo antero-esterno (laterale) ed intermediario; *a*, coscia; estensione della articolazione del ginocchio (quadricipite); *b*, coscia (adduttori); *c*, natica (rotazione ed adduzione). — *C*, gruppo postero-laterale. — α, sottogruppo postero-laterale interno: flessione della gamba; β, sottogruppo postero-laterale esterno: estensione della gamba; γ, sottogruppo postero-laterale: flessione del piede (soltanto?).

amputazioni. Nell'uno dei casi si trattava di amputazione sopra il ginocchio; nell'altro di disarticolazione della coscia. Dai risultati rilevo che certi muscoli, come l'ilio-psoas, il pettineo, il piccolo e medio gluteo, e forse anche il tricipite crurale, hanno il loro centro spinale in due gruppi diversi del midollo, cioè nel gruppo antero-laterale e nel postero-laterale. Pel resto le risultanze topografiche che riguardano il livello spinale dei varî centri dei muscoli concordano interamente coi dati che, come vedremo, gli sperimentatori ed i clinici hanno trovato per l'innervazione radicolare di quei muscoli. Che ogni muscolo o nervo che sia, debba avere i suoi centri nei segmenti omonimi delle radici, dalle quali è innervato, è cosa che pare d'una logica

evidente. Pur tuttavia, per importante che sia questo postulato, la maggior parte degli autori che si sono occupati delle localizzazioni motrici, hanno sorvolato su questo punto e dato poca importanza ai numerosi lavori sperimentali, anatomici ed anche clinici, che hanno ricercato i rapporti innervativi radicolari. Giustamente Déjérine s'è opposto alle ipotesi avventate, agli schemi troppo arbitrarî compilati per le localizzazioni spinali ed il suo aforisma: « la localizzazione motrice spinale è una localizzazione puramente radicolare e quindi segmentale », è l'espressione esatta ed ultima delle nostre attuali conoscenze e delle induzioni verosimili sull'argomento, almeno per quel che riguarda l'uomo. Per ritornare a Bruce, rilevo che lo schema che egli dà dei gruppi o colonne cellulari del midollo lombo-sacrale è assai simile a quello

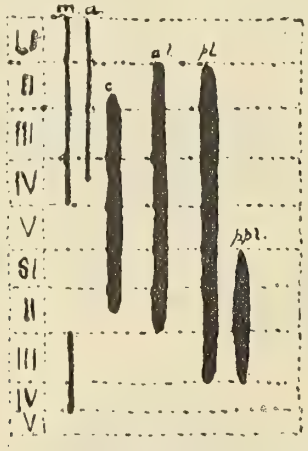
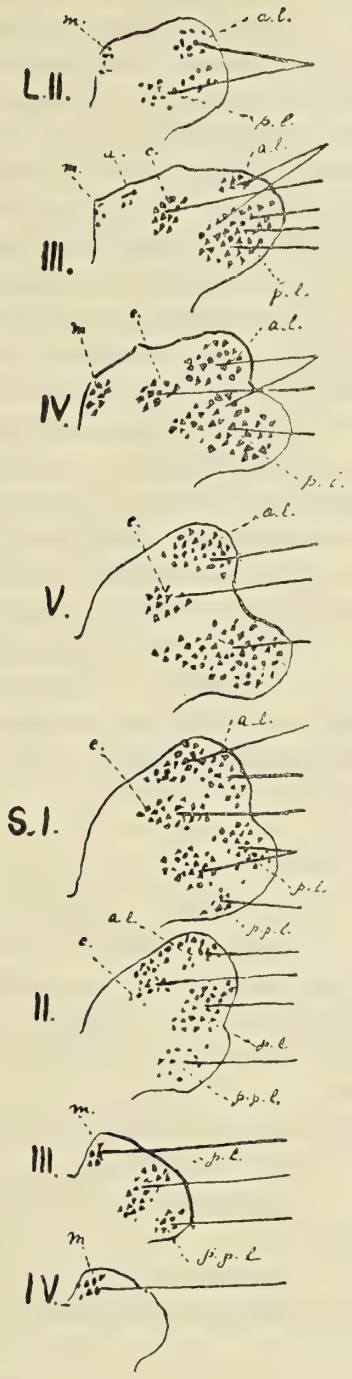


Fig. 157. — Schema delle proiezioni spinali dei muscoli dell'arto inferiore dell'uomo: le colonne nucleari proiettate in un piano longitudinale, secondo Bruce.

Leggenda della figura 157.

m, colonna mediale. — *a*, col. anteriore. — *c*, colonna centrale. — *a. l*, colonna antero-laterale. — *pl*, colonna postero-laterale. — *p. pl*, colonna post-postero laterale.

dato da Van Gehuchten. Ma però vi sono differenze notevoli. Cosí la colonna postero-laterale, secondo Van Gehuchten non risale che fino a tutto il 5° segmento lombare, mentre Bruce fa ad essa raggiungere il 1° segmento lombare. Per quel che riguarda le localizzazioni motrici sembra che Bruce ammetta senz'altro l'esistenza di centri per piede, gamba,coscia, ecc.; almeno ciò appare dalla sua figura e dai termini da lui usati, sebbene non si pronunzi in proposito. Anch'egli dunque sarebbe in un certo modo da ascriversi ai seguaci della teoria segmentaria degli arti del neurologo belga. Noto ancora che dalle figure che dà e dai reperti che comunica, per Bruce si verifica in un certo modo la pretesa regola di Brissaud, che i « centri » per i segmenti più distali degli arti giacciono nel midollo sempre più bassi e più postero-esterni di quelli per i segmenti più prossimali. Bruce ritiene erronea l'opinione emessa da Kaiser ed accertata da quasi tutti gli autori, che la colonna mediana sia innervatrice dei muscoli assili del corpo. (V. le figure 157, 158).



psoas iliacus et pectineus.

psoas iliacus et pectineus.

obturator externus.
gluteus medius, minimus.
sartorius.
quadriceps (?).

quadriceps (?).

obturator externus.
gluteus medius, minimus.
adductores.

rotatores externi femoris (gluteus medius, minimus).

flessori del ginocchio.

muscoli del polpaccio e muscoli estrinseci del piede.

gluteus medius minimus.

rotatores externi femoris.

flessori del ginocchio.

muscoli del polpaccio e muscoli estrinseci del piede.

muscoli intrinseci del piede.

rotatores externi femoris.
flessori del ginocchio.
muscoli del polpaccio e muscoli estrinseci del piede.

muscoli intrinseci del piede.

muscoli della vescica e dell'uretra.

muscoli estrinseci del piede.

» intrinseci »

levator et sphincter ani.

Fig. 158. — Schema delle proiezioni spinali dei muscoli dell'arto inferiore dell'uomo: nuclei motori del rigonfiamento lombo-sacrale come appaiono in sezioni trasversali, secondo Bruce.

Leggenda della figura 158.

m, gruppo mediale. — *a. l*, gruppo antero-laterale. — *p. l*, gruppo postero-laterale. — *p. p. l*, gruppo post-postero-laterale. — *e*, gruppo centrale. — *a*, gruppo anteriore.

Un altro contributo importante all'anatomia microscopica del midollo spinale nelle atrofie muscolari congenite, venne dato da Obersteiner (1902). Questi esaminò il midollo d'un uomo di 48 anni che aveva a destra atrofia quasi totale dei muscoli sterno-cleido-mastoideo, cucullare (porzione clavicolare), sopra- ed infraspinati e romboidei. Obersteiner fece una serie continua di più di 800 sezioni dal 4° segmento cervicale fino al 1° toracico (inchiuso). I risultati dell'esame furono quasi completamente negativi come tentativi di localizzazione, ma preziosissimi come contributo di critica alle ricerche del genere. Obersteiner rileva che il numero totale delle cellule contate varia talmente a destra e sinistra nelle stesse regioni e nelle diverse sezioni, anche immediatamente successive, che non è possibile basare nessuna ipotesi localizzatrice sulle differenze numeriche constatate. Di più egli osserva che queste variazioni numeriche che si rilevano a carico di varî gruppi ganglionari delle corna ventrali, si riscontrano sempre, per tutta la lunghezza di qualunque midollo normale. Come illustrazione egli dà due figure di sezioni trasverse, prese arbitrariamente nel 5° segmento cervicale, l'uno del caso in questione, l'altro d'un suicida normale. A giudicare dalla grandezza delle corna ventrali e del numero rispettivo delle cellule, si riterrebbe senza dubbio patologico il preparato normale, e normale quello patologico. Le conclusioni che scaturiscono dal lavoro di Obersteiner sono, in particolare, che nel suo caso non si potè stabilire con certezza alcuna alterazione realmente patologica, cioè, manifestamente eccedente dall'àmbito delle accennate variazioni individuali, ed in generale, che è necessario conoscere un po' meglio appunto quelle variazioni individuali prima di potersi pronunziare sulla natura vera delle supposte anormalità strutturali nel midollo spinale.

Riassunto del capitolo.

Ho riunito a tabella i dati riguardanti il livello spinale e l'estensione longitudinale nonchè la sede in sezione trasversale delle lesioni midollari osservate da varî autori (tab. 43, 44). È evidente che di tutti quei risultati molti sono indeterminati, molti anche erronei, e la motivazione dettagliata di questo giudizio è stata data estesamente nel testo del capitolo. In ogni modo riassumendo obiettivamente le varie opinioni moderne più spiccate, concludo:

1. Le alterazioni spinali, causali o consecutive a lesioni d'organi periferici si prestano ad una localizzazione grossolana di quegli organi periferici nel midollo.

2. Secondo Marinesco (prima opinione) gli organi più nettamente localizzabili in nuclei distinti, sono le vie nervose periferiche.

3. Secondo Van Gehuchten invece sono i « segmenti » degli arti.

4. Déjérine crede che non sia dimostrabile nel midollo spinale altra localizzazione che quella radicolare.

5. De Buck accetta la seconda opinione di Marinesco, ammettendo che nel midollo spinale siano localizzati complessi funzionalmente sinergici di muscoli.

6. Obersteiner ritiene che moltissime pretese localizzazioni siano basate su varietà individuali nel numero e nel raggruppamento delle cellule nervose nel midollo, varietà che, troppo poco note, vennero talvolta interpretate per scomparsa patologica degli elementi.

CAPITOLO XII.

Le proiezioni spinali degli organi periferici, studiate con metodi di anatomia microscopica sperimentale.

Le ricerche sperimentali relative alle proiezioni spinali degli organi periferici sono di antica data.

Già Vulpian fece ricercare da Philippeaux (1869) se il taglio di un grosso tronco nervoso desse alterazioni spinali, simili a quelle osservate nell'uomo consecutive all'amputazione di un arto. Philippeaux tagliò lo sciatico ed il crurale in 3 conigli giovani. Egli lasciava sopravvivere gli animali un tempo che variava dai 34 ai 60 giorni. All'esame del midollo notò assottigliamento dei cordoni dorsali, soprattutto nel rigonfiamento lombale. Anche il corno dorsale era rimpiccolito.

Pochi anni dopo, Prévost (1872) presentò alla Società di biologia di Parigi un topo cui una lesione spinale aveva prodotto degenerazione grassa di un muscolo psoas. Simili sperimenti fecero nello stesso anno Lionville e Joffroy. Anche Hayem (1872) fece ricerche sperimentali ritornando però al metodo Vulpian-Philippeaux. Strappò in due giovani conigli lo sciatico e li tenne in vita per due mesi. All'esame trovò atrofizzato tutto il lato corrispondente del midollo al livello delle paia d'origine dello sciatico. Detta atrofia si mostrava massimamente a carico dei cordoni e delle corna dorsali, ma anche a carico delle corna ventrali. L'alterazione ed atrofia degli elementi cellulari si estendeva fino a circa 2 cm. più in alto del 1° paio d'origine dello sciatico.

Bufalini e Rossi (1876) per i primi iniziarono ricerche nelle quali limitavano la lesione ad un sol paio spinale. In conseguenza non trovarono che alterazioni a carico dei cordoni dorsali. I metodi di colorazione cellulare del tempo, specialmente i preparati al carminio, non permettevano di constatare nelle cellule delle corna ventrali le leggere modificazioni *retrograde* ed *a distanza.*

Mayer (1877) invece ne trovò. Egli studiò su preparati della collezione di Von Gudden; midolli di conigli cui von Gudden aveva poco tempo dopo la nascita tagliato e strappato lo sciatico. Egli trovò atrofia dei cordoni dorsali a diminuzione numerica ed atrofia delle cellule, soprattutto del corno dorsale, ma anche del corno ventrale (specialmente a carico del gruppo postero-esterno) verso la metà e la parte caudale del rigonfiamento lombale.

Erlitzky (1880) fece amputazioni sperimentali sui cani, ma i risultati non portarono nessun vantaggio al nostro argomento.

Più proficuo sembrava a tutta prima il nuovo metodo messo in pratica da Mendel (1887). Anzichè tagliare un nervo egli estirpava in animali giovani un muscolo o lo rendeva inattivo col taglio di un tendine. L'idea era buona, perchè limitava la lesione ad una sola unità anatomica contrattile. Ma i risultati non corrisposero molto.

Essendo piccola la lesione periferica, non era da aspettarsi che la lesione centrale dovesse esser grande. Ora siccome i metodi di tecnica istologica necessitavano

un lungo periodo d'aspetto, perchè le alterazioni strutturali divenissero dimostrabili, e siccome per lo stesso motivo l'operazione si doveva eseguire in animali giovanissimi, si verificavano coll'andar del tempo nella sostanza grigia spostamenti degli elementi cellulari, tali da mascherare, od almeno rendere dubbia la localizzazione dei fatti atrofici limitati a piccoli focolai.

È evidente che ciò non succede, od almeno in minor grado, quando la lesione periferica è più estesa. Epperò Von Sass (1888) dopo aver fatto sotto Schultze un tentativo vano col metodo di Mendel ritornò a quello di Vulpian-Philippeaux, che per gli autori tedeschi ha il nome di Von Gudden, con una piccola serie di sperimenti, tagliando nei conigli e nelle cavie varî nervi, ed impedendone la rigenerazione. Riunisco a tabella i suoi risultati minuti (tab. 45), e do qui le due sue conclusioni generali che sono importanti per il nostro argomento. Egli innanzi tutto stabilisce che i centri d'origine dei nervi da lui tagliati (mediano, ulnare, radiale, sciatico), non hanno « centri » unici continui, ma multipli e discontinui. Poi trova che « i muscoli situati più in alto nell' estremità, hanno corrispondentemente le loro cellule ganglionari delle corna ventrali in tratti più alti del midollo ».

In questo modo confermò Peyer e Krause che, come vedremo, erano giunti allo stesso risultato per via ben diversa. Invece Homèn (1887, 1888, 1890) si servì nuovamente del metodo delle amputazioni sperimentali. La pubblicazione per esteso del suo lavoro (1890) è ricca d'una abbastanza buona rivista della letteratura, cui tolsi parecchi dati. Egli non conosce Von Sass e non trovò alterazioni importanti a carico delle corna ventrali, ma soltanto a carico delle vie sensitive, s'accostò in conseguenza alle conclusioni che Friedlaender e Krause avevano formulate in base ai reperti trovati in amputazioni d'antica data nell'uomo.

Altrettanto sfortunato, come Von Sass, fu pure Lehmann (1890) nella sua ricerca sul nucleo motore del muscolo quadricipite, fatta col metodo di Mendel. Egli estirpava detto muscolo in conigli ed in gatti giovani, anche allo scopo di studiare l'intima natura del riflesso rotuleo. Ma non ottenne un risultato sicuro, perchè tutti i suoi animali morirono anzi tempo. Soltanto in un coniglio potè constatare manifesta atrofia delle cellule del corno ventrale dal lato corrispondente del midollo fra la 5ª e 7ª radice spinale lombale. L'atrofia era più spiccata nei gruppi ganglionari laterali. Lehman credè però poter stabilire in quel punto il nucleo spinale d'origine del nervo crurale.

Noto per incidente che fino a quest'epoca quasi nessuno s'era occupato di verificare quali fatti si dessero a vedere nei gangli intervertebrali dopo lesione del nervo periferico.

Vejas (1853), Joseph (1887), Pregaldino (1887) vi dedicarono uno studio, e costatarono alterazioni a carico delle cellule ganglionari. In questo stesso tempo la comunicazione fatta da Marchi (1886) sul noto suo metodo per render manifeste le degenerazioni cellulifughe nelle fibre nervose diede origine a più lavori. Singer e Münzer (1890) l'applicarono in una ricerca sperimentale tanto al moncone centrale che a quello periferico di un nervo tagliato. L'intento era di stabilire se l'alterazione supposta nel moncone centrale fosse come nel moncone periferico: reale degenerazione. Se ciò fosse, la legge di Waller era inesatta.

Alla questione si connetteva un altro problema assai discusso allora: di qual natura cioè fossero le modificazioni notate dietro lesione del nervo periferico. Se si trattasse di vera degenerazione nel moncone centrale si dovrebbe ammettere che un processo di degenerazione retrograda percorrendo anche il moncone centrale arrivasse fino al centro cosidetto trofico. Se invece non si constatava una vera degenerazione nel moncone centrale, si era propensi ad attribuire ad atrofia per mancata funzionalità, i fatti di modificazione cellulare osservati.

Singer e Münzer non trovarono degenerazione cellulipeta e dichiararono di non aver trovato eccezione alla legge di Waller; Von Hochmar (1887) invece era venuto al risultato opposto.

Darkschewitsch (1892) pure col Marchi esaminò dopo 6 settimane il midollo nel rigonfiamento lombale di cani adulti cui aveva tagliato lo sciatico. Tralascio i suoi reperti per i sistemi di fibre e ricordo soltanto che trovò impiccolite le cellule della parte esterno-laterale del corno ventrale nel lato corrispondente al taglio.

Anche Sherrington (1892) eseguì amputazioni sperimentali. In un gatto dell'età di un mese amputò il piede posteriore di sinistra. Alcuni anni dopo esaminò il midollo e trovò macroscopicamente impiccolito soprattutto il gruppo postero-laterale in tutto il 9° segmento sotto-toracico. Anche il numero delle cellule era ivi notevolmente diminuito. Il numero delle sezioni (35) sulle quali Sherrington si basa è veramente troppo esiguo per fidarsene molto. Ma in ogni modo l'osservazione dell'acuto sperimentatore ha certamente un valore generale grandissimo, e la sua conclusione che il gruppo postero-laterale al livello della 9ª radice sotto-toracica (la quale porta il maggiore efflusso di fibre motrici ai muscoli del piede) rappresenti appunto il centro del piede stesso, è certamente interessante se pensiamo che precede di quasi un decennio le teorie di van Gehuchten e Brissaud.

Van Lair (1891) in un lavoro critico sperimentale al quale ho già accennato, rispetto alle presunte alterazioni midollari dopo amputazioni, viene dopo lungo esame sulla natura dei fatti osservati, alla conclusione che nell'uomo non l'amputazione stessa, ma la malattia che rese necessaria quella, sia da ritenersi come la causa delle modificazioni ed alterazioni trovate. Negli animali egli crede che vi siano lesioni reali soltanto quando l'amputazione o la nevrectomia è stata bilaterale. In un caso nel quale erano stati tagliati i due sciatici in un cane, egli trovò degenerato il gruppo cellulare centrale del corno ventrale. Le conclusioni molto scettiche di Van Lair sono forse in parte giustificate per tutte le ricerche fatte coi vecchi metodi, ma quando Nissl divulgò i suoi, il fatto che nella cellula nervosa avviene una modificazione resa apprezzabile, divenne incontestato (1).

I lavori di Nissl stesso (1890, 1894) sulla questione non hanno diretta importanza per il mio argomento, sicchè accenno soltanto ad essi. Dopo di lui comincia ininterrotta la serie degli autori che in parte per studio di biologia della cellula nervosa, in parte anche nell'intento principale di determinare le localizzazioni spinali, tagliarono, recisero, strapparono od estirparono radici, nervi, muscoli lembi di cute

(1) Sorvolo all'incresciosa polemica avvenuta a questo riguardo tra Van Gehuchten e Marinesco e rispettivi scolari.

ed arti o segmenti artuali. Esaminerò ad uno ad uno i contributi di quegli autori fermandomi di più a quelli che offrono più diretto interesse per il mio argomento.

Onufrowicz (1895) in un lavoro d'intenti anzitutto isto-patologici, diede notizie interessanti sull'ipotesi che nelle corna ventrali il gruppo ganglionare d'origine delle divisioni primarie posteriori (dorsali) si possa distinguere da quello delle divisioni primarie anteriori (ventrali o latero-ventrali) dei nervi spinali. Egli in un gatto tagliò il 9° nervo intercostale che costituisce la divisione primaria ventrale dell'omonimo nervo spinale. Trovò alterate soltanto le cellule dei gruppi laterali e posteriori del corno ventrale al livello corrispondente. Il gruppo ventrale o mediale era intatto. D'accordo con Kaiser e Collins, Onufrowicz ritiene che quel gruppo innervi i muscoli del dorso. Nessun altro fatto importante per le localizzazioni si può ricavare dal lavoro di Onufrowicz.

Un secondo lavoro d'istopatologia che deve esser menzionato qui è quello di Biedl (1897), sul quale però non mi dilungherò perchè in esso non è contenuta nessuna indicazione topografica delle alterazioni cellulari intorno alle quali versa.

Un terzo lavoro simile è quello di Bikeles (1898) che estirpò nel gatto gangli invertebrali nelle regioni lombale e toracica inferiore. Trovò che i collaterali degenerati delle radici dorsali si portano in contatto cogli elementi delle colonne di Clarke e penetrano in parte anche nel corno ventrale, mettendosi in rapporto con tutti i gruppi cellulari; in alcuni preparati a preferenza coi gruppi laterali, in altri coi gruppi mediali. Di altri lavori di Bikeles mi occuperò nella fine di questo capitolo.

Un quarto lavoro da menzionarsi è quello di Marinesco (1898) sulla natura delle modificazioni dei centri nervosi dopo lo strappo di un nervo. In quel lavoro egli definisce quelle modificazioni come reazione a distanza, non vera degenerazione.

Più importante invece è una triade di lavori comparsi press'a poco contemporaneamente ed avente lo scopo comune di localizzare il nucleo d'origine del nervo frenico o del muscolo diaframmatico.

Sano (1898) tagliando il n. frenico nel gatto e nel coniglio trovò dopo circa un mese alterato un certo numero di cellule nel midollo cervicale le quali erano raggruppate sia in senso trasversale sia longitudinale, in modo da formare un vero nucleo individuale. Sano lo chiamò, non nucleo del frenico, ma del diaframma, giusta la sua dottrina delle localizzazioni muscolari nel midollo spinale, desunta da ricerche cliniche. Egli vide che la topografia del nucleo da lui trovato sperimentalmente, corrisponde a quella già da lui ammessa per l'uomo in base ai lavori di Kaiser e di Collins. Esso si estende dalla parte caudale del 3° segmento cervicale a quasi tutto il 6° segmento cervicale e giace fra il nucleo mediale (muscoli dell'asse vertebrale) e quello laterale (muscoli della spalla e del braccio).

Kohnstamm (1898) tagliò il frenico nel coniglio e trovò situato il suo nucleo dalla metà inferiore (caudale) del 3° alla parte superiore (craniale) del 5° segmento cervicale. Per la localizzazione topografica di quel nucleo nelle sezioni trasversali del midollo, traduco la descrizione che dà l'autore stesso.

« Rappresentando schematicamente il corno ventrale all'altezza del nucleo del frenico come un rombo, il cui lato posteriore prolungato divida il canale centrale

in due metà, una ventrale ed una dorsale, se si dimezza il rombo per una linea parallela ai lati mediale e laterale, e si divide quella linea in tre parti uguali, il nucleo del frenico giace costantemente sul limite del terzo anteriore e medio di quella linea ». Nessuna figura accompagna il lavoro di Kohnstamm, ma Sano che ne ottenne un disegno, dice che la localizzazione non corrisponde a quella suggerita da Kaiser, ma che bensì è perfettamente analoga a quella da lui (Sano) ammessa per l'uomo e trovata sperimentalmente nel gatto.

Kohnstamm negò il fatto interessante, sostenuto da Forgue, cioè che la parte anteriore del diaframma che si inserisce al processo ensiforme ed alla 6ª-8ª costola, sia innervata da fibre che nascono dalla parte craniale del nucleo, e che la porzione lombare sia innervata dalla parte caudale di esso.

Finalmente rimane da menzionare Marinesco (1898) che in una Nota presentata da Souques alla Società medica degli Ospedali di Parigi comunica d'aver tagliato il n. frenico nei cani e nei conigli. Gli fu possibile in tal modo di localizzare il nucleo, che, secondo lui, s'estende dalla parte inferiore del 4° segm. cervicale alla metà inferiore del 6° segm. cervicale. Esso occupa presso a poco il centro del corno ventrale. Dalle ricerche independenti dei tre autori citati parrebbe dunque che il nervo frenico od il muscolo del diaframma, abbia realmente un nucleo individuale e nettamente delimitato nel midollo cervicale. A mia saputa non esiste nessun lavoro posteriore di controllo in proposito, sicchè convien accettare il fatto, non senza rammentare però che tutte le altre localizzazioni date con altrettanta sicurezza e con maggior o minor accordo dalla stessa schiera di autori: Sano, Marinesco e scolari, Van Gehuchten e scolari, sono stati dimostrati erronei dai lavori di controllo di Knape prima e poi da quelli diligentissimi di Lapinsky e Bikeles. Fatta questa riserva ora passiamo innanzi ed abbordiamo i lavori di Marinesco e discepoli.

Ho già detto che il neurologo di Bucarest tendeva ad ammettere nel midollo la localizzazione nucleare più o meno netta dei nervi periferici. Dopo il suo primo lavoro già analizzato sul centro del frenico, una serie di comunicazioni sue e dei suoi allievi Parhon, Goldstein, Popesco, Savu, diedero conto d'un insieme interessante di ricerche di anatomia microscopica sperimentale.

Riassunta nelle sue grandi linee la primitiva dottrina di Marinesco si può enunziare nei seguenti postulati:

1. I nervi delle estremità hanno nel corno ventrale del midollo un nucleo principale e nuclei accessori. 2. I limiti di questi nuclei non sono sempre nettissimi. 3. I nuclei dei nervi che innervano più segmenti artuali non costituiscono una colonna unica e indivisibile, ma una colonna che si biforca nel suo decorso. 4. I raggruppamenti cellulari nelle corna ventrali rappresentano in un certo modo combinazioni funzionali sinergiche. 5. Quell'ordinamento in gruppi si può concepire avvenuto per il principio di teleologia meccanica espresso da Ramon y Cajal, colla triplice legge dell'economia di tempo, di spazio e di materiale protoplasmatico.

Dai risultati di dettaglio delle ricerche di Marinesco rilevo ancora tre che hanno interesse generale.

6. I nuclei del mediano e dell'ulnare formano confusi insieme un sol gruppo. 7. La forma ed estensione dei gruppi cellulari che appariscono al taglio trasversale

del midollo variano, non solo nei varî segmenti, ma nello stesso segmento da sezione a sezione. 8. Quando si strappano tulti i nervi che costituiscono il plesso brachiale (cane, coniglio), entrano in reazione tutte le cellule, anche dei gruppi antero-interni (mediali).

Ho cercato di riunire a Tabella i dati di fatto risultanti dei lavori di Marinesco, sia per quel che riguarda le localizzazioni dei nuclei d'origine dei nervi, sia per l'ordinamento dei gruppi cellulari nelle corna ventrali del rigonfiamento cervicale (Tabella 46, 47).

Ora passiamo ai lavori sperimentali degli allievi del neurologo di Bucarest. Parhon in collaborazione ora con Goldstein, ora con Popescu, ora con la signora Parhon, ha pubblicato una serie di ricerche di localizzazione in base ad estirpazioni muscolari e resezioni nervose. Non è possibile dar conto ad una ad una di quelle ricerche. Ho cercato d'esporre in due tabelle i risultati dei loro lavori (Tabella 48, 49) ed aggiungo alcune parole su i loro concetti teorici, riguardo la localizzazione motrice spinale. Per Parhon e suoi collaboratori, sulle traccie di quanto ultimamente ebbe ad esprimere Marinesco nel congresso medico a Karlsbad (1902), il criterio direttivo secondo il quale sono ordinate le cellule ganglionari nelle corna ventrali, è funzionale nel senso che gli aggruppamenti semplici o composti, primarî o secondarî delle cellule cornuali, sono l'espressione di complessi funzionali periferici più o meno semplici. Ogni muscolo a funzione isolata ed individuale, ha nel midollo il suo centro distinto ed individuale. Ogni nervo che presiede ad una data unica ed individuale funzione ha nel midollo il suo nucleo distinto ed unico. Ogni gruppo muscolare, funzionalmente connesso (come i flessori e gli estensori dell'avambraccio) hanno il loro gruppo distinto e complessivo. Perfino negli animali (cane) certi segmenti artuali come il piede, colla sua massa muscolare prevalentemente palmare, ha la sua colonna propria nel midollo. D'altra parte i muscoli a funzione comune hanno centro comune, come abbiamo già visto per i flessori e gli estensori. Così i nervi a funzione comune, come il mediano e l'ulnare (flessori dell'avambraccio) hanno nucleo comune, mentre invece nervi che innervano muscoli a funzione diversa come l'accessorio (sternocleidomastoideo e cucullare) hanno due nuclei distinti. I segmenti artuali, nella loro grande maggioranza composti di complessi funzionali diversi, non hanno gruppo o colonna unica e distinta. Con tale teoria si viene a dare un tentativo di conciliazione di alcune svariate teorie concesse precedentemente. La dottrina di Sano: « ogni muscolo ha il suo centro », viene accettato ma *sub conditione:* purchè abbia funzione isolata. Parimenti l'impressione generale, avuta ed espressa prima da Marinesco: « ogni nervo spinale ha il suo nucleo », con la stessa riserva; purchè abbia funzione unica ed isolata. Soltanto la dottrina di Van Gehuchten viene ripudiata insieme a quella di Déjérine.

È innegabile che presentata in tal modo la teoria di Marinesco e Parhon può sembrare logica ed ammissibile, specialmente perchè spiegherebbe molte apparenti contradizioni di fatto e di teoria, risultate dei lavori di molti autori. Badando bene alla funzione dell'organo periferico che si lede od estirpa, sarebbe a priori possibile di dire per quanti centri o nuclei esso debba esser rappresentato nel midollo e come situati. Molti gruppi creduti unici si potrebbero scindere in più gruppi secondarî in

rapporto agli organi innervati. « Più si osserva il midollo, più ci si vede ». Con questa frase Parhon esprime la sua opinione, che ulteriori studî ci porteranno a poter distinguere nel midollo un numero sempre più grande di gruppi cellulari distinti, sempre più minuti. Vedremo che Lapinsky ha negato la base di fatto alle teorie degli egregi scienziati rumeni. O piuttosto, se si vuole, egli le ha condotte alla loro ultima conseguenza ed è venuto alla conclusione che la disposizione delle cellule ganglionari nella corna ventrale è pressochè sparsa e che non esiste un ordinamento qualunque che rifletta una qualunque condizione o disposizione degli organi periferici. Ma non voglio già preventivamente analizzare il lavoro di Lapinsky. Mi limiterò quindi ad indicare soltanto una obiezione dottrinale al concetto fondamentalo espresso da Marinesco e sua scuola. Quando si esamina il concetto di Sano, gli si può opporre che i muscoli, ontogeneticamente non sono formazioni semplici, ma sono composti polimerici, come indica la loro innervazione pluriradicolare e plurisegmentale. Ora, ove i rapporti dei muscoli colle vie nervose (odoneuromeri) mantengono ancora nell'adulto così tenacemente lo schema metamerico e segmentale, è evidente che anche la ubicazione dei centri d'origine di quelle vie debba rispecchiare quello stesso schema: le localizzazioni motrici spinali si devono dunque innanzi tutto concepire come semplicemente segmentali o radicolari, come ha sostenuto Déjérine. Entro ogni segmento, le cellule nervose centrali stanno sparse senz'alcun ordinamento che abbia rapporto colla disposizione reciproca degli organi periferici. E tanto meno colla funzione di questi. Giacchè l'innervazione radicolare dei miomeri dimostra ad evidenza di non esser affatto influenzata dalla destinazione dei derivati muscolari di essi, ma di essere determinata unicamente dalla evoluzione ontogenetica, è, per non dir più, molto improbabile che le cellule ganglionari d'origine delle vie nervose, ne abbiano esse subìto una influenza tale da essersi disposte come a mosaico regolare, secondo le attribuzioni funzionali degli individui muscolari dell'adulto.

L'unica divisione che potrebbe logicamente supporsi nelle cellule cornuali è quella che distinguerebbe i centri della muscolatura dorsale (innervata dalla divisione primaria dorsale del nervo spinale) da quelli della musculatura del corpo innervata dalla divisione primaria anteriore o latero-ventrale del nervo spinale. Anche questa divisione però se accettata da alcuni è negata da altri. Il più strenuo difensore di questa tesi è come vedremo Bikeles i cui lavori saranno riportati in fine al presente capitolo.

Ma quasi tutti coloro che si sono occupati delle localizzazioni spinali motrici hanno negletto i risultati importantissimi di fatto e dottrinali, ai quali aveva già portato una ampia serie di ricerche embriologiche, filogenetiche, anatomiche e sperimentali. Nei capitoli passati io ho svolto mano mano quegli studî, e dai confronti retrospettivi appariranno chiaramente le deficienze delle vedute e delle ricerche che ora stiamo esaminando. E non è tutto. Vi sono altri gravi motivi che rendono dubbioso l'animo di chi tenta farsi un concetto obiettivo del valore intrinseco delle risultanze materiali e speculative degli studî fino a qui esposti. Troppe incertezze si notano nei lavori degli autori riguardo a questioni di capitale importanza per l'argomento. Cito alcuni errori che possono occorrere e che sono occorsi in quel genere di ricerche, come gli stessi autori rispettivamente riportano.

I. Errori di numerazioni delle radici spinali.

Sano ha sostenuto che Van Gehuchten abbia sbagliato il computo delle radici nel caso comunicato da lui insieme a De Buck (1898) Van Gehuchten ha ammesso il fatto, ma ritiene che lo stesso errore sia stato commesso da Müller e da Onuf: Parhon e Sano lo attribuiscono giustamente a De Neeff, come ho rilevato sopra.

II. Errori di numerazione dei segmenti spinali.

Marinesco nel dividere il midollo in segmenti, taglia volta per volta immediatamente sotto le radici ventrali. Parhon e suoi collaboratori tagliano sopra le radici. Evidentemente l'estensione e la posizione dei segmenti ottenuti col metodo di Marinesco non corrispondono esattamente a quelli ottenuti col taglio secondo Parhon e le localizzazioni ottenute non si possono più confrontare senz'altro. Ma vi è di più. Parhon comunica d'aver diviso in segmenti un midollo nella porzione lombo-sacrale, basandosi sul punto di uscita delle radici dalla dura madre. Evidentemente i segmenti così ottenuti sono assolutamente artificiali.

III. Errore nell'interpretazione dei preparati.

A Parhon e Goldstein occorse il caso curioso di interpretare per il lato destro d'un midollo quel che era realmente il lato sinistro, sicche attribuirono al bicipite crurale il centro del semimembranoso e viceversa.

È più che chiaro che ricerche passibili di tali errori e di divergenze simili, non si possono accettare nei loro risultati che con la massima circospezione (1).

Passiamo ora a riferire delle ricerche importanti di De Neeff (1901), i cui schemi del midollo spinale del cane e del coniglio furono già riportati nella sezione prima del presente capitolo. In un lavoro premiato dall'Accademia Medica di Bruxelles, De Neeff s'occupa primieramente della questione, quali siano negli animali gli effetti spinali della lesione d'un nervo. Van Gehuchten aveva alcuni anni prima sostenuto contro Marinesco che negli animali tali effetti siano assai mediocri. De Neeff cercò allora con ingegnosa sebbene forse non felice innovazione di aumentare l'alterazione delle cellule nervose diminuendo la resistenza generale degli animali mercè iniezioni di varie tossine (difterica, streptococcica ecc.). I risultati non furono troppo soddisfacenti, ed allora egli ricorse allo strappamento ed alla rottura brusca dei nervi ottenendo buoni esiti, specialmente con l'ultimo metodo. Riunisco a tabella i risultati ottenuti da lui per alcuni dei più importanti tronchi nervosi artuali nel cane e nel coniglio (Tabella 50). La conclusione generale che De Neeff ne trae è, che le localizzazioni nucleari dei nervi dell'arto superiore sono ancora più diffuse di quanto Marinesco aveva già sostenuto. I nervi sciatico, otturatorio e crurale dell'arto posteriore si localizzano diffusamente nell'unica colonna B′. In genere quindi non esiste una vera localizzazione nucleare nervosa.

In quanto ai particolari rileviamo che le sue localizzazioni non combinano rispettivamente nè con quelle di Marinesco, nè con quelle di Parhon, nè con quelle di Von Sass, come uno sguardo alle relative tabelle insegna immediatamente. Non credo sia pos-

(1) Io mi limito a notare quì gli errori più fondamentali, di giudizio e di tecnica degli autori incriminati; Sano, nel § 35 del suo Rapporto sulle localizzazioni motrici (1904), raccoglie inoltre una intera collezione di strani spropositi, anche materiali, occorsi nelle loro pubblicazioni.

sibile decidere da queste divergenze altro che questo: il problema delle localizzazioni spinali è impostato male quando si formula come la ricerca di localizzazioni muscolari o nervose, e tanto peggio come localizzazioni segmentarie degli arti, come crede Van Gehuchten e come vuole Brissaud. La divergenza dei risultati quindi non dipende esclusivamente da peculiari errori od inesattezze d'osservazione dei singoli studiosi, ma piuttosto da un difetto generico nel concetto direttivo delle ricerche: essendo stato impostato male il problema, i risultati delle ricerche non potevano non essere vaghi. Aggiungasi poi, che, data la vaghezza dei risultati, è facilitata anche la naturale tendenza di ogni studioso di selezionare, nei proprî risultati, piuttosto quelli che appoggiano che quelli che infirmano la propria ipotesi preconcetta. E così si spiega che, per modificare leggermente una frase di Parhon, nel midollo ognuno ci vede quel che ci volle vedere.

In un'altra serie di esperienze De Neeff ha tentato di venire in chiaro sull'ipotesi della localizzazione segmentaria degli arti emessa e sistemata dal suo maestro Van Gehuchten. Egli però non esarticulava i segmenti artuali, ma stritolava i diversi nervi che innervano insieme rispettivamente i muscoli di quei segmenti. Così rompeva il muscolo-cutaneo ed il radiale nell'ascella per il braccio, il radiale più il mediano e l'ulnare al livello del gomito per l'avambraccio. Similmente procedeva per l'arto posteriore. I risultati che egli ne ricava sono i seguenti:

1. La localizzazione motrice midollare è una localizzazione segmentaria degli arti, conforme all'opinione emessa da Van Gehuchten e Nelis, in base ad osservazioni di patologia umana. — **2.** Esistono nel rigonfiamento superiore o cervico-tocico nel cane e nel coniglio, quattro colonne cellulari, ognuna delle quali è in rapporto con un segmento dell'arte toracico, cioè: *a*) una colonna cellulare che si stende dalla parte mediana del 5° segmento cervicale fino alla parte superiore del 1° segmento toracico, le cui cellule sono probabilmente in rapporto coi muscoli della spalla. *b*) Una colonna cellulare che si stende dalla parte più alta del 6° segmento cervicale fino alla parte superiore dell'8° segm. cerv. e che forma il nucleo d'origine dei rami nervosi che innervano i muscoli del braccio. *c*) Una colonna cellulare la quale si stende dalla parte prossimale del 7° segm. cerv. fino alla parte distale del 1° segm. tor., e che costituisce il nucleo d'origine dei nervi che innervano i muscoli dell'avambraccio. *d*) Una colonna situata al livello dell'8° segm. cerv. e del 1° segm. tor. e che forma il nucleo motore dei muscoli della mano. — **3.** esistono nel rigonfiamento inferiore o lombo-sacrale del cane e del coniglio quattro colonne cellulari in rapporto ciascuna con un segmento del membro addominale, cioè: *a*) una colonna cellulare che si stende nel cane dalla parte inferiore del 3° segm. lomb. fino alla parte superiore del 6° e nel coniglio dal 5° fino al 7° segm. lomb. I cilindrassi delle cellule di questa colonna vanno a terminare probabilmente nei muscoli dell'anca. *b*) Una colonna cellulare che nel cane comincia verso la parte mediana del 4° segm. lomb. per terminare nella parte superiore del 1° segm. sacrale, e che differisce nel coniglio in quanto comincia al livello del 6° segm. lomb. Questa colonna costituisce il nucleo d'origine dei rami nervosi che innervano i muscoli della coscia. *c*) Una colonna cellulare che comincia nel cane al livello del 6° segm. lomb. e nel coniglio al livello del 7° segm. lomb., e che continua fino al 2° segm. sacr. Questa colonna

forma il nucleo d'origine dei nervi che innervano i muscoli della gamba. *d*) Una colonna cellulare che si stende nel cane e nel coniglio nel dominio del 2° e 3° segm. sacrale e che costituisce il nucleo motore dei muscoli del piede.

Quasi contemporaneo al lavoro di De Neeff sono da menzionare due studî di Knape, fatti a Helsingfors sotto Homèn. Egli prese per oggetto il cane ed anche il coniglio. Eseguì semplici resezioni nervose ed esaminò coi metodi di Nissl e di Marchi. Come scolaro di Homèn dedicò molta attenzione alla natura istologica delle modificazioni cellulari nel midollo, consecutive alle lesioni periferiche. Di quelle questioni non mi occuperò, limitandomi ai risultati che riguardano le localizzazioni motrici spinali.

Giova osservare che per le ricerche fatte col metodo di Nissl, Knape tenne conto soltanto delle alterazioni evidenti e sicure. Riunisco a tabella (tab. 51) i dati di Knape per la topografia dei nuclei dei varî tronchi nervosi e raccolgo alcune delle sue conclusioni generali più importanti.

1. I diversi gruppi di cellule del corno ventrale hanno probabilmente funzione diversa. — **2.** I gruppi flessori si trovano principalmente nelle parti laterali, quelli estensori piuttosto nelle parti mediane del corno. — **3.** Ogni gruppo ganglionare dei segmenti spinali che dànno origine ad un dato nervo spinale concorre in parte alla funzione di quel nervo. — **4.** Ne segue che se noi consideriamo il *nucleo* d'origine di un nervo come un gruppo cellulare ben delimitato — come lo sono i nuclei dei nervi cerebrali —, i nervi spinali non hanno un nucleo. — **5.** Inoltre ne segue il gruppo ventro-mediale (secondo la terminologia di Ziehen) non è da ascriversi esclusivamente alla musculatura del dorso. — Si possono confrontare i nervi spinali ad alberi vicini, le cui radici in gran parte s'intrecciano.

Knape quindi non ammette una localizzazione nervosa nel midollo, ed è più propenso ad accettare la teoria muscolare, intorno alla quale però non ha fatto nessun sperimento.

È qui il luogo di ricordare ancora una volta accanto alla teoria « segmentaria » di Van Gehuchten, la teoria di Brissaud che, allargando quella di Van Gehuchten, divide il rigonfiamento cervicale in tante fette longitudinali giacenti l'una accanto all'altra in direzione laterale.

Nel 1900 Brissaud comunicò al congresso internazionale medico di Madrid i risultati sommarî d'alcune sue ricerche personali, fatte in collaborazione con Bauer. Essi estirparono uno o più segmenti dell'arto posteriore dei girini della rana, animale che a qualcuno forse può sembrare non precisamente il più indicato per ricerche in quest'argomento. Riporto delle conclusioni generali degli autori, alcuni importanti per la nota controversia.

1. Le alterazioni spinali consecutive ad imputazioni di segmenti artuali in generale non interessano la totalità degli elementi del corno ventrale. Gli elementi più gravemente alterati stanno nella parte esterna del corno. — **2.** Nell'amputazione del tarso le alterazioni si stendono dalla metà del segmento compreso fra le radici 11^a e 10^a fino alla parte media del segmento compreso fra la 10^a e 9^a radice. A questo livello le alterazioni occupano successivamente, dal basso in alto, tutta la colonna motrice laterale per una estensione piccolissima, poi la sua parte esterna

o finalmente la sua parte postero-esterna soltanto. Nell'amputazione della gamba le alterazioni si innalzano fino al 2° terzo del segmento compreso fra la 8ª e 9ª radice. Esse occupano necessariamente dal basso in alto tutta la colonna motrice laterale per un'altezza più estesa che nell'amputazione del piede; poi la parte esterna e mediana della colonna cellulare, infine la sua parte postero-esterna. Nell'amputazione della coscia le alterazioni si innalzano fino a verso la 8ª radice. Esse occupano tutta la colonna motrice laterale fin verso il mezzo del segmento compreso fra la 10ª e

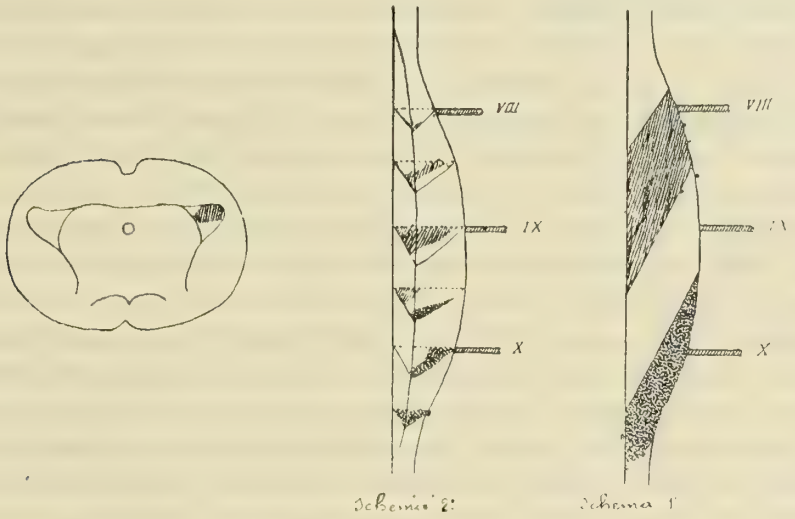


Fig. 159. Fig. 160.

Fig. 159, 160. — Schemi della reciproca posizione e disposizione dei pretesi nuclei motori, « segmentarii » degli arti posteriori nel rigonfiamento lombale del midollo spinale del girino della rana, secondo Brissaud.

Fig. 159, sezione trasversale. — Fig. 160, due sezioni longitudinali.

Leggenda delle figure 159 e 160.

VIII. IX. X, 8°, 9°, 10° paio di radici spinali. Schema 1°, proiezione in un piano, schema 2° rappresentazione tridimensionale della disposizione dei nuclei segmentarii a diversi livelli. — Zona nera punteggiata = nucleo segmentario del piede. — Zona bianca intermedia = nucleo segmentario della gamba. — Zona nera tratteggiata = nucleo segmentario della coscia.

9ª radice, poi successivamente la parte esterna e postero-esterna di questa colonna cellulare. — **3.** Ne risulta che ad ogni segmento artuale corrisponde al livello del rigonfiamento lombale un gruppo più o meno limitato di cellule radicolari. Quei gruppi sembrano embricarsi l'uno nell'altro sovrapponendosi in modo che il gruppo inferiore (corrispondente ad un segmento più distale dall'arto) tenda sempre a disporsi all'esterno o all'indietro del gruppo superiore.

Tre anni dopo, Brissaud, in collaborazione con Bauer (1903) pubblicò per esteso le sue ricerche sul girino. Io riporto qui le figure schematiche colle quali egli illustra i suoi risultati, Dalle conclusioni del lavoro riporto ancora quanto segue: « Nel girino le amputazioni di segmenti articolari delle estremità (posteriori) determinano nelle corna ventrali del rigonfiamento lombale, lesioni relativamente limitate. Noi consi-

deriamo la zona delle alterazioni nette indiscutibili, come rappresentante in un certo modo il territorio cellulare corrispondente al segmento amputato, e noi pensiamo che nel girino, ad ogni segmento artuale corrisponda al livello del midollo lombale, un gruppo più o meno limitato di cellule radicolari, non differenziato (cioè non delimitabile) normalmente ».

Riporto quì ancora la descrizione sintetica dei gruppi spinali dei segmenti artuali secondo Brissaud; « I gruppi sembrano embricarsi superponendosi. Il gruppo inferiore, rappresentante i muscoli posti intorno alle articolazioni del piede, è costruito principalmente dalle cellule radicolari dell'estremo caudale del rigonfiamento, e più in alto da quelle poste soprattutto nella porzione posteriore della metà caudale della colonna cellulare. Il gruppo cellulare che rappresenta i muscoli posti intorno all'articolazione tibio-tarsea e che occupano la gamba, è formato da elementi situati innanzi ed all'indietro dei gruppi precedenti; e quando questo gruppo inferiore è esaurito, le sue cellule vengono a disporsi sopra di esso, in modo da occupare a poco a poco la regione posteriore ed esterna del gruppo laterale. Mentre queste cellule si dispongono nella porzione posteriore ed esterna, del corno, le cellule che corrispondono ai muscoli della coscia, gruppati intorno all'articolazione del ginocchio, occupano la parte antero-interna (ventro-mediale) del gruppo laterale: esse si comportano poi in riguardo al gruppo precedente come questo in riguardo al gruppo inferiore ».

Questa la descrizione della pretesa disposizione dei gruppi « segmentari » nella direzione cranio-caudale del midollo. Nei tagli trasversali poi appare secondo Brissaud schematicamente quanto segue: « Sotto (cioè caudalmente) alla 10ª radice, per un piccolo tratto, il gruppo cellulare non contiene quasi più che gli elementi corrispondenti ai muscoli del piede. Al livello della 10ª radice e poco al di sopra (cioè cranialmente) la porzione posteriore (dorsale) ed esterna del gruppo laterale, corrisponde al piede, la porzione antero-interna (cioè ventro-mediale) alla gamba ».

Le ricerche di Brissaud sembrano quindi confermare pienamente le sue vedute teoriche aprioristiche. Di queste è necessario ripetere qui ancora una parte. Per Brissaud, il fatto che i segmenti artuali sembrano aver la loro localizzazione in determinate colonne cellulari del midollo, assume un significato speciale che egli esprime in modo ingegnoso, ma non troppo in armonia con tutto quello che l'embriologia e l'anatomia comparata ci insegnano sul modo di sviluppo degli arti. Per Brissaud l'apparente rapporto che esiste tra la divisione segmentaria degli arti per mezzo delle articolazioni e le pretese singole colonne cellulari nei rigonfiamenti spinali, acquista il valore di una *metameria secondaria*, sia degli arti sia del nevrasse spinale. Come il tronco ed il collo si compongono di metameri i quali si possono rappresentare come dischi cilindrici sovrapposti, così la massa muscolare degli arti presenterebbe la stessa architettura d'una serie di cilindri sovrapposti, impiantata perpendicolarmente sul tronco. Ora però i dati dell'embriologia, della fisiologia e della clinica concordemente affermano che gli arti si compongono di porzioni di miomeri migrate bensì in senso trasversale, ma disposte in strisce parallele all'asse dell'arto stesso, in modo che i singoli segmenti artuali contengono più d'una di queste porzioni di metameri.

Brissaud, come abbiamo visto, obietta che tutto questo concetto è basato sul modo di distribuzione delle radici spinali, ed egli lo accetta pienamente come tale, ma pretende

che da questa metameria radicolare si debba distinguere quella realmente spinale. Nei precedenti capitoli mi sono sforzato a dimostrare che una simile distinzione fra metameria radicolare e « metameria segmentale spinale » è del tutto arbitraria nel riguardo dell'innervazione sensitiva della cute. Più evidentemente erronea ancora è la veduta di Brissaud applicata all'innervazione motoria. Il segmento spinale esiste, in quanto lo consideriamo come il blocco di cellule che dànno origine ad un dato paio di radici spinali ventrali. Paio radicolare e segmento spinale non sono due concetti dissociabili ma assolutamente identici, tanto più che l'uno si può dire, non esiste che per effetto dell'altro. Ora supporre che una data radice spinale innervi un dato complesso di muscoli di un arto, mentre il segmento omonimo che le dà origine innervi un complesso diverso, è materialmente impossibile ed assurdo.

Vedremo come la base di fatto anatomica della ipotesi di Brissaud è stata scalzata da tutti gli autori che si sono in appresso occupati della questione. Qui non aggiungo che un'osservazione sul vario modo di concepire il segmento spinale quale appare nei varî autori; Marinesco delimita i segmenti fra due piani che passano immediatamente *sotto* due radici dorsali successive. Pahron e Goldstein invece le delimitano fra due piani che passano immediatamente *sopra* due radici successive. Brissaud e Bauer sembrano delimitare i segmenti in modo ancora più peregrino, almeno stando alla descrizione data qui sopra nella conclusione 2ª ove parlano di segmenti *compresi* fra due radici. Come si debbano concepire in tal modo i segmenti spinali non lo riesco a comprendere. Mi pare che la cosa sia assai semplice. I segmenti spinali sono delimitati da piani che passano *in mezzo* a due paia radicolari successive. Praticamente non è sempre facile di eseguire il taglio secondo questo principio, ma teoricamente mi sembra di gran lunga preferibile ai criteri degli altri autori esposti or ora. E con questo abbandono Brissaud, per venire a parlare di tre autori italiani i cui contributi isolatamente e complessivamente scalzano le basi alle concezioni di Van Gehuchten e Brissaud.

Tre autori italiani, Cerletti, Perusini e Ferrannini hanno nello stesso anno 1903 pubblicate ricerche sulle alterazioni midollari consecutive ad esarticolazioni. Tutti e tre sono venuti a risultati che contrastano colle vedute di Brissaud e con quelle degli autori sui quali questi si basa. Cerletti in un accuratissimo lavoro sulla neuronafagia comunica d'aver trovato nel midollo in seguito a disarticolazione del ginocchio e dell'anca nel gatto, alterazione in poche cellule nervose sparse senza alcuna regolarità. Tuttavia in seguito alla disarticolazione dell'anca ha potuto notare che si trova costantemente qualche cellula alterata nella porzione di sostanza grigia immediatamente anteriore alle cellule della colonna di Clarke. Ferrannini che eseguì pure disarticolazioni nel cane, viene a conclusioni alquanto diverse, avendo, come asserisce, potuto talvolta notare la scomparsa d'interi gruppi cellulari. Però egli insiste nel fatto che il diradamento cellulare anzichè serbar l'ordine descritto da Brissaud, non serba nessun ordine: « L'intensità e la distribuzione delle lesioni non sono uguali neanche in sezioni molto vicine ».

Perusini lavorò sul coniglio disarticolando varî segmenti artuali. Egli distingue nel rigonfiamento cervicale 3 gruppi ganglionari: antero-mediale, anteriore laterale esterno e posteriore. Nel rigonfiamento lombo-sacrale ne distingue quattro: antero-

interno, antero-laterale, postero-interno, postero-esterno. Nelle sue varie esperienze di disarticolazione, Perusini non potè mai trovare un'alterazione costantemente limitata ad un gruppo ben definito. Le ricerche indipendenti di questi tre sperimentatori portano dunque al risultato concorde, che l'abolizione di segmenti artuali non conduce mai ad alterazioni midollari localizzabili in gruppi o nuclei costanti e tanto meno in colonne nettamente delimitate.

Dietro a questi lavori mi pare che si possa considerare come risoluta la questione relativa, e non rimangono che a riportare le conclusioni importanti di due altri autori che hanno scalzato press'a poco tutte le altre teorie avventate: muscolari, nervose, segmentarie, funzionali, che abbiamo visto emesse sulla localizzazione motrice spinale. Il primo di questi autori che hanno pubblicato i più recenti contributi sperimentali sulle localizzazioni motrici, è Lapinsky (1903). Ho già dato il suo schema per l'anatomia normale dei raggruppamenti cellulari spinali nel cane e posso quindi passare senz'altro alle sue ricerche sperimentali. I lavori di Lapinsky si basano principalmente su resezioni, legature ecc. di nervi a varia altezza del loro percorso e sulle alterazioni spinali consecutive. Oggetto delle sue ricerche fu il cane.

A questo riguardo raccolgo senz'altro le conclusioni che si possono desumere dai risultati ottenuti da lui:

I. Per la teoria che ogni muscolo abbia il suo centro distinto nel midollo, valga quanto segue:

1. Nè per i grandi, nè per i piccoli muscoli si avvera la teoria citata. I grossi muscoli specialmente hanno numerosi gruppi separati che non si possono ridurre a centri unici o colonne uniche.

II. Per la pretesa localizzazione nervosa valga quanto segue:

2. I singoli tronchi nervosi originano da più gruppi cellulari giacenti di solito in parecchi segmenti spinali. — **3.** È difficile sceverare i diversi centri dei singoli nervi l'uno dall'altro, perchè i varî nervi originano dai medesimi gruppi, in varia combinazione. I complessi di tronchi nervosi innervanti la musculatura dei diversi segmenti degli arti, ottengono parimenti le loro fibre da numerosi gruppi giacenti in diversi segmenti del midollo e separati l'uno dall'altro da gruppi di cellule ganglionari di diversissime attribuzioni.

III. Per la localizzazione di complessi muscolari a funzione analoga, semplice od antagonista, vale quanto segue:

4. Non è possibile sceverare un centro per i flessori, da un centro degli estensori fra i piccoli muscoli della mano. — **5.** Non è possibile sceverare un centro per i lunghi flessori della mano da uno per gli estensori. Questi muscoli antagonisti dell'avambraccio hanno centri confusi nel 7° e 8° segmentale cervicale. Soltanto c'è da osservare che quello degli estensori arriva più in alto fino nel 6° segm. cerv., ed è ivi solo, mentre quello dei flessori arriva più in basso fino nel 1° segm. tor. ed è ivi pure solo. — **6.** Non esiste un centro isolato ed individuale per i muscoli flessori dell'avambraccio e nemmeno uno per quelli estensori che compenetra in parte quello dei muscoli della spalla. Gli antagonisti del braccio non hanno quindi centri distinti. — **7.** Gli adduttori della coscia hanno un centro poco netto, il quale in alto (2°-5° segm. lomb.) si confonde e compenetra coi centri dei flessori ed estensori, in basso

(4°-6° segm. lomb.) si perde completamente nei centri per gli estensori e per i flessori della zampa e delle dita. — **8.** I centri dei muscoli plantari e del polpaccio che si possono considerare come i flessori del piede e delle dita, giacciono dispersi nel 4°-7° segm. lomb. e nel 1° segm. sacrale. I centri dei flessori della zampa e delle dita giacciono del 5°-7° segm. lomb. e nel 1° e 2° s. sacrale. Essi acquistano una certa individualità soltanto nel 1°-2° s. sacrale, negli altri segmenti sono confusi coi centri dei flessori del piede e delle dita, con quelli degli estensori della gamba, degli adduttori della coscia e con quelli dei muscoli pelvici.

IV. Per il concetto della pretesa localizzazione segmentaria degli arti valga:

9. Il « centro » per la zampa anteriore giace nell'8° s. cerv. e nel 1° s. tor. Questo « centro » è contemporaneamente sede dei centri per i muscoli dell'avambraccio, del braccio e perfino di quelli del cingolo scapolare. — **10.** I 12 centri dell'avambraccio giacciono nel 1° segmento toracico e nell'8° segmento cervicale confusi col centro della mano, nel 7° e 6° s. cerv. confusi coi centri del braccio e del cingolo scapolare. — **11.** I tre gruppi cellulari innervanti il braccio si estondono dal 5° all'8° segmento cervicale. Gran parte di essi concorre anche all'innervazione della mano, nel 7° e 6° s. cerv. confusi coi centri del braccio e del cingolo scapolare. — **12.** I gruppi innervanti i muscoli del cingolo, compenetrano, come già è stato detto, i centri della mano, dell'avambraccio, e del braccio. — **13.** I 16 centri del piede e della gamba si stendono per sei segmenti spinali (4°-7° lomb., 1°, 2° sacr.) e si confondono coi numerosi centri dei segmenti prossimali dell'arto inferiore. — **14.** Ne segue che gran parte dei centri della coscia sono confusi coi centri della gamba e del piede. — **15.** I centri dei muscoli del cingolo pelvico in gran parte si confondono coi centri della coscia, della gamba e del piede.

V. Per riguardo al concetto che nel midollo spinale esistano colonne cellulari longitudinali, rettilinee e parallele, Lapinsky nota:

16. In tutto il midollo si trovano numerosi gruppi cellulari separati e frammentati, che in lunghezza giacciono in diversi piani e sotto diversi angoli l'uno rispetto all'altro: è dunque impossibile distinguervi vere colonne e tanto meno colonne rettilinee e parallele. Nemmeno l'esistenza di una colonna mediale viene ammessa da Lapinsky.

VI. Per riguardo al concetto di Brissaud che i gruppi o le colonne che innervano i segmenti distali degli arti giacerebbero lateralmente ed i gruppi o colonne che innervano i segmenti prossimali degli arti invece medialmente (teoria della metameria spinale secondaria), c'è da osservare che:

17. Fra i centri della mano alcuni sono situati nel gruppo centrale del 1° segmento toracico e dell'8° segmento cervicale, e dunque medialmente. — **18.** I centri del piede e della gamba occupano una posizione principalmente centrale e schiettamente mediale. — **19.** I centri della coscia anzichè giacere anteriormente e medialmente dei centri delle gambe e del piede, giacciono posteriormente e lateralmente.

Ultimamente poi Lapinsky (1904) ha pubblicato una grossa Memoria nella quale dopo i suoi precedenti lavori sperimentali di controllo e di critica, egli viene a dare un tentativo d'interpretazione e di sintesi teorica. Non posso analizzare tutto il suo ragionamento; ne riproduco soltanto alcuni punti salienti. Egli comincia per ribadire

sui risultati ottenuti nelle numerose serie di ricerche da lui fatte antecedentemente, e cioè che il midollo non contiene colonne cellulari, ma gruppi polimorfi diversamente disposti; che non esistono centri « muscolari », nè « nervosi », nè « segmentarî », nè « flessori » od « estensori » e nemmeno « metameri secondari »; insomma che non esistono centri per alcuna unità anatomica periferica. Quest'affermazione è identica a quella che io ho ripetuto parecchie volte nel corso degli ultimi due capitoli: nel midollo spinale esiste una sola sorte di localizzazione: quella metamerica vera, cioè segmentale e radicolare. Le unità anatomiche sviluppatesi dallo spostamento o dalla fusione di parti di metameri somatici non hanno e non possono avere centri individuali nel senso anatomico, ma soltanto centri nel senso fisiologico, cioè frammentarî, sparsi in tanti segmenti spinali, quali sono appunto i metameri da cui sono derivati. Poi Lapinsky passa a riaffermare questo stesso concetto partendo da un altro punto di vista, ricordando che tutti i singoli nuclei o gruppi cellulari spinali dànno origine a più nervi (2, 3, 4), ed innervano quindi numerosissimi muscoli (fino a 40!).

Finalmente egli viene a formulare la sua ipotesi. Appunto perchè un sol nucleo spinale innerva tanti muscoli o porzioni di muscoli, s'affaccia la supposizione che quei varî complessi di muscoli o di parti di muscoli possono rappresentare coordinazioni funzionali spinali. A favore di questa ipotesi cita i risultati di ricerche fisiologiche e di speculazioni cliniche.

L'ipotesi non è originale: giova infatti osservare ch'essa è poco più d'una parafrasi della dottrina ultima di Marinesco, comunicata già nel 1902 al Congresso mediao di Karlsbad, e di poi svolta ampiamente da lui e dai suoi allievi, Parhon, Goldstein, ecc.

Soltanto mentre Lapinsky s'esprime: « ogni nucleo rappresenta una coordinazione funzionale », Marinesco aveva detto: « ogni funzione individuale ha il suo centro o nucleo spinale ». Mi si concederà che le due affermazioni sono in fondo identiche e perciò rinvio il lettore a quanto ho detto più sopra sulla teoria della localizzazione « funzionale » di Marinesco, e non torno a ripetere le stesse considerazioni in riguardo alla teoria di Lapinsky.

Finalmente, e con questo breve cenno terminerò il capitolo, devo qui rammentare il non indifferente contributo sperimentale e teorico portato da un ultimo autore al problema delle proiezioni spinali degli organi sensitivi e neuromuscolari periferici. Ho già avuto occasione di accennare alle ricerche di Bikeles, in proposito delle proiezioni spinali dei gangli interveetebrali. Recentemente lo stesso autore (1903-1905) ha ripreso questo ordine di studî, coll'intento di determinare specialmente l'estensione e la situazione delle alterazioni cellulari cornuali e delle degenerazioni nelle fibre radicolari intramidollari, dopo le recisioni di svariate unità nervose sensitivo-motorie. I risultati di queste ricerche, oltrechè contribuire alla miglior conoscenza dell'esatta origine segmentale di diversi nervi periferici in diverse specie di mammiferi (cane, gatto, cercopiteco) hanno anche recato un notevole contributo dottrinale la cui attendibilità mi sembra sufficiente e la cui importanza è notevole.

Bikeles innanzitutto si schiera tra coloro che sostengono che nel corno ventrale del midollo spinale siano separate le cellule innervatrici dei derivati muscolari dorsali e ventrali dei somiti: quando si estirpa un intero plesso artuale (cioè le divi-

sioni primarie ventrali di una serie di nervi spinali, il gruppo ventromediale di cellule non entra in reazione. Questo gruppo quindi conterrebbe oltre ad alcuni grossi elementi commisurali, le cellule motrici per i muscoli della colonna vertebrale, cioè per i muscoli innervati dalla divisione primaria dorsale dei nervi spinali.

Le rimanenti cellule appartengono tutte al territorio innervativo della divisione primaria ventrale, e per ogni segmento spinale i gruppi formati da esse innervano sull'arto ciò che Bikeles chiama con Sherrington « un segmento muscolare raggiato », (cioè un vero miotoma o parte di miotoma: una striscia longitudinale, non un segmento articolare). Per ogni segmento spinale vi sono poi complessi cellulari che innervano sezioni ventrali, altri che innervano sezioni dorsali della muscolatura dell'arto. La disposizione reciproca di questi complessi cellulari ha carattere nettamente morfologico. Quando in una medesima sezione trasversa del midollo spinale si trovano cellule motrici sia per muscoli ventrali sia per muscoli dorsali di un miotoma artuale, allora le cellule situate più lateralmente innervano i muscoli dorsali, quelle medialmente, i muscoli ventrali.

Inoltre si trova espresso nell'ordinamento delle cellule motrici del midollo spinale, la distinzione tra muscoli prossimali e distali degli arti. Per ogni segmento spinale le cellule innervatrici dei muscoli più prossimali (muscoli tronco- e zonostelepodiali) giacciono in vicinanza al margine ventrale del corno, mentre le cellule motrici dei muscoli apicali degli arti invece giacciono nel limite dorsale di esso.

Infatti Bikeles trovò che p. es. le cellule motrici pel M. latissimus dorsi (dorsale) giacciono sempre lateralmente di quelle per i Mm. pectorales (ventrali), le quali sono situate nel gruppo centrale del corno. Così le cellule d'origine del N. crurale (dorsale) situate nei gruppi laterali, giacciono senza eccezione più lateralmente degli elementi motorî di origine del N. otturatorio (ventrale). Così le cellule dei Mm. glutei ed ileopsoas giacciono vicino al limite ventrale del corno ventrale. Le cellule dei muscoli del braccio (p. es. del M. triceps brachii) e della gamba (p. es. del M. triceps femoris) occupano una posizione tra il limite ventrale e quello dorsale del corno ventrale, nel cosidetto gruppo intermedio.

La conseguenza teorica di questi fatti è per Bikeles che l'ordinamento delle cellule motorie nel corno ventrale del midollo spinale è, come dissi, a tipo nettamente morfologico, e probabilmente in rapporto con le condizioni dello sviluppo ontogenetico dei muscoli delle estremità. Il primo gruppo cellulare che si differenzia è quello per i muscoli della porzione dorsale del miomero primitivo: il gruppo ventromediale, il quale si trova quasi contiguo al miomero stesso finchè questo si trova situato accanto alla corda dorsale. Quando poi comincia la crescenza in direzione laterale del cono artuale, le cellule nervose per il materiale contrattile delle gemme miomeriche che sono supposte anche nei mammiferi di migrare nell'arto, si dispongono dietro alle prime, cioè dorsalmente al gruppo ventromediale, e man mano che l'abbozzo dell'arto cresce, man mano nuovi gruppi si differenziano, disposti sempre più dorsalmente dei precedenti. Perciò i muscoli prossimali degli arti hanno il loro nucleo innervatore spinale nel limite ventrale, quelli apicali il loro nucleo nel limite dorsale, e quelli situati nei segmenti intermedî degli arti, i loro elementi nervosi spinali, nei gruppi intermedî del corno ventrale del midollo.

Per la dottrina delle localizzazioni spinali da tutto ciò consegue che l'ordinamento delle cellule motrici del nevrasse spinale, non rispecchia secondo Bikeles nessuna divisione anatomica periferica rappresentata da segmenti artuali, da nervi o da muscoli, e ancora meno rispecchia condizioni o complessi funzionali, sinergie motrici ecc.

L'opera di Bikeles completa quindi in modo soddisfacente la tesi di Déjérine.

Riassunto del capitolo.

Le conclusioni sintetiche risultanti dalle ricerche analizzate nel capitolo sono:

1. Le teorie sulle localizzazioni « muscolari », « nervose », « segmentarie », dei « flessori » od « estensori » la teoria della « metameria spinale secondaria » espresse da varî autori in base a ricerche d'anatomia patologica hanno trovato numerosi controlli sperimentali.

2. La teoria strettamente « muscolare » mantenuta da Sano anche in base a lavori sperimentali (sul « nucleo del diaframma », ecc.) è oppugnata da tutti gli altri.

3. Le localizzazioni « nervose », teoria primitiva di Marinesco, modificata poi dall'autore stesso, venne negata da tutti gli altri autori, che prima o dopo di lui, fecero gli esperimenti relativi (Von Sass, Knape, Lapinsky, Bikeles).

4. La teoria « segmentaria » di Van Gehuchten e quella delle fette midollari (metameria spinale secondaria) di Brissaud, furono confermate dai controlli sperimentali degli autori stessi, ma oppugnati da tutti gli altri che li ripeterono (Ferranini, Cerletti, Perusini, Parhon, Knape, Lapinsky, Bikeles).

5. Sembra quindi accertato che la definizione negativa di Lapinsky « la localizzazione spinale non può essere una localizzazione d'unità anatomiche periferiche » sia pienamente giustificata.

6. Ma non perciò sono più ammissidili le teorie equivalenti emesse in ultimo prima di Marinesco e suoi allievi (Parhon, Goldstein) e poi da De Buck e da Lapinsky e che si possono riassumere così: « la localizzazione spinale è una localizzazione funzionale (di sinergie coordinate) ».

7. Infatti in base ad una serie di considerazioni teoriche e di fatti, anche questa teoria si può considerare erronea, sicchè rimane intatta soltanto quella semplice di Déjérine; « la localizzazione spinale è una localizzazione radicolare », cioè segmentale e metamerica.

8. Entro i segmenti spinali poi, esiste soltanto un ordinamento puramente morfologico delle cellule, potendosi secondo Bikeles distinguere in tutto il midollo il gruppo ventromediale come innervatore dei muscoli derivati della porzione dorsale del miomero primitivo (divisione primaria dorsale del nervo spinale) mentre a livello degli arti si dispongono separatamente gli elementi innervatori dei muscoli della faccia dorsale, e di quella ventrale degli arti stessi.

PARTE QUINTA.

Obiettivo dell'anatomia segmentale e sintesi del lavoro.

È tempo oramai di riunire le fila sparse e tessere all'intreccio, il nodo finale che raggruppi a sintesi, le nozioni analitiche fin qui esposte. Ciò mi propongo di fare brevissimamente nell'ultimo capitolo della presente Memoria.

CAPITOLO XIII.

L'obiettivo dell'anatomia segmentale.

Nelle pagine precedenti ho esposto che concordemente i risultati delle ricerche anatomiche, sperimentali e cliniche dimostrano la tenacia dei nessi morfologici e funzionali che nella regione somatica dei vertebrati collegano i derivati cutanei e muscolari dei somiti primitivi ai segmenti di sostanza nervosa centrale (i polioneuromeri) del nevrasse spinale. Ed innanzi agli occhi e nella mente del lettore si sono succedute le serie svariate di ricerche, le più diverse per natura ed indole, tutte proclamanti, che non v'è punto della superficie cutanea, che non v'è fibra muscolare del corpo vertebrato, la cui innervazione spinale non attesti il fondamento segmentale della trama architettonica di esso. Purtroppo però tutto sommato, il complesso delle conoscenze in questo riguardo è ancora frammentario: soltanto del macaco (Sherrington, R. Russel) e dell'uomo (Bolk ed i clinici) possiamo dire di possedere sulla dermatomeria e sulla miomeria indicazioni complete.

Per tutte le altre specie animali esiste appena, se pur esiste, qualche dato isolato; per l'intera classe dei rettili non possediamo neppure l'inizio d'una ricerca; per gli amfibi contiamo numerose notizie ripetute e controllate sulla sola rana: per gli uccelli non c'è che l'unica ricerca di Sparvoli, per i pesci quelle di Van Rynberk sugli scilli e sui pleuronettidi.

Dal punto di vista dell'anatomia comparata vi è quindi ancora un campo quasi illimitato da dissodarsi, e non occorre nemmeno mettere in rilievo quale interesse hanno già da per se stessa, la esatta conoscenza dell'innervazione segmentale, spinale degli organi periferici a complemento delle notizie puramente descrittive dell'innervazione per opera dei nervi periferici. Il problema affascinante e difficile delle omologie e paraomologie muscolari, ed aggiungasi: cutanee, riceve dalla concezione segmentale degli organismi una nuova luce, tanto improvvisa quanto rivelatrice.

Ma vi è di più. L'obiettivo dell'anatomia segmentale è più ampio, e soprattutto più elevato, e non consiste soltanto nell'enumerazione pura e semplice delle origini segmentali dei nervi o dei muscoli o delle zone cutanee, non consiste soltanto nel-

l'assegnare agli organi periferici od alle loro parti, una cifra d'ordine nella serie metamerica. Essa innanzi tutto deve tendere a rimbastire tutte le conoscenze anatomiche sullo schema dell'architettura segmentale, deve cioè studiare gli animali vertebrati come aggregati lineari di metameri, deve studiare il corpo degli individui nei singoli somiti dai quali risulta. Deve cioè far sorgere accanto alla descrizione anatomica dei sistemi (anatomia descrittiva) e delle regioni (anatomia topografica) quella

Fig. 161. — I derivati muscolari (miotoma) cutanei (dermatoma) e nervosi (polioneurotoma) del 5° metamero somatico dell'uomo raffigurati schematicamente, da Sano.

non meno feconda dei segmenti del corpo. Ma per giungere a ciò è necessario un lavoro che raggruppi opportunamente i sparsi dati analitici. Bolk, fin dal 1898 ha indicato nettamente questa finalità quale meta cui debba attendere l'anatomia segmentale. Un primissimo tentativo in questa direzione è stato poi fatto da Sano (1901) del quale bisogna lodare la felice iniziativa.

Egli fin dal 1901, nel V Congresso Fiammingo per le Scienze Mediche e Naturali, non solo proclamò la necessità di riunire i dati anatomici segmentali per la ricostruzione ideale dei singoli metameri del corpo, ma come esempio raffigurò schematicamente i derivati muscolari, cutanei e nervosi del 5° metamero somatico dell'uomo (v. fig. 161) aggiungendovi una eloquente perorazione sulla necessità per il biologo, sull'utilità per il patologo e per il clinico, di conoscere i rapporti reciproci e l'influenza reciproca che possono esercitare per mezzo del sistema nervoso, l'uno sull'altro, i diversi derivati di uno stesso segmento embrionale. Certo io credo nessun

fatto, come esponente e dimostrazione della tenacia della trama metamerica fondamentale dell'organismo vertebrato, è più eloquente che appunto la discesa del diaframma nei mammiferi e la pertinacia colla quale il nervo frenico lo segue in questa migrazione.

È evidente che per la ricostruzione ideale dei singoli metameri del corpo occorre conoscere anche, per quanto ciò è possibile, la metameria degli altri sistemi d'organi e del capo: innanzi tutto quel che resta dell'angiomeria o metameria del sistema vascolare, poi l'origine segmentale degli organi splancnici (splancnomeria) ed i rapporti d'origine dei singoli tratti del tubo gastroenterico coi metameri mesodermici (l'enteromeria *ampliore sensu*). E finalmente tutta la cefalomeria, o segmentazione del mesoderma e del tubo neurale cefalico. Tutto ciò è ancora terra vergine o quasi e per quanti siano gli sforzi fatti e quelli che si faranno, forse non verrà mai il giorno nel quale sapremo tracciare per ogni vertebrato, compreso l'uomo, le divisioni ideali che agli occhi della mente lo facciano apparire quasi un anellide segmentato, come una serie di metameri distinti ed individuali!

Intanto i dati di fatto nella metameria cutanea, muscolare e nervosa, raccolti nella presente Memoria, possono già fin d'ora fornire un prezioso materiale di notizie per la fisiologia e per la patologia. In riguardo a quest'ultima, tutto il capitolo VIII è la illustrazione dell'imperiosa necessità che il clinico conosca a fondo l'innervazione segmentale della cute e dei muscoli e le proiezioni spinali segmentali di questi organi. Per quel che riguarda la fisiologia è indubbio che un grande vantaggio essa potrà trarre da una equa valutazione dei rapporti segmentali, specie nello studio delle funzioni riflesse, i cui problemi s'incardinano tutti nella dottrina segmentale.

Ma non voglio ora precorrere sulle applicazioni in fisiologia delle conoscenze anatomiche segmentali perchè di ciò tra non molto mi occuperò esaurientemente. Compreso dall'irremovibile logica del dettame, che in biologia, allo studio della funzione deve precedere la conoscenza del *substratum* morfologico; alla indagine del dinamismo della forma viva, la sicura nozione delle sue condizioni statiche, ho voluto intanto in questo « Saggio di anatomia segmentale » raccogliere modestamente l'inventario delle cose note.

APPENDICI

A) Tabelle illustrative del testo.

B) Letteratura dei singoli Capitoli.

A) TABELLE

TABELLA 1.

Nervi spinali concorrenti all'innervazione dell'arto pelvico in diversi pesci, secondo Davidoff (1879).

Specie	Nervi spinali
Scyllium	**25, 26**, 27 — 35
Carcharias	**27, 28**, 29 — 35
Acanthias	**31 — 39**, 40 — 47
Triakis	**31 — 34**, 35 — 41
Galeus	**32 — 35**, 36 — 37
Heptanchus	**34, 36**, 37 — 45

NB. — Le cifre in grassetto rappresentano nervi concorrenti a formare il *nervus collector*; gli altri nervi entrano direttamente nella pinna. Dalla tabella risulta lo « spostamento » dell'arto.

TABELLA 2.

Nervi spinali concorrenti all'innervazione delle pinne toraciche di alcuni selacei, secondo Braus (1892).

Specie	Nervi spinali penetranti nella pinna	Nervi formanti plesso
Acanthias	2° — 13°	4° — 8°
Scymnus	3° — 11°	
Odontaspis	8° — 22°	12° — 16°

TABELLA 3.

Composizione del plesso brachiale d'alcuni anfibi e rettili, secondo Fürbinger (1873-75).

Specie	Radice
Proteus anguineus	3 4 5
Salamandra maculata	2 3 4 5
Siredon pisciformis	2 3 4 5
Cryptobranchus japonicus	2 3 4 5 6
La maggior parte degli anuri (eccettuata *Pipa americana*)	(2) 3 4
Trumpe japonicus	6 7 8
Emys europaea e *serrata*	6 7 8 9
Testudo tesselata	6 7 8 9
Platydactylus aegyptiacus	5 6 7 8 9
Trachysaurus rugosus	6 7 8 9
Lacerta ocellata	6 7 8 9
Uromastix spinipes	6 7 8 9
Phrynosama cornutum	6 7 8 9
Varanus niloticus	7 8 9 10
Pseudopus Pallascii	4 5 6
Chamaeleo vulgaris	3 4 5 6 7
Crocodilus acutus	7 8 9 10 11

TABELLA 4.

Plesso brachiale di diverse specie d'uccelli, secondo Max Fürbringer.

SPECIE	NERVO SPINALE																
	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI
Struthio Camelus								+	+	+	+	+					
Rhea americana.						+	+	+	+								
Casuaris gallatus							+	+	+	+	+						
Apterix australis				+	+	+	+	... ⊙									
Spheniscus demersus				+	+	+	+										
Alca torda				+	+	+	+										
Colymbus arcticus				+	+	+	+										
Podiceps cornutus								+	+	+	+	+	... ⊙				
Chroicocephalus ridibundus juv.			+	+	+	+	+										
				+	+	+	+										
Fulmarus glacialis.				+	+	+	+										
Ruffinus obscurus				+	+	+	+										
Phalaerocorax carbo							+	+	+	+	+	... ⊙					
Pelacanus rufescens						+	+	+	+								
Taiorna cornuta						+	+	+	+								
Casarca rutila (17 v. l.).					+	+	+	+	+								
Anser cinereus						+	+	+	+	+							
"							+	+	+	+							
"							+	+	+	+ ⊙	+						
"								+	+	+	+						
Cygnus abratus								+	+	+	+		+	+	+	+	+
Phoenicopterus ruber								+	+	+	+						
Ciconia alba						+	+	+	+								
Threskiornis religiosa					+	+	+	+	+								
Grus canadensis.								+	+	+	+ ⊙	+					
Otis tarda					+	+	+	+									
Charadrius pluvialis			+	+	+	+	+ ⊙	+									
Numenius pholopus				+	+	+	+ ⊙	+									
Eulabeornis philippensis				+	+	+	+										
Hemipodius pugnax.		+	+	+	+	... ⊙											
Crypturus scoltivaga					+	+	+	+	... ⊙								
Talegalla Lathami				+	+	+	+	... ⊙									
Argus giganteus				+	+	+	+	+									
Gallus domesticus				+	+	+	+	... ⊙									

TABELLA 4.

Plesso brachiale di diverse specie d'uccelli, secondo Max Fürbringer.

SPECIE	NERVO SPINALE															
	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI
Struthio Camelus								+	+	+	+	+					
Rhea americana						+	+	+	+								
Casuaris gallatus							+	+	+	+	+						
Apterix australis				+	+	+	+	...⊙									
Spheniscus demersus				+	+	+	+										
Alca torda				+	+	+	+										
Colymbus arcticus				+	+	+	+										
Podiceps cornutus								+	+	+	+	+	...⊙				
Chroicocephalus ridibundus juv.			⎫+	+	+	+	+										
			⎭	+	+	+	+										
Fulmarus glacialis				+	+	+	+										
Ruffinus obscurus				+	+	+	+										
Phalacrocorax carbo							+	+	+	+	+	...⊙					
Pelacanus rufescens						+	+	+	+								
Taiorna cornuta						+	+	+	+								
Casarca rutila (17 v. l.)					+	+	+	+	+								
Anser cinereus						+	+	+	+	+							
"							+	+	+	+							
"							+	+	+	+	⊙+						
"								+	+	+	+		+	+	+	+	+
Cygnus abratus								+	+	+	+						
Phoenicopterus ruber								+	+	+	+						
Ciconia alba						+	+	+	+								
Threskiornis religiosa					+	+	+	+	+								
Grus canadensis								+	+	+	+⊙+						
Otis tarda					+	+	+	+									
Charadrius pluvialis			+	+	+	+	+⊙	+									
Numenius pholopus				+	+	+	+⊙	+									
Eulabeornis philippensis				+	+	+	+										
Hemipodius pugnax		+	+	+	+	⊙											
Crypturus scoltivaga					+	+	+	+	...⊙								
Talegalla Lathami				+	+	+	+	...⊙									
Argus giganteus				+	+	+	+	+									
Gallus domesticus				+	+	+	+										
"		+	+	+	+	+	...⊙										
"		+	+	+	+	+	...⊙										
"			+	+	+	+											
Psitacus erithacus		+	+	+	+⊙	+											
Chrysotis autumnalis		+	+	+	+												
Gypageranus serpentarius				+	+	+	+										
Pandion haliaëtos			+	+	+	+	+										
Uraëctos audax			+	+	+	+⊙	+										
"			+	+	+	+	+										
Tinnunculus alandarius			+	+	+	+⊙	+										
Buteo vulgaris			+	+	+	+⊙	+										
Misus communis			+	+	+	+⊙	+										
Ketupa javanensis		+	+	+	+	+											
Glaucidium passerinum		+	+	+	+	+											
Syrcinus aluco			+	+	+	+	+										
Otis vulgaris				+	+	+	+										
Corythaix persa				+	+	+	+	+									
Cinulus canorus			+	+	+	+	...⊙										
Harpactes Temmînkii				+	+	+	+	...⊙									
Caprimulgus europaeus			+	+	+	+											
"				+	+	...⊙	+										
Podargus humuralis			⎫+	+	+	+	...⊙										
			⎭+	+	+	+	+										
Momotus brasiliensis				+	+	+	+	...⊙									
Todus domini				+	+	+	+	...⊙									
Merops apiaster				+	+	+	+										
Bucerus convexus				+	+	+	+										
Bucorvus abyssinicus					+	+	+	...⊙									
Pelargapses javana				+	+	+	+	...⊙									
Cypselus apus		+	+	+	+	+											
Megaloema australis				+	+	+	+										
Rhamphastur piscivorus				+	+	+	+										
Picus medius			+	+	+	+	+										
"				+	+	+	+										
Gecirnus viridis			+	+	+	+	+										
"				+	+	+	+										
Urocisa sinensis				+	+	+	+										
Garrulus glaudarius			+	+	+	+	+										
"				+	+	+	+										
Corvus corone				+	+	+	+										
Turdus pilarus				+	+	+	+										

TABELLA 5.

La costituzione dei plessi brachiale e lombo-sacrale in alcuni mammiferi, secondo Paterson (1886).

SPECIE	Numero rispettivo di radici						PLESSO BRACHIALE				PLESSO LOMBO-SACRALE			
	c	t.	l.	s.	c.	Totale	r cerv.	r torac.	Numero progressivo	Totale	r. lomb.	r. sacr.	Numero progressivo	Totale
Topo	8	11	6	2	3	30	5 , 6 , 7 , 8	1*	5-9 (compr.)	5	2 , 3 , 4 , 5 , 6	—	21-25 (compr.)	5
Cavia	8	13	6	2	1	30	5 , 6 , 7 , 8	1*	5-9 »	5	3 , 4 , 5 , 6	1	24-28 »	5
Coniglio	8	12	7	3	4	34	5 , 6 , 7 , 8	1*	5-9 »	5	4 , 5 , 6 , 7	1*	24-28 »	5
Riccio	8	14	5	4	5	36	6 , 7 , 8	1*	6-9 »	4	1*, 2 , 3 , 4 , 5	1*	28-28 »	6
Entellus	8	12	7	3	4	34	4*, 5 , 6 , 7 , 8	1*	4-9 »	6	3 , 4 , 5 , 6 , 7*	—	23-27 »	5
Gatto	8	13	7	3	6	37	6 , 7 , 8	1*	6-9 »	4	4*, 5 , 6 , 7	1*	25-29 »	5
Koala	8	11	8	2	1	30	5 , 6 , 7 , 8	1*	5-9 »	5	4*, 5 , 6 , 7 , 8	—	23-27 »	5
Capucinus	8	13	5	4	5	35	5 , 6 , 7 , 8	1*	5-9 »	5	2 , 3 , 4 , 5	1*	23-27 »	5
Camello	8	12	7	5	5	37	6*, 7 , 8	1*	6-9 »	4	4*, 5 , 6 , 7	1	24-28 »	5
Gnu	8	13	6	4	6	37	6*, 7 , 8	1*	6-9 »	4	4 , 5 , 6	1 , 2	25-29 »	5

* Partecipa soltanto in parte.

TABELLA 6.

Le variazioni nelle origini radicolari dei nervi derivati dal plesso lombo-sacrale dell'uomo, secondo Eisler (1892).

Plesso lombare.

Nervi	Origini radicolari
Rami ad M. Quadratum lumborum	L 1 - L 1, D 12 — L 1, L 2. Una volta si trovò nello stesso cadavere dall'uno dei lati D 12, L 1, L 2, e dall'altro L 1, L 2, L 3.
Ileo-hypogastricus et ileo-inguinalis	L 1 — L 1, D 12, (D 11) — (D 12).
Genito-cruralis	L 2 — L 2, L 1 — L 1 (L 12).
Obturatorius	L 4, L 3, L 5, L 2 — L 4, L 3, L 2 — L 3, L 4, L 2, (L 1) — L 3, L 2, L 4, L 1 — L 3, L 2, L 1, L 4 — L 3, L 2, L 1.
Obturatorius accessorius	L 4, L 5 — L 4, L 3 — L 3, L 4 — L 3 — L 3, L 2.
Cruralis.	L 4, L 3, L 5, L 2, (L 1) — L 4, L 3, L 2, L 5 (L 1) — L 4, L 3, L 2, L 1, — L 3, L 4, L 2, L 1 — L 3, L 2, L 4, L 1, (D 12).

Plesso sacrale e cocigeo.

Rami ad Mm rotatores femoris	
» ad M quadr. femoris	S 1, L 5 — L 5, S 1 — L 5, L 4, S 1 — L 4, L 5, (S 1) — L 4, L 5.
» ad M obturator. internum.	S 2, S 1, S 3 — S 1, S 2, S 3, — S 1, S 2, L 5, S 3 — S 1, S 2, L 5, (S 3 — L 5, S 1, S 2, L 4 — S 1, L 5, L 4, S 2.
Tibialis:	
Rami ad Mm. flexores cruris	
» ad Caput longum m. bicipitis. . . .	S 2, S 3, S 1, (S 4) — S 2, S 3, S 1, L 5.
» ad m. semitendinosum	S 1, S 2.
» ad m. semimembranosum	L 5, S 1 — L 5, S 1, L 4.
» ad m. adductorem magnum.	L 5, S 1 — L 5, S 1, L 4.
Glutaeus superior	L 5, S 1, S 2 — (S 1, L 5, S 2) — L 5, S 1, S 2 — L 5, S 1, L 4, (S 2) — L 5, L 4, S 1 — L 4, L 5, S 1.
Glutaeus inferior	S 1, S 2, S 5, (S 3) — S 1, L 5, S 2 — L 5, S 1, L 4.
Rami ad M pyriformem	(S 1, L 5) — (S 1) — S 1, S 2 — S 2, S 1 — (S 2) — (S 2, S 3).
Peroneus	L 5, L 4, S 1 — L 5, L 4, S 1, L 3 — L 5, L 4, S 1, S 2 — L 5, S 1, S 2, L 4 — S 1, L 5, S 2, (L 4) — S 1 S 2, L 5, (L 4) — S 1, S 2, S 5 (S 3).
Cutaneus femoris posticus:	
truncus comunis (Luschka)	S 3, S 2, S 4 — S 3, S 2, S 1 — S 2, S 3, S 1 — S 2, S 1, S 3 — S 2, S 1 — S 1, S 2 — S 1, S 2, L 5.
portio dorsalis.	S 1, S 2 — S 1, S 2, L 5 — S 1, L 5, S 2.
portio ventralis	S 3, S 4, S 2 — S 4, S 2 — S 2, S 3, (S 1) — S 2, S 1, (S 3) — S 1, S 2.
Perforans ligamenti sacro-tuberosi (Voigt, Schwalbe)	S 2 — S 3 — S 2, S 3 — S 3, S 2 — (S 4).

TABELLA 6 (*Seguito*).

Nervi	Origini radicicolari
Plexus pudendalis:	
(pudendo-haemorrhoidalis)	S3 — S2 — Con rispettive aggiunte di S4, S3, S1, (L5).
n. pudendus.	S3, S4, S2, S1 — S3, S2, S4, S1 — S3, S2, S1, S4 — S3, S2, S1, L5 — S2, S3, S1, L5.
n. haemorrhoidalis	S4, S3, — S4, S3, S2 — S3, S4, S2 — S3, S2, S4 — S3, S2.
r. ad M. levat. ani	S4, S3, (S5) — S4, S3, S2 — S3, S4, S2, - S3, S2, S4, — S3, S2.
r. ad M. cocygeum	S3, S4 — S4, S3 — S3, S2 — S4, S3 S1.
Plexus cocygeus:	
n. perforans cocyc. major.	S4, S5 — S5 — S4, S3, (S2).
nn. perforantes coc. minores.	S4, S5 — S5 Cos.

TABELLA 7.

Composizione radicolare del plesso brachiale nei Primati, secondo Bolk (1902).

Specie	Radice cervicale							Numero totale di radici
Propithecus.	—	5	6	7	8	9	10	6
Lepilemur	—	5	6	7	8	9	—	5
Perodicticus	—	5	6	7	8	9	—	5
Lemur	—	5	6	7	8	9	—	5
Midas.	—	5	6	7	8	9	(10)	5
Nyctipithecus	—	5	6	7	8	9	—	5
Chrysotrix	—	5	6	7	8	9	10	6
Ateles.	—	5	6	7	8	9	—	5
Mycetes	—	5	6	7	8	9	—	5
Cebus	—	5	6	7	8	9	—	5
Cynocephalus	—	5	6	7	8	9	10	6
Cercopithecus	—	5	6	7	8	9	10	6
Macacus	—	5	6	7	8	9	10	6
Colombus.	—	5	6	7	8	9	—	5
Semnopithecus.	—	5	6	7	8	9	—	5
Hylobates	4	5	6	7	8	9	—	6
Orang.	4	5	6	7	8	9	10	7
Chimpanse	4	5	6	7	8	9	—	6
Gorilla (*Eisler*)	4	5	6	7	8	9	—	6

TABELLA 8.

La distribuzione delle fibre motorie delle radici spinali ai muscoli dell'arto superiore, secondo Herringham (1886).

Radici	Muscoli
3, 4, 5 . .	Levator anguli scapulae.
5	Rhomboidei.
5 (6)	Supraspinatus, Infraspinatus, Teres minor.
6, 6	Subscapularis, Deltoideus, Biceps, Brachialis anticus.
6	Teres major, Pronator teres, Flexor carpi rad., Supinator longus, brevis. Musculi superficiales eminentiae thenaris.
5, 6, 7 . .	Serratus magnus.
6, 7	Extensores carpi radiales.
7	Coraco-brachialis. Latissimus dorsi. Extensores ante-brachii. Triceps. (Caput esternum).
7, 8, 9 . .	Flexor sublimis, profundus carpi ulnaris. Flexor longus pollicis. Pronator quadratus.
8	Triceps (caput longum). Musculi eminentiae hypothenaris. Interossei. Musculi profundi em. thenaris.
6, 7, 8, 9	Pectoralis major.
7, 8, 9.	Pectoralis minor.

TABELLA 9.

Le origini dei nervi periferici dalle divisioni dorsale e ventrale dei plessi brachiale e lombo-sacrale nei mammiferi, secondo Paterson (1886).

Plesso brachiale.

Rami nervosi	Muscoli
Rami ventrali:	
Nervo toracico anteriore. . .	Muscoli pettorali.
» muscolo-cutaneo . . .	» sulla faccia anteriore dell'omero.
	Cute della faccia esterna ed anteriore dell'avambraccio.
» mediano ed ulnare. .	Muscoli e cute della faccia ant. dell'avambraccio della mano.
» cutaneo interno. . . .	Cute della faccia interna ed ant. del braccio e dell'avambraccio.
Rami dorsali:	
Nervo soprascapolare.	Muscoli della faccia dorsale della scapola.
» sotto-scapolare breve	Muscolo sotto-scapolare.
» circonflesso	Muscoli deltoideo e teres minor.
	Cute della faccia posteriore ed esterna della spalla e del braccio.
» sotto scapolare medio	Muscoli sotto-scapolare e teres major.
» muscolo-spirale	Muscoli della faccia posteriore dell'omero dell'avambraccio e della mano.
	Cute della faccia posteriore dell'avambraccio e della mano.
» sotto scapolare lungo	Muscolo latissimo del dorso.

Plesso lombo-sacrale.

Rami ventrali:	
Nervo crurale	
» otturatore	Muscoli della faccia interna della coscia e flessori del ginocchio.
» popliteo interno . . .	Muscoli e cute della faccia posteriore della gamba e della pianta del piede.
Rami dorsali:	
Nervo crurale anteriore . . .	Muscoli della faccia anteriore della coscia e della faccia interna della gamba e del piede.
	Cute della faccia interna della gamba e del piede.
» gluteo superiore . . .	Muscoli gluteo, medio e minimo; tensor fasciae femoris.
» popliteo esterno . . .	Muscoli e cute della faccia esterna ed anteriore della gamba e del piede.

TABELLA 10.

Origine radicolare dei rami nervosi cutanei destinati all'arto superiore dell'uomo, secondo Bolk (1908).

Radici	Nervo	Rami cutanei
4 (IV Cerv.)	—	Supraclaviculares.
5 (V »)	Muscolo-cutaneus . . .	R. cutaneus brachii internus.
»	Axillaris	» humeri posterior.
6 (VI Cerv.)	Muscolo-cutaneus . . .	» brachii externus.
»	Medianus	R. palmaris. Rr. digitorum volares.
»	Axillaris	R. cutaneus humeri posterior.
»	Radialis	R. cutaneus brachii posterior. inf. R. superficialis.
7 (VII cerv.)	Medianus	R. palmaris. Rr. digitorum volares.
»	Ulnaris.	Rr. digitorum volares.
»	Radialis	R cutaneus brachis posterior-inf. R. superficialis.
8 (VIII cerv.)	Medianus	Rr. digitorum volares.
»	Ulnaris	R. palmaris. Rr. digitorum volares. R. dorsalis.
»	Cutaneus brachii internus major	
»	Radialis	R. cutaneus brachii posterior-inf. R. superficialis.
9 (I thorac.)	Medianus	Rr. digitorum volares.
»	Ulnaris.	Rr. digitorum volares. R. palmaris. R. dorsalis.
»	Cutaneus brachii internus major.	
»	» »	

TABELLA 11.

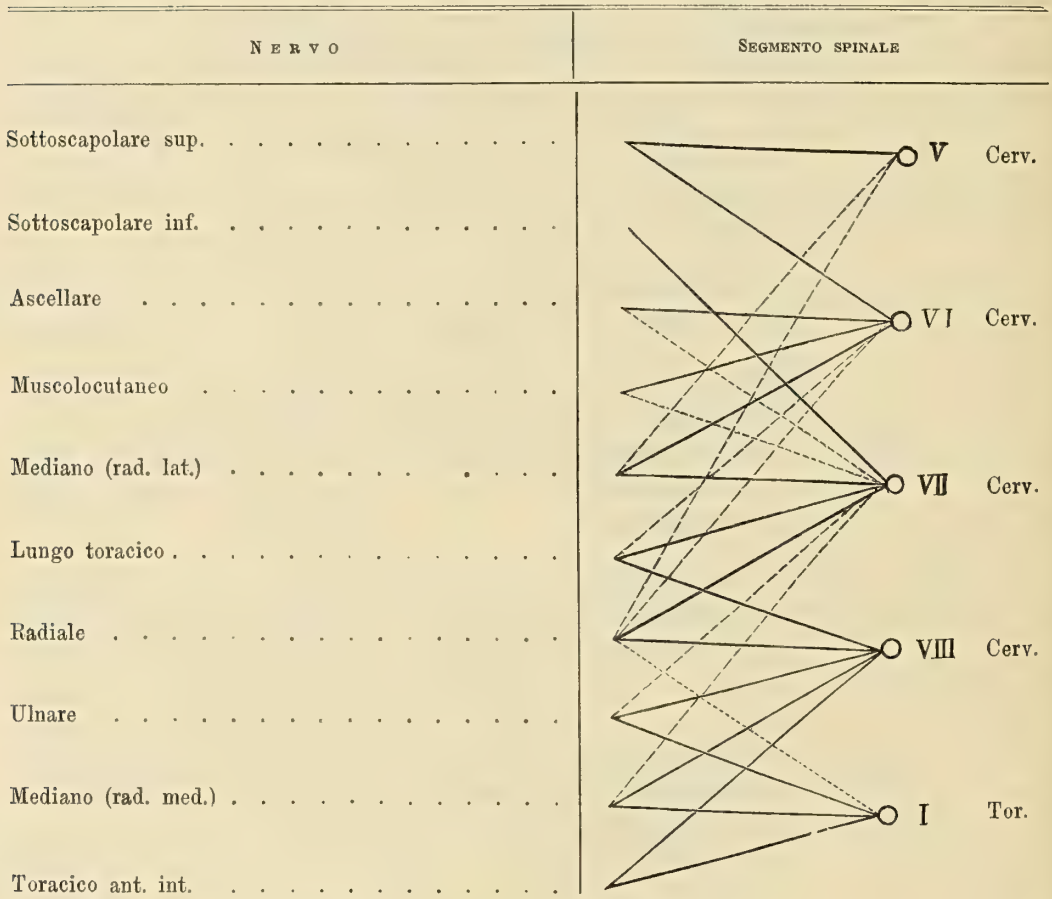
L'innervazione segmentale dei muscoli nell'uomo, secondo Bolk (1898-1900) (1).

Segmento	Muscoli
1. (I cerv.)	Rectus capitis anticus - rectus capitis lateralis - longus capitis - geniohyoideus - thyreohyoideus - omohyoideus - sternohyoideus - (linguales).
2. (II cerv.). . . .	Geniohyoideus - thyreohyoideus - omohyoideus, sternothyroideus - sternohyoideus - longus capitis - scalenus medius - trapezius - sternocleidomastoideus.
3. (III cerv) . . .	Sternothyreoideus - sternohyoideus - omohyoideus - longus colli - longus capitis - trapezius - diaphragma - levator scapulae - scalenus medius.
4. (IV cerv.) . . .	Sterno thyroideus - diaphragma - trapezius - longus capitis - longus colli - scalenus medius - subclavius - levator scapulae.
5. (V cerv.). . . .	Longus capitis - longus colli - scalenus medius - scalenus posticus - scalenus anticus - subclavius - pectoralis major (paraclavicularis) - biceps caput breve - biceps caput longum - brachialis internus - rhomboideus - subscapularis - supraspinatus - infraspinatus - teres minor - deltoideus - serratus anticus - supinator brevis - brachioradialis.
6. (VI cerv.) . . .	Scalenus anticus - scalenus medius - scalenus posticus - pectoralis major (paro clavicularis et pars externus costalis, biceps caput breves - biceps caput longum - coracobrachialis - brachialis internus - pronator teres - flexor carpi radialis - flexor pollicis longus - pronator quadratus - flexor pollicis brevis - abductor pollicis brevis - opponens pollicis - latissimus dorsi - rhomboideus - subscapularis - infraspinatus - teres minor - terer major - deltoideus - serratus anticus - anconaeus externus - longus - brachio radialis - extensor carpi radialis longus - extensor carpi radialis brevis.

(1) Riproduco in elenco i soli dati finora pubblicati.

TABELLA 12.

Composizione segmentale dei nervi uscenti dal plesso brachiale nell' uomo, desunta dalle ricerche di Walsh (1877) e Kahan (1882).



Leggenda della tabella 12.

Le linee intere ——— indicano tronchi principali dei nervi
Le linee tratteggiate – – – – „ „ secondari „ „
Le linee punteggiate ------- „ „ incostanti „ „

N. B. Questa Tabella è riportata dalla Memoria di Kaiser (1901).

TABELLA 13.

Effetto della stimolazione meccanica delle 3 radici anteriori che formano il plesso lombosacrale della rana, secondo Joh Müller (1834).

Radici	Effetto
1ª rad. (= 7ª)	Contrazioni della parte interna della coscia.
2ª rad. (= 8ª)	Scosse nei muscoli della coscia e della gamba.
3ª rad. (= 9ª)	Movimenti della coscia, della gamba e del piede.

TABELLA 14.

Effetto della stimolazione delle 4 ultime radici spinali anteriori della rana, secondo Kronenberg (1836).

7ª radice	Contrazioni nella parte interna ed anche in quella esterna della coscia. Muscoli : Iliacus, Pectineus, Adductores et Tensor fasciae latae.
8ª »	Contrazioni fortissime nella coscia, minori nella gamba ed eziandio, sebbene lievi, nel piede.
9ª »	Contrazioni veementi nei muscoli del piede e della gamba ed anche in alcuni della coscia.
10ª »	Nessuna contrazione.

TABELLA 15.

Distribuzione delle radici motorie del plesso brachiale nei muscoli dell'arto anteriore del coniglio (A), ed effetti complessivi della loro stimolazione (B), secondo Kronenberg (1836).

Segmento	Muscoli
5ª cerv.	A. latissimus dorsi, triceps, deltoideus, teres. B. L'intero braccio viene alzato ed un po' abdotto. L'avambraccio e la mano, per solito piegati, non si muovono.
6ª »	A. latissimus dorsi, triceps, biceps, pronator, flexores manus. B. L'intero braccio viene alzato ed un po' abdotto, l'avambraccio è steso ; la mano rimane senza eccezione immobile.
7ª »	A. latissimus dorsi, pectoralis, teres, deltoideus, triceps, biceps, brachialis internus, extensores antebrachii (Omnes flexores manus et pronator teres). B. L'estremità del braccio viene attratta contro il petto : l'avambraccio ora flesso ora steso, la mano viene sempre stesa.
8ª »	A. Pectoralis, latissimus dorsi, teretes, triceps, flexores manut et digitorum, pronator teres, biceps, extensores manus et digit. B. Il braccio è attratto al petto, l'avambraccio viene steso, la mano flessa, le dita poco flesse.
1ª tor.	A. Gli stessi dell'8ª cerv. B. Lo stesso effetto come per la stimolazione dell'8ª cerv.

TABELLA 16.

Distribuzione nei muscoli delle quattro ultime radici spinali della rana, secondo Eckhard (1849).

7a RADICE	8a RADICE	9a RADICE	10a RADICE
si contrassero sempre i seguenti muscoli:	*si contrassero sempre i seguenti muscoli:*	*si contrassero sempre i seguenti muscoli:*	*si contrassero in una esperienza i seguenti muscoli:*
triceps	triceps	triceps	triceps
psoas et iliacus	psoas et iliacus	psoas et iliacus	
semimembranosus	semimembranosus	semimembranosus	
semitendinosus	semitendinosus	semitendinosus	
sartorius	sartorius	sartorius	
adductores femoris	adductores femoris	adductores femoris	
tensor fasciae	tensor fasciae	obturatores	
pectineus	pectineus	glutaeus medius et minimus	
obliquus externus abdominis	biceps	biceps	
inoltre si contrassero in alcune esperienze:	adductor magnus	adductor magnus	adductor magnus
adductor magnus	rectus internus	rectus internus	
ileo-cocygeus	tibialis anticus, portio superior et externa	pyramidalis	pyramidalis
gluteus medius et minimus	peronaeus anterior et lateralis 1us & 2us	obturatores	
tibialis anticus (portio superior et exter.)	gastrocnemius	ileo-coccygeus	
peronaeus lateralis primus	tibio-astragaleus et tarseus	peroneus lateralis secundus	peronaeus lateralis secundus
tibialis posticus	calcaneo-scaphoideus et metatarseus	gastrocnemius	gastrocnemius
biceps	flexor longus communis	tibio-astragaleus	sphincter ani
tibiotarseus	extensor primae phalangis digiti quarti, portio superior et inferior, duo extensores quartae phalangi digiti quarti, extensor secundae phalangis digiti tertii, duo extensores tertiae phalangis digiti tertii, intermetatarseus secundus, calcaneo-metatarseus digiti minimi.	tibio-tarseus	*in altre esper. si contrassero invece:*
extensores digiti medii.		calcaneo-scaphoideus	ileo-cocygeus
		lumbricales digiti 3,i et 2ae phalangis digiti 4,i interosseus plantaris digiti 4,i flexor brevis digiti minimi, flexor br. communis, abductor obliquus digiti 2i, flexor 4us phalangis digiti minimi, interosseus plantaris digiti minimi, intermetatarseus 2´us 3us et 4us.	sphincter ani
	inoltre si contrasse in alcune esperienze:		*oppure:*
	pyramidalis		sphincter ani
	in altra esperienza invece non si contrasse:		pyramidalis
	flexor longus communis.	*in altre esperienze invece non si contrassero:*	
		pyramidalis	
		ileo-coccygeus	

TABELLA 17.

Distribuzione delle fibre del plesso brachiale nei muscoli dell'arto anteriore del coniglio, secondo Peyer (1853)

Muscoli	5ª rad. cervicale	6ª rad. cervicale	7ª rad. cervicale	8ª rad. cervicale	1ª rad. toracica
serratus (porzione cervicale)		+			
serratus (porzione toracica)			+	+	
scalenus			+		
latissimus dorsi			+	+	
teres major			+		
latissimus pectoris		+	+		
pectoralis major			+		
pectoralis minor		+	+		
cutaneus maximus				+	
deltoideus	+	+			
supraspinatus	+	+	+		
infraspinatus		+	+		
subscapularis		+	+		
teres minor		+	+		
abductor brachii superior		+	+		
abductor brachii longus		+	+		
coraco-brachialis		+			
flexor longus antebrachii	+	+			
flexor brevis antebrachii		+			
extensor parvus antebrachii				+	+
anconaeus longus				+	+
anconaeus externus			+	+	+
anconaeus internus			+	+	+
anconaeus quartus				+	+
pronator			+		+
flexor carpi int.			+	+	+
flexor digit. prof.				+	+
flexor digit. sublimis				+	+
palmaris				+	+
flexor carpi externus				+	+
abductor carpi				+	+
extensor carpi ext.				+	+
extensor digitor. comm.				+	+
extensor pollicis				+	
extensor carpi internus		+	+		
adductor carpi				+	+
flexor digiti minimi					+
lumbricales					+
interossei					+
Diaphragma			+	+	

TABELLA 18.

Distribuzione delle fibre del plesso brachiale nella cute dell'arto anteriore del coniglio, secondo Peyer (1853).

5ª radice cervicale.

Innerva la pelle del lato antero-interno dell'articolazione della spalla, quella sopra la clavicola e della regione infero-esterna del collo fino a mezza via fra spalla e mascella inferiore.

6ª radice cervicale.

La cute del lato anteriore del braccio fino al suo terzo inferiore; quella sopra il capo superiore del muscolo anconeo esterno e lungo fino alla scapola, quella sopra il lato esterno dell'articolazione della spalla e sopra il punto d'inserzione del muscolo latissimo del petto.

7ª radice cervicale.

Faccia anteriore dell'avambraccio fino oltre la metà di esso; la pelle soprastante alla parte inferiore del m. anconaeus-longus fino all'olecrano; la parte interna del braccio e dell'avambraccio; la pelle del pollice del secondo dito, insieme alla faccia dorsale e volare della parte corrispondente della mano media e della radice della mano.

8ª radice cervicale.

Lato antero-esterno dell'avambraccio; verso la mano più posteriormente (cute sovrastante al tendine del m. flexor carpi ext.); faccia volare della mano; pelle del 5° dito e della faccia volare ed esterna del 2°, 3°, 4° dito.

1ª radice toracica.

Faccia posteriore dell'avambraccio; verso la mano più esternamente, inoltre la faccia volare e laterale del 2°, 3°, 4° dito.

TABELLA 19.

Disposizione seriale dei campi radicolari del cane, secondo Türck 1856 (1869).

Arto anteriore.

5ª radice cervicale.

a) ramo posteriore (dorsale).

Il campo cutaneo del ramo posteriore della 5ª rad. cervicale si trova a livello della apofisi spinosa della prima vertebra toracica. Il suo limite superiore tocca il campo cutaneo della 4ª radice cervicale, ed il limite inferiore arriva fino al campo della radice toracica 2ª.

b) ramo anteriore (ventrale).

Il campo ne giace parallelo a quello della 4ª radice, sopra la cintura della spalla, e raggiunge in un mezzo arco la linea mediana anteriore (ventrale) del corpo. Esso giace sopra la fossa sopraspinata, e sopra parte della fossa imfra- spinata; e sopra quella regione che corrisponde alla clavicolare nell'uomo. Raggiunge l'incisura semilunare dello sterno. Il limite inferiore raggiunge il campo cutaneo della seconda radice toracica.

6ª radice cervicale.

a) il ramo dorsale non possiede ramificazioni per la pelle.

b) ramo ventrale.

Il ramo ventrale possiede un campo cutaneo proprio ed una zona in comune colla 7ª radice.

TABELLA 19 (*Seguito*).

Il campo proprio s'addossa a quello della seconda radice cervicale, presso alla faccia estensoria dell'articolazione della spalla e giace sul lato anteriore, esterno e posteriore del braccio.

La zona comune della 7ª radice cervicale è descritta con quella.

7ª radice cervicale.

a) il ramo dorsale non possiede ramificazioni cutanee.

b) ramo ventrale.

Il campo comincia presso la fossa infraspinata, in contatto col campo della 4ª radice cervicale; continua nella parte mediana della faccia esterna del braccio fra i campi della 6ª radice cervicale e della 2ª radice toracica. Prosegue sulla faccia flessoria ed esterna dell'articolazione del gomito, lungo il margine radiale ed una parte della faccia interna della radice della mano. Si trova anche sul pollice e sulla prima falange dell'indice. Dall'articolazione del gomito si continua in alto come un lembo sottile, che abbraccia in parte il campo della 6ª radice cervicale. Probabilmente questo campo dovrebbe in parte o in tutto considerarsi come zona comune della 6ª e 7ª radice cervicale; poi esso ha ancora una zona in comune colla 8ª radice cervicale e con la 1ª toracica.

8ª radice cervicale.

a) il ramo dorsale non ha ramificazioni cutanee.

b) ramo ventrale.

Non possiede un campo proprio, bensì una zona principalmente in comune colla 7ª radice cervicale. Questa zona principia all'olecrano, giace ristretta la lunghezza dell'avambraccio, e sulla parte antero-esterna della faccia dorsale della mano; abbraccia la faccia laterale e volare del pollice, la faccia laterale e dorsale delle altre dita, eccettuata la faccia dorsale del mignolo. Sul lato radicale del dorso della mano e della faccia dorsale delle prime dita prevalgono le fibre originarie dalla 7ª radice cervicale. La radice 6ª ed 8ª cervicale non hanno zona in comune.

1ª radiee toracica.

a) il ramo dorsale non ha ramificazione centrale.

b) ramo ventrale.

Possiede una zona comune con le radici cervicali 7ª ed 8ª ed inoltre un campo proprio. Questo ha per limite il margine ulnare dell'avambraccio, include però il margine ulnare del condilo medio del braccio e termina a livello del polso. La zona in comune colla radice cervicale 8ª forma la continuazione del campo proprio della radice della mano, della mano media, del dito mignolo ed anulare. In comune colla radice 1ª cervicale è ancora una zona per la quale si trova allargato il campo proprio sopra descritto lungo il margine ulnare dell'avambraccio.

Probabilmente ha inoltre un campo in comune colla 7ª ed 8ª sulla faccia volare della mano e delle dita e delle membrane interdigitali.

2ª radice toracica.

a) ramo dorsale.

Un campo cutaneo a livello delle apofisi trasverse della 2ª e 3ª vertebra toracica. Esso arriva fino un poco oltre il margine mediale della scapola, in forma d'una striscia perpendicolare all'asse maggiore del corpo, limitato in avanti dal campo della 5ª radice cervicale ed all'indietro da quello della 5ª radice toracica. Esso non raggiunge del tutto la linea mediana.

b) ramo ventrale.

Un campo proprio che comincia a livello della 2ª e 3ª vertebra toracica, passa sopra la fossa infraspinata, continua come una striscia perpendicolare dell'asse maggiore del corpo, lungo il margine esterno della plica ascellare, e va fino un poco oltre l'articolazione del gomito.

Del tutto separato da questo campo ve ne è un altro più piccolo quadrato sulla faccia ventrale del torace, che giace sopra la cartilagine della seconda o terza costa e raggiunge la linea mediana dello sterno.

3ª radice toracica.

a) ramo dorsale.

Giace in corrispondenza della 3ª e 4ª vertebra toracica sotto il campo della seconda radice toracica.

b) ramo ventrale.

Giace sotto al campo del ramo ventrale della 2ª radice toracica. Risale lungo la faccia inferiore dell'ascella fino al braccio.

Le rimanenti radici toraciche formano bande circolari intorno al tronco. Il campo della 4ª radice toracica manda spesso un lembo nell'ascella

TABELLA 20.

Distribuzione periferica delle radici del plesso brachiale nella pelle e nei muscoli del coniglio, secondo Krause (1865).

	Muscoli		Pelle
C. IV	Deltoideus		
C. V	Deltoideus Supraspinatus Flexor antebrachii		Lato antero-mediale dell'articolazione della spalla. - Regione di cute sopra la clavicola. - Regione inferolaterale del collo fino alla metà fra spalla e mascella inferiore.
C. VI	Pectoralis tenuis et minor Deltoideus Supra et infraspinatus Subscapularis Teres minor	Abductor brachii sup. et inf. Coracobrachialis Flexor antebrachii Brachialis internus Extensor carpi radialis	Lato anteriore del braccio fino al 3° inf. - La cute situata sopra la parte sup. dei muscoli anconeo, lungo e laterale fino alla scapola. - Regione situata sulla faccia laterale dell'articolo della spalla. - Cute sopra l'inserzione d'origine del muscolo pectoralis tenuis.
C. VII	Pectoralis tenuis, major, minor Supra et infraspinatus Teres minor Subscapularis Serratus anticus major	Pronator teres Anconaeus lat. et med. Abductor brachii sup. et inf. Flexor carpi medialis Extensor carpi radialis	Faccia anteriore dell'avambraccio fin oltre alla metà di esso - Articolaz. del gomito. - Pelle situata sopra la porzione inf. del muscolo anconeo laterale. Pelle situata sopra la porzione inferiore del muscolo anconeo lungo fino all'olecrano. - Faccia mediale del braccio e dell'avambraccio.
C. VIII	Extensor parvus antebrachii Anconaeus, longus, lateralis medialis Anconaeus quartus Flexor carpi radialis et ulnaris Palmaris	Flexor digit. profundus et sublimis Extensor digiti IV Extensor et abductor pollicis Extensor carpi radialis	Faccia antero-laterale dell'avambraccio. - Pelle situata sopra il tendine del M. flexor carpi radialis. - Faccia volare della mano. - Faccia volare e dorsale del pollice, del 2° dito e del 3° dito. Faccia latero-radiale del 4° dito.
Th. I	Extensor parvus antebrachii Anconaeus longus, lateralis, medialis Anconaeus quartus Pronator teres Flexor carpi, ulnaris et radialis Flexor digit. profundus et sublimis	Palmaris Extensor digiti IV Extensor digit. communis Abductor pollicis Flexor digiti V Lumbricalis et Interossei	Faccia posteriore dell'avambraccio. - Vicino alla mano, parte ulnare della faccia posteriore dell'avambraccio. - Faccia ulnare della mano. - Faccia ulnare del 4° dito. - Faccia volare e dorsale del 5° dito.

TABELLA 21.

Distribuzione periferica dell'8° e 9° paio di radici spinali, nella rana, secondo Meyer (1869).

Esperimento 9°. Taglio del nervo VIII; dopo 3 giorni fu constatata degenerazione secondaria a carico dei seguenti muscoli e zone cutanee.		Esperimento 8°. Taglio del nervo IX. Degenerazione consecutiva nei seguenti muscoli e zone cutanee.	
Muscoli	Pelle	Muscoli	Pelle
Lumbricales 5-2. Flexor long. dig. 3-4-5. Abductor dig. 5. Transversus plantae ant. Transversus plantae post. Transversi metatarsi 3-2. Extensor long. et brevis dig. 5. Extensor long. et brevis dig. 4. Extensor long. et brevis dig. 3 Extensor tarsi. Extensor long. et brevis dig. 2. Interossei 10-5. Flexor long. 1-2. Flexor metatarsi 3-2.	Faccia fibulare del dorso e della pianta del piede. Dorso del 5°, 4°, 3°, 2° dito. Membrana fra 3° e 2° dito.	Lumbricales 1-3. Transversus plantae ant. Transversus plantae post. Transversi metatarsi 1-3. Opponens. Flexor brevis dig. 1. Extensor tarsi post. Extensor long. et brevis dig. 2. Flexor long. dig. 2-1. Extensor long. et brevis dig. 1. Interossei 1-8. Abductor long. dig. 1. Abductor hallucis. Abductor long. dig. 1.	Faccia fibulare del dorso del piede. Faccia plantare del piede. Dorso del 1°, 2°, 3° dito. Membrane fra 1°-4° dito. Faccia tibiale del 1° dito. Faccia plantare del 1°, 2°, 3°, 4° dito.

TABELLA 22.

Partecipazione delle varie radici spinali ventrali della rana ai diversi movimenti dell'arto posteriore, secondo Hein (1869).

Movimento	Articolazione				
	Anca	Ginocchio	Piede	Tarso	Dita
Flessione	1. 2	2. 3	2. 3	2. 3	2. 3. 4
Estensione	3. 4	2. 3	3. 4	3. 4	— 3. 4
Rotazione all'esterno	1. 2	2. 3	2. 3	—	—
» all'interno	3. 4	2. 3	3. 4	—	—
Adduzione	2. 3	—	—	—	2. 3. 4
Abduzione	1. 2	—	—	—	— 3. 4

(1, 2, 3, 4 = 1ª, 2ª, 3ª, 4ª radice del plesso = 7ª, 8ª, 9ª, 10ª radice spinale ventrale).

TABELLA 23.

Innervazione radicolare sensitiva della cute dell'arto posteriore della rana, secondo Hein (1869).

CUTE	NERVO DEL PLESSO
Coscia, faccia dorsale	1. 2. 3. 4.
» » esterna	1. 2. 3. —
» » interna	— — 3. 4.
» » ventrale	1. 2. — —
Ginocchio	1. 2. — —
	— 2. 3. —
Gamba, faccia dorsale	1. 2. 3. —
» » esterna	1. 2. — —
» polpaccio	— — 3. 4.
Tallone	— — 3. 4.
Articolazione del piede, faccia esterna	1. 2. — —
» » » » dorsale	— — 3. 4.
» » » » ventrale	— 2. 3. —
Tra tallone e pianta del piede	— 2. 3. —
Margine antero-laterale del piede	— 2. 3. 4.
» postero » » »	— — 3. 4.
Dorso del piede	— 2. 3. —
Pianta » »	1. 2. 3. —
Faccia piantare delle dita	1. 2. 3. —
» dorsale » »	— 2. 3. 4.

(1, 2, 3, 4 = 7^a, 8^a, 9^a, 10^a radice spinale dorsale)

TABELLA 24.

Gli effetti motorî della stimolazione delle radici spinali ventrali nella scimmia, secondo Ferrier e Yeo (1881).

Plesso brachiale (4, 5, 6, 7, 8 rad. cerv. 1ª toracica).

Radici	Movimento
1ª torac.	Adduzione del pollice, flessione delle dita nelle articolazioni metacarpo-falangee. Inoltre contrazione dei muscoli del collo dello stesso lato, per la quale il capo è piegato verso la spalla.
8ª cerv.	Il pugno si chiude fortemente: pronazione e flessione del polso, estensione dell'avambraccio con retrazione del braccio.
7ª cerv.	Il braccio è addutto, rotato in dentro e retratto. L'avambraccio è steso in modo da portar il dorso della mano contro il tronco, mentre il polso e le dita sono flesse nelle loro seconde falangi in modo da portar i polpastrelli verso la faccia radiale e verso il tronco. L'atto qui descritto è quello dello *scalptor ani*. Il M. teres major, il latissimus dorsi e il sottoscapolare sembrano partecipare all'azione.
6ª cerv.	Il braccio è addutto e retratto, l'avambraccio steso e pronato, il polso flesso, e la palma della mano portata contro il pube. Sembra esser l'atto per slanciarsi sopra un trapezio, sopra un ramo, servendosi della mano come di punto fisso.
5ª cerv.	Il braccio è alzato in alto ed in dentro, l'avambraccio flesso e supinato, il polso e le falangi basali stese. Il risultato dell'atto è di portar la mano alla bocca.
4ª cerv.	La spalla ed il braccio sono alzati e portati indietro, l'avambraccio è fissato e supinato ed il polso steso. L'azione della 4ª rad. cerv. in altri sperimenti fu simile a quella della 5ª eccettuato l'innalzamento all'indietro del braccio.

Plesso lombo-brachiale: nella scimmia 4, 5, 6, 7 rad. lombale, 1ª radice sacrale, nell'uomo 3, 4, 5 lomb., 1, 2 sacrale.

2ª, 3ª, 4ª sacr. .	Movimenti della coda.
1ª sacr.	Adduzione e flessione dell'alluce (falange basale), flessione delle falangi prossimali delle dita, con lieve separazione delle falangi ditali. Anche la coda è mossa verso il lato stimolato.
7ª lomb. . . . . (1ª sacr. nell'uomo)	Flessione della gamba, flessione della planta e delle dita nelle falangi prossimali come nella 1ª radice sacrale, coll'addizione della flessione dell'alluce nella falange distale (flessor lungo).
6ª lomb.	Rotazione all'infuori della coscia, la quale assume una posizione media fra estensione e flessione; rotazione all'indentro della gamba che è flessa. Flessione plantare dell'alluce e delle dita nelle loro falangi distali.
5ª lomb.	Estensione della coscia e della gamba mentre l'alluce s'impunta. Il risultato composto è l'irrigidimento dell'arto intero all'indietro e sembra essere il movimento che precede immediatamente l'alzarsi del piede da terra per far un passo in avanti durante la deambulazione.
4ª lomb.	Flessione della coscia sulla pelvi ed estensione della gamba.
3ª lomb.	Contrazione nei muscoli del fianco, ma nulla nell'arto.
2ª, 1ª lomb. . .	Contrazione in alcuni muscoli del fianco e della regione ipogastrica.

TAPELLA 25.

Gli effetti motorî delle stimolazioni delle radici spinali ventrali del plesso lombare del cane e del gatto, secondo Bert e Marcacci (1881).

PLESSO LOMBARE.

RADICI	EFFETTO
1ª Radice del plesso	Contrazione dei muscoli sartorio, retto anteriore e psoas. Questi muscoli sono flessori della coscia sul bacino.
2ª rad.	Contrazioni nella parte anteriore del *vasto esterno* in una porzione della *fascia lata*, e del *vasto interno*. Vale a dire dei fasci muscolari che presiedono ai movimenti d'estensione della coscia.
3ª rad.	Funzione analoga alla precedente con qualche differenza di particolarità che rimangono da precisarsi: la sua eccitazione mette in gioco una parte del *vasto esterno*, la parte anteriore del muscolo *renforci* dei flessori. La parte posteriore rimane immobile.
4ª rad.	Movimenti: nella parte posteriore del renforci / nel semitendineo } flessori della gamba. nel semimembranoso / nel curvatus } corrispondenti ai 3ⁱ adduttori nell'uomo. nell'arquatus / nel prismaticus } estensori della coscia. Vi sono dunque due ordini di movimenti comandati dalla 4ª radice; i movimenti non sono però in nulla nè opposti nè contraddittorî. Essa è quindi dal punto di vista funzionale una radice complessa.
5ª rad.	Presiede ai movimenti della coda (radice della gioia).

TABELLA 26.

La partecipazione rispettiva delle radici motorie dei plessi brachiale e lombo-sacrale all'innervazione dei muscoli ed alla formazione dei nervi degli arti (1), secondo Forgue e Lannegrace (1884).

PLESSO BRACHIALE

RADICI	NERVI	MUSCOLI
5ª cerv. . . .	rami muscolari	angolare, romboidei.
	sottoscapolare	sottoscapolare.
	muscolo-cutaneo	coraco-brachiale, bicipite, brachiale ant.
	mediano (branca est.) . . .	pronatore rotondo, palmare lungo (queste fibre possono mancare).
	tronco che fornisce i nervi toracici ant.	porzione clavic. del grande pettorale e del sottoclavic
	toracico laterale.	fasci superiori del gran serrato.
	circonflesso	sottojoideo.

(1) Gli Autori introducono il loro elenco colle seguenti parole: « Combinando i risultati degli sperimenti sugli animali (cane e scimmia) colle nozioni fornite dall'Anatomia umana, siamo arrivati alle conclusioni che seguono relative alla funzione speciale di ciascuna radice del plesso brachiale nell'uomo ».

TABELLA 26 (*Seguito*).

Plesso brachiale.

Radici	Nervi	Muscoli
5ª cerv. . . .	radiale	supinatore lungo, radiali.
	frenico	porzione post. del diaframma. (La parte ant. è innervata dalla 3ª e 4ª rad. cerv.).
6ª cerv. . . .	muscolo-cutaneo	bicipite, coraco brachiale, brachiale ant.
	mediano (branca est.) . . .	pronatore rotondo, palmare lungo.
	tronco comune dei nervi toracici ant.	sottoclavicolare, porzione clavic. del grande pettorale.
	ramo muscolare	fasci medî del serrato ant.
	frenico	parte post. del diaframma.
7ª cerv. . . .	muscolo-cutaneo	bicipite, coraco-brachiale, brachiale ant.
	mediano (branca est.) . . .	pronatore rotondo, palmare lungo (ed anche un poco i flessori superficiali e profondi).
	rami muscolari	gran rotondo, gran dorsale.
	circonflesso	deltoideo (queste fibre possono mancare).
	tronco comune dei nervi toracici sup.	porzione sterno-costale dei Mm. pettorali.
	radiale	tricipite, supinatore lungo, Mm. radiali della regione esterna dell'avambraccio, tutti i Mm. della regione post. dell'avambraccio.
8ª cerv. . . .	mediano (branca int.) . . .	flessore superficiale, flessore lungo del pollice, Mm. dell'eminenza tenar.
	ulnare	ulnare ant., parte interna del flessore profondo, Mm. dell'eminenza ipotenar, Mm. interossei.
	radiale	tricipite, Mm. della regione post. dell'avambraccio.
	tronco comune dei nervi toracici ant.	rami muscolari, grande rotondo, grande dorsale.
1ª tor. . . .	mediano (branca int.) . . .	flessore superfic., flessore lungo del pollice, parte esterna del flessore profondo, Mm. dell'eminenza tenar.
	ulnare . . . , . . .	ulnare, parte interna del flessore profondo, Mm. dell'eminenza ipo-tenar, Mm. interossei.
	radiale	Mm. della regione post. dell'avambraccio.

Plesso lombo-sacrale.

1ª lomb. . . .	—	(non concorre all'innervazione del membro inferiore).
2ª lomb. . . .	crurale	ilio psoas (fortemente), pettineo, sartorio, retto ant., vasto interno.
	otturatore	retto interno, 1° adduttore.
3ª lomb. . . .	crurale	ilio psoas, pettineo, sartorio, retto ant., vasto interno ed esterno.
	otturatore	tutta la massa degli adduttori e del retto interno.
4ª lomb. . . .	crurale	psoas, vasto esterno.
	otturatore	grande adduttore
	tronco lombosacrale	
	» dei nn. glutei . .	glutei.
	» dei nn. collaterali del gran sciatico	bicipite, semi-membranoso, semi-tendineo, porzione condiloidea del grande adduttore.
	tronco popliteo esterno . .	sureo anteriore, estensori delle dita, Mm. peronei.
	» popliteo interno . .	tricipite, flessori comuni lunghi delle dita, flessore lungo dell'alluce.

TABELLA 26 (*Seguito*).

Radici	Nervi	Muscoli
5ª lomb. . .	glutei	glutei.
	rami dello sciatico	flessori del polpaccio, semimembranoso, semitendineo, bicipite.
	popliteo interno	tricipite, sureo post., flessori delle dita.
1ª sacr. . . .	» »	tutti i Mm. della regione posteriore della gamba e della regione plantare.
2ª sacr. . . .	» »	la medesima funzione della rad. precedente, influenza debole sulla gamba, più forte sulla pianta.
altre sacr. . .	» »	perineo (e negli animali la coda).

TABELLA 27.

Gli effetti motori caratteristici della stimolazione delle radici spinali ventrali del plesso lombo-sacrale nel gatto, secondo Langley (1891).

Radice	Effetto
	Risultati ottenuti con individui del tipo II (tipo più comune).
5ª lomb.	Flessione della coscia.
6ª lomb.	Estensione della coscia, della gamba e del piede; le unghie possono essere stese ma le dita non si separano.
7ª lomb.	Estensione della coscia e della gamba, meno intensa nella coscia che per la 6ª radice lombale; le unghie stese e le dita largamente separate.
1ª sacr.	Leggera contrazione nella gamba; flessione del piede.
2ª sacr.	Flessione delle dita e per solito lieve flessione del piede; la radice della coda è mossa verso il lato stimolato.
3ª sacr.	Movimento della radice della coda verso il lato stimolato; nessun movimento nell'arto.
	Risultati ottenuti con individui del tipo III.
4ª lomb.	Flessione della coscia, la quale è rotata leggermente in dentro; debole estensione della gamba e del piede; le dita qualche volta sono spinte all'indietro.
5ª lomb.	Forte estensione della coscia, della gamba e del piede; la coscia è rotata formente all'indietro ed il piede all'infuori.
6ª lomb.	La coscia assume una posizione media fra la flessione e l'estensione oppure si stende; le unghie escono e le dita si separano largamente.
7ª lomb.	Estensione della gamba; la pianta del piede è rotata lievemente all'indietro, mentre la gamba ed il piede sono spinti in alto; le dita sono un po' separate e le unghie moderatamente stese; la radice della coda è mossa verso il lato stimolato.
1ª sacr.	Flessione leggera del piede e delle dita con abduzione delle due ultime dita: movimento della radice della coda.
2ª sacr.	Nessun movimento nell'arto

TABELLA 28.

Gli effetti motori complessivi e particolareggiati della stimolazione delle radici spinali ventrali e dei singoli fascetti radicolari del plesso brachiale nel cane, secondo Russel (1891).

Plesso brachiale (6, 7, 8 cerv., 1, 2 tor.)

Radici	Effetto
5ª cerv.	A. Nessun movimento in qualunque parte dell'arto. Soltanto la scapola è fissata sul tronco e spinta un po' in alto (1).
	B. Nulla nell'arto.
	C. Nulla nell'arto.
6ª cerv.	A. Il braccio è innalzato a livello della spalla coll'avambraccio ad angolo retto sul braccio mentre l'arto è addotto ed il gomito rotato all'infuori.
	B. 1° Il braccio è alzato a livello della spalla; 2° adduzione del braccio sul fianco del tronco: rotazione all'infuori del gomito; 3° flessione del gomito.
	C. Brachio-mastoideus. Diaphramma. Deltoideus. Supra et infra spinatus. Subscapularis. Coraco brachialis Biceps. Brachialis anticus.
7ª cerv.	A. L'avambraccio è flesso intieramente sul braccio sicchè il polso viene a toccare la spalla, mentre l'intiero arto è innalzato obliquamente innanzi al torace verso il lato opposto.
	B. 1° Il braccio è innalzato a livello della spalla; 2° abduzione del gomito e rotazione all'indentro; 3° l'arto s'inualza obliquamente dinanzi al torace; 4° retrazione del gomito; 5° flessione del gomito; 6° estensione del gomito; 7° flessione del polso; 8° estensione del polso; 9° supinazione dell'avambraccio.
	C. Diaphragma. Deltoideus. Supra et infraspinatus Subscapularis, Teres. Coracao brachialis. Biceps. Flexores carpi. Extensores carpi. Supinator brevis. Pectoralis. Serratus magnus.
8ª cerv.	A. L'intiero arto steso rigidamente all'ingiù lungo il fianco parallelo all'asse longitudinale del corpo in linea retta, colle dita leggermente separate.
	B. 1° Il braccio tirato lungo il fianco col gomito rotato all'infuori; 2° il braccio tirato all'ingiù e fissato sul fianco; 3° il braccio tirato obliquamente sul torace verso il lato opposto; 4° il braccio tirato sul torace dal medesimo lato; 5° rotazione del gomito; 6° estensione del gomito; 7° flessione del polso; 8° estensione del polso; 9° supinazione dell'avambraccio; 10° pronazione dell'avambraccio; 11° flessione delle dita; 12° estensione delle dita.
	C. Pectoralis. Teres. Latissimus dorsi. Flexores carpi. Extensores carpi. Supinator brevis. Pronator teres. Flexor digit. Extensores digit.
1ª tor.	A. L'intero arto steso giù obliquamente attraverso lo stesso lato dell'addome coll'avambraccio pronato e lieve flessione ulnare del polso e larga separazione delle dita.
	B. 1° Il braccio tirato all'ingiù è fissato lungo il fianco del tronco; 2° estensione del gomito; 3° pronazione dell'avambraccio; 4° flessione; 5° estensione; 6° adduzione; 7° adduzione delle dita.
	C. Latissimus dorsi. Triceps. Pronator teres. Flexores digit. Estensores digit. Interossei.
2ª tor.	A. Le dita separate leggermente flesse.
	B. 1° Flessione interossea delle dita; 2° abduzione delle dita.
	C. Musculi intrinseci pedis.

(1) N. B. Nelle Tabelle 28 e 30. A, = Movimenti combinati risultanti dalla stimolazione di radici in toto; B, = Movimenti semplici risultanti dalla stimolazione dei singoli fascetti radicolari; C, = Contrazioni nei singoli muscoli.

TABELLA 29.

Gli effetti per la funzione dell'arto anteriore del cane della sezione d'una sola radice spinale ventrale, secondo Russel (1891).

Plesso Brachiale.

Radice	Effetto
5ª cerv.	Assolutamente nulla.
6ª cerv.	Evidente parèsi dell'arto, interessante specialmente i muscoli intorno alla spalla.
7ª cerv.	Parèsi più estesa. Esisteva inoltre una certa interferenza col potere motorio dei segmenti inferiori dell'arto, il che rendeva più manifesta la parèsi.
8ª cerv.	L'effetto più notevole. La parèsi era più specialmente evidente intorno al polso.
1ª tor.	Quasi nulla.

TABELLA 30.

Gli effetti motori della stimolazione delle radici spinali ventrali del plesso lombo-sacrale del Macasus rhesus, secondo Russel (1893).

Plesso lombo-sacrale.

Radici	Effetto
1ª lomb.	A. B. Nessun movimento intrinseco dell'arto. C.
2ª lomb.	A. Nessun movimento intrinseco dell'arto. B. » » » » C. Psoas parvus.
3ª lomb.	A. Leggera flessione della coscia. C. Psoas parvus. Psoas magnus. Sartorius.
4ª lomb.	A. Flessione della coscia con adduzione; la gamba stesa nel ginocchio. B. 1° Flessione della coscia; 2° adduzione della coscia; 3° estensione del ginocchio. C. Psoas magnus. Iliacus. Sartorius. Adductor longus. Extensor quadriceps, Gracilis.
5ª lomb.	A. Estensione dell'intero arto con adduzione e rotazione all'indietro della coscia e dorso-flessione del piede. B. 1° Adduzione dell'arto; 2° estensione del ginocchio; 3° dorso-flessione del piede; 4° estensione delle dita; 5° estensione dell'alluce. C. Iliacus. Gluteus minimus. Adductor longus. Extensor quadriceps. Gracilis. Tibialis anticus posticus. Extensor longus digitorum. Extensor proprius hallucis.
6ª lomb.	A. L'arto stesso addotto e ruotato all'infuori nella coscia. Flessione nel ginocchio. Il piede piegato all'infuori ad angolo retto nella caviglia. Le dita ed il pollice flessi nelle falangi ditali.

TABELLA 30 (*Seguito*).

Plesso lombo-sacrale.

Radici	Effetto
6ª lomb.	B. 1° Estensione nell'anca; 2° flessione nel ginocchio; 3° dorso-flessione nella caviglia; 4° estensione all'anca 5° rotazione del piede all'interno; 6° estensione; 7° flessione delle dita; 8° flessione; 9° estensione dell'alluce. C. Adductor magnus. Flessori del ginocchio. Soleus. Gastrocnemius. Tibialis anticus e posticus. Extensor long. digit. Flexor long. digit. Peronaeus long. et brev. Extensor long. hallucis. Glutaeus maximus, medius, minimus. Pyriformis. Obturator internus et externus. Gemellus sup. et inf. Quadratus femoris. Popliteus. Plantaris.
7ª lomb.	A. L'arto steso nella coscia, flesso nel ginocchio, steso nella caviglia colla faccia plantare del piede esposta all' indietro, le dita flesse nell'articolazioni metatarso-falangee, l'alluce flesso ed addotto contro la pianta del piede accanto alle dita flesse. B. 1° Estensione nell'anca; 2° flessione nel ginocchio; 3° estensione nella caviglia; 4° flessione delle dita nell'articolazioni metatarso-falangee; 5° flessione; 6° adduzione dell'alluce. C. Gastrocnemius. Flessori del ginocchio. Soleus. Flexor long. digit. Flexor long. hallucis. Peronaeus long. et brev. Adductor hallucis. Interossei. Gluteus maximus et medius. Pyriformis. Obturator internus et externus. Gemellus sup. et inf. Quadratus femoris. Popliteus. Plantaris.
1ª sacr.	A. Flessione delle dita, data dagli interossei con flessione ed adduzione dell'alluce. B. 1° Flessione dell'alluce; 2° adduzione dell'alluce; 3° flessione dell'alluce. C. Musculi intrinseci pedis.
2ª sacr.	A. B. Nessun movimento nell'arto. C.

TABELLA 31.

I movimenti ottenuti colla stimolazione delle radici spinali ventrali del plesso lombo-sacrale nel cane, secondo Page May (1897).

Radice	Movimenti
1ª lomb.	Nessun movimento nell'arto posteriore.
2ª lomb.	» » » »
3ª lomb.	» » » »
4ª lomb.	Lieve estensione della coscia. Estensione del ginocchio, della caviglia e delle dita.
5ª lomb.	Estensione e lieve adduzione della coscia. Estensione del ginocchio, della caviglia e delle dita.
6ª lomb.	Estensione della coscia, del ginocchio e della caviglia. Estensione e distensione delle dita.
7ª lomb.	Estensione della coscia. Estensione del ginocchio (talora si trovano varianti).
1ª sacr.	Lieve estensione della coscia - Flessione del ginocchio - Estensione della caviglia con rotazione all'infuori - Flessioni delle dita - Movimento della base della coda e nella regione anale.
2ª sacr.	Nessun movimento nell'arto - Movimenti laterali della coda e del retto.

TABELLA 32.

Effetti motori della stimolazione delle radici spinali ventrali dei plessi brachiale e lombo-sacrale nel cane, nel gatto e nel coniglio, secondo Polimanti (1895).

Plesso brachiale del cane e del gatto.

Radici	Muscoli	Movimenti
I Rad. (5ª Cerv).	Deltoideus	Innalzamento ed abduzione della spalla.
	Supraspinatus	
II Rad. (6ª Cerv.)	Abductor brachii superior	Abduzione della spalla e rotazione in dentro del braccio.
	Abductor brachii inferior	
»	Coracobrachialis	
III Rad. (7ª Cerv.)	Supraspinatus	Innalzamento della spalla contro il tronco e del braccio contro la spalla con leggera abduzione e pronazione del braccio.
	Infraspinatus	
»	Teres major	
»	Teres minor	
»	Subscapularis	
»	Pronator teres	
»	parte del Abductor brachii superior	
»	parte del Abductor brachii inferior	
IV Rad. (8ª Cerv.)	Biceps brachii	Flessione dell'avambraccio sul braccio ed estensione delle dita.
	Brachialis internus	
»	Extensor digitorum communis	
»	Extensor pollicis	
»	Extensor digitorum lateralis e brevis (s. extensor digit. III, IV, V, proprius)	
V. Rad. (1ª tor.)	Anconäus (sic) longus s. vastus (caput longum)	Estensione dell'avambraccio e flessione delle dita (movimento per allontanare dall'orecchio uno stimolo).
	Anconäus externus s. brevis s. lateralis	
»	Anconäus internus s. medialis	
»	Anconäus posterior	
»	Anconäus parvus s. quartus	
»	Flexor digitorum sublimis s. perforatus	
»	Flexor digitorum profundus s. perforans	
»	Flexor carpi ulnaris s. ulnaris medialis s. internus	
»	Flexor carpi radialis	
»	Flexor pollicis brevis	
»	Flexor digiti quinti brevis.	

Plesso lombo-sacrale del gatto.

I Rad. (4ª lomb.)	Sartorius	Estensione della coscia, della gamba e delle dita.
	Biceps femoris (pars anterior)	
»	Tensor fasciae latae	
»	Extensor digitorum pedis longus	
»	Tibialis anticus	
II Rad. (5ª lomb.)	Vastus lateralis	Abduzione della coscia.
	Vastus medialis	
»	Adductor magnus et brevis	
»	Adductor longus	

TABELLA 32 (*Seguito*).

Plesso lombo-sacrale del gatto

Radici	Muscoli	Movimenti
III Rad. (6ª lomb.)	Obturator internus	Abduzione della coscia contro il bacino e rotazione della gamba verso l'interno.
»	Psoas	
»	Abductor cruris	
»	Popliteus	
IV Rad. (7ª lomb.)	Semitendinosus	Flessione della coscia sul bacino, della gamba sulla coscia e delle dita.
»	Semimembranosus	
»	Gracilis	
»	Biceps femoris (pars posterior)	
»	Flexor digitorum profundus	
»	Gastrocnemius	
V Rad. (1ª Sacr.)	Biceps femoris (pars posterior)	Flessione leggera della gamba sulla coscia ed abduzione di questa.
»	Adductor longus	
»	Adductor femoris magnus et brevis	
(2ª Sacr.)	Spostamento laterale della base della coda ed incurvamento dell'apice (radice della collera)	
(3ª Sacr.)	Contorsioni serpentine della coda (movimenti che il gatto eseguisce quando giuoca)	
(4ª Sacr)	Innervamento completo della coda e torsione all'apice (movimenti che il gatto eseguisce in presenza della femmina all'epoca degli amori).	

Plesso lombo-sacrale del cane.

I Rad. (4ª lomb.)	Sartorius	Estensione della coscia, della gamba e delle dita.
»	Biceps femoris (pars anter.)	
»	Tensor fasciae latae	
»	Extensor digitorum communis	
»	Tibialis anticus	
II Rad. (5ª lomb.)	Gastrocnemius	Flessione della coscia sul bacino, della gamba sul bacino e delle dita del piede (radice del salto).
»	Flexor digitorum sublimis	
»	Flexor digitorum profundus	
»	Semitendinosus	
»	Semimembranosus	
»	Gracilis	
»	Biceps femoris (pars anterior)	
III Rad. (6ª lomb.)	Adductor magnus et brevis	Abduzione della coscia, del bacino, e flessione delle dita del piede (ad artiglio ? Posizione che prende il cane nell'urinare).
»	Adductor longus	
»	Vastus lateralis	
»	Vastus medialis	
»	Semimembranosus	
»	Flexor digitorum communis	
»	Gastrocnemius	
IV Rad. (7ª lomb.)	Biceps femoris (pars posterior)	Flessione della gamba sulla coscia e leggera estensione delle dita del piede.
	Extensor digitorum communis	
V Rad. (1ª Sacr.)	Obturator internus	Abduzione della coscia contro il bacino e spostamento laterale della base della coda.
	Abductor cruris	
(2ª Sacr.)	Movimenti laterali e frequenti della coda come fanno i cani per far festa (radice della gioia).	

TABELLA 32 (*Seguito*).

Plesso lombo-sacrale del coniglio.

Radici	Muscoli	Movimenti
I Rad. (4ª lomb.)	Sartorius	Flessione della coscia contro il bacino e della gamba contro la coscia.
»	Rectus anterior	
»	Biceps femoris (pars posterior)	
»	Semitendinosus	
II Rad. (5ª lomb.)	Vastus externus s. lateralis	Estensione della coscia e della gamba ed abduzione della coscia.
»	Vastus internus s. medialis	
»	Tensor fasciae latae	
»	Abductor cruris	
»	Biceps femoris (pars anterior)	
III Rad. (6ª lomb.)	Abductor longus	Abduzione della coscia ed estensione delle dita del piede.
»	Adductor femoris magnus et brevis	
»	Semimembranosus	
»	Extensor digit. communis longus	
»	Extensor digit. communis brevis	
»	Peronaeus tertius	
»	Peronaeus longus	
»	Peronaeus brevis	
»	Extensor hallucis longus	
IV Rad. (7ª lomb.)	Gastrocnemius	Flessione delle dita del piede.
»	Flexor digitorum pedis perforatus (s. sublimis)	
(1ª Sacr.)	Flexor digitorum pedis perforans (s. profundus)	
	Movimenti della coda.	

TABELLA 33.

Composizione segmentale di alcuni nervi del plesso lombo-sacrale del gatto: partecipazione delle radici dorsali alla loro formazione, secondo Sherrington (1893).

Numero d'ordine delle radici	Nervi collaterali delle dita: Palmari (ventr.) 1	2	3	4	5	6	7	8	Volari (dors.) 1	2	3	4	5	6	7	8	Plantare interno	Plantare esterno	Tibiale anteriore	Muscolo-cutaneo	Otturatore (coscia)	Otturatore (pelvi)	Safeno interno (coscia)	Safeno interno (ginocchio)	Safeno interno (caviglia)	Tibiale postico	Safeno esterno	Popliteo interno	Popliteo esterno	Nervi flessori del ginocchio	Cutaneo breve **a.**	Cutaneo breve p.	Cutaneo breve p. [1]	Genito-crurale
4ª Lombare . .																					+													+
5ª „ . . .																					+	+	+	+	+									
6ª „ . . .	×	+	+	+	+?				+	×	+	+	+	+?			+		+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+				
7ª „ . . .	+	+	+	+	×	+	+	+	(+)	+	+	+	+	×	+	+	+	+		+			(+)	(+)	(+)	+	+	+	+	+				
1ª Sacrale . .			+	+	+	+	+	×								(+)	(+)	+								+	×	+	+	+	+			
2ª „								+?										(+)										+				+	+	

Leggenda della Tabella 33.

× = La radice manda nel nervo un forte contributo di fibre.
\+ = „ „ concorre sicuramente a formare il nervo.
(+) = „ „ „ qualche volta „ „
+? = Partecipazione dubbia.

TABELLA 34.

Composizione segmentale di alcuni nervi del plesso lombo-sacrale del Macacus rhesus: partecipazione alla loro formazione delle radici spinali, dorsali, secondo Sherrington (1893).

Numero d'ordine delle radici	Nervi collaterali delle dita: Plantari (ventr.) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Volari (dors.) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Plantare interno	Plantare esterno	Tibiale anteriore	Musculo-cutaneo	Otturatore (coscia)	Otturatore (pelvi)	Safeno interno (coscia)	Safeno interno (ginocchio)	Safeno interno (caviglia)	Tibiale posteriore	Safeno esterno	Popliteo interno	Popliteo esterno	Nervi flessori del ginocchio	Plantare esterno	Ramo esterno (del tibiale ant.) alla caviglia.	Ramo cutaneo (del poplit. est.) sul capo della fibula.	Ramo del safeno esterno al plantare esterno.	Cutaneo esterno, sopra la rotula	Cutaneo esterno, sotto la rotula	Genito-crurale (crurale)	Genito-crurale (genitale)	Cutaneo int. sopra il ginocchio	Cutaneo int. sotto il ginocchio
3ª Lombare																									(+)	(+)	+														+			
4ª »																									+	+	×	×	(+)													×	+
5ª »	×	×	×	×	+	+					×	×	+	+	+						+	?	+	+	+	+	+	+	+		+	+										+	×
6ª »	+	+	×	×	×	×	×	×	+	+	×	×	×	×	×	×	+	+	+	+	+	+	+	+	(+)	(+)				+	+	+	+		+								
7ª »							(+)	+	+	+		(+)	+	+	×	×	×	×	×	×	+		+	+						+	+	+	+		+		+						
1ª Sacrale																														+	+	+	+										
2ª »																																											

Leggenda della Tabella 34

× = La radice manda nel nervo un forte contributo di fibre.
\+ = » » concorre sicuramente a formare il nervo.
(+) = » » » qualche volta » »
\+ ? = Partecipazione dubbia.

TABELLA 35.

Effetti della stimolazione delle singole radici spinali ventrali del plesso lombo-sacrale del gatto, secondo Sherrington (1892).

Classe postfissa del plesso.

Radice	Effetto della stimolazione
1 L.	Contrazione della parete addominale; leggera rotazione all'indietro della coscia con lieve flessione della coscia.
2 L.	Forte contrazione della parte inferiore della parete addominale, lieve flessione della coscia.
3 L.	Forte contrazione della parte inferiore della parete addominale, flessione della coscia con lieve adduzione. (Movimento nel legamento rotondo, nel vaso deferente e nella vescica).
4 L.	Contrazione della parte inferiore della parete addominale, forte flessione della coscia nell'anca con adduzione, ruotazione all'indentro della coscia; leggera estensione nel ginocchio. (Movimenti nel legamento rotondo, nel vaso deferente e nella vescica).
5 L.	Forte flessione della coscia nell'anca con forte adduzione, leggera estensione nel ginocchio, nessun movimento del piede. (Movimento nella vescica).
6 L.	Leggera estensione della coscia nell'anca con lieve adduzione, forte estensione nel ginocchio, flessione nella caviglia con estensione delle dita.
7 L.	Estensione della coscia nell'anca e estensione del ginocchio, estensione nella caviglia, le dita flesse e separate, le unghie sguainate.
1 S.	Lieve estensione della coscia nell'anca, leggera flessione nel ginocchio, forte estensione nella caviglia, separazione delle dita. Le unghie si sguainano. (Protrusione dell'ano con chiusura dell'orificio; il perineo spinto all'ingiù; contrazione dell'orificio vaginale, la coda addotta; emissione dell'urina).
2 S.	La natica e la coscia si appiattiscono lievemente (in due casi soltanto). Flessione interossea delle dita. (La coda spinta verso il lato stimolato; chiusura dell'ano, contrazione dell'orificio vaginale; emissione dell'urina).
3 S.	Nessun movimento nell'arto. (Nessun movimento dell'ano; emissione dell'urina; movimento della coda verso il lato stimolato).

Classe prefissa del plesso.

2 L.	Forte contrazione della parte inferiore della parete addominale, rotazione all'indentro e flessione della coscia nell'anca.
3 L.	Forte contrazione della parte anteriore della parete addominale, flessione della coscia nell'anca con lieve adduzione (?) e rotazione all'indentro. (Movimento nel legamento rotondo, nel vaso deferente e nella vescica).
4 L.	Contrazione della parte inferiore della parete addominale, forte flessione della coscia nell'anca con forte adduzione (?) e lieve estensione del ginocchio. (Movimento nel legamento rotondo, nel vaso deferente e nella vescica).
5 L.	Lieve estensione della coscia nell'anca con adduzione, estensione del ginocchio (?) estensione nelle caviglie. (Movimento nella vescica).
6 L.	Forte estensione della coscia nell'anca, estensione del ginocchio, flessione delle caviglie, dorsoflessione del piede, estensione delle dita; le unghie sguainate, separazione delle dita. (Movimento della radice della coda verso il lato stimolato. Lieve contrazione dell'orificio anale).

TABELLA 35 (*Seguito*).

CLASSE PREFISSA DEL PLESSO.

RADICE	EFFETTO DELLA STIMOLAZIONE
1 S.	Lieve estensione della coscia nell'anca e flessione del ginocchio; estensione delle caviglie. Separazione delle dita con flessione delle falangi prossimali ed estensione di quelle terminali. (Protrusione dell'ano con la chiusura del medesimo; movimento della radice della coda verso il lato stimolato, contrazione dell'orifizio vaginale; emissione dell'urina).
2 S.	Nessun movimento dei muscoli delle estremità. (Lieve protrusione e contrazione degli orifizi anali e vaginali; movimento della coda verso la parte stimolata; emissione dell'urina).
3 S.	(Nessun movimento dell'ano; movimento della coda verso la parte stimolata; emissione dell'urina).
4 S.	(Nessun movimento dell'ano; movimento della coda, radice della coda verso la parte opposta a quella stimolata; emissione dell'urina).
	(Movimento della parte posteriore della coda verso la parte stimolata).
	(Movimento dell'apice della coda verso la parte stimolata).

TABELLA 36.

Innervazione radicolare d'alcuni muscoli dell'arto posteriore del gatto, secondo Sherrington (1892).

RADICE	MUSCOLI
4 L.	Pectineus; ilio-psoas; sartorius; rectus superior; vastus internus; rectus inferior ed adductor longus. Vesica.
5 L.	Ilio psoas; rectus superior; sartorius; vastus internus, vastus externus; rectus inferior; crureus; gracilis; adductores (apparentemente tutti). Vesica.
6 L.	Psoas; vastus externus; crureus; subcrureus; vastus internus; adductor magnus; rectus inferior; rectus superior; gracilis; semimembranosus > semitendinosus; flexor longus digitorum; tibialis anticus. Extensor biceps, longus digitorum; peroneus e gastrocnemius (specialmente il capo esterno) non sempre.
7 L.	Peroneus lateralis longus, peroneus lateralis brevis inferior et superior; soleus; gastrocnemius; flexor longus digitorum. Tibialis posticus, tibialis anticus; extensor longus digitorum. Semitendinosus, semimembranosus, biceps, qualche volta; adductor magnus in parte, qualche volta i flessori intrinseci della regione plantare Gluteus. Sphincter ani, qualche volta.
1 S.	Soleus, gastrocnemius, peroneus lateralis. I muscoli intrinseci della regione plantare. Biceps, semitendinosus, qualche volta semimembranosus. Sphincter ani, sphincter vaginae. Vesica.
2 S.	I muscoli intrinseci della regione plantare (qualche volta) sacro-coccygeus superior. Soleus, vastus longus e gluteus maximus (raramente), sphincter ani, sphincter vaginae. Vesica.
3 S.	Sacrococcygeus. Vesica.

TABELLA 37.

Gli effetti motori complessivi (A) e dettagliati (B) della stimolazione delle singole radici spinali ventrali del plesso lombo-sacrale del Macacus rhesus, secondo Sherrington (1892).

I. — Classe postfissa del plesso.

Radice	Effetto
1ª sotto-tor. . . .	A. Retrazione della parete addominale. (Erezione dei peli)
» (1ª lomb.) . .	B. Quadratus lumborum; psoas parvus, psoas magnus, obliquus externus, obliquus internus, transversalis.
2ª sotto-tor. . . . (= 1ª lomb.)	A. Retrazione della parte inferiore della parete addominale. I testicoli tirati in su. Lieve flessione della coscia nell'anca. (Erezione dei peli; movimento nel legamento rotondo, vaso deferente e vescica).
	B. Quadratus lumborum, psoas magnus, psoas parvus, cremaster, obliquus externus, transversalis.
3ª sotto-tor. . . . (= 3ª lomb.)	A. Contrazione della parte inferiore della parete addominale: i testicoli tirati in su (più fortemente che colla 2ª radice). Flessione della coscia nell'anca, lieve flessione nel ginocchio, leggera rotazione all'infuori della coscia (Erezione dei peli; movimento nel legamento rotondo, vaso deferente e vescica).
	B. Psoas magnus, psoas parvus, cremaster, iliacus, obliquus externus, transversalis (dei tre ultimi soltanto la parte inferiore), pectineus longus, sartorius.
4ª sotto-tor. . . . (= 4ª lomb.)	A. I testicoli tirati in su (lievemente) ? Contrazione della parte inferiore della parete addominale. Flessione della coscia nell'anca con adduzione della coscia, estensione nel ginocchio, lieve rotazione all'infuori della coscia (Movimento della vescica).
	B. Psoas magnus, iliacus, pectineus, adductor longus, gracilis (e probabilmente tutta la massa rimanente degli adduttori), sartorius, vastus internus, vastus externus, crureus. rectus fem. (lievemente), obturator externus.
5ª sotto-tor. . . .	A. Flessione della coscia nell'anca, con adduzione della coscia, estensione nel ginocchio: il margine interno del piede è innalzato con leggera fiessione nella caviglia e lieve estensione dell'alluce.
	B. Psoas magnus (una piccola parte prevertebrale di esso), gracilis adductor, longus (lievemente) tensor vaginae, rectus femoris, vastus internus, vastus externus, crureus, sartorius (lievemente), tibialis anticus (soltanto leggermente), extensor hallucis (molto leggermente), extensor longus digitorum (molto leggermente), peroneus longus (molto leggermente).
6ª sotto-tor. . . .	A. Estensione nell'anca, con adduzione della coscia, debole flessione, oppure estensione del ginocchio, flessione della caviglia: il margine interno del piede s'innalza, estensione delle dita con adduzione dell'alluce.
	B. Una parte dell'adductor magnus, tibialis anticus, externus hallucis, peroneus longus (> peron. brevis) peroneus brevis, i brevi (intrinseci) estensori delle dita, abductor minimi digiti, gastrocnemius (ambo i capi, ma leggermente), popliteus, tibialis posticus, flexor longus digitorum, flexor longus digitorum, flexor longus hallucis, soleus (leggermente), semi-membranosus, plantaris, semi-tendinosus, biceps, la parte superiore del pyriformis, quadriceps, extensor cruris (raramente), gracilis (vicino al ginocchio, ma raramente).
7ª sotto-tor. . . .	A. Estensione dell'anca; flessione del ginocchio; il margine esterno del piede si abbassa; flessione delle dita con forte adduzione dell'alluce; s'abbassa la coda. Lieve rotazione all'infuori della coscia.

TABELLA 37 (*Seguito*).

I. — Classe postfissa del plesso.

Radice	Effetto
7ª sotto-tor. . . .	B. Adductor magnus, semitendinosus, semimembranosus, tibialis anticus, extensor longus digitorum, ext. prop. hallucis, peroneus brevis (> peroneus longus), peroneus longus, plantaris, popliteus, gastrocnemius (capo esterno ed interno), tibialis posticus, flexor longus digitorum, soleus, flexor longus hallucis, gli estensori brevi (extensores intrinseci) delle dita e dell'alluce, abductor minimi digiti, abductor hallucis, abductor hallucis, interossei e lumbricales. La parte più profonda(?) dello sphincter ani. Gran parte del pyriformis, obturator internus. Quadratus femoris e i due gemelli. Gluteus medius, gluteus maximus.
8ª sotto-tor. . . .	A. Lieve rotazione all'infuori, della coscia, estensione nell'anca, flessione nel ginocchio, estensione (fortissima) nella caviglia. Forte flessione e adduzione dell'alluce, flessione delle dita per azione muscolare « interossea ». (Contrazione dell'ano e dell'orifizio vaginale; la radice della coda s'abbassa ed è spinta verso la parte stimolata; emissione dell'urina; erezione del pene). B. Biceps, semimembranosus, semitendinosus, gluteus maximus; ambo i capi del gastrocnemius, soleus, tibialis posticus, flexor longus digitorum) leggermente), flexor long. hallucis. Abductor hallucis, abductor minimi digiti. I flessori brevi ed accessorî delle dita e dell'alluce, ed abductor dell'alluce. Interossei e lumbricales, la parte superficiale dello sphinter ani. Sphincter vaginae, una piccola parte del pyriformis. Obturator internus, quadratus femoris ed i due gemelli.
9ª sotto-tor. . . .	A. Lieve rotazione all'infuori della coscia. Flessione e adduzione dell'alluce, flessione delle dita (Perineo abbassato; contrazione dell'ano e dell'orifizio vaginale; abduzione della radice della coda verso la parte stimolata; emissione dell'urina; erezione del pene). B. I flessori brevi delle dita e dell'alluce. L'adduttore dell'alluce. Interossei e lumbricales. Sphincter ani. Sphincter vaginae. Obturator internus, una parte del gluteus maximus.
10ª sotto-tor. . .	A. (Abduzione della coda verso la parte stimolata; emissione dell'urina).
11ª sotto-tor. . .	A. (I due terzi prossimali della coda spinti verso la parte stimolata).
12ª sotto-tor. . .	A. (Metà distale della coda spinta presso la parte stimolata).
13ª sotto-tor. . .	A. (La punta della coda spinta verso la parte stimolata.)

II. — Classe prefissa del plesso.

1ª sotto-tor. . . .	A. Retrazione della parete addominale (anteriormente) vicino all'ombelico (Erezione dei peli). B. Quadratus lumborum, psoas parvus, obliquus externus, obliquus internus, transversalis; psoas magnus.
2ª sotto-tor. . . .	A. Retrazione della parte inferiore della parete addominale; flessione nell'anca con lieve rotazione all'infuori della coscia; i testicoli tirati in su (più fortemente che con la 3ª radice). (Erezione dei peli, movimento nel legamento rotondo; vaso deferente e vescica). B. Quadratus lumborum, psoas magnus, psoas parvus, cremaster, obliquus externus, obliquus internus, transversalis.
3ª sotto-tor. . . .	A. Retrazione della parte infima della parete addominale; i testicoli tirati in su. Flessione nell'anca con rotazione marcata all'infuori della coscia e lieve ad-

TABELLA 37 (*Seguito*).

II. — Classe prefissa del plesso.

Radice	Effetto
	duzione, lieve estensione nel ginocchio. (Erezione dei peli; movimento nel legamento rotondo, vaso deferente e vescica).
3ª sotto-tor. . .	B. Psoas, cremaster, iliacus; obliquus externus, obliquus internus (soltanto la parte inferiore), transversalis, pectineus. Adductor longus, sartorius (la parte superiore specialmente), lievemente vastus internus e obturator externus; rectus femoris (lievemente la parte superiore).
4ª sotto-tor. . . .	A. Flessione nell'anca; estensione nel ginocchio; adduzione della coscia; ruotazione all'infuori della coscia. Vescica.
	B. Psoas, iliacus, pectineus, adductor longus, sartorius (la parte inferiore specialmente), vastus internus (> vastus externus), crureus, obturator externus, rectus femoris, vastus externus, gracilis, adductor brevis, adductor magnus.
5ª sotto-tor. . . .	A. Flessione nell'anca; estensione nel ginocchio, raramente flessione; adduzione; forte flessione nella caviglia; il margine esterno del piede s'innalza, flessione dell'alluce e delle dita.
	B. Gracilis, vastus externus (> vastus internus), rectus femoris, vastus internus, crureus, adductor magnus, tibialis anticus, extensor longus digitorum, extensor proprius hallucis, tensor vaginae femoris. Peroneus longus (lievemente) semimembranosus (leggermente), flexor longus hallucis.
6ª sotto-tor. . . .	A. Estensione nell'anca; adduzione della coscia; forte flessione nel ginocchio; estensione nella caviglia; rotazione all'indentro della gamba; il margine esterno del piede è innalzato, flessione delle dita e dell'alluce nelle articolazioni terminali con (talvolta) adduzione. (Lieve retrazione dell'ano).
	B. Tibialis anticus; extensor longus digitorum; extensor hallucis; peroneus longus; peroneus brevis; extensor brevis digitorum; gastrocnemius, capo esterno (> capo interno) e gastrocnemius, capo interno; tibialis posticus; flexor longus digitorum; flexor longus hallucis; semimembranosus (> semitendinosus), semitendinosus; biceps (specialmente la porzione profonda, abductor hallucis; flexor brevis digitorum, abductor hallucis (leggermente); abductor minimi digiti; soleus (leggermente); plantaris, popliteus; pyriformis; gluteus medius, quadratus femoris, gemellus inferior; gemellus, superior, gluteus minimus.
7ª sotto-tor. . . .	A. Estensione nell'anca, con lieve rotazione all'infuori della coscia; flessione nel ginocchio; estensione nella caviglia; rotazione della gamba all'esterno, flessione delle dita e dell'alluce; con adduzione dell'alluce, qualche volta con abduzione dell'alluce e del mignolo. (Abbassamento ed abduzione della radice della coda; protrusione e debole contrazione dell'ano, raramente anche dell'orificio vaginale.
	B. Tibialis anticus; extensor longus digitorum; extensor proprius hallucis; peroneus longus (leggermente e < peroneus brevis); peroneus brevis; gastrocnemius, capo esterno; gastrocnemius, capo interno; plantaris; tibialis posticus; flexor longus digitorum; soleus; flexor longus hallucis; extensor brevis digitorum; flexor brevis digitorum; abductor hallucis; abductor minimi digiti; flexor accessorius; flexor brevis hallucis; flexor brevis minimi digiti; abductor hallucis; interossei e lumbricales; obturator internus; quadratus femoris; gemelli, superior e inferior; pyriformis (la maggior parte di esso e specialmente la porzione laterale), la parte più profonda dello sphincter ani; semitendinosus; semimembranosus; biceps; adductor magnus (in parte); po-

TABELLA 37 (*Seguito*).

II. — Classe prefissa del plesso.

Radice	Effetto
	pliteus; gluteus medius; gluteus medius; gluteus minimus; gluteus maximus; sphincter ani.
8ª sotto-tor. . . .	A. Estensione nell'anca con lieve rotazione all'infuori della coscia; flessione nel ginocchio; estensione nella caviglia; forte flessione e abduzione dell'alluce; flessione delle dita in posizione «interossea». (Chiusura e protrusione dell'ano; la radice della coda abbassata e spinta verso il lato stimolato; il perineo spinto in giù; contrazione dell'orifizio vaginale; emissione dell'urina; erezione del pene).
	B. Biceps (> semimembranosus); semitendinosus (> semimembranosus); semimembranosus: gluteus maximus; gastrocnemius, capo interno(> capo esterno); gastrocnemius, capo esterno; soleus; abductor hallucis; flexor brevis digitorum; flexor accessorius; abductor minimi digiti; abductor hallucis; obturator internus; quadratus femoris; gemelli sup. et inf.; pyriformis (in piccola parte, specialmente la media); sphincter ani; sphincter vaginae; flexor brevis hallucis; flexor brevis minimi digiti; lumbricales e interossei.
9ª sotto-tor. . . .	A. (Abduzione della radice della coda, la quale è spinta verso la parte stimolata; contrazione dell'orificio vaginale e anale — talvolta assai debole; emissione dell'urina; erezione del pene).
	B. Sphincter vaginae.
10ª sotto-tor. . .	A. (La metà prossimale della coda spinta verso la parte stimolata; emissione dell'urina).

TABELLA 38.

Gli effetti motorî complessivi e dettagliati della stimolazione delle singole radici ventrali delle prime 10 paia spinali del Macacus rhesus, secondo Sherrington (1897).

Radice	Effetti
I (= 1ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. rectus posticus major, rectus posticus minor, obliquus inferior, obliquus superior, trapezius. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. sterno - mastoideus, sterno - hyoideus, sterno - thyreoideus, omo - hyoideus, rectus lateralis, rectus anticus minor, genio - hyoideus, genio - thyreoideus. B. Nessun movimento dell'arto. Adduzione, flessione laterale del collo verso il lato stimolato senza rotazione della testa.
II (= 2ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. cervicalis ascendens, trapezius, complexus, splenius inferior, obliquus, trachelo - mastoideus. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. longus colli, sterno - mastoideus, rectus anticus major. Infrahyoidei, omo - hyoideus, genio - hyoideus, sterno-hyoideus, sterno - thyreoideus, thyro-hyoideus. B. Nessun movimento dell'arto. Adduzione, flessione laterale del collo verso il lato stimolato con lieve retrazione. Poca o nessuna rotazione della testa, ma il mento sembra spinto leggermente verso l'ascella opposta.

TABELLA 38 (*Seguito*).

Radice	Effetti
III (= 3ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. complexus, splenius, trachelo-mastoideus, trapezius, cervicalis ascendens, transversi spinales. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. longus colli, rectus anticus major levator anguli scapulae; omo-hyoideus, sterno-hyoideus. B. Nessun movimento dell'arto. Adduzione, flessione laterale del collo verso il lato stimolato con notevole retrazione e lieve rotazione della nuca, cosicchè il mento è alzato un poco in alto verso il lato opposto.
IV (= 4ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. Complexus, splenius, trachelo-mastoideus, cervicalis ascendens, transversi spinales. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. Levator scapulae, longus colli, levator claviculae, scalenus medius, trapezius, subclavius. B. Inalzamento delle spalle che sono avvicinate alla colonna vertebrale. Lieve adduzione e flessione laterale del collo verso il lato stimolato, accompagnata da evidente retrazione. Quando la spalla è fissata, la lieve rotazione del capo verso il lato opposto, ottenuta prima, diviene più marcata.
V (= 5ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. erector spinalis, transversi spinales. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. Longus colli, rhomboidei, levator anguli scapulae, serratus magnus, pectoralis maior, deltoideus, teres minor, supraspinatus, infraspinatus, subscapularis, scalenus medius, biceps, brachialis anticus, coraco-brachialis, supinator longus et brevis, extensor carpi radialis longior, extensor carpi radialis brevior, diaphragma, subclavius. B. Innalzamento, adduzione e lieve rotazione all'infuori della spalla, flessione del gomito, il pugno è lievemente supinato; lieve adduzione radiale del pugno. Molto lieve adduzione e flessione laterale della nuca verso il lato stimulato con leggera retrazione della nuca e della testa.
VI (= 6ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. Erector spinalis e transverso-spinalis. Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. Scalenus, teres major, teres minor rhomboideus, serratus magnus, pectoralis major, deltoideus, supraspinatus, infraspinatus, subscapularis, biceps caput longum, biceps caput breve, brachialis anticus, coraco-brachialis, supinator longus, supinator brevis, extensor carpi radialis longior, extensor carpi radialis brevior, pronator radii teres, flexor carpi radialis, latissimus dorsi, diaphragma, longus colli, triceps. Inoltre col metodo della degenerazione Sherrington potè dimostrare che la 6ª radice cervicale dà fibre anche ai seguenti muscoli: Mm. flexor carpi ulnaris, extensor communis digitorum, extensor longus pollicis, extensor ossis metacarpi pollicis, flexor longus pollicis. B. Adduzione moderata della spalla, forte flessione del gomito; lieve estensione delle dita e della mano (non in ogni individuo). Lieve supinazione del polso, leggera estensione del polso nella maggior parte degli individui; ma in alcuni flessione e non estensione del polso. In un solo individuo si ottenne flessione delle dita. Molto lieve adduzione, flessione laterale del collo verso il lato stimolato e leggera retrazione del collo e della testa.
VII (= 7ª Cerv.) . .	A. Divisione primaria posteriore (dorsale). Mm. Erector spinalis, transverso-spinalis.

TABELLA 38 (*Seguito*).

Radice	Effetti
VII (= 7ª Cerv.) . .	Divisione primaria anteriore (ventrale). Mm. Scaleni, serratus magnus, pectoralis major, pectoralis minor, deltoideus, longus colli, latissimus dorsi, triceps, teres major, subscapularis, infraspinatus, coraco-brachialis, supinator lnogus, extensor carpi radialis longior, extensor carpi radialis brevior, flexor sublimis digitorum, flexor profundus digitorum, flexor carpi radialis, pronator radii teres, extensor communis digitorum, extensor carpi ulnaris, extensor ossis metacarpi pollicis, flexor brevis pollicis, biceps, brachialis anticus, flexor carpi ulnaris, flexor longus pollicis, supinator brevis. Inoltre col metodo della degenerazione Sherrington trovò che la 7ª radice cervicale dà fibre anche ai seguenti muscoli: Mm. Supraspinatus, palmaris, longus, extensor brevis pollicis, extensor indicis, extensor minimi digiti, pronator quadratus. B. Retrazione e forte adduzione della spalla con lieve rotazione del braccio all'indentro; il braccio è portato dinanzi al corpo. Estensione del gomito, lieve flessione e pronazione del polso; flessione delle dita e del pollice con opposizione di questo.
VIII (= 8ª Cerv.) . .	A. Mm. Scaleni, pectoralis major, pectoralis minor, triceps, latissimus dorsi, extensor carpi ulnaris, extensor communis digitorum, extensor ossis metacarpi pollicis, extensor longus pollicis, extensor brevis pollicis, extensor indicis, extensor minimi digiti, flexor carpi radialis, flexor carpi ulnaris, flexor sublimis digitorum, flexor profundus digitorum, flexor longus pollicis, palmaris longus, pronator quadratus; i muscoli intrinseci della mano inclusi i muscoli interossei: teres major, coraco-brachialis. Inoltre col metodo della degenerazione Sherrington trovò che la 8ª radice cervicale dà fibre anche ai seguenti muscoli. Anconaeus; muscoli brevi superficiali e profondi del pollice: 1° 2° 3° lombricoidi, 1° 2° 3° palmari interossei, tutti gli interossei dorsali, extensor carpi radialis brevior; pronator radii teres. B. La spalla è spinta all'ingiù (latissimus dorsi). L'adduzione non è così estrema come nel caso della 7ª radice. Rotazione del braccio all'indentro; flessione e pronazione del polso, flessione delle dita e del pollice con opposizione di questo.
IX (= 1ª Tor.) . .	A. (Col solo metodo degenerativo). Scaleni, pectoralis major, pectoralis minor; triceps, latissimus dorsi, serratus posticus superior, palmaris longus, flexor carpi ulnaris, flexor longus pollicis, pronator quadratus, extensor ossis metacarpi pollicis, extensor longus pollicis, extensor brevis pollicis, extensor minimi digiti, extensor carpi ulnaris, i muscoli intrinseci della mano, inclusi i muscoli interossei. B. Retrazione della spalla, lieve flessione laterale e retrazione della nuca. Leggera estensione della nuca; leggera estensione del gomito; flessione del polso con pronazione di questo, flessione delle dita e del pollice con opposizione di questo; per solito c'è una lieve abduzione del braccio.
X (= 2ª tor.) . . .	A. (Col solo metodo degenerativo) Mm. palmaris longus; pronator quadratus, flexor longus pollicis; flexor sublimis digitorum; flexor profundus digitorum; i muscoli profondi e brevi del pollice; tutti i muscoli lombricoidi; tutti i muscoli interossei dorsali e palmari; i muscoli brevi del dito mignolo. B. Retrazione della spalla, lieve flessione del polso, flessione delle dita e del pollice con opposizione di questo: qualche volta lieve pronazione del polso. Incurvamento laterale della colonna vertebrale.

TABELLA 39.

L'innervazione radicolare dei movimenti di flessione e d'estensione nelle articolazioni dell'estremità posteriori di Macacus rhesus, secondo Sherrington (1892).

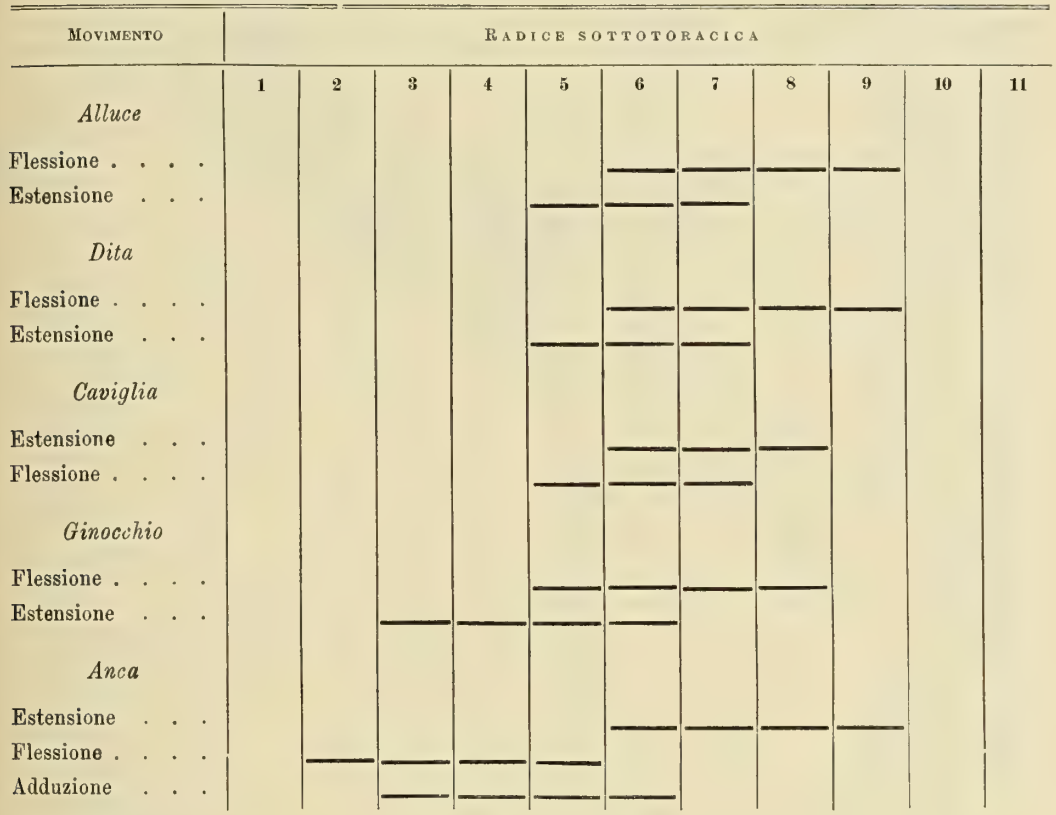


TABELLA 40.

Innervazione segmentale dei muscoli dell'uomo risultante dai dati clinici, secondo Edinger (1904).

Cerv. I	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Thor. I.	II.	VII.	VIII.	XII.	Lomb. I.	II.	III.	IV.	V.	Sacr. I.	II.	III.	IV.	V.

Tronco

Muscoli lunghi e brevi del collo e della colonna vertebrale — Muscoli lunghi della colonna vertebrale

Splenius capitis . . . Splenius cervicis . . .

Longus capitis — Longus colli — . . Obliquus abdominis . . . — Sfinteri

Tutti i muscoletti tra cranio e colonna vertebrale. . . . . Scalenus medius . . . . — Perineo.

Scalenus anterior — Rectus abdominis

Scalenus posterior

Diaphragma — Scalenus minimus — Transversus abdom.

. . . Psoas, Iliacus . .

Muscoli mento-ioidei — Pectoralis major . . . . .

Pectoralis minor — Quadratus lumborum

Muscolatura intercostale

Estremità

Levator scapulae
Rhomboidei
Subclavius
Supra-infraspinatus
Subscapularis
Teres major et minor
Serratus anterior
Deltoideus
Brachialis
Biceps brachii
Triceps
Coracobrachialis
Supinator brevis et longus
Brachio-radialis
Pronator teres
Estensori e flessori lunghi della mano e delle dita
Flexor carpi ulnaris
Muscoli dell'eminenza ipotenar
Lumbricales
Interossei

Piccoli muscoli pelvici
Adductores fem.
Musc. pectineus
Musc. sartorius
Musc. vasti fem.
Riflesso rotuleo
Musc. rectus femoris
Obturator
Tensor fasciae
Musculi Glutaei
Tutti i muscoli della faccia posteriore del femore
Muscoli del polpaccio
Tutti i muscoli della faccia anteriore della gamba
I piccoli muscoli del piede

TABELLA 41.

Aree cutanee segmentali che possono diventare iperalgetiche per affezioni di diversi organi interni, secondo H. Head (1896).

Numerazione segmentale delle aree.		Denominazione delle aree secondo la loro topografia	Cuore	Polmoni	Stomaco	Intestino	Retto	Fegato	Cistifellea	Rene, Uretere	Vescica urinaria (mucosa, collo)	Vescica urinaria (detrusore)	Prostata	Epididimo	Testicolo	Ovario	Annessi	Utero (contrazioni)	Utero, (collo)	Glandola mammaria	Milza (secondo Signorelli)	Append. del cieco (secondo Sherren)
C	3	Sterno-mastoidea	×	×	?			×														
	4	Sterno-nucale	×	×	×			×														
T	1	Dorso-ulnare	?																			
	2	Dorso-brachiale	×	?																		
	3	Scapulo-brachiale	×	×																		
	4	Dorso-ascellare	×	×																×		
	5	Scapulo-ascellare	×	×																×		
	6	Subscapulo-inframammare	×	×	?			?													×	
	7	Subscapulo-ensiforme	×	×	×			×	?													
	8	Epigastrica media	×	×	×			×	×													
	9	Sopra-ombelicale	?	×	×	×		×	×													
	10	Sotto-ombelicale			?	×		×		×			×		×	×		×				
	11	Sacro-iliaca				×				×		×	×	×			×	×				
	12	Sacro-inguinale				×				×		×	×	×			×	×				×
L	1	Sacro-femorale								×		×		?			×	×				
	2	Gluteo-crurale								?		×					?	?				
	5	Fibulo-dorsale											?									
S	1	Soleale											×						?			
	2	Ischiadica					×						×						×			
	3	Gluteo-pudenda					×				×		×						×			
	4	Cocigea					×				×								×			

TABELLA 42.

Localizzazione dei centri spinali nel midollo cervicale, secondo Kaiser (1892).

Estensione	Posizione	Denominazione	Funzione
Tutto il midollo	Gruppo mediale . .	?	Muscoli della nuca, del collo e del tronco.
1°seg. cerv.-6° seg. cerv.	» antero-laterale	Nucleo dell'accessor.	Muscoli laringei, M. sterno-cleiromastoideo, M. trapezio.
3° » » 5° » »	» anteriore .	» del frenico	Muscoli respiratori.
(3°)4° » 1° » tor.	» laterale . .	» dell'arto sup.	» serratus-ant., spinalis, subscapularis, rhomboidei, sub-clavius, deltoideus, pectoralis (portio clavicularis), flexores antebrachii, supinator, pronator teres, radialis.
(3°) 4°, 5°, 6° seg. cerv.	Parte superiore . .	. . . . .	
6°, 7°, 8°, segm. cerv.	Parte inf. — Gr. antero-later.	. . . . .	Muscoli teres major, latissimus dorsi (portio sterno-costalis), triceps.
7°, 8° seg. cer.-1° sg. tor.	Parte inf. — Gr. postero-later.	Nucleo della mano	Extensores et flexores longi digitorum, nonchè tutti i muscoli proprî della mano.

TABELLA 43.

Localizzazione ed estensione longitudinale delle alterazioni delle corna ventrali del midollo spinale, consecutive o concomittanti a lesioni o difetti organici periferici, desunte delle ricerche d'istologia patologica dei vari autori menzionati nel Capitolo VIII, (1868-1904).

Genere della lesione periferica	Livello dell'alterazione spinale	Autore	Anno
I. *Nervo frenico.*			
Paralisi acuta del frenico.	Rammollimento rosso fra 3° e 4° segm. cerv.	Drummond . .	1885
II. *Arto superiore.*			
Distruzione del plesso brachiale (cancro)	Dal 4° segm. cerv. al 1° segm. toracico	Parhon e Goldstein	1901
Distruzione totale del plesso brachiale (per un tumore) . .	» » » » » » »	Iacobsohn . . .	1899
Paralisi dei Mm. della spalla e del braccio per stiramento del plesso brachiale	Massima dal 5° al 7° segm. cerv.	Monakow . . .	1898
Disarticolazione del braccio	Dal 4° all'8° segm cerv.	Wille	1895
Amputazione del braccio	Specialmente a livello del 7° e 8° paio cerv. e dal 1° tor. .	Hayem e Gilbert	1884
» » »	Dal 4° all'8° segm. cerv.	Flatau	1899
Paralisi infantile braccio destro	» » » » »	Collins. . . .	1894
Amputazione a metà del braccio	Massima nel 6° e 7° segm. cerv. Minore nel 5° e 8° . . .	Gregoriew . .	1894
» » » »	» » » » » »	» . . .	1894
» della metà del braccio ed atrofia (per disuso) del deltoideo e del grande pettorale	5°. 6°, 7°, 8° segm. cerv. e 1° tor.	Barrat	1901
Amputazione del 3° inferiore del braccio	6°, 7°, 8°, segm. cerv. e parte superiore del 1° tor.	Rosenberg . . .	1902
» » » » »	Dal 7ª rad. cerv. al 1° tor.	Pelizzi	1892
» intra-uterina dell'avambraccio	Dalla parte inferiore del 4° segm. cerv. fino al livello della 2ª radice tor.	Edinger. . . .	1882
Arrestato sviluppo del braccio. (Terobrachia)	Tre ultime radici cervicali e prime toraciche	Davida	1882
Mancanza congenita dell'avambraccio.	Dal 4° all'8° segm. cerv. e massima nell'8°	Flatau	1899
» » »	Metà inferiore del rigonfiamento cervicale	Troisier . . .	1871
Aplasia congenita dell'osso radio, dei muscoli estensori e supinatori nell'avambraccio e di quelli dell'eminenza tenar .	Dal 3° all'8° segm. cerv.	Strohmayer . .	1900
Estirpazione del muscolo grande pettorale	6° segm. cerv.	Parhon e Savu .	1900
Atrofia del deltoideo, del bicipite, d'alcuni muscoli dell'avambraccio, dell'eminenza tenar e dei Mm. interossei della mano	Focolaio circoscritto fra il 7° e 9° paio radicolare cervicale .	Pitres	1876
Amputazione 3° inferiore dell'avambraccio	5ª e 6ª radice cerv.	Kohler e Pick .	1880
Paralisi dei Mm. estensori della mano e delle dita	Parte inferiore del 6° e 7° segm. cerv.	Monakow . . .	1879
Amputazione della mano	Parte inferiore del midollo cervicale e parte superiore del midollo toracico	Edinger . . .	1882

TABELLA 43 *(Seguito)*.

Genere della lesione periferica	Livello dell'alterazione spinale	Autore	Anno
Paralisi infantile ed atrofia dei Mm. del thenar, ipo-thenar, dei lumbricali e degl'interossei	Focolaio fra la 4ª e 7ª radice cervicale	Sahli	1883
Aplasia congenita del pugno	Massima nel 7°, 8° segm. cerv. Minore nel 6° segm. cerv. e 1° segm. tor.	Perrero	1901
Mancanza congenita di tre dita della mano	8° segm. cerv. e 1° segm. toracico	Marinesco e Soucques	1897
Atrofia dell'eminenza thenar	8° paio cervicale	David e Prévost	1874
III. *Muscoli della colonna vertebrale.*			
Scoliosi infantile	Tratto toracico	Klippel	1891
IV. *Arto inferiore*			
Atrofia dei Mm. psoas, iliaco, gluteo, e di tutti i muscoli dell'arto inferiore	Da 6 cm. sopra il cono terminale all'ingiù	Schultze	1876
Desarticolazione della coscia	Dal 2° lomb. fino al 3° sacr.	Sano	1897
Amputazione della coscia	Dal 2° segm. lomb. al 4° sacr.	Van Gehuchten e de Neeff	1900
» » »	Massimamente nei segmenti sacrali e nel 4° segm. lomb.	Marinesco	1892
» » »	2°, 3°, 4°, paio lomb. e 3° paio sacr.	Sano	1897
Desarticolazione della coscia	Dal 2° segm. lomb. all'ingiù	Bruce	1901
Amputazione della coscia	Parte inferiore rigonfiamento lombale	Dreschfeld	1879
Paralisi infantile degli arti inferiori	Metà rigonfiamento lombale	Turner	1879
» » » » »	» » »	Eisenlohr	1880
Amputazione della coscia	Circa un palmo sopra la fine del midollo	Dudley	1886
» » »	Dalla metà del rigonfiamento lombale all'ingiù	Reynold	1887
» dell'arto inferiore	Metà rigonfiamento lombale	Friedlaender e Krause	1886
» del 3° inferiore della coscia	Metà inferiore del rigonfiamento lombale	Genzmer	1876
Atrofia muscolare progressiva(muscolo quadricipite)	3° segm. lombale	Hammond	1894
Amputazione del 3° inferiore della coscia	Porzione media e distale del rigonfiamento lombale	Cocchi	1893
» » » » » »	4° segm. lombale	Grigoriew	1894
» della coscia sopra il ginocchio	Dal 5° segm. lomb. a tutto il 3° segm. sacrale	Bruce	1901
» del 3° inferiore della coscia	Dalla 2° alla 6° rad. lombale	Kahler e Pick	1880
Paralisi traumatica di tutto il territorio dello sciatico eccettuato il M. tibialis ant.	Focolai nella parte del rigonfiamento lombale	Schultze	1878
Paresi della gamba	Tubercolo fra la 2ª e la 3ª radice lombale	Zunker	1880
Paralisi infantile dei muscoli del polpaccio	4ª e 5ª radice lomb.	Kahler e Pick	1880
Desarticolazione della gamba	Dalla parte superiore del 5° segm. lombale fino all'estremo inferiore del 4° segm. sacr.	Van Geh. e de Buck.	1898
Amputazione del piede al disopra del malleolo	Dal 2° al 4° segm. sacrale	» » e Nelis	1899
Piede equino	Metà del rigonfiamento lombale	Déjérine	1875

TABELLA 44.

Localizzazione trasversale delle alterazioni spinali (corno ventrale) concomitanti o consecutive a varie lesioni periferiche nell'uomo (1869-1904).

Autore	Anno	Genere della lesione periferica	Gruppo cellulare affetto
Vulpian	1869	Disarticolazione della coscia.	Esterno-laterale
Von Leyden . .	1876	Amputazioni del braccio, della gamba, della coscia	Gruppi esterni.
Pitres	»	Atrofia del deltoideo, del bicipite, d'alcuni muscoli dell'avambraccio, dell'eminenza tenar e degli interossei della mano	Antero-esterno ed antero-posteriore (il mediale intatto)
Déjérine e Mayor	1878	Amputazioni del braccio, della coscia	Antero-interno
Von Monakow .	1879	Paralisi dei Mm. estensori della mano e delle dita	Laterali
Dreschfeld . . .	»	Amputazione della coscia	Intermedio-laterale
Kahler e Pick .	1880	Paralisi inf. dei muscoli del polpaccio	Centrale
» »	»	Amputazione del $^1/_3$ inf. dell'avambraccio . . .	Laterale
» »	»	» » » » » della coscia	Centrale
Friedlaender . .	1882	Paralisi infantile delle 4 estremità	Tutti i gruppi, eccettuato il mediale.
»	»	» acuta delle estremità inferiori . . .	Tutti i gruppi, anche il mediale.
Sahli	1883	» infantile del tenar, ipo-tenar, lombricali ed interossei	Postero-esterni.
Reynold . . .	1887	Amputazione della coscia	Gruppo postero-laterale.
Friedlaen. e Krause	1886	» dell'arto inferiore	Postero-laterale.
Pelizzi	1892	» del $^1/_3$ inf. del braccio	» »
Marinesco . . .	»	» della coscia	» »
Cocchi	1893	» del $^1/_3$ inferiore della coscia . .	Gruppo laterale
Collins	1894	Paralisi infantile del braccio	Tutti i gruppi eccettuato il mediale.
Marinesco . . .	1896	Nevrite del popliteo esterno e del tibiale anteriore	Postero-esterno.
Sibelius . . .	1897	Amputazione del $^1/_3$ inf. della coscia	Postero-laterale.
Marines. e Soucques	»	Mancanza congenita di tre dita	Mediano e postero-later.
Sano	»	Amputazione della coscia	Laterale e centrale.
»	»	Disarticolazione della coscia	Laterale, ventrale, dorsale, centrale.
Van Gehuchten e De Back		» della gamba	Posteriore.
» Nelis .	1899	» del piede	Poster. e postero-later.
» De Neeff	1900	Amputazione della coscia	Antero-est., postero-lat., centrale.
Von Monakow .	1898	Paralisi del plesso brachiale	Soltanto il gruppo mediale conservato.
Flatau	1899	Amputazione del braccio	Laterale.
»	»	Mancanza congenita dell'avambraccio	»
Jacobsohn . . .	»	Paralisi totale del plesso brachiale	»
Strohmayer . .	1900	Mancanza congenita del radio e dei Mm. estensori, supinatori e dell'eminenza tenar	Posteriore e laterale.
Parhon e Savu .	»	Distruzione del M. G. dentato	Anter. ed antero-esterno.
» e Goldstein	1901	» del plesso brachiale	Tutti i gruppi eccettuato l'antero-interno.
Perrero	»	Aplasia congenita del pugno	Gruppi postero-esterni.
Barrat	»	Amputazione di metà del braccio con atrofia del deltoideo e del G. Pettorale	Esterni.
Bruce	»	Amputazione della gamba sopra il ginocchio .	Postero-laterale.
»	»	Disarticolazione della coscia	Tutti i gruppi eccettuato il mediale.
Rosenberg . . .	1902	Amputazione del $^1/_3$ inf. del braccio	Antero-interno (6° e 7° segm. cerv.); antero-esterno (8° segm. cerv. e 1° tor.).

TABELLA 45.

Localizzazione dei centri d'origine d'alcuni nervi del midollo spinale, secondo Von Sass (1888)

Nervo	Specie	Localizzazioni
mediano	coniglio	I due terzi superiori dell'8° segm. cerv. ed il terzo inferiore del 7° segmento nonchè il 3° superiore del 6° segm. cerv.
radiale	cavia	Parte sup. dell'8° segm., tutto il 7°, parte sup. del 5° segm. cerv.
ulnare	coniglio	Parte sup. del 1° segm. toracico, terzo sup. e terzo inf. dell'8° segm. cerv.
sciatico	»	Parte inf. del rigonfiamento lombale.
»	»	Come sopra.

TABELLA 46.

Nuclei d'origine d'alcuni nervi del plesso brachiale, secondo Marinesco (1898-1901).

Nervo	Segmento	Posizione del nucleo nel corno ventrale
Muscolo-cutaneo	V cerv.	Lato postero-esterno.
»	VI »	» » » qui il nucleo raggiunge il suo massimo.
»	VII »	» » »
Radiale	VII »	parte esterna e posteriore.
»	VIII »	più presso alla linea mediana.
Mediano	VII »	dietro il nucleo del radiale. Il nucleo del mediano comincia forse un po' più in alto di quello dell'ulnare.
Ulnare	VIII »	gruppo postero-laterale, situato dietro al nucleo del radiale. Qui è il massimo del nucleo dell'ulnare.
»	I toiac.	gruppo postero-esterno.
Ascellare	VI cerv.	gruppo intermedio
»	VII »	» » qui il nucleo raggiunge il suo massimo sviluppo.
Sottoscapolare	V »	gruppo antero-esterno posteriore.
»	VI »	1° gruppo postero-laterale.
		2° gruppo antero-esterno posteriore.

TABELLA 47.

Schema dei gruppi ganglionari e loro attribuzioni motrici nel rigonfiamento brachiale desunto dai lavori di Marinesco (1898-1901).

Metà inferiore del V segmento cervicale.

Gruppo	Localizzazione
Antero-interno antero-mediano	nucleo d'origine del n. frenico.
antero-esterno antero-esterno posteriore	nucleo d'origine del nervo sottoscapolare.

Metà superiore del VI segmento cervicale.

antero-interno	?
antero-mediano	nucleo d'origine del n. frenico
antero-esterno	?
intermedio	nucleo d'origine del n. sotto-scapolare
esterno	» » del n. ascellare (m. deltoideo, tricipite, anconeo)
posteriore	1. nucleo d'origine del n. muscolo cutaneo. 2. più in basso inoltre il nucleo d'origine del n. radiale (m. bicipite)
postero-laterale	nucleo d'origine del n. sotto-scapolare
antero-esterno posteriore . . .	» » » »

Metà inferiore del VI segmento cervicale.

1° Gli stessi gruppi che nella metà superiore, soltanto essi sono alquanto spostati in modo che si può parlare d'un:

intermedio nuovo	nucleo d'origine del n. ascellare

Metà superiore del VII segmento cervicale.

antero-mediano scompare antero-mediano nuovo	nucleo innervatore del m. serrato
esterno scompare intermedio divenuto centrale .	» d'innervazione del m. pettorale maggiore
intermedio nuovo	» d'origine del n. ascellare
posteriore ingrossato	» » del n. radiale
esterno	» d'innervazione del Latissimus dorsi

Metà inferiore del VII segmento cervicale.

antero-mediano nuovo	nucleo d'innervazione del m. gran dentato
antero-esterno	» » del m. latissimus dorsi
intermedio	» d'origine principale del n. radiale (m. tricipite)
postero-esterno	» » comune del n. mediano e del n. ulnare
postero-laterale	» » accessorio del n. radiale
centrale	alcune cellule d'origine del n. radiale

TABELLA 47 (*Seguito.*)

VIII SEGMENTO CERVICALE.

GRUPPO	LOCALIZZAZIONE
antero-esterno	nucleo d'innervazione del m. latissimus dorsi.
intermedio	» d'origine principale del n. radiale
centrale	
postero-esterno	» » comune del n. mediano e del n. ulnare
postero-laterale	» » accessorio del n. radiale

I SEGMENTO TORACICO.

antero-esterno diminuisce postero-laterale	1°. nucleo d'origine del n. radiale in avanti ed all'esterno 2°. » » comune del n. mediano e del n. ulnare più indietro ed all'indentro.
antero-interno	
centrale scompare	
intermedio diminuisce	

TABELLA 48.

Alcune localizzazioni nervose nel midollo spinale del cane, desunte dai lavori di Parhon, Popescu, Goldstein (1899-1903).

NERVO	LIVELLO SPINALE	GRUPPO
Circonflesso	Metà inf. 5° segm. cerv. . . .	Intermedio
»	6° segm. cerv.	»
crurale	metà inf. 3° segm. lomb. . . .	esterno
»	4° segm. cerv.	postero-esterno
otturatorio	3° segm. lomb.	centrale
sciatico	terzo inf. 4° segm. lomb. . . .	tutti i gruppi
»	parte inf. 5° segm. lomb. . .	posteriore
popliteo est.	—	postero-esterno
popliteo int.	—	postero-interno
rami della regione post. della coscia.	—	mediano, centrale.

TABELLA 49.

Localizzazioni muscolari nel midollo spinale del cane desunte dai lavori di Parhon, Popescu, Goldstein (1899-1903).

Muscolo	Livello spinale	Gruppo
Sterno-cleido mastoideo . . .	Passaggio fra bulbo e midollo cervicale	Centrale interno
. . .	1° segm. cerv.	centrale unico
. . .	2° » »	esterno superiore
. . .	3° » »	» »
. . .	4° » »	» »
. . .	5° » »	esterno divenuto più centrale
. . .	6° » »	quasi centrale
bicipite brachiale	6° » »	postero-interno
brachiale interno	6° » »	postero-esterno
flessore superficiale delle dita .	Parte inferiore 7° segm. cerv. .	antero-centrale
» » » » .	8° segm. cervicale	» »
estensore del carpo radiale . .	8° » »	angolo postero-esterno del corno anteriore
lungo spinale	1°, 2°, 3°, 4° segm. toracico .	angolo ant.-int. del c. ventr.
lungo dorsale	5° segm. tor. tullo 3° S. lomb.	piccolo gruppo anteriore
sartorio	parte inf. 3° segm. lomb. . .	parte mediale del gruppo anteriore esterno
»	4° segm. lombare	angolo antero-esterno
quadricipite	parte inf. 3° S. lomb.	angolo esterno
»	4° segm. lomb.	» »
lungo adduttore	parte inf. 3° S. l. - parte inf. 4° S. l.	gr. centrale anteriore
grande, piccolo adduttore . .	» » 3° S. l. - » » 4° S. c.	» » posteriore
retto interno	» » 3° S. l. - » » 4° S. l.	» » mediale
semi-membranoso	parte inf. 5° S. l.	» centrale
» tendinoso	» » 6° S. c.	» »
bicipite crurale	6° segm. lombale	intermedio

Regione posteriore della gamba.

gemelli	metà inf. 4° S. l. - metà inf. 3° S. l.	parte ant. del gr. ant.-int.
flessore superficiale	» » 4° S. l. - metà sup. 5° S. l.	parte post. del gr. ant.-int.
flessore rotondo	» » 4° S. l. - » » 5° S. l.	all'esterno del gr. precedente

Regione anteriore esterna della gamba.

crurale ant.	metà inferiore del 4° S. lomb. .	angolo postero-laterale
estensore delle dita	» » » 4° S. lomb. .	gruppo situato dietro al precedente
peroneo esterno	metà inferiore del 4° S. lomb. .	gruppo postero-esterno
» anteriore		
» breve		

TABELLA 50.

Localizzazione dei nuclei d'origine di alcuni nervi artuali del cane e del coniglio, secondo de Neeff (1901).

Nervo	Colonna	Livello spinale	
		Cane	Coniglio
Muscolo-cutaneo . .	B (parzialmente)	6°-8° S. cerv.	6°-8° S. cerv.
radiale	B e C (anche queste parzialmente)	6°-8° S. c.	6°-8° S. c.
»	» » »	7° S. c.-1°. S. tor.	7°. S. c. 1°. S. tor.
mediano.	C e D (qualche cellula) . . .	7°. S. c.-1°. S. t.	7°. S. c.-1°. S. t.
»	» » »	8°. S. c.-1°. S. t.	8°. S. c.-2°. S. t.
ulnare	C e D (parzialmente)	7°. S. c.-1°. S. t.	7°. S. c.-1°. S. t.
»	» »	8°. S. c.-1°. S. t.	8°. S. c.-2°. S. t.
sciatico-popliteo est.	C′ e D′ (parzialmente)	6°.-S. l.-2°. S. s.	7°. S. l.-2°. S. s.
» » »	» »	1°. S. s.-.....	2°. S. s.-.....
» » int.	» »	7°. S. l.-2°. S. s.	7°. S. l.-2°. S. s.
» » »	» »	2°. S. s.-.....	2°. S. s.-.....
crurale	B′ (parte superiore)	4°-6°. S. l.	6°-7°. S. l.
otturatorio	» » »	4°-6°. S. l.	6°-7°. S. l.

TABELLA 51.

Localizzazione dei gruppi d'origine d'alcuni nervi periferici nel cane, secondo Knape (1902).

Segmento	Descrizione
	Nervo ulnare.
VII Cerv. . . .	Un numero di cellule laterali nei nuclei dorso-laterale e ventro-laterale.
VIII » . . .	Cellule laterali dei nuclei dorso-laterale, ventro-laterale e ventro-media.
I Tor.	Gruppi anteriori: nuclei ventro-laterale, ventrale ed in parte dorso-laterale.
	Nervo mediano.
VII Cerv. . . .	Nuclei dorso-laterale, ventro-laterale.
VIII » . . .	Nuclei dorso-laterale, ventro-laterale ed in parte intermediale.
I Tor.	— (fino al limite inferiore del segmento) nuclei ventro-laterale, ventrale e dorso-laterale.
	Nervo radiale.
VI Cerv. . . .	Parte centrale dei nuclei dorsale, mediale, centrale, ventro-laterale.
VII » . . .	Nuclei dorso-laterale e centrale.
VIII » . . .	» » »
I Tor.	» » e ventro-laterale.
	Nervo tibiale.
IV Lomb. . . .	Nucleo ventro-laterale.
V » . . .	» »
VI » . . .	» » Gruppi centrali.
VII » . . .	» » » »
I Sacr.	» ventrale, scomponibile in due nuclei secondari.
	Nervo peroneo.
V Lomb. . . .	Nuclei dorso-laterale e ventro-laterale.
VI » . . .	» » ventro-laterale, centrale, intermedia, ventromediale.
VII » . . .	» » » ventro-mediale, centrale.
	Nervo otturatorio.
IV Lomb. . . .	Nuclei dorso-laterale, centrale.
V » . . .	» » » (parte laterale) ed in parte nel nucleo ventro-laterale. In questo segmento questo nucleo raggiunge il suo massimo sviluppo.
VI » . . .	Nuclei dorso-laterale, ventro-laterale.
	Nervo crurale.
III Lomb. . . .	Nuclei ventro-laterale, dorso-laterale (poche cellule).
IV » . . .	Parte posteriore del nucleo ventro-laterale; parte anteriore del nucleo dorso-laterale, parte laterale del nucleo centrale.
V » . . .	Nuclei dorso-laterale ed intermedio.

TABELLA 52.

Localizzazione delle cellule d'origine di varî tronchi nervosi nel cane, secondo Lapinsky (1903).

Segmento	Descrizione
	I. — *Taglio dei nervi radiale, ulnare, mediano, in un punto distale del loro percorso.*
	Nervo radiale (taglio a livello del terzo inf. dell'avambraccio). Nessuna reazione apprezzabile.
	Nervo ulnare (taglio a livello dell'articolazione carpo-radiale).
VIII cerv. . . .	Parte inferiore. Nuclei posterior lateralis, intermedialis, centralis.
I tor.	Parte superiore. Nuclei posterior lateralis, intermedialis, centralis.
	Nervo mediano (taglio a livello dell'articolazione carpo-radiale).
VIII cerv. . . .	Parte inferiore. Nucleus postorior lateralis. Inoltre cellule dei nuclei centralis e posterior internus.
I tor.	Parte superiore e media. Nucleus posterior lateralis.
	II. — *Taglio dei nervi radiale, ulnare, mediano a livello del gomito.*
	Nervo radiale (taglio a livello dell'epicondilo laterale dell'omero).
VI cerv.	Nucleus intermedialis, externus.
VII cerv. . . .	Nucleus anterior externus, centralis, intermedialis, posterior lateralis.
VIII cerv. . . .	Nucleus centralis, intermedialis, posterior lateralis.
I tor.	Cellule laterali dei nuclei centralis e posterior lateralis.
	Nervo ulnare (taglio a livello dell'epicondilo laterale dell'omero).
VII cerv. . . .	Strati inferiori. Nucleus posterior lateralis.
VIII cerv. . . .	Strati superiori. Nucleo centralis, intermedialis, posterior lateralis.
I tor.	Parte superiore. Nucleus centralis, posterior externus, intermedialis.
	Nervo mediano (taglio a livello della piega del gomito).
VII cerv. . . .	Cellule esterno-laterali del nucleus centralis e cellule posteriori del nucleus intermedialis. Cellule laterali del nucleus posterior internus.
VIII cerv. . . .	Parte laterale del nucleus centralis. Cellule posteriori del nucleus intermedialis, posterior internus ed externus.
I tor.	Nucleus centralis (negli strati inferiori del segmento).
	Nucleus intermedialis, posterior externus, posterior internus (negli strati superiori).
	III. — *Taglio d'alcuni altri nervi della regione cervicale.*
	Nervo muscolo-cutaneo (taglio nella fossa sotto-clavicolare).
V cerv.	Nucleus intermedialis; posterior lateralis.
VI cerv.	Nucleus anterior medianus; posterior internus; intermedialis.
VII cerv. . . .	Nucleus anterior medianus, centralis, posterior internus.
	Nervo ascellare (taglio nella fossa sotto-clavicolare).
VI. cerv. . . .	Nucleus anterior externus; intermedialis.
VII cerv. . . .	Nucleus anterior externus, centralis, intermedialis.
VIII cerv. . . .	Nucleus anterior externus, centralis, intermedialis.
	Nervo toracico lungo.
V cerv.	Nucleus anterior medianus.
VI cerv.	» » »
VII cerv. . . .	» » »

TABELLA 52 (*Seguito*).

Segmento	Descrizione
	Nervo toracico anteriore.
VII cerv. . . .	Nucleus centralis; intermedialis.
VIII cerv. . . .	Nucleus centralis.
IX cerv.	Nucleus posterior externus.
	Nervo sottoscapolare.
V cerv.	Nucleo anterior externus intermedialis.
VI cerv.	» » » »
VII cerv. . . .	Nucleus anterior medianus; anterior externus; centralis.
	Nervo frenico.
V cerv.	Nucleus anterior medianus.
VI cerv.	» » »
	IV. — *Taglio dei nervi dell'estremità inferiore.*
	Nervo crurale.
II L.	(strati inferiori) Nucleus posterior lateralis.
III L.	Nucleus anterior externus; posterior lateralis.
IV L.	Nucleus centralis; anterior externus; posterior lateralis.
V L.	» » ; posterior lateralis.
	Nervo otturatorio.
IV L.	Nucleo anterior externus; posterior lateralis.
V L.	» » » ; centralis; posterior lateralis.
VI L.	Nucleus anterior internus; anterior medianus; posterior lateralis.
	Nervo sciatico (rami superiori destinati all'innervazione dei muscoli del cingolo pelvico e della faccia posteriore della coscia).
IV L.	Nucleus anterior externus; posterior lateralis.
V L.	» » » ; » » ; centralis.
VI L.	Nucleus anterior medianus; anterior internus; anterior esternus centralis.
VII L.	Nucleus anterior medianus; anterior externus centralis; posterior lateralis.
	» » » ; » » » » »
I S.	» » » ; » » » » »
	Nervo tibiale (taglio sopra la cavità del ginocchio).
IV L.	Nucleus posterior lateralis (nella porzione inf. del segm. inoltre il nucleus anterior externus).
V L.	Nucleus centralis; posterior externus.
VI L.	» » ; » » ; anterior externus.
VII. L.	Nucleus anterior externus; posterior externus.
I S.	Nucleus anterior externus (alcune cellule del nucleo anterior medianus).
	Nervo peroneo (a livello del 4° superiore della coscia).
V L.	Nucleus posterior externus; anterior externus.
VI L.	Nucleus anterior medianus; centralis anterior externus; posterior externus intermedialis.
VII L.	Nucleus externus, anterior externus, centralis posterior externus.
I S.	Nucleus anterior medianus.
II S.	» » »

TABELLA 53.

Localizzazione segmentale dei nuclei spinali di origine di alcuni nervi degli arti, nel cane e nel cercopiteco, secondo Bikeles (1905).

Cercopiteco.

Arto toracico.

Nervo	Segmento
N. ulnare	I Tor. + VIII Cerv.
N. mediano	I Tor. + VIII Cerv. + VII Cerv. (metà caudale).
N. radiale	I Tor. (terzo craniale e medio) + VIII Cerv. + VII Cerv. + VI Cerv. (parte caudale).
N. muscolo-cutaneo	(reciso non dà reazioni cellulari localizzabili).
N. ascellare	» » » » » »

Arto pelvico.

N. crurale	V Lomb. + IV Lomb. + III Lomb.
N. otturatorio	
N. sciatico	I Sacr. + VII Lomb. + VI Lomb. + V Lomb. (parte caudale).
N. peroneo	VII Lomb. + VI Lomb. + V Lomb. (parte caudale).
N. tibiale	(reciso non dà reazioni cellulari localizzabili).
Nn. glutei	» » » » » »

Cane.

Arto toracico.

N. ulnare	I Tor. + VIII Cerv.
N. mediano	I Tor. + VIII Cerv. + VII Cerv. (parte caudale).
N. radiale	I Tor. (parte craniale), VIII Cerv. + VII Cerv. e spesso anche + VI Cerv. (parte caudale).
N. muscolo-cutaneo	VII Cerv. (parte media e craniale) + VI Cerv.
N. ascellare	VII Cerv. + VI Cerv.

Arto pelvico.

N. crurale	VI Lomb. (parte craniale) + V Lomb. + IV Lomb. (oppure IV + + V Lomb.).
N. otturatorio	VI Lomb. (terzo craniale e medio) + V Lomb. + IV Lomb.
N. sciatico	II Sacr. + I Sacr. + VII Lomb. + VI Lomb.
N. tibiale	II Sacr. + I Sacr. + VII Lomb. + VI Lomb.
Nn. glutei	(spesso I Sacr., parte craniale) + VII Lomb. + VI Lomb.

B) LETTERATURA

LETTERATURA DELLA PARTE PRIMA

CAPITOLO I(1).

Generalità sulla segmentazione metamerica embrionale.

A) *Alcune ricerche speciali sulla segmentazione metamerica embrionale.*

1882. M. Sagemehl. « Untersuchungen über die Entwickelung der Spinalnerven ». Inaug. Dissert. Dorpat.

1883. J. W. van Wijhe. « Ueber die Mesodermsegmente und die Entwickelung der nerven des Selachierkopfes ». Verhandelingen der K. Akademie v. Wetenschappen te Amsterdam. Deel XII.

1884. F. Ahlborn, « Ueber die Segmentation des Wirbeltierkörpers ». Zeitschrift f. wissensch. Zool. Bd. XLVI.

1889. J. W. van Wijhe. « Ueber die Mesodermsegmente des Rumpfes und die Entwickelung des Excretionssystems bei Selachiern ». Archiv für mikroskopische Anatomie. Bd. XXIII.

1890. F. Houssaye. « Etudes d'embryologie sur les vertébrés. L'axolotl. ». Archives de Zoologie expérimentale et générale. 2e série, tome VIII, p. 143. Paris.

1891. J. Kollmann. « Die Rumpfsegmente menschlicher Embryonen von 13 bis 35 Urwirbeln ». Archiv. für Anatomie (und Physiologie), S. 39. Leipzig.

1896. O. Schultze. « Ueber embryonale und bleibende segmentirung ». Verh. d. anatomischen Gesellschaft a. d. Xen Versammlung (Ergänzungsheft des XIIen Bd. d. Anatomischen Anzeigers, S. 87).

1904. G. I. Kerr. « On some points in the early Development of motor nerve Trunks and Myotomes in Lepidosiren paradoxa (Fitz) ». Transactions of the R. Soc. of Edinburg, 41, pp. 119-128.

1905. I. Keibel. « Die Entwickelung der äusseren Körperform der Wirbeltierembryonen, insbesondere der menschlichen Embryonen aus den ersten 2 Monaten » in: O. Hertwigs Handbuch der vergleichenden und experimentellen Entwicklungslehre der Wirbeltiere, Bd. I, Teil I, Hälfte I, Kap. 6, S. 1-176. Jena.

1906. L. Neumayer. « Histogenese und Morphogenese des peripheren Nervensystems, der Spinalganglien und des Sympaticus » in: O. Hertwigs Handbuch der vergl. und exp. Entwicklungslehre der Wirbeltiere, Bd. I, Teil II, Kap. X, S. 513-360. Jena.

B) *Alcune ricerche sullo sviluppo embrionale degli arti da materiale metamerico.*

1876. J. M. Balfour. « On the Development of Elasmobranch, Fishes ». The Journal of Anatomy and Physiology, vol. VIII, 1875-76; I, part 2 (Jan. 1876) pp. 377-411; II, part 3 (April 1876), pp. 517-570; III, part 4 (July 1876), pp. 672-688. Cambridge & London..

1877. J. K. Thacker. « Ventral fins of Ganoidfishes ». Trans. Connect. Acad., vol. IV. New Haven.

(1) Ho indicato qui soltanto alcune delle innumerevoli Memorie sullo sviluppo ontogenetico dei vertebrati, scegliendo quelle che più direttamente hanno rapporto coi problemi segmentali. Le indicazioni della letteratura riguardante la polioneuromeria primitiva, sono invece quasi complete.

1877. J. K. Thacker. « Median and paired fins. A contribution to the history of vertebrate limbs » Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Science, vol. III, art. I, pp. 281-310.
1878. J. M. Balfour. « Monograph of the Development of Elasmobranchfishes ». London.
1879. St. Georg Mivart. « Notes on the fins of Elasmobranch with considerations on the nature and homologues of vertebrate limbs ». Trans. of the Zool. Society of London, vol. X.
1884. A. Dohrn. « Studien zur Urgeschichte des Wirbeltierköpers. VI. Die paarigen und unpaaren Flossen der Selachier ». Mitteilungen aus der Zoologischen Station in Neapel, Bd. V, h. 1, (31 Jan.), S. 161-195.
1885. P. Mayer. « Die unpaaren Flossen der Selachier ». Mitteilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel, Bd. VI, h. 2, (25 Aug.), S. 217-285.
1888. A. Dohrn. « Studien zur Urgeschichte des Wirbeltierkörpers. XIV. Ueber die erste Anlage und Entwickelung der motorischen Rückenmarksnerven bei den Selachiern ». Mitteilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel. Bd. VIII, h. 3-4, (18 Dec.), S. 441-461).
1889. J. F. van Bemmelen. » Ueber die Herkunft der Extremitäten und Zungenmuskulatur der Eidechsen ». Anatomischer Anzeiger, Bd. IV, n. 8, (April 1889), S. 240-255. Jena.
1891. A. M. Paterson. « The position of the Mammalian limb regarded in the light of its innervation and development ». Studies in Anatomy from the anatomical Department of Owen's College, vol. I.
1892. S. Mollier. « Zur Entwickelung der Selachierextremitäten ». Vorl., Mitt. 1892; Anat. Anz., VII.
1894. R. G. Harrison. « The development of the fins of Teleosts ». J. Hopkins University Circulars, vol. XIII, n. 111, April, pp. 59-61. Baltimore.
1895. R. G. Harrison. « Die Entwickelung der unpaaren und paarigen Flossen der Teleostier ». Archiv für mikroskopische Anatomie, Bd. XLI, S. 500-578.
1901. C. Rabl. Gedanken und Studien über den Ursprung der Extremitäten ». Zeitschr. f. wissensch. Zoologie, Bd, LXX, h. 3, S. 474-558. Leipzig.
1906. H. Braus. « Die Entwickelung der Form der Extremitäten und des Extremitätenskelettes » in O. Hertwig, Handbuch der vergl. und exp. Entwickelungslehre der Wirbeltiere. Jena.

C) *Le ricerche sulla Polioneuromeria spinale (mielomeria) embrionale.*

1877. Mihalkowicz. « Entwicklungsgeschichte des Gehirns nach Untersuchungen an höheren Wirbelthieren und dem Menschen ».
1885. C. Kupffer. « Primäre Metamerie des Neuralrohres der Vertebraten ». Sitzungsber. d. Math. phys. Klasse der Akademie zu München, 5 dec. 1885.
1886. W. His. «Zur Geschichte des menschlichen Rückenmarkes und der Nervenwurzeln». Abh. d. math phys. Classe des K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. 13, n. 6, S. 489. Leipzig.
1887. H. Orr. « A contribution to the Embryologie of the Lizard, with especial reference to the central nervous system ». The Journal of Morphology, vol. I, n. 2, pp. 311-372.
1889. Julia B. Platt. « Studies on the primitive axial segmentation of the Chich ». Bullettin of the Museum of comparate Zoology at Harward College, vol. 17, pp. 171-190.
1889. Ch. J. W. Mc. Clure. « The primitive segmentation of the vertebrate Brain ». Zoologischer Anzeiger. Jahrg., 12, n. 314, S. 435-436.
1889. A. Prenant. « Replis médullaires chez l'embryon du porc ». Bulletin de la Société des Sciences de Nancy.
1890. Ch. J. W. Mc. Clure. « The segmentation of the primitive vertebrate Brain ». The Journal of Morphology, vol. 4, n. 1, pp. 35-56.
1892. A. Froriep. « Zur Frage der sogenannten Neuromerie ». Verhandl. der Anatomischen Gesellschaft auf dem Versammlung von 7-9 Juni 1897, S. 162-167. (Ergänzungsheft z. VII Jahrg. d. Anatomisches Anzeigers). Jena.
1894. W. A. Locy. « Metameric segmentation of the medullary Folds and embryonic Rim ». Anatomischer Anzeiger, Jahrg. IX, n. 13, S. 393-415. Jena.
1895. A. C. Eycleshymer. « The early Development of amblystoma ». The Journal of Morphology, vol. X, pp. 343-418.

1896. H. V. Neal. « A summary of studies on the segmentation of the nervous system in *Squalus acanthias* ». Anatomischer Anzeiger Jahrg. XII. n. 17, S. 377-391. Jena.

1898. H. V. Neal. « The segmentation of the nervous system of *Squalus acanthias* ». Bulletin of the Museum of comparate Zoology of Harward College, vol. XXVI, n. 7, pp. 148-294.

1900. Ch. Hill. « Developmental history of primary segments of the Vertebrate head ». Zoologische Jahrbücher. Abt. f. Anat. und Ontogenese.

1905. C. Kupffer. « Die Morphogenie des Centralnervensystems » in: O. Hertwigs Handbuch der vergl. und experim. Entwickelungslehre der Wirbeltiere. Bd. II. Teil. III. Kap. 8. S. 1-272. Jena.

1906. L. Bolk. « Ueber die Neuromerie des embryonalen menschlichen Rückenmarkes ». Anatomischer Anzeiger. Bd. 28. 718. S. 204-206. Jena.

LETTERATURA DELLA PARTE SECONDA

CAPITOLO II.

Le ricerche nella miomeria persistente e palese.

1867. Grenacher. « Beiträge zur näheren Kenntnis der muskulatur der Cyclostomen und Leptocardier ». Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. XVII.

1872. G. M. Humphry. « Observations in Myology, including the Myologie of Cryptobranch, Lepi dosiren, Ceratodus ». Cambridge.

1875. Sioli. « Vergleichende Untersuchungen über die Bauch- und Zwischenrippenmuskulatur der Wirbeltiere ». Dissert. Inaug. Halle.

1881. H. Gadow. « Untersuchungen ueber die Bauchmuskeln der Krokodile, Eidechsen und Schildkröten ». Morphologisches Jahrbuch, VII, 1, S. 57-101.

1886. K. Mays. « Ueber die Nervatur des M. Rectus Abdominis des Frosches ». Festschrift. Heidelberg.

1890. D. J. Cunningham. « The value of nerve supply in the Determination of muscular homology and anomalies ». Journal of Anatomy and Physiology, XXX, Oct., p. 31.

1891. F. Maurer. « Der Aufbau und die Entwickelung der ventralen Rumpfmusculatur bei den Urodelen Amphibien und deren Beziehung zu den gleichen Muskeln bei Selachiern und Teleostiern ». Morphologisches Jahrbuch, XVIII, 1, S. 76-180.

1892. O. Seydel. « Ueber die Zwischensehnen und den metameren Aufbau des M. Obliquus thoracoabdominalis der Säugetiere ». Morphologisches Jahrbuch, XVIII, 5, S. 544-604.

1892. S. Kaestner. « Ueber die Allgemeine Entwickelung der Rumpf- und Schwanzmuskulatur bei Wirbeltieren, mit besonderer Berücksichtigung der Selachier ». Archiv für Anatomie (und Physiologie). S. 153-223.

1892. G. Ruge. « Die ventrale Rumpfmuskulatur der anuren Amphibien ». Morphologisches Jahrbuch, XXII.

1894. H. K. Corning. « Ueber die ventralen Urwirbelknospen in der Brustflosse der Teleostier ». Morphologisches Jarhbuch, XII, 1, S. 79-99.

1894. R. G. Harrison. « The metamerism of the dorsal and ventral longitudinal muscles of the Teleost ». John Hopkins University Circulars, vol. XXIII, n. 111, pp. 62-63.

1896. C. Gegenbaur « Zur Systematik der Rückenmuskeln ». Morphologisches Jahrbuch, XXIV, 1, S. 205-208.

1897. D. A. Wikstroem. « Ueber die Innervation und den Bau der Myomeren der Rumpfmuskulatur einiger Fische ». Anatomischer Anzeiger, XIII, 15, S. 401-408.

1898. C. Gegenbaur. « Vergleichende Anatomie der Wirbeltiere ». Bd. I, vom Muskelsystem. Leipzig.
1898. F. Maurer. « Die Entwicklung der ventralen Rumpfmuskulatur bei Reptilien ». Morphologisches Jahrbuch, XXVI. Leipzig.
1900. H. Engert. « Die Entwickelung der Ventralen Rumpfmuskulatur bei Vögeln ». Morphologisches Jahrbuch, XXIX. Leipzig.
1902. G. Favaro. « Ricerche sulla morfologia e sullo sviluppo dei muscoli del dorso dei Teleostei ». Archivio Italiano di Anatomia e Embriologia, I. p. 476. Firenze.
1903 G. Favaro. « Intorno ai muscoli dorsali dei Lacertidi ». Monitore zoologico italiano, XIV, 2, pp. 28-33. Firenze.
1903. Ch. R. Bardeen. « Variations in the internal architecture of the musculus obliquus Abdominis externus in certain Mammals ». Anatomischer Anzeiger, XXIII, 10-11, S. 241-249. Jena.
1904. J. W. Langelaan. « Over den vorm van het Rompmyotoom ». Verslagen der K. Akademie van Wetenschapen te Amsterdam, 28 Mei, pp. 50-58. Amsterdam.

CAPITOLO III.

Ricerche sulla dermatomeria palese.

1897. C, Rabl. « Theorie des mesoderms ». I Leipzig. (Prefazione).
1901. H. Gadow. « The Cambridge natural history ». Amphibia and Reptilia. London.
1904. E. Jourdran, « Les ophidiens de Madagascar ». Thèse de Paris.
1905. O. Grosser. « Metamere Bildungen der Haut der Wirbeltiere ». Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie, 80, 1, S. 50-79. Leipzig.

CAPITOLO IV.

Ricerche sulla polioneuromeria spinale o mielomeria palese.

1809. Gall et Spurzheim. « Recherches sur le système nerveux en général et sur celui du cerveau en particulier ». Paris.
1814. C. G. Carus. « Versuch einer Darstellung des Nervensystems... ». Leipzig.
1851. L. Clarke. « Researches in the structure of the spinal cord. ». Phil. Transactions of the R. Society of London. Part. II.
1854. J. C. L. Schreuder van der Kolk. « Anatomisch-physiologisch onderzoek over het ruggemerg ». Amsterdam.
1857. Bidder und Kupfer. « Untersuchungen über die Textur des Rückenmarks und die Entwicklung seiner Formelemente ». Leipzig.
1859. B. Stilling. « Neue Untersuchungen über den Bau des Rückenmarks. Cassel.
1868. L. Stieda, « Studien über das centrale Nervensystem der Knochenfische ». Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie, Bd. XVIII. Leipzig.
1874. P. Schiefferdecker. « Beiträge zur Kenntnis des Faserverlaufes im Rückenmark ». Archiv für mikroskopische Anatomie, Bd. X.
1877. Freund. « Ueber den Ursprung der hinteren Nervenwurzeln im Rückenmark von Ammocoetes. ». Sitzungsberichte der Math. Naturw. klasse der Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 75, Abt. III.
1881. G. Schwalbe. « Lehrbuch der Neurologie ». Erlangen.
1881. C. Luederitz. « Ueber das Rückenmarkssegment ». Archiv für Anatomie und Physiologie. Anat. Abt. S. 423.
1882. E. A. Birge. « Die Zahl der Nervenfasern und der motorischen Ganglienzellen im Rückenmark des Frosches ». Archiv für Anatomie und Physiologie. Phys. Abt. (Dubois Reymond).
1888. Gaskell. « The cranial nerves ». The Journal of Physiology, vol. 10. London.

1889. W. Waldeyer. « Das Gorilla-Rückenmark ». Abhandlungen der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom Jahre 1885.

1891. A. v. Koelliker. « Zur feineren Anatomie des centralen Nervensystems. Das Rückenmark ». Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. 81, h. 1., S. 10. Leipzig.

1896. P. Argutinsky. « Ueber eine regelmässige Gliederung in der grauen Substanz des Rückenmarkes beim Neugeborenen und über die Mittelzellen ». Archiv für mikroskopische Anatomie, 48, 3, S. 496.

1900. R. Krause et M. Philipson. « Structure de la corne antérieure de le moelle du lapin ». Bulletin de l'Académie Royale des Sciences de Belgique. Classe des Sciences. Novembre 1900.

1901. R. Krause et M. Philipson. « Untersuchungen über das Centralnervensystem des Kaninchens ». Archiv für mikroskopische Anatomie und Entwicklungsgeschichte, Bd. 57, S. 488.

1902. A. von Koelliker. « Ueber die oberflächlichen Nervenkerne im Marke der Vögel und Reptilien ». Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie, Bd. 72.

1902. A. von Koelliker. « Weitere Beobachtungen über die Hoffmannschen Kerne im Mark der Vögel ». Anatomische Anzeiger, Bd. XXI, n. 3. Jena.

1904. Streeter. « The structure of the spinal cord of the Ostrich ». American Journal of Anatomy, vol. III, n. 21.

1905. J. Hardesty. « Observations on the spinal cord of the emu, and its segmentation ». The Journal of comparative Neurology and Psychology (C. J. Herrick, R. M. Yerkes), vol. XV, n. 2, pp. 81-97. Granville.

1907. G. van Rynberk. « Sulla segmentazione metamerica del midollo spinale « Polioneuromeria » o « mielomeria ». Nota I. I rettili ». Monitore zoologico italiano (Chiarugi e Ficalbi) anno XVIII, nn. 5-6, pp. 140-152. Firenze.

CAPITOLO V.

Ricerche sull'odoneuromeria palese.

1840. Joh. Mueller. « Vergleichende Neurologie der Myxinoide ». Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. S. 1-38.

1887. Julin. « Recherches sur l'appareil vasculaire et le système nerveux périphériquo de l'ammocoetes, (Petromyzon Planeri) ». Archives de Biologie, t. VII, pp. 759-902.

1892. E. B. Hatschek. « Die metamerie des Amphioxus und des Ammocoetes ». Verhandlungen d. Anatom. Gesellschaft a. d. Versammlung in Wien. S. 136-162. Jena.

1892. G. Retzius. « Zur Kenntnis der motorischen Nervenendigungen ». Biologische Untersuchungen. Neue Folge, Bd. III, n. 6, S. 41-52.

1893. J. W. van Wyhe « Over de ventrale zenuwen by Amphioxus ». Tydschrift der Nederl. Dierkundige Vereeniging, (2), Dl., 4, p. xli.

1893. J. W. van Wyhe. « Ueber Amphioxus ». Anatomischer Anzeiger, VIII, 5, S. 152-172. Jena.

1897. J. W. Wyhe. « Over de opvatting eener spinale zenuw als complex van twee zelfstandige zenuwen ». Verslagen der K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Wis-en Natuurk. afd. Zat. 2 Jan., pp. 263-281. Amsterdam.

1903. Ch. R. Bardeen. « The bimeric distribution of the spinal nerves in elasmobranch fishes and urodels ». Proc. of the Association of American Anatomists. 17th session Philadelphia (e: American Journal of Anatomy, III, p. v).

1905. J, W. van Bisselick. « Note on the Innervation of the Trunkmyotome ». Verslagen der K. Akademie v. Wetenschappen te Amsterdam, 22 April, pp. 708-711. Amsterdam.

LETTERATURA DELLA PARTE TERZA

CAPITOLO VI.

Ricerche sull'odoneuromeria larvata e sue proiezioni periferiche, con metodi anatomici.

1741. I. I. Huber. « De medulla spinali spec. de nervis ab ea provenientibus ». Gottinguae.

1750. G. F. Asch. « De primo pare nervorum medullae spinalis ». Gottingae.

1783. Al. Monroe. « Observations on the structure and functions of the nervous system ». Edinburgh.

1783. M. E. Styx. « Descriptio anatomica nervi cruralis et obturatorii, iconibus illustrata ». Jenae, 1782.

1784. Klint. « Dissertatio de nervis brachii ». (Ludwig, scriptores neurologici minores. Tom. IV).

1785. A. Scarpa. Anatomicarum Annotationum Liber primus « De Nervorum Gangliis et plexubus » Ticini regii. Typis R. & S. Monasterii S. Salvatoris.

1785. Al. Monroe. « The structure and Physiology of Fishes explained and compared with those of man and other animals ». Edinburgh.

1787. Soemmering. « Anatomia. Pars V, De corporis humani fabrica ».

1791. I. L. Fischer. « Descriptio anatomica nervorum lumbalium et extremitatum inferiorum ». Lipsiae, 1791.

1793. G. F. Peipers. « Tertii et quarti nervorum cervicalium descriptio », etc. Halae. (Ludwig, « Scriptores neurologici minores ». Tom. IV).

1794. A. Schmidt. « Commentarius de nervis lumbalibus eorumque plexubus anatomo-pathologicus ». Windebonae.

1794. A. Murray. « Nervorum cervicalium cum plexu brachiali descriptio ». Upsalae.

1794. A. Scarpa. « Tabulae neurologicae ». Ticini.

1796. Reil. « Exercitationes anatomicae ». Fasc. 1. « De nervorum structura ». Halae.

1796. A. Murray. « Descriptio nervorum dorsalium atque lumbalium-sacralium cum plexu ischiadico ». Upsalae.

1798. G. C. Frotscher. « Descriptio medullae spinalis eiusque nervorum iconibus illustrata ». Erlangae. (Ludwig. « Scriptores neurologici minores ». Tom. IV).

1805. G. Cuvier. « Leçons d'anatomie comparée ». Tome II. « Les organes des sensations ». Paris.

1827. A. C. Bock. « Abbildungen der Rückenmarksnerven nebst Erklärungen der 7. Kupfertafeln ». Leipzig.

1837. A. C. Bock. « Die Rückenmarksnerven in ihrem ganzem Verlauf, Ausbreitung und Verästelung ». Leipzig.

1840. W. Marbach. « De nervis spinalibus avium nonnullarum ». Disert. Inaug. Vratislaviae.

1847. J. L. C. Schreuder van der Kolk, in: Tydschrift der Wis-en natuurk. Wetensehappen van de eerste klasse van het Kon. Nederl. Instituut. e: « Ueber den Zusammenhang zwischen Gefühls und Bewegungsnerven ». Frorieps Notizen 3 R. B. IV.

1851. N. Meursing. « Verhandelingen over de bonte kraai ». Bekroonde Prysvraag. Groningen.

1856. Ch. A. Voigt. « Ueber ein System neuentdeckter Linien an der Oberfläche des menschlichen Körpers und über die Hauptverästelungsgebiete der Hautnerven, nebst der Art der Vertheilung der Hauptnerven in derselben ». Sitzungsberichte der math- naturw. Classe der k. k. Akademie der Wissenschaften in Wien. Bd. 22 Octoberheft 1856. S. 240. Wien.

1860. F. Lussana. « Monografia delle neuralgie brachiali. Milano.

1864. Ch. A. Voigt. « Beiträge zur Dermato-neurologie der Haut nebst der Beschreibung eines Systems neuentdeckter Linien an der Oberfläche der menschlichen Körpers ». Denkschriften der math. naturw. Klasse der K. Akademie der Wissenschaften in Wien. Bd. 22. 2 Abt. S. 1-40. Wien.

1871. Chauveau et Arloing. « Anatomie comparée des animaux domestiques. Paris.
1872. F. Todaro. « Sulla struttura dei plessi nervosi. Prelezione al corso di Anatomia. Roma.
1873. J. G. de Man. « Vergelykende myologische en neurologische studien over Amphibien en Vogels ». Academisch Proefschrift. Leiden.
1873. M. Fuerbringer. « Zur vergleichenden Anatomie der Schultermuskeln. I (Urodelen und Anuren) ». Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaften. VIII. S. 237. Jena.
1874. J. G. de Man. Myologie comparée de l'extrémité postérieure chez les amphibies ». Niederland. Archiv für Zoologie ». II. h. 2. Leiden.
1874. M. Fuerbringer. « Zur vergleichenden Anatomie der Schultermuskeln. II (Anuren und Chelonier) ». Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft). VIII. S. 175. Jena.
1875. B. Solger. « Zur Anatomie der Faultiere (Bradypodes) ». Morphologisches Jahrbuch (Gegenbaur) I. S. Leipzig.
1875. M. Fuerbringer. « Zur vergleichenden Anatomie der Schultermuskeln. III (Saurier und Crocodile) ». Morphologisches Jahrbuch (Gegenbaur) Bd. I. S. 636. Leipzig.
1876. Wm. J. Hatchett and Wm. B. Clarke. « The brain and cranial nerves of Echinorhinchus spinosus with notes on the other viscera ». The Journal of Anatomy and Physiology X. part 1. p. 75-107.
1876. E. Rosenberg. « Ueber die Entwickelung der Wirbelsäule und das Centrale carpi des Menschen ». Morphologisches Jahrbuch (Gegenbaur) I. S. 83. Leipzig.
1877. G. Mivart and R. Clarke. « On the sacral plexus of Lizards and other vertebrata ». Trans. of the Linnean Society of London, ser. 2. Zool. vol. I. London.
1877. James K. Thacher. « Median and paired fins, a contribution to the history of vertebrate limbs ». Transact. of the Connecticut Academy of Arts and Science. Vol. III. art. 7. p. 281-310.
1877. Potocki. « Der Plexus lumbo-sacralis und seine Beziehungen zu den Nerven der unteren Extremitäten ». Dissert. Inaug. Petersburg (In lingua russa).
1877. Walsh. « Anatomy of the Brachial plexus ». American Journal of medical Science. Oct. 1877. p. 397.
1877. I. D. Cunningham. «
Journal of Anatomy and Physiology XI. h. 3, p. 539.
1878. R. Hilbert. « Zur kenntniss der Spinalnerven ». Dissert. Inaug. Königsberg.
1878. H. v. Ihering. « Das peripherische Nervensystem der Wirbeltiere als Grundlage für die Kenntnis der Regionenbildung der Wirbelsäule ». Leipzig
1878. H. Welker. « Zur Lehre Vom Bau und Entwicklung der Wirbelsäule ». Zoologischer Anzeiger (Carus). I. S. 291-295, und S. 311-314.
1879. C. Gegenbaur. « Zur Gliedmassenfrage. An die Untersuchungen V. Davidoff's angeknüpfte Bemerkungen ». Morphologisches Jahrbuch, 1879. V, S. 521-525. Leipzig.
1879. W. A. Haswell. « Notes on the Anatomy of Birds. I. the brachial Plexus of Birds ». Proc. of the Linnean Society of N. S. Wales. III, p. 409. Sydney.
1879. M. Fuerbringer. « Zur Lehre von den Umbildungen der Nervenplexus ». Morphologisches Jahrbuch. (Gegenbaur). V. S. 324. Leipzig.
1879. Holl. « Ueber die Lendennerven ». Wiener Medicinische Jahrbücher. Wien.
1879. Féré. « Note sur un point de l'anatomie du nerf sciatique ». Bulletin de la Société anatomique, p. 110. Paris.
1880. W. A. Haswell. « Note on the Anatomy of Birds. II. the lumbar and sacral plexuses of birds ». Proceedings of the Linnean Society of N. S. Wales, at Sydney, vol. IV, p. 303.
1880. M. v. Davidoff. « Beiträge zur vergleichenden Anatomie der hinteren Gliedmassen der Fische ». Morphologisches Jahrbuch. V, VI. IX. Leipzig.
1880. M. v. Davidoff. « Ueber das Skelett der hinteren Gliedmassen der Ganoidei holostei und der physostomen Knochenfische ». Morphologisches Jahrbuch (Gegenbaur). VI. h. 1. S. 125-128.
1881. G. Schwalbe. « Lehrbuch der Neurologie ». Erlangen.
1882. A. Kahan. « Der plexus brachialis und seine Beziehnungen zu den Hauptnerven der oberen Extremitäten und des Schultergürtels ». St. Petersburg (In lingua russa).

1883. M. Fuerbinger. « Over Anatomie en systematiek der Vogels ». Procesverbaal der gew. Vergadering der afdeeling Nat. der K. Akademie V. Wet. te Amsterdam. D. 30. II. p. 5.

1883. W. A. Haswell. « On the structure of the paired fins of Ceratodus with Remarks on the general Theory of the Vertebrate Limb ». The Proceedings of the Linnean Society of N. S. Wales. VII. part. I, p. 2-11. Sydney.

1883. Féré. « Étude Anatomique et critique sur les Plexus der nerfs spinaux ». Archives de Neurologie (Charcot). V. 5. p. 332. Paris.

1883. T. Brooks. « The brachial plexus of the macacus monkey in analogy of that of man ». Journal of Anatomy and Physiology. XVII, p. 329-332.

1884. M. Davidoff. « Ueber die Varietäten des Plexus lumbosacralis von Salamandra maculosa ». Morphologisches Jahrbuch. IX, S. 401-415. Leipzig.

1884. Heiberg. Atlas der Hautnervengebiete. Christiania.

1886. W. P. Herringham. « The minute Anatomy of the brachial plexus. Proceedings of the R. Society of London. Vol. 41, n. 249, p. 423. Nov. 1886. London.

1886. W. P. Herringham. « Abstract of a paper upon the minnte anatomy of the brachial plexus ». Proceedings of the Royal Society of London, vol. 40, p. 255, March 25. London.

1886. J. Rotgans. « Bijdrage tot de kennis van het halsgedeelte der vier laatste hersenzenuwen ». Academisch Proefschrift. Meppel.

1886. A. M. Paterson. « Morphology of the sacral plexus in Man ». Thesis of Edinburgh; and: Journal of anatomy and Physiology, XXI, p. 407.

1887. H. E. Sauvage. « Note sur le plexus brachial et le plexus sacrolombaire du Zonure géant ». Bulletin de la Société Zoologique de France, XII.

1887. A. M. Paterson. « On the functions of the Muscleplatt and the Development of the spinal nerves and limb-plexus in Birds and mammals ». The Quarterly Journal of microscopical Science, XXVIII, p. 209.

1887. E. Siemerling. « Anatomische Untersuchungen über die menschlichen Rückenmarkswurzeln ». Berlin, 1887.

1887. C. Agostini. « Sulla composizione del plesso brachiale e sulle origini dei suoi rami terminali ». Perugia.

1887. A. M. Paterson. « The limb-plexus of Mammals ». The Journal of Anatomy and Physiology. XXI, p. 611.

1888. M. Fuerbringer. « Untersuchungen zur Morphologie und systematik des Vögel zugleich ein Beitrag zur Anatomie der Stütz und Bewegungsorgane ». Bydragen tot de Dierkunde uitgegeven door het Genootschap N. A. M., te Amsterdam, 15e Afl., 1e en 2e Ged., pp. 1-1751.

1888. P. Eisler. « Das Gefäss- und periptere Nerveusystem des Gorilla ». Habilitationschrift. Halle.

1888. V. Bychower. Verbreitungsweise d. Hautnerven beim Menschen. Strassburg.

1889. J. Peck. « Variations of the spinal nerves in the caudal region of the Pigeon ». Boston.

1889. A. M. Paterson. « Position of the Mammalian Limb regarded in the light of its innervation and development ». Journal of Anatomy and Physiology, XXIII, p. 283.

1890. C. K. Hoffmann. « Reptilien », in Dr H. G. Bronn's Klassen und ordnungen des Tierreiches. Bd. VI, Abt. III, 1, 7, 3. Leipzig.

1890. Asp. « Studier of Plexus sacralis ». Comment. variae in memor. actorum CCI annorum edidit Universitas Helsingfors.

1890. P. Eisler. « Das Gefäss- und periphere Nervensystem des Gorilla ». Halle.

1891. M. Griffin. « On some varieties of the last dorsal and first lumbar Nerves ». Transactions of the R. Academy of Ireland, vol. IX, p. 485 (e: Journal of Anatomy and Physiology, vol. XXVI, p. 48).

1891. P. Eisler. « Der plexus lumbosacralis beim Menschen ». Anatomischer Anzeiger, Jahrg. 1891. nn. 9, 10. Jena.

1891. P. Eisler. « Der Plexus lumbosacralis beim Menschen ». Abhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle, Bd. XVII.

1892. A. M. Paterson. « The human sacrum ». Proceedings of the R. Society of London, vol. 51, p. 313. London.

1892. H. Braus. « Ueber die Rami ventrales der vorderen spinalnerven einiger Selachier ». Dissert. Inaug. Jena.

1892. G. Ruge. « Der Verkürzungsprozess am Rumpfe von Halbaffen ». Morphologisches Jahrbuch, XVIII, S. 185. Leipzig.

1892. Arnould. « Contribution à l'étude de la structure intime du plexus sacré ». Thèse de Bordeaux.

1892. Utschneider. « Die Lendennerven des Affen und des Menschen ». Münchener medicinische Abhandlungen. 26er Heft (VIIe Reihe, 1es Heft). München.

1892. Ellenberger und Baum. « Systematische und topographische anatomie des Hundes ». Berlin.

1892. H. Adolphi. « Ueber Variationen d. Spinalnerven und der Wirbelsäule. I. Bufo variabilis ». Morphologisches Jahrbuch, XIX, 3, S. 313-375. Leipzig.

1892. G. Ruge. « Zeugnisse für die Metamere Verkürzung des Rumpfes bei Säugetieren. Der Musculus rectus thoracoabdominalis der Primaten ». Morphologisches Jahrbuch. B. XIX. Leipzig.

1893. A. M. Paterson. « The origin and distribution of the nerves of the lower limb. I. ». Journal of Anatomy and Physiology, vol. XXVIII, p. 84.

1893. G. Ruge. « Verschiebungen in den Endgebieten der Nerven des Plexus lumbosacralis der Primaten. Zeugnisse für die metamere Verkürzung des Rumpfes bei Säugetieren ». Morphologisches Jahrbuch, Bd. XX. Leipzig.

1894. A. M. Paterson. « The origin and distribution of the nerves of the lower limb. II. ». Journal of Anatomy and Physiology, vol. XXVIII, p. 169.

1894. Mueller. « Beitrag zur Kenntniss der Faserverlaufes im Plexus brachialis ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, B. V, S. 116. Leipzig.

1894. L. Bolk. « Beziehungen zwischen Skelet, Muskulatur und Nerven der Extremitäten ». Morphologisches Jahrbuch, VXI, 2, S. 241. Leipzig.

1895. C. Hasse. « Handatlas der sensiblen und motorischen Gebiete der Hirn- und Rückenmarksnerven ». 35 taf. Wiesbaden.

1895. L. Bolk. « Rekonstruktion der Segmentirung der Gliedmassen-muskulatur, dargelegt an der Muskulatur des Oberschenkels und des Schultergürtels ». Morphologisches Jahrbuch, XXII, 3, S. 357. Leipzig.

1895. Goeppert. « Untersuchungen zur Morphologie der Fischrippen ». Morphologisches Jahrbuch, XXIII. Leipzig.

1895. H. Adolphi. « Ueber variationen der Spinalnerven und der Wirbelsäule anurer Amphibien. II. Pelobates fuscus, und Rana esculenta ». Morphologisches Jahrbuch, XXII, 4, S. 449-490. Leipzig.

1895. L. Bolk. « Die Sklerozonie des Humerus. Zugleich ein Beitrag zur Bildungsgeschichte dieses Skeletteiles ». Morphologisches Jahrbuch, XXIII, 3, S. 391. Leipzig.

1896. H. Adolphi. « Ueber Variationen der Spinalnerven und der Wirbelsäule anurer Amphibien. III. Bufus cinereus ». Morphologisches Jahrbuch, XXV, 1, S. 1-30. Leipzig.

1896. A. M. Paterson. « A discussion of some points in the distribution of the spinal nerves ». Journal of Anatomy and Physiology, XXX, S. 530.

1896. K. Ranke. « Muskel- und Nervenvariationen der dorsalen Elemente des Plexus Ischiadicus der Primaten ». Dissertatio inaug. München. (e: Archiv für Anthropologie, XXIV, S. 117).

1897. K. v. Bardeleben und Frohse. « Ueber die Innervirung von Muskeln, insbesonderen an den menschlichen Gliedmassen ». Verh. d. Anat. Gesellschaft auf der IIen Versammlung zu Gent. S. 38-43. Jena.

1897. G. Gadow und E. Selenka. « Vögel », in D.r H. G. Bronn's. Klassen und Ordnungen des Thierreiches, Bd. VI, Abt. 4, I.es Theil. Anatomie.

1897. M. Fuerbringer. « Ueber die spino-occipitale Nerven der Selachier und Holocephalen und ihre vergleichende Morphologie ». Festschrift für C. Gegenbaur, III, S. 350-788. Leipzig.

1897. Waite. « Variations in the brachial and lumbosacral Plexi (sic) of Necturus ». Bulletin of the Museum of Comparated Zoology at Harward College, XXXI, 4, pp. 71-89.

1897. L. Bolk. « Beitrag zur Neurologie der unteren Extremität der Primaten ». Morphologisches Jahrbuch, XXV, 3, S. 305. Leipzig.

1897. L. Bolk. « Een en ander uit de segmentaal-anatomie van het menschelyk lichaam ». Weekblad van het Nederlandsch Tydschrift voor Geneeskunde Jaarg, 1897, Dl. I, 24, p. 982. e Dl. II, 10, p. 366. Amsterdam.

1897. L. Bolk. « Die Segmentaldifferenzirung des menschlichen Rumpfes und seiner Extremitäten. Beiträge zur Anatomie und Morphogenese des menschlichen Körpers. I. ». Morphologisches Jahrbuch, XXV, 4, S. 465; II, ibidem, XXVI, 1, S. 91. Leipzig.

1898. H. Adolphi. « Ueber das Verhalten des zweiten Brustnerven zum Plexus brachialis beim Menschen ». Anatomischer Anzeiger, Jahrg., XV, n. 7, S. 98. Jena.

1898. H. Braus. « Ueber die Innervation der paarigen Extremitäten bei Selachiern, Holocephalen und Dipnoern. Ein Beitrag zur Gliedmassenfrage ». Jenaische Zeitschrift f. Naturwissenschaft. 31 (N. F. 24) h 3/4 S. 239-468. Jena.

1898. H. Adolphi. « Ueber das Wandern des Extremitätenplexus und des Sacrum beim Triton (Molge taeniata ». Morphologisches Jahrbuch, XXV, n. 6, S. 544. Leipzig.

1898. V. E. Mertens. « Ueber die Hautzweige der Intercostalnerven ». Anatomischer Anzeiger, XIV, 6. S. 74. Jena.

1899. L. Bolk. « De Sympodie, een voorbeeld van pathologische Segmentaal-anatomie ». Geneeskundige bladen, uit kliniek en Laboratorium. Reeks, 6, n. 10, Haarlem.

1899. L. Bolk. « Die Segmental- differenzirung des menschlichen Rumpfes und seiner Extremitäten. Beiträge zur Anatomie und Morphogenese des menschlichen Körpers. III. ». Morphologisches Jahrbuch, XXVII, 4, S. 629. Leipzig.

1899. R. C. Punnett. « On the formation of the pelvic plexus with special reference to the nervus collector in the genus Mustelus ». Proc. of the R. Society of London, vol. 65, n. 422, pp. 445-446. Leipzig.

1900. P. Angel et L. Sencert. « Contribution à l'étude du Plexus brachial ». Bibliographie anatomique, t. IX, f. 4, pp. 209, 222.

1900. H. Braus. « Die Muskeln und Nerven der Ceratodus-flossen ». Semon. Forschungsreise., Bd. I.

1900. R. C. Punnett. « On the formation of the pelvic plexus, with expecial reference to the nervus collector in the genus Mustelus ». Philosophical Transactions of the R. Society of London, ser. B, vol. 192, pp. 331-351. London.

1900. R. C. Punnett. « On the formation of the pelvic plexus with especial reference to the nervus collector in the genus Mustelus ». Proceedings of the R. Society of London. vol. 65, n. 422, p. 445. London.

1900. R. C. Punnett. « On the composition and variations of the pelvic plexus in Acanthias vulgaris ». Zoologischer Anzeiger, XXIV, n. 642, S. 233.

1900. L. Bolk. « Die Segmentaldifferenzirung des menschlichen Rumpfes und seiner Extremitäten. Beiträge zur Anatomie und Morphogenese des menschlichen Körpers. IV. ». Morphologisches Jahrbuch, XXVIII, S. 105. Leipzig.

1900. L. Bolk. « Gipsmodellen der extremiteiten met aanduiding der segmentale huidinnervatie ». Weekblad van het Nederlandsch Tydschrift voor Geneeskunde, 1900, Dl. II, n. 9. Amsterdam.

1901. R. C. Punnett. « Variations of the pelvic plexus in Acanthias vulgaris ». Proceedings of the R. Society of London, vol. 68, n. 444. p. 140, and: ibidem, vol. 69, n. 451, p. 2. London.

1901. Ch. R. Bardeen and A. W. Elkin. « A statistical study of the variations of the formation and position of the lumbo-sacral plexus in man. ». Anatomischer Anzeiger, XIX, S. 124. Jena.

1901. G. Caradonna. « Ricerche sulla costituzione del plesso brachiale, sulla distribuzione dei suoi rami terminali e sull'anastomosi fra il nervo muscolo-cutaneo ed il nervo mediano negli equini ». Monitore zoologico italiano, anno XII, 3, p. 63, ed ibidem, anno XII, n. 4, p. 84. Firenze.

1901. U. Barpi. « Intorno alle origini del plesso brachiale del cavallo ». Giornale d'ippologia, f. 7-8.

1901. L. Bolk. « Sur la signification de la sympodie au point de vue de l'anatomie segmentale ». Petrus Camper. Nederlandsche Bijdragen tot de Anatomie, I, 1, p. 85. Haarlem.

1901. Chemin et Tribondeau. « Dissociation du plexus brachial du Gibbon ». C-R. de la Société de Biologie à Paris, t. 53, pp. 894, 15. Paris.

1901-02. L. Bolk. « Beiträge zur Affenanatomie III. Der Plexus cervico-brachialis der Primaten ». Petrus Camper, I. 4. p. 371. Amsterdam.

1902. P. Eisler. « Ueber die Ursache der Geflechtsbildung an den peripheren Nerven ». Verhanlungen d. Anatomischen Gesellschaft auf der 16en Versammlung, S. 201. Jena.

1902. L. Bolk. « Beiträge zur Affenanatomie. III. Der Plexus cervico-brachialis der Primaten ». Petrus Camper. Nederlandsche Bijdragen tot de Anatomie, I, 4, p. 371. Haarlem.

1902. O. Grosser und A. Froehlich. « Beiträge zur Kenntnis der Dermatome der menschlichen Rumpf-haut ». Morphologisches Jahrbuch, XXX, 3, S. 308. Leipzig.

1903. J. Lubsen. « Untersuchungen zur vergleichenden Segmental-anatomie ». Petrus Camper, Nederlandsche bijdragen tot de Anatomie, III, pp. 44-134. Haarlem.

1903. A. I. Sterzi. « Ricerche sopra le anastomosi dei rami anteriori del plesso brachiale e loro interpretazione morfologica ». Archivio italiano di Anatomia ed Embriologia (Chiarugi), vol. II, f. 1, p. 178. Firenze.

1904. W. Harris. « The true form of the brachial Plexus and its motor distribution ». The Journal of Anatomy and Physiology. (Turner), vol. 38, pp. 399-422.

1908. J. X. Lesbre et F. Maignon. « Sur l'innervation des muscles sterno-mastoidien, cleido-mastoidien et trapèze ». C. R. Académie des Sciences. Paris.

1908. E. Villiger. « Die periphere Innervation. Kurze übersichtliche Darstellung des Ursprungs, Verlaufes und der Ausbreitung der Hirn- und Ruckenmarksnerven ».

CAPITOLO VII.

Le ricerche sperimentali sulle proiezioni periferiche degli odoneuromeri.

1834. Van Deen. « De Differentia et nexu inter nervos vitae animalis et organismi ». Leyden.

1834. B. Panizza. « Ricerche sperimentali sopra i nervi, lettera al prof. M. Bufalini ». Pavia (e: Annali Universali di Medicina, vol. 73, f. 216, p. 468. — Trad. tedesca Erlangen 1836).

1834. Joh Mueller. « Handbuch der Physiologie des Menschen ». Bd. 1. 1e Ausg. Berlin.

1836. H. Kronenberg. « Plexuum nervorum structura et virtutes ». Dissertatio Inaug. Berlin.

1847. C. Eckhardt. « Ueber Reflexbewegungen der vier letzten Nervenpaare des Frosches ». Zeitschrift f. rationelle Medicin (Henle und Pfeuffer) VII.

1853. J. Peyer. « Ueber die peripherischen Endigungen der motorischen und sensibilen Fasern der in den Pl. brachialis des Kaninchen eintretenden Nervenwurzeln ». Dissert. Inaug.. Zürich (e: Zeitschrift für rationelle Medicin IV. S. 52. 1854).

1855. C. Eckhardt. in: Beiträge zur Anatomie und Physiologie. Bd. I.

1856. L. Tuerck. « Vorläufige Ergebnisse von Experimentaluntersuchungen zur Ermittelung der Hautsensibilitätsbezirke der einzelnen Rückenmarksnervenpaare ». Sitzungsberichte der math. naturw. kl. der K. Akademie der Wissenschaften in Wien.

1865. W. Krause. « Beiträge zur Neurologie der oberen Extremität ». 1865.

1866. J. Beresin. « Ein experimenteller Beweis dass die sensiblen und exitomotorischen Nervenfasern der Haut beim Frosche verschieden sind ». Centralblatt für die medicinische Wissenschaft. S. 129.

1868. A. Koschewnikoff. « Ueber die Empfindungsnerven der hintern Extremitäten des Frosches ». Archiv für Anatomie und Physiologie (Du Bois Reymond). S. 326.

1869 C. Meyer. « Ueber die Nervenverbeitung in den hinteren Extremitäten ». Zeitschrift für rationelle Medicin (Henle) 3e Reihe Bd. 46.

1869. L. Tuerck. « Die Hautsensibilitätsbezirke der einzelnen Rückenmarksnervenpaare ». Abhandlungen der math. naturw. kl. der K. Akademie d. Wissenschaften zu Wien.

1869 J. G. Hein. « Ueber die Reflexbewegungen welche durch die vier untersten Wurzelpaare des Froschenrückenmarkes ausgelöst werden ». Diss. Inaug. Königsberg.

1872. B. Wolski. « Sind die sensiblen und die excitomotorischen Nervenfasern der Haut beim Frosche verschieden? ». Archiv für die gesammte Physiologie (Pflüger) V. S. 282.

1877. C. Eckhardt. in: Beiträge zur Anatomie und Physiologie. Bd. VIII.

1881. P. Bert et Marcacci. « Étude sur la distribution des racines motrices du plexus lombaire dans les muscles du membre inférieur ». CR. de la Société de Biologie, vol. 33, p. 267. Paris.

1881. P. Bert e Marcacci. « Comunicazione preventiva sulla distribuzione delle radici motrici nei muscoli degli arti ». Lo sperimentale, fasc. 10, p. 356. Firenze.

1881. D. Ferrier and Yéo. « The functional relations of the motor roots of the brachial plexus ». Proceedings of the R. Society of London, vol. 32, p. 11. London.

1885. E. Forgue. « Distribution des racines motrices dans les muscles des membres », Gazette hebdomadaire des Sciences médicales de Montpellier, V, pp. 253, 279, 329, 588 (e: Thèse de Montpellier).

1883. G. Lannegrace. « Distribution des racines motrices dans les muscles des membres ». Gazette hebd. des Sciences médicales de Montpellier, V, pp. 448. 457, 472, 495.

1884. E. Forgue et G. Lannegrace. « 1. Anatomie animale. Distribution des racines motrices dans les muscles du membre supérieur ». CR. de l'Académie des Sciences. Tome 98, p. 685. Paris. « 2. Anatomie humaine. Sur la distribution spéciale des racines motrices du plexus brachial ». Ibidem, p. 829. « 3. Anatomie. Distribution spéciale des racines motrices du plexus lombo-sacré ». Ibidem, p. 1068.

1891. J. N. Langley. « On the course and connection of the secretory fibres supplying the sweat glands of the foot of the cat. ». Journal of Physiology. XII, p. 347. London.

1892. R. Russel. « Report on an experimental investigation of the brachial plexus of the dog ». British. medical Journal, 28 May.

1892. R. Russel. « An experimental investigation of the nerve roots which enter into the formation of the brachial plexus of the dog ». Proceedings of the R. Society of London, vol. 51, p. 22.

1892. C. S. Sherrington. « Sulla localizzazione del riflesso rotuleo ». Giorn. della R. Accad. medica di Torino, nn. 11-12.

1892. C. S. Sherrington. « Note on the functional and structural Arrangement of efferent fibres in the nerve roots of the lumbo-sacral plexus ». Proc. Roy. Soc. Lond., vol. 51, p. 67.

1892. C. S. Sherrington. « The nuclei in the spinal cord for the muscles of the limb ». Proc. Physiol. Soc. Febr. is, p. 8 (J. o Ph., vol. 13, n. 34. London).

1892. C. S. Sherrington. Experiments in Examination of the peripheral Distribution of the Fibres of the Posterior Roots of some spinal nerves ». Phil. Trans. Roy. Soc. London. B., vol. 184, p. 691. London.

1892. C. S. Sherrington. « Note on the Knee-jerk and the correlation of action of antagonistic muscles ». Proc. Roy. Soc. Lond., vol. 52, p. 556. London.

1892. C. S. Serrington. « Notes on the Arrangement of some motor fibres in the lumbo-sacral plexus ». Journal of Physiology, vol. 13, p. 621. London.

1892. C. S. Sherrington. « Experiments in examination of the peripheral Distribution of the fibres of the posterior root of some spinal nerves. I (Abstract) ». Proc. Roy. Soc. London, vol. 52, p. 333. London.

1893. R. Russel. « An Experimental investigation of the nerve roots which enter into the formation of the brachial plexus of the dog. ». Phil. Transactions of the R. Society of London. B. vol. 184, d. 39. London.

1893. R. Russel. « An experimental investigation of the nerve roots which enter into the formation of the lumbo-sacral plexus of macacus rhesus ». Proceedings of the R. Society of London. Vol. 54, n. 327, p. 213. London.

1893. R. Russel. « An experimental investigation of the nerve roots which enter into the for-

mation of the lumbo-sacral plexus of macacus rhesus. Abstract ». Proceedings of the R. Society of London. Vol. 53, p. 459.

1893. C. S. Sherrington. « Further experimental note on the correlation of Action of Antagonistic muscles ». Proc. Roy. Soc. London. Vol. 53. p, 407.

1895. O. Polimanti. « Sur la distribution fonctionnelle des racines motrices dans les muscles des membres ». Archives Italiennes de Biologie ». XIII. f. 3 Turin. (da: Lo Sperimentale, anno 48, f. 3),

1896. C. S. Sherrington. « Experiments in examination of the Peripheral Distribution of the Fibres of the posterior Roots of some spinal Nerves. Part II ». Phil. Trans. Roy. Soc. London B. vol. 190, p. 45.

1896. C. S. Sherrington. « On reciprocal innervation of antagonistic muscles. Third note ». Proc. Roy. Soc. London. Vol. 60, p. 414.

1896. C. S. Sherrington. « Experiments in examination of the peripheral Distribution of the fibres of the posterior Roots of some spinal nerves. II Abstract ». Proc. Roy. Soc. London. Vol. 60, p. 408.

1897. W. Page May. « Investigations into the segmental representations of movements in the lumbar region of the mammalian spinal cord ». Phil. Transaction of the Roy. Society of London. Ser. B., vol. 177. p. 191-210.

1899. C. S. Sherrington. » The arrangement of the motor cells for muscles in the spinal cord and on the functional value of the motor spinal roots of the limb region ». Volume edito nel I centenario della morte di L. Spallanzani, 1799-1899. Reggio Emilia. Vol. I, p. 125.

1900. C. S. Sherrington. Capitolo « The spinal cord », in Schafer's Textbook of Physiology. Vol. II, p. 783. Edinburgh and London.

1900. J. W. Langelaan. « On the determination of sensory spinal skinfields in healthy individuals ». Proceedings of the K. Akad. v. Wetenschappen. Amsterdam. Proc. of the Meeting of Sat 29 Sept. 1900. Vol. III, p. 251.

1901. C. S. Sherrington. « The spinal roots and dissociative Anaesthesia in the monkey ». Journal of Physiology Vol. 27, nn. 3, 4, p. 360. London.

1901. C. Winkler and G. van Rynberk. « On function and structure of the trunkdermatoma. I ». Transactions of the K. Akad. v. Wetenschappen te Amsterdam. Proc. of the Meeting of Saturday 30 Dec. 1901, vol. IV, p. 266. — Idem II. Ibidem Proc. of the Meeting of Saturday 28 December 1901, vol. IV, p. 308.

1903. C. Winkler and G. van Rynberk. « Structure and function of the trunkdermatoma. III ». Proceedings of the K. Akademie v. Wetenschappen te Amsterdam. Proc. of the Meeting of Saturday 29 March. 1902, vol. IV, p. 508.

1903. G. van Rynberk. « On the fact of sensible skin areas dying away in a centripetal direction ». Proceedings of the K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Proc. of Sat 31 Oct. 1903, vol. VI, p. 346.

1903. C. Winkler and G. van Rynberk. « On function and structure of the trunkdermatoma. IV ». Transactions of the K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Proc. of the Meeting of Sat. 31 Oct. 1903, vol. VI. p. 347.

1903. C. Winkler and G. van Rynberk. « Something concerning the growth of the lateral areas of the trunkdermatomata on the caudal portion of the upper extremity ». Proceedings of the K. Akad. v. Wetensch. te Amst. Proc. of the Meet. of Sat. 19 Dec. 1903, vol. VI. p. 392.

1903. C. Winkler. « Ueber die Rumpfdermatome. Ein experimenteller Beitrag zur Lehre der Segmental-Innervation der Haut ». Monatschrift f. Psychiatrie und Neurologie (Wernicke e Ziehen). Bb. XIII. h. 3. S. 161. Berlin.

1903. G. van Rynberk. « Verslag aan Z. Ex. den Minister van Binnenlandsche Zaken aangaande onderzoekingen verricht gedurende de maanden Mei, Juni, Juli en Augustus 1907 in het Zool. Station van Prof. A. Dohrn te Napels ». Nederl. Staatscourant v. Zat 31 Oct. 1905, n. 255.

1904. G. van Rynberk. « Beobachtungen über die Pigmentation der Haut bei Scyllium Catulus und Canicula und deren Zuordnung zu der Segmentalen Hautinnervation dieser Thiere ». Petrus Camper. Nederlandsche Bydragen tot de Anatomie (Bolk e Winkler) D. III, 1904 Afl. 1 bladzy 137. Haarlem.

1904. C. Winkler. « De physiologie der Dermatomen. Voordracht gehouden op de Feestvergadering der Vereeniging; *Natura dux nobis et auspex* ». Notulen der Feestvergadering bladzy 11-22. Utrecht.

1906. G. van Rynberk. « Verslag aan Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, aangaande onderzoekingen gedaan gedurende de zomermaanden 1905, in het Zoologisch Station van prof. A. Dohrn te Napels ». Byvoegsel tot de Nederlandsche Staatscourant van Zondag 14 en Maandag 15 January 1906, n. 11 (n. 5). 's-Gravenhage.

1906. G. van Rynberk. « Sulla metameria nel sistema nervoso simpatico. I. L'innervazione pigmentomotrice ». Archivio di Fisiologia, vol. III, fasc. 6, sett. 1906, pagg. 601-608. Firenze.

1907. G. van Rynberk. « Sulla metameria nel sistema nervoso simpatico. II. L'innervazione pilomotrice ». Archivio di Fisiologia, vol. IV, fasc. 4, maggio 1907, pag. 349-355. Firenze.

1907. R. Sparvoli. « Sull'innervazione segmentale della cute negli uccelli ». Archivio di Anatomia e di Embriologia, vol. XI, fasc. 3, pagg. 469-481. Firenze.

1907. G. van Rynberk. « On the segmental skin-innervation by the sympathetic nervous system in vertebrates, based upon experimental researches about the innervation of the pigmentcells in flat fishes and of the pilomotormuscles in cats ». Proceedings of K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Proc. of the Meeting of Saturday 30 November 1907, vol, X, pagg. 331-341. Amsterdam.

CAPITOLO VIII.

I dati clinici sulla dermatomeria e sulla miomeria nell'uomo.

1861. Von Baerensprung. « Die Gürtelkrankheit », I. - Annalen des Charitékrankenhauses, Bd. IX, h. 2, S. 40. Berlin.

1862. — Idem., II. - Ibid. Bd. X, h. 2, S. 57. Berlin.

1863. — « Naevus unius lateris ». Ibid. Bd. XI, h. 2, S. 91. Berlin.

1863. — « Die Gürtelkrankheit », III. - Beiträge zur Kenntnis des Zosters. - Ibid. Bd. XI, h. 2, S. 96. Berlin.

1865. J. M. Charcot et Cotard. « Sur un cas de zona du cou ». Mémoires de la Société de Biologie (à Paris), p. 41. Paris.

1873. O Simon. « Die Localisation der Hautkrankheiten ». Berlin.

1874. W. Erb. « Ueber eine eigentümliche Localisation von Lähmungen im Plexus brachialis ». Verhandlungen des Heidelberger naturhistorischen und medicinischen Vereins, N. S., Bd. I, h. 2. Heidelberg.

1879. Ten Cate Hoedemaker. « Ueber die von Erb zu erst beschriebene combinirte Lähmungsform an der oberen Extremität ». Archiv für Psychiatrie und Nerven-Krankheiten, Bd. IX, S. 732. Berlin.

1880. Jarisch. « Ueber die Coincidenz von Erkrankungen der Haut und der grauen Achse des Rückenmarkes ». Wiener medicinische Blätter, n. 36. (Anche in: Archiv für Dermatologie und Syphilis).

1882. James Ross. In: The Practitioner, Sept. 1882, p. 172.

1882. Leloir. « Recherches cliniques et anatomopathologiques des affections cutanées d'origine nerveuse ». Paris.

1885. J. Ross. « Handbook of the diseases of the nervous system ». London.

1885. — « Distribution of anaesthesie in cases of disease of the branches and of the roots of the brachial plexus ». Brain, a Journal of Neurology, vol. VII, pp. 51-76. London.

1885. A. Klumpke. « Contribution à l'étude des paralysies radiculaires du plexus brachial ». Revue de médécine, n. 7. Paris.

1886. C. Kopp. « Die Trophoneurosen der Haut. Historisch-kritische, klinische und histologische Studien über die Beziehungen des Nervensystems zu Erkrankungen des Haut ». 8. Wien. Braumüller.

1886-88. W. Gowers. « A manual of Disease of the Nervous system ». London.

1888. L. Bruns. « Ueber Localisationen im Cervicalmark ». Deutsche medicinische Wochenschrift n. 48 (e: Centralblatt f. Nervenheilkunde, 1889, S. 647).
1888. H. Eichhorst. « Verbreitungsweise der Hautnerven beim Menschen ». Zeitschrift für klinische Medicin, Bd. XIV, S. 519. Berlin.
1888. Allen Starr. « Syringomyelie ». The American Journal of medical Science.
1888. W. Thorburn. « Spinal localisations as indicated by spinal injuries ». Brain, a Journal of Neurology. London.
1888. — « On the injuries of the cauda equina ». Brain, a Journal of Neurology.
1888. J. Ross. « The segmental distribution of sensory disorders ». Brain, a Journal of Neurology, vol. X, p. 333. London.
1889. Mills. « Lesions of sacral and lumbar plexuxes ». Medical News, vol. LIV, n. 24.
1889. W. Thorburn. « A contribution to the surgery of the spinal cord ».
1890. F. R. Kraus. « Die Bestimmung des betroffenen Rückenmarkssegmentes bei Erkrankung der unteren Halswirbel ». Zeitschrift für Medicin, Bd. XVIII, S. 343.
1890. W. Griffith and Oliver. « On the distribution of the cutaneous nerves of the trunk, with special reference to herpes zoster ». Proceedings of the Anatomical Society of Great Britain and Ireland. (The Journal of Anatomy and Physiologie, vol. XXIV).
1891. J. M. Charcot. « Sur un cas de paralysie radiculaire de la première paire dorsale, avec lésion hémilatérale simulant la syringomyélie ». Archives de Neurologie, T. XXII. Paris.
1892. J. Mackensie. « Contribution to the studie of sensory symptomes associated with visceral disease ». The medical chronicle.
1892. A. Simon. « Ueber die Beziehungen bestimmter Muskeln zu bestimmten Abschnitten der grauen substanz des Rückenmarks ». Inaugural-Dissertation. Strassburg.
1892. Allen Starr. « Local anaesthesia as a guide in the localisation of lesions in the spinal cord ». The American Journal of the medical sciences. July 1892.
1892. M. Dinkler. « Ueber die Lokalisation und das klinische Verhalten der Bauchreflexe ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. II. Leipzig.
1893. L. Bruns. Ueber einen Fall von traumatischer Zerstörung des Rückenmarks an der Grenze zwischen Hals- und Dorsalmark ». Archiv für Psychiatrie und Neurologie, Bd. XXV. Berlin.
1893. E. Brissaud. « Leçons sur les maladies nerveuses ». 1re série, Paris, in 8°. Masson.
1893. W. Thorburn. « The sensory distribution of spinal nerves ». Brain a Journal of neurology, vol. XVI. London.
1893. J. Mackenzie. « Some points bearing on the association of sensory disorders and visceral disease ». Brain a Journal of Neurology, Part. 63. London.
1893. H. Head. « On disturbances of sensation with especial reference to the pain of visceral disease ». Brain a Journal of Neurology, vol. XVI. London.
1894. Allen Starr. « Local anaestesie as a guide in the diagnosis of lesions of the upper portion of the spinal cord ». Brain a Journal of Neurology, vol. XVII. London.
1894. E. Hitzig. « Ueber traumatische Tabes und die Pathologie der Tabes im Allgemeinen ». Festschrift der Universität Halle. Berlin.
1894. H. Head. « On disturbances of sensation with special reference to the pain of visceral disease ». Brain a Journal of Neurology, vol. XVII. London.
1895. M. Laehr. « Ueber sensibilitätsstorungen bei Tabes dorsalis und ihre localisation ». Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten, Bd. XVII, h. 3, S. 609. Berlin.
1895. Von Kuester. « Die klinische Bedeutung der Halsrippen ». Inaugural-Dissertation. Berlin.
1895. J. Mackensie. « Heart pain and sensory Disorders associated with Heart failure ». The Lancet, 5 Jan.
1895. A. James. « A clinical lecture on Aortic aneurysm with especial Reference to sensitive Areas of the skin ». British medical Journal, 29 Juny.
1895. Enderlen. « Ueber Stichverletzungen des Rückenmarks, experimentelle und klinische Untersuchungen ». Deutsche Zeitschrift für Chirurgie, Bd. XL, h. 3-4, S. .
1896. G. Marinesco. « Lettres d'Angleterre. Localisation sensitives et motrices dans la moelle

épinière et leurs applications cliniques ». La semaine médicale, 16e Année, n. 33 (1 Juillet), p. 259. Paris.

1896. West. In: British Journal of dermatology, Oct. p. 195.

1896. G. Sticker. « Ueber die diagnostische Verwerthung der Form und Vertheilung der sensibilitätsstörungen ». Münchener medicinische Wochenschrift, n. 9. München.

1896. Hintze. « Ueber sensibilitätsstörungen am Rumpf bei Tabes dorsalis ». Inaugural-Dissertation. Bonn.

1896. E. Brissaud. « Sur la distribution métamérique du zona des membres ». La presse médicale, 4e Année, n. 4 (11 Janvier), pp. 17-20. Paris.

1896. — « Sur les paralysies du type radiculaire dans la syringomyélie ». La semaine médicale, 16e Année, n. 17 (1 Avril), pp. 129-132. Paris.

1896. Dongradi. « Considérations sur la topographie du zona ». Thèse pour le doctorat en médécine. Paris.

1896. M. Laehr. « Ueber Störungen der Schmerz- und Temperaturempfindung in Folge von Erkrankungen des Rückenmarkes ». Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten, Bd. XXVIII, S. 773-874. Berlin.

1896. Jolly. « Stichverletzung des Rückenmarks ». Berliner klinische Worhenschrift. n. 5. Berlin.

1896. Brissaud. « La métamérie spinale et la distribution périphérique du zona ». Le Bulletin médical, 10e Année, n. 8 (26 Janvier), pp. 87-92. Paris.

1896. — « Le zona du tronc et sa topographie ». Le Bulletin médical, 10e Année, n. 3 (8 Janvier), pp. 27-31. Paris.

1896. G. Ballet. « Des paralysies radiculaires sensitives du plexus brachial ». Le Bulletin médical, 10e Année, n. 76 (23 Septembre), pp. 903-907. Paris.

1896. H. Head. « On disturbance of sensation with especial reference to the pain of visceral disease. - Brain a Journal of Neurology, vol. XIX. London.

1896. Th. Kocher. « I. Die Verletzungen des Wirbelsäule zugleich als Beitrag zur Physiologie des menschlichen Rückenmarks. - II. Die Läsionen des Rückenmarks bei Verletzungen der Wirbelsäule ». Mittheilungen aus den Grenzgebieten der Medicin und Chirurgie, Bd. I, h. 4, S. 415-480, S. 481-660. Jena.

1896. Ballet. « Étude sur le champ de distribution cutanée .... ». Le Bulletin médical, 10e Année, n. 96. Paris.

1897. L. Bbuns. « Die Geschwülste des Nervensystems ». Berlin.

1897. G. Marinesco. « De la topographie des troubles sensitifs dans le tabes: rapports avec les sensations des tabétiques ». Lá semaine médicale, 17e Année, n. 47 (13 Oct.), p. 369. Paris.

1897. Halloppeau et Weil. « Naevi métamériques ». Annales de Dermatologie et de Syphilis, p. 483.

1897. P. Adam. « Hyperaesthesie des Haut bei inneren Organerkrankungen ». Inauguraldissertation. Berlin.

1898. Kahn. « Form und Ausbreitung der sensibilitätsstörungen bei Syringomyelie ». Jahrbücher für Psychiatrie.

1898. E. Brissaud. « Les symptomes de topographie métamérique aux membres ». La semaine médicale, 18e Année, n. 18 (21 Sept.), pp. 385-389. Paris.

1898. Vedel. « Zona de la cuisse à disposition métamérique ». Nouveau Montpellier Médical. Montpellier.

1898. W. Seiffer. « Die Headschen sensibilitätsstörungen bei Erkrankumgen innerer Organen ». Verhandlungen des 16en Congresses für innere Medicin.

1898. H. Drouin. « Quelques cas de sclérodermie localisée à distribution métamérique ». Thèse de la Faculté de Médécine. Paris.

1898. A. Blaschko. « Beiträge zur Topographie der äusseren Hautdecke. I. Zur Pathologie und Topographie des Herpes Zoster ». Archiv für Dermatologie und Syphilis, Bd. XLIII, Leipzig (e: Festschrift zu Ehren von P. J. Fick, S. 1-46. Leipzig).

1898. H. Meyer. « Ein Fall von Lichen ruber in der inneren Voigt'schen grenzlinie der unteren Extremität ». Archiv für Dermatologie und Syphilis, Bd. XLII, S. 59.

1899. L. J. J. Muskens. « On the development of disturbances of sensation in diseases of the spinal cord ». British medical Journal, 9 Dec. London.

1899. L. R. Mueller. « Untersuchungen über die Anatomie und Pathologie des unteren Rückenmarksabschnittes ». Deutsche zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. XIV. Leipzig.

1899. Bourneville et P. Boncour. « Zona thoraco-brachial ». Le Progrès médical, 3ª série, T. X, n. 26 (1 Juillet), pp. 3-5. Paris.

1899. J. Crocq. « Les anesthésies, paralysies et amyotrophies en tranches et la théorie métamérique de Brissand ». Journal de Neurologie, 20 Juillet. Bruxelles.

1899. Grasset. « La distribution segmentaire des symptomes en séméiologie médullaire ». Leçons cliniques recueillies et publiées par le Dr. Gibert. Montpellier. 8. Delord Boehm et Martial.

1899. A. van Gehuchten. « Un cas de syringomyélie avec dissociation de la sensibilité à topographie radiculaire ». Journal de Neurologie, 5 Sept., p. 341. Bruxelles.

1899. Von Soelder. « Der segmentale Begrenzungstypus bei Hautanästhesieen am Kopfe, insbesondere in Fällen von Syringomyelie ». Jahrbücher für Psychiatrie, Bd. XVIII.

1899. P. Jourdaul. « Psoriasis et métamérie médullaire ». La province médicale, 27 Mai.

1899. J. Crocq. « Un cas d'amyotrophie en gant ». Journal de Neurologie, 20 Avril, p. 167. Bruxelles.

1899. Riche et Gothard. In: Nouvelle Iconographie de la Salpétrière. (Anche: Riche, Thèse de Paris, 1899).

1899. Leredde. « Le rôle du système nerveux dans les dermatoses ». Archives générales de Médécine, 79ª Année, Fasc. de Mars-Avril, p. 283. Paris.

1899. Lelong. « Étude des Naevi, dans leurs localisations et leurs rapports avec le système nerveux et notamment avec les métamères ». Paris. Steinheil.

1899. E. Brissaud. « Leçons sur les maladies nerveuses », 2ª série. Paris, in 8°, Masson.

1899. Bayerthal. « Ueber praktische Bedeutung der Rückenmarkslocalisationen ». Zeitschrift für praktische Aerzte, n. 1.

1899. J. Déjérine. « Sur l'existence de troubles de la sensibilité à topographie radiculaire dans un cas de lésion circonscrite de la corne postérieure ». La Revue neurologique, n. 13 (15 Juillet), p. 518. Paris.

1899. Kund Faber. « Reflexhyperaesthesie bei Verdaungskrankheiten ». Archiv für Klinische Medicin. Bd. LXV. Berlin.

1899. E. Brissaud. « La métamérie dans les trophoneuroses ». Nouvelle Iconographie de la Salpétrière, T. XII. Paris.

1900. H. Head and Campbell. « The pathology of Herpes zoster and its bearing on sensory localisation ». Brain, a Journal of Neurology. London.

1900. R. Wichmann. « Die Rückenmarksnerven und ihre segmentbezüge. Ein Lehrbuch der Segmentaldiagnostik des Rückenmarkskrankheiten » Berlin. Salle. 8.

1900. H. Grenet. « Formes cliniques des paralysies du plexus brachial ». Archives générales de médécine. Octobre. Paris.

1900. E. Brissaud et P. Lereboullet. « Etages radiculaires et Métamérie spinale. A propos d'un cas de zona thoraco-brachial ». Le Progrès médical, 29ª Année (3ª série, T. XII), n. 27 (7 Juillet), pp. 1-4. Paris.

1900. E. Brissaud. « Zona thoracique à disposition métamérique ». Revue Neurologique, VIII. Paris.

1900. Achard. « Urticaire abdominale en bandes symmétriques et segmentaires ». Revue Neurologique, vol. VIII, p. 1127. Paris (Communication à la Société de Neurologie à Paris, le 6 Déc. 1900. Discussion Déjérine, Meige).

1900. Achard et Clerc. « Erythème toracique en bande segmentaire ». Revue Neurologique, vol. VIII. Paris.

1900. G. H. Moll van Charante. « De hyperalgetische zonen van Head ». Akademisch Proefschrift. Leiden.

1900. C. Winkler. « G. H. Moll van Charante, De Hyperalgetische zonen van Head ». (Referto critico illustrato da fotografie). Weekblad van het Nederlandsch Tydschrift voor Geneeskunde. Jaarg. 1900, Dl. 2, n. 26 (29 Dec.), pp. 1083-1087. Amsterdam.

1900. G. Coustensoux. « La métamérie du système nerveux et les maladies de la moëllè ». Thèse de la Faculté de Médécine. Paris, Baillière, 8.

1900. L. Coenen. « Over de periphere uitbreiding van de achterste wortels van het ruggemerg. (La sola sola parte storica) ». Psychiatrische en Neurologische bladen. n. 4. Haarlem.

1900. L. Coenen. « Idem. (Parte storica, clinica e sperimentale) ». Academisch Proefschrift. Amsterdam. 1901 F. van Rossen. 8.

1901. L. J. J. Muskens. Onderzoekingen omtrent pyngevoelstoornissen in verband met de segmentale huidinnervatie by toevallyders en epileptische krankzinnigen, alsook by hereditair syphilitische en gezonde personen. I-IV. Weekblad van het Nederlandsch Tydschrift voor Geneeskunde. 2 Reeks. 37 Jaarg (1901), (Deel I) n. 7, pag. 3 0-357; n. 9, pag. 453-463; n. 10, pag. 523-533; n. 11, pag. 579-589. Amsterdam.

1900. D. H. Beyerman. « Eigenaardige stoornissen van het pyngevoel eener lyderesse aan tabes dorsalis ». Verslagen der K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Deel IX. Zitting van 29 Sept. Amsterdam.

1901. W. Seiffer. « Spinales sensibilitätsschema für die segmentdiagnose der Rückenmarkskrankheiten zum Einzeichnen der Befunde am Kranckenbett ». Berlin. Hirschwald.

1901. C. Winkler. « Klinische bydragen tot de kennis van de wortelinuervatie van de Huid ». Talma's Feestbundel, p. 1-28. Leiden.

1901. W. Seiffer. « Das spinale sensibilitätsschema zur segmentdiagnose der Rückenmarkskrankheiten ». Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten, Bd. XXXIV, h. 2, S. Berlin.

1901. L. R. Mueller. « Weitere Beiträge zur Pathologie und pathologischen Anatomie des unteren Rückenmarksabschnittes ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. XIX, h. 5, 6. Leipzig.

1901. J. Déjérine. « Seméiologie des maladies du système nerveux ». Traité de Pathologie générale de Bouchard. Tome V. Paris.

1901. L. Ferrannini. « Lesione traumatica del primo segmento dorsale del midollo spinale. Contributo clinico alla teoria del metamerismo spinale. « Archivio Italiano di medicina interna, vol. IV, fasc. 3-6. Palermo.

1901. H. Haenel. « Ueber sensibilitätsstörnugen der Haut bei Erkrankungen innerer Organe, besonders Magenkrankheiten ». Münchener medicinische Wochenschrift, 1 Jan., S. 15. München.

1901. Duval et Guillain. « Les paralysies radiculaires du plexus brachial ». Paris. Steinheil.

1901. Trapp. « Zur Kenntnis der Wirbelbrüche. Eine studie über die klinische Diagnose des Sitzes einer Wirbelfraktur, aus den nervösen Ausfallserscheinungen ». Deutsche Zeitschrift für Chirurgie. Bd. 45.

1902. H. Haenel. « Sensibilitätsstörungen bei Visceralerkrankungen, insbesondere bei Magendarmerkrankungen ». Jahresberichte der Geselschaft für Natur- und Heilkunde in Dresden. München 1901.

1902. Tedeschi. Alterazioni della sensibilità cutanea nelle lesioni viscerali ». Giornale della R. Accademia di medicina di Torino.

1902. L. Ferrannini. « Metamerismo midollare e metamerismo radicolare nella siringomielia ». La Riforma medica, anno 18, vol. IV del 1902, pp. 447, 458. Palermo.

1902. J. Déjérine. « Un cas de paralysie radiculaire supérieure bilatérale du plexus brachial à symptomatologie surtout sensitive, due à la presence de côtes cervicales supplémentaires ». Revue de Neurologie, T. p. 1060. Paris.

1902. F. Neugebauer. « Rückenmarksanalgesie und die Vertheilung der sensibilität nach Marksegmenten ». Münchener medicinische Wochenschrift, 6 Mai. München.

1902. A. Blaschko. « Die Nervenvertheilung in der Haut in ihrer Beziehung zu den Erkrankungen der Haut ». Bericht erstattet dem XII Congress der Deutschen Dermatologen-Gesellschaft in Breslau 1901. Leipzig.

1903. I. Sherren. In: The Lancet, 19 Sept.

1903. G. Langeoin. « Étude sur la métamérie cutanée en particulier dans le zona et les fièvres éruptives ». Paris.

1903. S. Pansini. « Sulle algie aneurismatiche e periaortiche ». Giornale internazionale delle Scienze mediche, anno 25. Napoli.

1903. S. Pansini. « Sulle ippuropatie (lesioni della cauda equina) e sull'innervazione radicolare ». La Riforma medica, anno 19, n. 1-5. Palermo.

1903. A. Froehlich und O. Grosser. « Beiträge zur metameren Innervation der Haut ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. XXIII, S. 441-472. Leipzig.

1904. M. Bernard. « Ueber einige seltener vorkommende peripherische Lähmungen ». Berliner klinische Wochenschrift, n. 10, S. 237. Berlin.

1904. L. Edinger. « Neue Darstellung der segmentinnervation des menschlichen Kõrpers ». Zeitschrift für klinische Medicin, Bd. LIII. Riegel Festschrift. Berlin.

1904. C. Winkler. « Over neuritis van den plexus brachialis ten Gevolge van de aanwezigheid van een halsrib. Klinische les ». Weekblad van het Nederlandsch Tydschrift voor Geneeskunde, Jaarg 1904, Deel II, n. 10 (Sept.), pp. 589-603. Amsterdam.

1904. O. Grosser. « Die Metamerie der Haut. Sammelreferat über die Anatomische und physiologische Literatur mit Berücksichtigung der wichtigsten Klinischen Ergebnisse, I, II, III ». Centralblatt für die Grenzgebiete der Medizin und Chirurgie, Bd. VII, n. 1, S. 23-43; n. 3, S. 81-95; n. 4, S. 133-146. Jena.

1904. V. Mibelli. « A proposito di alcuni casi di Neurodermite cronica lineare ». Lo Sperimentale, Archivio di Biologia normale e patologica, vol. LVIII, fasc. 1 (Febbraio), pp. 29-46. Firenze.

1905. A. Signorelli. « I disturbi della sensibilità cutanea nel tumore di milza e nelle splenopatie in genere. Il punto splenico ». La Riforma medica, anno 20, n. 31. Palermo.

1907. P. Alsberg. « Hyperalgesieen der Haut in ihrer Bedeutung für die Gynaekologie ». Deutsche medicinische Wochenschrift. N. 45, S 1863-1864. Berlin.

LETTERATURA DELLA PARTE QUARTA

CAPITOLO IX-XII.

Le proiezioni spinali degli odoneuromeri e degli organi sensitivi e neuro-muscolari periferici.

1829. A. Bérard, in: « Bulletin de la Société Anatomique de Paris ». 2ième ed. 4ième année (1829) Bull. n. 3. Extrait des procès verbaux des Séances de la Société Anatomique, p. 54. Paris.

1855. L. Türck, in: « Sitzungsberichte der K. Akademie d. Wissenschaften (in Wien) ». Math. Naturw. Classe, Bd. XI, S. 113. Wien.

1860. Goll. « Beiträge zur Feineren Anatomie des menschlichen Rückenmarkes ». Zürich.

1865. J. L. Prévost, in: « Comptes rendus de la Société de Biologie à Paris ».

1866. L. Clarke, in: « The Lancet » 10 March.

1868. S. Vulpian. « Influence de l'abolition des fonctions des nerfs sur les régions de la moëlle épinière qui leur donne origine. Examen de la moëlle épinière dans un cas d'amputation d'ancienne date ». Achives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 1ère série, Tome I, p. 443. Paris.

1868. L. Clarke and Z. Johnson. « On a remarkable case of extreme muscular atrophy with extensive disease of the spinal cord ». Medico-chirurgical Transactions, vol. LI, p. 249.

1868. Dickinson. « On the changes in the nervous system which follow the amputation of limbs ». Journal of anatomy and physiology.

1869. S. Vulpian et Philippeaux. « Sur les modifications qui se produisent dans la moëlle épinière sous l'influence de la section des nerfs d'un membre ». Archives de Physiologie norm. et path., 1ère série, t. II. Paris.

1869. S. Vulpian. « Sur les modifications qui se produisent dans la moëlle épinière sous l'influence de la section des nerfs d'un membre ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 1ère série, t. II, p. 675. Paris.

1870. J. Parrot et A. Joffroy. « Notes sur un cas de paralysie infantile ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), t. III, 1ère série, p. 309.

1870. S. Vulpian. « Cas d'atrophie musculaire graisseuse datant de l'enfance. Lésions des cornes antérieures de la substance grise de la moëlle épinière ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 1ère série, t. III, p. 316. Paris.

1870. L. Stieda. « Studien über das centrale Nervensystem ». Zeitschrift f. Wissenschaftliche Zoologie, XX, S. 360. Leipzig.

1870. J. M. Charcot et A. Joffroy. « Cas de paralysie infantile ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 1ère série, t. III, p. 136. Paris.

1870. Von Gudden. « Experimentell-anatomische Untersuchungen über das periferische und centrale Nervensystem ». Archiv für Psychiatrie. Bd. II. S. 693. Berlin.

1871. Roger et Damaschino. « Des altérations de la moëlle épinière dans la paralysie spinale de l'enfance et dans l'atrophie musculaire progressive ». Revue de médécine, t. I, p. 81.

1871. Roger et Damaschino. « Recherches anatomo-pathologiques sur la paralysie spinale de l'enfance ». Comptes rendus... de la Société de Biologie, e: Gazzette médicale de Paris.

1871. E. Troisier. « Note sur l'état de la moëlle épinière dans un cas d'hémimélie unithoracique ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 1ère sêrie, t. IV, p. 72, 1871-72. Paris.

1871. W. Müller. « Beiträge zur pathologischen Anatomie des Rückenmarkes ».

1872. S. Vulpian. « Sur la modification anatomique de la moëlle épinière à la suite de l'amputation ou de la section des nerfs d'un membre ». Bulletin de l'Académie des Sciences à Paris.

1872. Joffroy et Lionville, in: « CR. de la Société de Biologie ». Séance du 20 avril 1872. Paris.

1872. A. Erlenmeyer jun. « Ueber das cicatrielle Neurom. ». Inaugural-Dissertation. Greifswald.

1873. M. Roth. « Anatomischer Befund bei spinaler Kinderlähmung ». Archiv f. pathol. Anatomie und Physiol. und f. Klin. Medicin (Virchow), Bd. LVIII, S. 269. Berlin.

1873. Hugenin. « Allgemeine Pathologie der Krankheiten des Nervensystems. I. Allgemeine Einleitung ». Zürich.

1873. Beisso. « Del midollo spinale ». Genova.

1873. G. Hayem. « Des altérations de la moëlle consécutives à l'arrachement du nerf sciatique chez le lapin ». Archives de physiologie norm. et pathol., 1ère série, tome V, p. 504. Paris.

1873. Friedreich. « Ueber progressive Muskelatrophie ». Berlin (S. 140).

1873. Th. Dickson. « On the changes which occurs in the spinal cord after amputation of a limb, compared with the changes found in association with progressive muscular atrophy ». Transactions of the pathological Society. London, t. V, p. 2.

1874. U. Gombault. « Note sur un cas de paralysie spinale de l'enfance, suivi d'autopsie ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 2e série, t. V, p. 80. Paris.

1874, J. L. Prévost et David. « Note sur un cas d'atrophie des muscles de l'éminence thénar droite avec lésion de la moëlle épinière ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 2e série, t. I, p. 595. Paris.

1874. W. Erb. « Ueber acute Spinallähmung (Poliomyelitis anterior acuta) bei Erwachsenen und über verwandten spinale Erkrankungen ». Archiv f. Psychiatrie, Bd. IV, S. 758. Berlin.

1875. J. Déjérine. « Note sur l'état de la moëlle épinière dans un cas de pied-bot ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 2e sêrie, t. II, p. 253. Paris.

1875. G. Hayem. « Lésions des nerfs des membres consécutives à l'amputation ». Bulletin de la Société Anatomique, p. 689. Paris (e: Progrès médical, n. 11, 1876. Paris).

1876. G. Hayem. « Seconde communication sur l'état des nerfs des membres qui ont subi une ampu-

tation ancienne ». Bulletin de la Société Anatomique, p. 230. Paris (e: Progrès médical, 1876, n. 30). Paris.

1876. A. Genzmer. « Veränderungen im Rückenmark eines Amputirten ». Archiv für pathologischen Anatomie und Physiologie und für klinischen Medicin (Virchow), Bd. LXVI, S. 265. Berlin.

1876. E. v. Leyden. « Klinik der Rückenmarkskrankheiten ». Berlin, 1876 (S. 315).

1876. F. Schultze. « Zur Lehre von den spinalen Kinderlähmung und der analogen Lähmungen der Erwachsenen ». Archiv für pathologischen Anatomie und Physiologie und für Klinische Medicin (Virchow), Bd. LXVIII, S. 129. Berlin.

1876. E. v. Leyden. « Klinik der Rückenmarkskrankheiten ».

1876. P. Schiefferdecker. « Ueber Regeneration, Degeneration und Architectur des Rückenmarks ». Archiv für Pathologische Anatomie und Physiologie, Bd. 67, h. 4, S. 542. Berlin.

1876. Bufalini et Rossi. « Atrophie de la moëlle épinière par la section des racines nerveuses ». (Analyse des travaux de Physiologie de l'Université de Siène par le prof. Albertoni). Archives de Physiologie norm. et path. 3e série, t. III, p. 829. Paris.

1876. A. Pitres. « Note sur un cas d'atrophie musculaire consécutive à une sclérose latérale secondaire de la moëlle épinière ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 2e série, t. III, f. 5, p. 657. Paris.

1877. P. Mayer. « Experimenteller Beitrag zur Kenntnis der Baues des Kaninchenrückenmarckes ». Archiv für Psychiatrie, VII, S. 539. Berlin.

1877. A. Pick. « Zur agenesie des Rückenmarkes ». Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten, Bd. VII, h. 1, S. 178. Berlin.

1877. E. v. Leyden. « Beiträge zur pathologischen Anatomie der atrophischen Lähmung der Kinder und Erwachsenen ». Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten Bd. VI, S. 271. Berlin.

1877. J. Déjérine. « Note sur l'état de la moëlle épinière dans deux cas de paralysie infantile ». Bulletin de la Société anatomique, 1877 (e: Progrès médical, 1878, n. 22).

1878. F. Schultze. « Die anatomischen Veranderungen bei der acuten atrophischen Lähmung der Erwachsenen ». Archiv für pathologischen Anatomie und Physiologie und für Klinischen Medicin (Virchow), Bd. LXXIII, h. 3, S. 443. Berlin.

1878. J. Déjérine et A. Mayer. « Recherches sur les altérations de la moëlle épinière et des nerfs du moignon chez des amputés d'ancienne date ». Note presentée à la Société de Biologie à la Séance du 27 Juillet 1878 (CR .. de la Société de Biologie, t. XXX, p. 24. Paris.

1879. C v. Monakow, in: « Archiv für Psychiatrie ». Bd. X, S. 523. Berlin.

1879. Turner. « A portion of the spinal cord with drawings and microscopical specimens of a case of acute poliomyelitis in a child within 6 weeks from the onset ». Transactions of the pathological Society of London, vol. XXX.

1879. Taylor. « Spinal cord from a case of infantile paralysie ». Transactions of the pathological Society of London, vol. XXX.

1879. Dreschfeld. « On the changes in the spinal cord after amputation of limbs ». Journal of Anatomy and Physiology , vol. XIV, p. 424.

1879. Palamon. « Des lésions du système nerveux central d'origine périphérique ». Revue-mensuelle. Paris.

1880. Erlitzsky. « Ueber die Veränderungen im Rückenmarke bei amputierten Hunden ». St. Petersburger medicinische Zeitung.

1880. Kahler und A. Pick. « Beitrag zur Lehre von der Localisation in der grauen Substanz des Rückenmarkes ». Archiv für Psychiatrie, Bd. X, S. 186, 360. Berlin.

1880. Eisenlohr, in: « Archiv für Klinische Medicin ». Bd. XXVI.

1880. Zunker. « Clinischer Beitrag zur Function der grauen Vordersäulen des Rückenmarks ». Zeitschrift für Klinische Medecin, Bd. II, S. 347. Berlin.

1882. L. David. « Ueber das Verhalten der Spinalwurzeln und Spinalganglien der Halsnerven in einem Falle von Perobranchie ». Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für Klinische Medicin (Virchow), Bd. LXXXVIII, S. 99. Berlin.

1882. C. Friedlaender. « Ueber Verkalkung der Gangliencellen ». Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für Klinische Medicin (Virchow), B. LXXXVIII, S. 84. Berlin.

1882. L. Edinger. « Rückenmark und Gehirn in einem Falle von angeborenem Mangel eines Vorderarms ». Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für Klinische Medicin (Virchow) Bd. LXXXIX (8e Folge, Bd. IX), S. 46. Berlin.

1882. Ch. A. Morton. « Two cases of subacute anterior spinal paralysis, with the pathological changes in the spinal cord in one of the cases ». St. Bartholomaeus Hospital Reports. Rep. 26. London.

1883. Vejas. « Ein Beitrag zur Anatomie und Physiologie der Spinalganglien ». München.

1883. Stadelmann. « Beiträge zur Pathologie und pathologischen Anatomie der Rückenmarkserkrankungen ». Deutsches Archiv für Klinische Medicin (Ziemssen und Zenker), Bd. XXXIII, h. 2, S. 125.

1883. H. Sahli. « Zur Lehre von den spinalen Localisationen ». Deutsches Archiv für Klinische Medicin (Ziemssen und Zenker), Bd. XXXIII, h. 3, 4, S. 360.

1883. Archembault et Damaschino. « Recherches cliniques et anatomo-patologiques sur un cas de paralysie spinale de l'enfance ». Revue mensuelle des maladies de l'enfance.

1884. G. Hayem et A. Gilbert. « Notes sur les modifications du système nerveux chez un amputé ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 3e série, t. III, p. 430. Paris.

1885. Damaschino. « Anatomie pathologique de la paralysie infantile ». Gazette des Hôpitaux, n. 19. Paris.

1885. Drummond. « On the nature of the spinal lesion in poliomyelitis anterior acuta or infantile paralysis ». Brain, a Journal of Neurology (de Watteville), April 1885, vol. VIII, p. 14. London.

1885. P. Kreyssig. « Ueber die Beschaffenheit des Rückenmarkes bei Kaninchen und Hunden nach Phosphor- und Arsenvergiftung nebst Untersuchung über die normale Struktur desselben ». Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie, Bd. 102, h. 2, S. 286. Berlin.

1885, Ch. Beevor. « On two cases illustrating the localisation of motor centres in the brachial enlargement of the spinal cord ». British medical Journal, p, 784. (Discussion: Huglings Jackson and Ferrier). London.

1886. Dudley. « A case illustrating the condition of the nervous system after amputation of an extremity ». Brain, a Journal of Neurology (de Watteville), vol. IX, p. 87, April 1886. London.

1886. C. Friedlaender und F. Krause. « Ueber die Veränderungen der Nerven und des Rückenmarkes nach Amputationen ». Fortschritte der Medicin (Friedlaender), n. 23, S. 749.

1887. E. S. Reynold. « On the changes in the nervous system after amputation of limbs, with bibliography and a recent case ». Brain, a Journal of Neurology (de Watteville), vol. II, p. 494, Jan. 1887 (part. 36). London.

1887. Pregaldino. « Contribution à l'étude des ganglions intervertébraux ». Bulletin de l'Académie royale de Belgique. 4ème série, t. I, n. 8, p. 671. Bruxelles.

1887. M. Joseph. « Zur Physiologie der Spinalganglien ». Archiv für Physiol. (Du Bois Reymond). S. 296. Berlin.

1887. Von Hochwart, in: « Wiener Medicin. Jahrb. »,

1887. E. Mendel. « Ueber den Kernursprung des Augenfacialis ». Deutsche medicinische Wochenschrift, n. 46. S. 1007.

1887. Zelerizki. « Experimentelle Untersuchungen zur Frage über die Veränderungen im Rückenmark, Nerven und Wurzeln, nach Durchschneidung der letzteren und über die trophische Bedeutung der Spinalganglien ». Psychiatrische Verein zu St. Petersburg, 17 Oct.

1888. H. Obersteiner. « Anleitung beim Studium des Baues der nervöse Centralorgane... Leipzig u. Wien.

1888. A. Bignami e G. Guarneri. « Ricerche sui centri nervosi di un amputato ». Bollettino della R. Accademia medica di Roma, anno XIV, f. 6 (1887-88). Roma.

1888. J. Déjérine et E. Huet. « Contributions à l'étude de la paralysie atrophique de l'enfance à forme hémisphérique (têphro-myélite unilatérale) ». Archives de Physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux (Br. Séquard), 4ème série, tome I, année 20ème, p. 374.

1989. Rissler. « Zur Kenntnis der Veränderungen des Nervensystems bei Poliomyelitis anterior acuta ». Norddeutsche medicinische Archiv, Bd. XX.

1889. A. von Sass. « Experimentelle Untersuchungen über die Beziehung der motorischen Ganglienzellen der Medulla spinalis zu peripherischen Nerven ». Dissert. inaug., Dorpat (e: Archiv für Pathol. Anat. und Physiol., Bd. CXVI, S. 243. Berlin.

1889. A. Joffroy et Ch. Achard. « Contribution à l'anatomie pathologique de la paralysie spinale aigue de l'enfance ». Archives de Médécine expérimentale et d'Anatomie pathologique (Charcot) 1ère série, tome I, p. 57. Paris.

1890. Williamson. « The early changes in the spinal cord in acute anterior Poliomyelitis of the adult ». Medical Chronicle, Sept.

1890. J. F. Lehmann. « Versuch einer Localisation des Kernursprungs der den M. Quadriceps innervirenden Nerven ». Dissert. inaug. Berlin.

1890. Singer und Muenzer. « Beiträge zur Anatomie des Centralnervensystems ». Denkschriften d. k. Akademie d. Wissenschaften zu Wien, Bd. LVII.

1890. E. A. Homén. « Veränderung des Nervensystems nach Amputationen ». Beiträge zur pathol. Anatomie und Allgemeinen Pathologie (Ziegler), VIII, S. 304. Jena.

1891. C. Vanlair. « Des altérations nerveuses centripètes consécutives à la section des nerfs et aux amputations des membres ». Bulletin de l'Académie royale de Médécine à Bruxelles.

1891. O. Kaiser. « Die Functionen der gangliencellen des Halsmarkes ». 's-Gravenhage.

1891. Forel. « Ueber das Verhältniss der experimentellen Atrophie und Degenerationsmethode zur Anatomie und Histologie des Zentralnervensystems ». Züricher Festschrift für Nägeli und Kölliker. Zürich.

1892. G. Marinesco. « Ueber Veränderungen der Nerven und des Rückenmarkes nach Amputationen ». Neurologisches Centralblatt (Mendel), Jahrg. II, n. 15, S. 463; n. 16, S. 505; n. 18, S. 564. Berlin.

1892. G. B. Pelizzi. « Sulle modificazioni che avvengono nel midollo spinale degli amputati ». Rivista sperimentale di freniatria e medicina legale (Tamburini), vol. XVIII, fasc. I, p. 784. Reggio.

1892. M. v. Lenhossek. « Der Feinere Bau des Nervensystems im Lichte neuester Forschungen ». Fortschritte der Medicin (Friedlaender), X.

1892. Darkschewitsch. « Ueber die Veränderungen in dem centralen Abschnitt eines motorischen Nerven bei Verletzung des peripheren Abschnittes ». Neurologisches Centralblatt, Bd. XI, n. 21, S. 658. Berlin.

1892. C. S. Sherrington. « The nuclei in the lumbar cord for the muscles of the pelvic limb ». Proceedings of the physiolog. Society, London. February (e: Journal of Physiology, XIII, p. VIII).

1892. Nissl. « Ueber die Veränderungen der Gangliencellen am Facialiskern des Kaninchen nach Ausreissung der Nerven ». Allgemeine Zeitschrift für Psychiatrie.

1892. C. S. Sherrington. « On the Arrangement of the motor cells for muscles in the spinal cord and on the functional value of the motor spinal roots of the limb region ». Volume edito nel I centenario della morte di L. Spallanzani (1799-1899), vol. I, p. 125.

1892. P. Marie. « Leçons sur les maladies de moëlle ». Paris, 1892.

1893. G. B. Pelizzi. « Sur les modifications qui surviennent dans la moëlle épinière des amputés ». Archives italiennes de Biologie (Mosso), t. XVIII, f. I, p. 26. Turin.

1893. C. von Kahlden. « Ueber Entzündung und atrophie der Vorderhörner des Rückenmarkes ». Beiträge zur patholog. Anatomie und zur Allgemeinen Pathologie (Ziegler), Bd. XIII, h. 2, S. 113. Jena.

1893. A. Cocchi. « Contributo allo studio delle alterazioni di struttura del midollo spinale negli amputati e a quello delle eterotopie della sostanza grigia del midollo spinale ». Monitore zoologico italiano (Chiarugi), anno IV, n. 9, p. 166, nn. 10, 11, 12, p. 266. Firenze.

1893. E. Redlich. « Zur Kenntnis der Rückenmarksveränderungen nach Amputationen », Centralblatt für Nervenheilkunde Bd. XVI. S. 1.

1894. J. Collins. « A Contribution to the Arrangement and Functions of the Cells of the cervical Spinal cord ». New York Medical Journal of 13 and 27 January 1894. New York.

1894. Hammond. « Two cases of progressive muscular atrophy ». New York medical Journal, p. 15.

1894. A. Grigoriew. « Veränderungen des Rückenmarkes nach Extremitäten-amputation ». Zeitschrift für Heilkunde. Bd. XV.

1894. A. S. Gruenbaum. « Note on the Degeneration following double transverse, longitudinal and anterior cornual lesions of the spinal cord ». Journal of Physiology, XVI, p. 368. London.

1895. B. Onufrowicz. « The biological and morphological constitution of Ganglionic Cell, as influenced by Section of the spinal Nerveroots and spinal nerves ». Journal of nervous and Mental Disease. October.

1895. Nissl. « Ueber eine neue Untersuchungsmethode der nervöse Centralorgane, speciell zur Feststellung der Localisation der Nervenzellen ». Neurologisches Centralblatt. XIV, 3.

1895. A. Wille. « Ueber secundäre Veränderungen nach Oberarmexarticulationen ». Archiv für (Anatomie und) Physiologie. S. 557.

1895. A. Biedl. « Ueber die centra der Splanchnici ». Wiener klinische Wochenschrift, n. 52. S. 904. Wien.

1896. G. Marinesco. « Sur un nouveau cas de polynévrite avec lésion de réaction à distance dans la moëlle épinière ». CR. de la Société de Biologie, vol. XLVIII (série 10, Tome 3). Année 1896, 16 mai, p. 497. Paris.

1897. Sibelius. « Zur Kenntniss der nach Amputationen auftretenden Veränderungen im Nervensysthem mit speciellem Hinsicht auf die spino-cutane Neurone ». Jahresbericht f. Neurologie 1897. — 2) « Till kannedomen om de efter appkammonde förändringarne i nervosystemel ». Finske läkäresalskapet handlingar 1897. 39, 10, S. 1379.

1897. A. Biedl. « Ueber das histologische Verhalten der peripheren Nerven und ihrer Centren ». Wiener klinische Wochenschrift. n. 17. Wien.

1897. G. Ballet. « Lésions de la moëlle et du cerveau chez un amputé ». Progrès médical 1897. Série III, T. VI, n. 31, 31 juillet 1897, p. 70, 2me colonne. Paris.

1897. F. Sano. « Les localisations motrices dans la moëlle lombo-sacrée ». Journal de Neurologie (Francotte et Crocq) 26 juin 1897, pp. 253-275. Bruxelles.

1897. G. Marinesco e Soucques. « Lésions de la moëlle épinière dans un cas d'amputation congénitale des doigts de la main ». Presse médicale n. 95. 2e sém. 1897. Revue Neurologique (Brissaud et Marie) T. IV, n. 5, 1896, p. 129. Paris.

1897. E. Flatau. 1) « Ueber die Veränderungen des menschlichen Rückenmarks nach Wegfall grösserer Gliedmaassen. » Deutsche Med. Wochenschrift 1897. — 2) « Ueber die Localisation der Rückenmarkscentren f. die Muskulatur des Vorderarms und der Hand beim Menschen » Archiv. f. Anatomie und Physiologie. Phys. Abheil. (Du Bois Reymonds). p. 112. 1899.

1897. F. Sano. « Les localisations motrices dans la moëlle épinière ». Communication faite au Congrès de Neurologie à Bruxelles. Journal de Neurologie, p. 404. Bruxelles.

1897. F. Sano. « Les localisations des fonctions motrices de la moëlle épinière ». Annales de la Société médico-chirurgicale d'Anvers. Nov. 1797. Anvers.

1897. A. van Gehuchten et D. de Buck. « La chromatolyse dans les cornes antérieures de la moëlle après désarticulation de la jambe ». Annales de la Société de Médécine de Gand.

1898. G. Marinesco. « Veränderungen der Nervenzentren nach Ausreissung der Nerven mit einigen Erwägungen betreffs ihrer Natur ». Neurologisches Centralblatt. XVII, 19, S. 882. Berlin.

1898. A. van Gehuchten et De Buck. « Contribution à l'étude des localisations des noyaux moteurs dans la moëllè lombo-sacrée » Rev. Neurol., p. 510. Paris.

1898. G. Bikeles. « Ueber die Localisation der centripetalen Bahnen im Rückenmarke des Hundes und des Kaninches in der Höhe des oberen Lumbal- und unteren Brusttheiles der grauen Substanz ». Anzeiger d. K. Akademie d. Wissenschaften zu Wien. April 1898, S. 192 (e: Centralbatt f. Physiologie, n. 11. S. 346. Wien).

1898. C. v. Monakow. « Ueber die secundären Veränderungen im Rückenmark noch altem Defect eines Plexus brachialis beim Menschen ». Neurologisches Centralblatt Jahrg. 16, p. 102. 1898.

1898. G. Marinesco. « De l'origine réelle du nerf phrénique ». Société médicale des Hôpitaux de Paris. Séance du 16 Déc. (e: Semaine médicale, XVIII, 63, p. 510. Paris).

1898. A. van Gehuchten et C. de Buck. « Contribution a l'étude des localisations des noyaux moteurs dans la moëlle lombo-sacrée et de la vacuolisation des cellules nerveuses ». Revue Neurologique (Brissaud et Marie), VI^me anne, n. 15. 15 août 1898, p. 510. Paris.

1898. O. Kohnstamm. « Zur Anatomie und Physiologie des Phrenicuskernes. ». Fortschritte der Medicin (Friedlaender), XVI, 17, S. 643.

1898. F. Sano. « Nucleus diaphragmae ». Journal médical de Bruxelles, n. 42. 20 Oct. Bruxelles.

1898. F. Sano. « De la constitution des Noyaux moteurs médulaires ». Journal de Neurologie (Fracotte et Crocq) 1898, p. 62. Bruxelles.

1898. F. Sano. « Localisations Médullaires motrices et sensitives ». Journal de Neurologie (Francotte et Crocq), 1898, p. 129. Bruxelles.

1898. G. Marinesco. « Contribution à l'étude des localisations des noyaux moteurs dans la moëlle épinière ». Revue Neurologique (Brissaud), VI, 14, p. 463. Paris.

1898. F. Sano. « Les localisations des fonctions motrices de la moëlle épinière ». 1898, Ed. H. Lamertin, Bruxelles.

1898. G. Marinesco. « Nouvelles recherches sur les lésions des centres nerveux, consécutives à l'arrachement des nerfs ». Revue Neurologique, VI, 14, Paris.

1898. A. van Gehuchten et C. de Buck. « La chromatolyse dans les cornes antérieures de la moëlle, après désarticulation de la jambe et ses rapports avec les localisations motrices ». Journal de Neurologie (Francotte et Crocq), 5 mars 1898. Bruxelles.

1898. Sibelius. « Till Kännedomen om de efter amputationer appkomande forändringarna i nervsystemed speciel hansyn till de spino-kutana neuronerna ». Finska läkaresällskapet handlingar, XXXIX, n. 10, p. 1379. Helsingfors.

1899. C. Parhon et C. Popescu. « Recherches sur la localisation spinale des noyaux moteurs du membre postérieur ». Rouménie médicale, n. 3. Boucarest.

1899. E. Flatau. « Ueber die localisation der Ruckenmarckscentra f. die Muskulatur des Vorderarmes und der Hand beim Menschen ». Archiv. f. Anatomie u. Physiologie (His u. Engelmann) Physiol. Abtheil. 1899, S. 112. Leipzig.

1899. D. de Buck. « Chromolyse na doorsnyding der ruggenmergszenuwen ». Handelingen v. h. derde Vlaamsch natuur- en geneeskundig Congres te Antwerpen, p. 111.

1899. Th. Ziehen. « Makroskopische und mikroskopsiche Anatomie des Rückenmarkes ». Jena.

1899. L. Jacobsohn. « Ueber Veränderungen im Rückenmark nach peripherer Lähmung zugleich ein Beitrag zur localisation des Centrum ciliospinale und zur Pathologie der Tabes Dorsalis ». Zeitschrift f. Klin. Medecin, Bd. XXXVII, h. 3-4, 1899.

1899. C. Parhon et C. Popescu. « Sur l'origine réelle du nerf sciatique ». Roumanie médicale, n. 22. Boucarest.

1899. A. van Gehuchten et C. Nelis. « La localisation motrice médullaire est une localisation segmentaire ». Journal de Neurologie (Crocq), 5 août 1899. Bruxelles.

1899. Campbell Thompson. « A contribution to the localisation of muscles in the spinal cord ». Brain, a Journal of Neurology. London.

1899. D. de Buck. « Localisations médullaires de l'innervation motrice du périnée et du rectum ». Annales de la Société scientifique de Bruxelles. T. XXIII. Janvier. Bruxelles.

1900. Strohmayer. « Anatomische Untersuchung über die Lage und Anordnung der spinalen Nervencentren der Vorderarm- und Handmuskulatur ». Monatschrift für Psychiatrie und Neurologie (Ziehen) Bd. VIII, 1900. S. 198. Berlin.

1900. C. Parhon si M. Savu. « Lesiuni secundare in maduva spinarei in urma resectiunei marelui pectoral. Incercari de localisare ». Romania medicala, Anul VIII, n. 11. 1900. Bucuresti.

1900. B. Onufrowicz. « On the Arrangement and function of the Cell Groups of the Sacral Region of the Spinal Cord in Man ». Archives of Neurology and Psychopathology, III.

1900. C. Parhon et C. Popescu. « Sur l'origine réelle de l'obturateur ». Roumanie médicale, n. 1, n. 2. Boucarest.

1900. C. Parhon si M. Goldstein. « Localizarile Spinale si teoria metameriilo ». Romania medicala. Octombrie. Boucarest.

1900. C. Parhon si M. Goldstein. « Cercetari asupra localisationei spinale a muschilor pectorali la om si la caine ». Romania medicala. Annl XIII, n. 17/18, 1900, h 348 Sept. 15-30. Bucuresti.

1900. C. Parhon si M. Goldstein « Contributiuni la studiul lesiunilor secundare a le celulei nervoase ». Romania medicala. Octombrie, 1900. Bucuresti.

1900. E. V. Knape. Experimentelle Bidrag till Kännedomen om tibialis och peroneus-kärnoras lokalisation i rygmärgen ». Finska Lakaresäleskapets Handlingar.... n. 4. Helsingfors.

1900. G. Marinesco. « Contribution à l'étude du trajet des racines postérieures dans la moëlle ». Roumanie médicale, n. 1, p. 11. Boucapest.

1900. E. V. Knape. « Experimentelle Untersuchungen über die motorischen Kerne einiger spinalen Nerven der hinteren Extremität des Hundes ». Deutsches Zeitschrift für Nervenheilkunde (Strümpell), XX, h. 2, S. 116.

1900. A. van Gehuchten et C. de Neeff. « Les noyaux moteurs de la moëlle lombo-sacrée chez l'homme ». Le Névraxe, vol. I, f. 2, p. 201. Louvain.

1900. D. de Buck et van der Linden. « La section des nerfs moteurs spinaux détermine-t-elle de la chromolyse ? » La Belgique médicale. T. I, n. 5. Bruxelles.

1900. C. de Neeff. « Recherches expérimentales sur les localisations motrices médullaires chez le chien et chez le lapin ». Mémoires couronnés de la R. Académie de Médécine. Bruxelles.

1901. F. Sano. « Considérations sur les noyaux médullaires innervant les muscles ». Journal de Neurologie (Crocq)' n. 15, 1901. Bruxelles.

1901. J. W. Barratt. « On the changes in the nervous system in a case of oldstanding amputations ». Brain, a journal of Neurology (De Watteville), vol. XXIV, p. 310, 1991.

1901. A. Bruce. « A topographical atlas of the spinal cord ». London.

1901. C. Parhon et M. Goldstein. « Quelques nouvelles contributions a l'étude des localisations médullaires ». Journal de Neurologie (Crocq), n. 24, 1901; n. 1, 1902. Bruxelles.

1901. Switalski. « Lesionen im Rückenmark beim Amputierten ». Société Neurologique de Paris. Séance 10 janv. 1901. Ref. Neurologisches Centralblatt (Mendel), 20° Jahrg n. 10, p. 494. 1901.

1901. A. Bruce. « A contribution to the localisations of the motor nuclei in the spinal cord of man ». Transactions of the Medico-Chirurg. Soc. Edinburgh N. S. XXI, p. 16. 1901-1902. The Scottisch Medical und Surgical Journal 1901, p. 485. Edinburgh.

1901. E. Perrero. « Se le alterazioni del sistema nervoso centrale siano primitive o secondarie alle mostruosità per difetto (electromelia, emimelia) ». Archivio per le scienze mediche (Bizzozzero), 1901, vol. XXV, n. 3, p. 53. Torino.

1901. C. Parhon et M. Goldstein. « L'origine réelle du nerf circonflex ». Revue neurologique, IX, n. 10, p. 486. Paris.

1901. C. Parhon und M. Goldstein. « Die spinalen motorischen Localisationen und die theorie der Metamerien ». Neurologisches Centralblatt, XX, 20, S. 935; e: 21. S. 985. Berlin.

1901. G. Marinesco. « Recherches expérimentales sur les localisations motrices spinales ». Revue Neurologique, IX, 12, p. 578. Paris.

1901. C. de Neeff. Recherches expérimentales sur les localisations motrices médullaires chez le chien et chez le lapin ». Le Névraxe (Van Gehuchten), T. II, f. 1, p. 102. Louvain.

1901. E. V. Knape, « Experimentelle Untersuchungen über die Veränderungen im Rückenmark nach Resection einiger spinalen Nerven der vorderen Extremität ». Beiträge zur pathologischen Anatomie und Allgemeinen Pathologie, XXIX, 2. Jena.

1901. A. van Gehuchten et A. Lubouschkine. « Recherches sur la limite supérieure du Cone Terminal ». Le Névraxe, vol. III, fasc. 1, p 53. Louvain.

1902. C. Parhon et M. Goldstein. « Quelques nouvelles contributions á l'étude des localisations médullaires, II ». Journal de Neurologie, n. 1. Bruxelles.

1902. J. Obarrio. « Localisationes medullares ». Thesis. Buenos-Ayres, 1902.

1902. José S. Borda. « Topografia de los nucleos de los segmentes medulares del hombre ». Buenos Ayres.

1902. C. Parhon et M. Goldstein. « Sur la localisation des centres moteurs du biceps crural, du demi-tendineux, et du demi-membraneux dans la moëlle épinière ». Journal de Neurologie, n. 13. Bruxelles.

1902. N. Obersteiner. « Rückenmarksbefund bei Muskeldefecten ». Wiener Klinische Rundschau, XVI, 1902, n. 16. Wien.

1902. C. Parhon et M.me C. Parhon. « Sur les centres spinaux des muscles de la jambe ». Journal de Neurologie, n. 17. Bruxelles.

1902. G. Marinesco. « Untersuchungen über spinale Lokalisation ». 74e Versammlung Deutscher Naturforcher und Aerzte in Karlsbad.

1902. D. de Buck. « Localisations nucléaires de la moëlle épinière ». Annales de la Société scientifique de Bruxelles. Tome XXVI, 2e partie, ed anche: Belgique médicale II, p. 51 et 67.

1902. L. Rosenberg. « Rückenmarksveränderungen in einem Falle alter Unterarmamputation ». Neurologisches Centralblatt (Mendel), 21er Jahrg. n. 16, S. 742, 1902.

1902. D. de Buck. « Localisations motrices médullaires ». Journal de Neurol., p. 444, avec discussion Debray. Bruxelles.

1902. G. Marinesco. « Contribution à l'étude des localisations motrices spinales ». Prof. V. Leyden's Festschrift. Bd. I.

1902. C. Parhon si D. Constanta Parhon. « Contributione la studial anatomica microscopice a madurei spinarei ». Presa medicală romană. Voir 13 si 14. Bucuresti.

1902. M. Lapinsky. « Les centres spinaux de quelques nerfs périphériques chez le chien ». Questions Russes de médécine Neuropsychique, fasc. 4.

1902. J. Déjérine. « Réflexions à propos des localisations motrices spinales ». Journal de Neurologie, n. 7, p. 127. Bruxelles.

1903. U. Cerletti. « Sulla neuronofagia ». Annali dell'Istituto psichiatrico di Roma, II, p. 91. Roma.

1902. Tarulli e Panichi. Contributo allo studio delle alterazioni delle cellule nervose del midollo spinale dopo il taglio delle radici posteriori ». Ricerche fatte nel laboratorio di Anatomia normale della R. Università di Roma, ed in altri laboratorî biologici. Vol. X, f. 2, p. 110.

1903. E. Brissaud et A. Bauer. « Localisations motrices spinales ». Communication faite à la sections des neuropathies, du XIVe Congrès International de Médécine. Madrid. 23-30 Avril 1903. Gazette des Hôpitaux de Paris. Année 76, n. 58, p. 580.

1903. G. Mathyas Graz. « Beitrag zu der Lehre von den Rückenmarksveränderungen nach Extremitätenverlust ». Zeitschrift f. Heilkunde (Chiari), Bd. XXIV, Heft 1, 1903.

1903. C. Parhon et M.me C. Parhon. « Nouvelles recherches sur les localisations spinales » Journal de Neurologie, n. 12, 113. Bruxelles.

1903. G. Perusini. « Contributo sperimentale allo studio delle localizzazioni motorie spinali e la metameria secondaria degli arti ». Rivista di Patologia nervosa e mentale (Tanzi), VIII, 5, p. 215. Firenze.

1903. M. Lapinsky. « Zur Frage der für die einzelnen segmente der Extremitäten und der Muskelgruppen bestimmten Rückenmarkscentren beim Hunde ». Archiv für (Anatomie und) Physiologie. Supplementband der Phys. Abt. S. 427. Leipzig.

1903. G. Bikeles und M. Franke. « Die sensibele und motorische Segmentlocalisation für die wichtigsten Nerven des Plexus brachialis ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, XXIII, 3, 4, S. 205.

1903. M. Lapinsky. Die spinalen Centren einiger peripheren Nerven ». Monatschrift f. Psychiatrie und Neurologie, XIV, S, 321. Berlin.

1903. E. Brissaud et A. Bauer. « Recherches expérimentales sur les localisations motrices spinales ». Journal de Neurologie, n. 14. Bruxelles.

1904. F. Sano. « Les localisations des fonctions motrices de la moëlle épinière ». Rapport présenté au Congrès des médécins aliénistes et neurologistes de France et des pays de langue française, XIVème Session à Paris (e anche: Annexe au rapport précédent).

1904. G. Bikeles. « Einige Thesen betreffend den Anordnungstypus der motorischen Zellen auf der Ursprungshöhe der Extremitäten-nerven ». Neurologisches Centralblatt, XXIII, 9, S. 386.

1904. R. Foerster. « Les lésions de la moëlle chez les amputés ». Bulletins et Mémoires de la Société Médicale des Hôpitaux de Paris. 3ª Série, 21me année, n. 16 (mai 1904), p. 496.

1904. D. de Buck. « Syndrome solaire par néoplasie médullaire et état de la moëlle lombo-sacrée cinquante-quatre ans après l'amputation de la jambe ». Journal de Neurologie, n. 7, p. 121. Bruxelles.

1904. E. Brissaud et A. Bauer. « A propos des modifications de la moëlle, consécutives aux amputations de membres chez le tétard ». Communication faite au XIIe Congrès des Médécins aliénistes et neurologistes à Pau. 1-8 Août 1904. (Revue Neurologique, Tome XII, n. 17 (15 septembre). Paris 1904,

1904. M. Lapinsky. « Ueber die Lokalisation motorischer Functionen im Rückenmark ». Deutsche zeitschrift für Nervenheilkunde. Bd. 26, Leipzig.

1904. Magnus. « Unterextremiteternes motoriske lokalisation i rygmargen ». Norsk magazin for laegevidenskaben. n. 3. Kristiania.

1905. G. Bikeles und M. Franke. « Die Lokalisation im Rückenmark für motorische Nerven der vorderen und hinteren Extremität, vorzüglich am Hund und teilweise auch an der Katze ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. 29, h. 3/4 (18 sept.) S. 171-179. Leipzig.

1905. G. Bikeles. « Zur Lokalisation im Rückenmark. Weiterer Beitrag ». Deutsche Zeitschrift für Nervenheilkunde, Bd. 29, h. 3/4 (18 sept.) S. 180-208. Leipzig.

1907. C. Righetti. « Delle alterazioni cellulari nervose consecutive ad ustioni circoscritte della cute ». Lo Sperimentale. Archivio di Biologia normale e patologica. Anno LXI, fasc. 6 (Novembre-Dicembre) pagg. 771-797. Firenze.

1908. L. Jacobsohn. Ueber die Kerne des menschlichen Röckenmarkes. Berlin.

LETTERATURA DELLA PARTE QUINTA

CAPITOLO XIII.

L'obiettivo dell'Anatomia Segmentale.

1898. L. Bolk. « De morphotische eenheden van het menschelyk lichaam ». Rede by de aanvaarding van het hoogleeraarsambt aan de Universiteit van Amsterdam den 2en Mei 1898 uitgesproken. Haarlem 8, de Erven Bohn.

1901. F. Sano. « Inleiding tot de Studie van het vyfde halssegment by den mensch ». Handelingen van het vyfde Vlaamsch Natuur- en Geneeskundig Congres, gehouden te Brugge op. 29 sept. 190.

INDICE

PARTE PRIMA.

Introduzione e generalità.

PAG.

Introduzione 3
Capitolo I. Generalità 4-8

PARTE SECONDA.

La metameria persistente ed evidente studiata con metodi diretti.

Capitolo II. La miomeria evidente 9-14
Capitolo III. La dermatomeria palese 14-15
Capitolo IV. La polioneuromeria palese 15-21
Capitolo V. L'odoneuromeria palese 21-23

PARTE TERZA.

La metameria larvata studiata nelle proiezioni periferiche degli odoneuromeri.

Capitolo VI. Le ricerche eseguite con metodo morfologico 24-70
Sottocapo I. Il significato e la genesi dei plessi artuali 24-42
Sottocapo II. Le proiezioni periferiche degli odoneuromeri nell'uomo 42-70
Capitolo VII. La miomeria e la dermatomeria larvate, studiate in base all'odoneuromeria con metodi sperimentali 70-141
Sottocapo I. Il primo periodo delle ricerche sperimentali (1833-1870) 70-88
Sottocapo II. Il secondo periodo delle ricerche di pura fisiolologia 88-100
Sottocapo III. Le ricerche moderne.
A). La distribuzione delle radici efferenti ventrali secondo Sherrington . . . 100-104
B). La distribuzione delle radici afferenti dorsali secondo Sherrington . . . 104-117
C). Le ricerche di Winkler e dei suoi discepoli 118-141
Capitolo VIII. I dati clinici sulla dermatomeria e sulla miomeria nell'uomo 142-179
Sottocapo I. I dati clinici sulla miomeria larvata 142-145
Sottocapo II. La dermatomeria larvata studiata nell'uomo con metodi clinici . . . 145-179

PARTE QUARTA.

La metameria larvata studiata nelle proiezioni spinali degli organi periferici.

PAG.

CAPITOLO IX. La polioneuromeria larvata, studiata nelle proiezioni spinali degli odoneuromeri 181-182
CAPITOLO X. Le proiezioni spinali degli organi periferici studiati in base all'anatomia microscopica normale del midollo spinale 182-191
CAPITOLO XI. Le proiezioni spinali degli organi periferici, desunte dai dati di anatomia patologica del midollo spinale nell'uomo 191-210
CAPITOLO XII. Le proiezioni spinali degli organi periferici, studiate con metodi di anatomia microscopica sperimentale 211-228

PARTE QUINTA.

Obiettivo dell'anatomia segmentale e sintesi del lavoro.

CAPITOLO XIII. L'obiettivo dell'anatomia segmentale 229-231

APPENDICI.

A). Tabelle illustrative del testo 235-288
B). Letteratura 289-316

Saggio per uno studio sulle Caprinidi dei calcari di scogliera (orizzonte del Col dei Schiosi) nelle Prealpi venete orientali.

Memoria del Socio C. F. PARONA.

La famiglia delle Caprinidi, per affinità morfologiche collaterale a quella delle Caprotinidi, è caratterizzata segnatamente da un sistema regolare di canali, che si sviluppa nello spessore del guscio e che, localizzato nelle forme primitive in vicinanza delle impressioni miofore della sola valva superiore o delle due valve, si estende nelle forme più differenziate alla regione ventrale e dorsale, o, in una parola, a tutto il guscio. Le caprinidi col sistema di canali esclusivi alla valva superiore presentano, secondo Paquier (1), le forme primitive nel genere urgoniano *Praecaprina* Paq., col quale si raggruppano naturalmente i generi *Caprina* d'Orb. p., *Plagioptychus* Math., *Mitrocaprina* Boehm, *Sphaerucaprina* Gemm. Le caprinidi colle due valve canaliculate hanno le loro forme primitive nel genere *Offneria* Paq., pure urgoniano, e quelle più differenziate e meglio caratterizzate nei generi *Schiosia* Boehm e *Caprinula* d'Orb. Parecchi di questi generi sono abbastanza ben conosciuti, altre lo sono meno, come il genere *Sphaerucaprina*, e per altri gli autori non sono d'accordo nell'interpretazione di qualche carattere, come è il caso del genere *Coralliochama* White (2) (ascritto al gruppo dei *Plagioptychus*), le cui forme presentano nel guscio una singolare struttura cellulare, che, interpretata da White e da Boehm come dovuta a struttura prismatica, corrisponderebbe invece alla presenza di veri canali poligonali, secondo l'affermazione di Douvillé non ammessa da Böse.

Tutti i generi richiedono però ulteriori indagini sulla loro struttura ed organizzazione, nonchè per le questioni relative alla loro distribuzione geografica e successione

(1) V. Paquier, *Les Rudistes urgoniens*, deux. part., Mém. S. G. d. Fr., Paléontologie, XIII, 1905, pag. 51.

(2) C. A. White, *On new Cretaceous Fossils fr. California*, Bull. of the U. S. Geol. Surv., n. 22, 1885; G Boehm, *Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in den Südalpen* (Die Schiosi- und Calloneghe Fauna), *Palaeontographica*, XLI, 1894, pag. 104; H. Douvillé, *Sur quelques Rudistes a canaux*, Bull. S. G. d. Fr. (4), IV, 1904, pag. 525; E. Böse, *La fauna de moluscos del Senoniano de Cárdenas*, Bol. del Inst. Geol. de México (24), 1906, pag. 54.

geologica, alla localizzazione regionale o diffusione orizzontale, ed alla maggiore o minore persistenza nel tempo. Le quali ricerche sono e saranno sempre utili per meglio chiarire i rapporti fra genere e genere, per valutare le influenze d'ambiente e l'importanza di ciascun genere come documento cronologico, ed anche per controllo alle argomentazioni sulla filogenia e sulle affinità dei diversi generi; da ritenersi tanto più opportuno, questo controllo, in quanto che le conclusioni a questo riguardo, non solo per le caprinidi, ma per tutti i gruppi delle rudiste, sembrano in generale alquanto affrettate, perchè fondate su dati biologici spesso insufficienti. È questa del resto una considerazione non nuova, che può farsi anche per altri gruppi di fossili e che vorrei potesse avere qualche autorità e valesse a moderare la facile tendenza a deduzioni filogenetiche troppe volte suggerite da preconcetti, piuttosto che da fatti assodati e sufficienti; e quindi troppo facilmente poste in dubbio o dimostrate fallaci dalle successive scoperte, evidentemente senza vantaggio, se non con danno, degli studî filogenetici, ai quali dobbiamo tendere bensì, sia pure per tentativi, come ad obbiettivo fra i più importanti della Paleontologia, ma ponderatamente e soltanto quando si hanno a disposizione numerosi ed accertati documenti. Queste considerazioni dànno ragione del modesto scopo di questa mia Nota, colla quale intendo portare un contributo di dettaglio ad uno studio già condotto, con molta dottrina ed acume, a risultati assai importanti, e ben noti, dal collega G. Boehm sulla fauna del Col dei Schiosi, limitandomi alle caprinidi, che della stessa fauna costituiscono la parte più cospicua e senza dubbio la più interessante.

Recentemente il prof. Dal Piaz, ebbe la ventura di arricchire il Museo geologico padovano di una collezione di fossili del noto orizzonte del Col dei Schiosi nel Cansiglio, costituita da valve di caprinidi, 250 all'incirca, accompagnate da pochi esemplari di altri molluschi: *Chondrodonta Joannae* (Choff.) (var. a coste numerose e fine), *Neithea Zitteli* Pir., *Pecten* sp., *Hippurites* sp. ind., *Nerinea forojuliensis* Pir., *Nerinea schiosensis* Pir. Nella maggior parte le valve sono separate, ma non mancano esemplari che, pur non essendo completi, presentano una porzione più o meno grande della valva superiore unita a quella inferiore. La conservazione è buona, e molte valve presentano estesi lembi dello strato più esterno del guscio ornato da costicine. Lo stato generale di buona conservazione, il carattere uniforme della roccia calcarea, il colore giallo-rossastro predominante permettono di ritenere, che questi fossili, rimasti per molti anni in proprietà privata, provengano da uno stesso giacimento, anzi da uno stesso banco, l'ubicazione del quale rimane tuttavia imprecisata, ignorandosi se esso corrisponda ad uno dei giacimenti noti (Col dei Schiosi, Lama d'Ortus, Casera Schiosi, Deposito), o se costituisca un altro affioramento fossilifero.

Dai lavori del Boehm [1] risulta, che le caprinidi del Col dei Schiosi sono: *Caprina schiosensis* Boehm, *Sphaerucaprina striata* Futt. sp. (*Orthoptychus stria-*

[1] G. Boehm, *Ein Beitrag zur Kenntniss der Kreide in den Venetianer Alpen*, Ber. d. Naturf. Gesellsch. zu Freib. i. B., VI, 1892; op. cit., 1894; *Beitrag zur Gliederung d. Kreide in den Venet. Alpen*, Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesellsch., IL, 1897.

tus Futt.) (1), *Sphaer. forojuliensis* Boehm, Sph. sp. (Boehm) *Schiosia schiosensis* Boehm, *Sch. forojuliensis* Boehm. A queste possiamo aggiungere la *Caprinula Distefanoi* Boehm di Bocca di Crosis, appartenente secondo l'A. allo stesso orizzonte; e giova inoltre ricordare, che il Boehm nel suo primo lavoro distinse come *Schiosia carinata* n. sp.? una forma, che in seguito riunì alla *Caprina schiosensis*.

Nella collezione in esame non è rappresentato l'*Orthoptycus striatus* Futt., nè sonvi esemplari della *Caprinula Distefanoi* o di altra caprinula, mentre sono numerosissime le *Caprine* ed assai meno comuni le *Mitrocaprine*, le *Schiosie* e le *Sphaerucaprine*. Su questi quattro generi ho potuto fare delle osservazioni, che mi permisero di separare, come due forme distinte, la *Caprina Schiosensis* dalla *Caprina carinata*, d'istituire una nuova forma di *Mitrocaprina*, la *Mitr. plavensis*, e di descrivere con maggior dettaglio le valve superiori della *Schiosia schiosensis*, della *Sch. forojuliensis* e della *Sphaerucaprina forojuliensis*. Avrei desiderato di aggiungere l'illustrazione di un *Plagioptychus* di grande statura, diverso dalle specie conosciute e rappresentato da parecchie valve inferiori, provenienti dal Col di Schiosi e dalla Casera Fassol; ma non essendomi riuscito di rintracciare nessun esemplare di valva superiore, indispensabile per accertare le determinazioni generica e specifica, preferisco di non occuparmene per il momento.

In un altro mio lavoro (2), di recente pubblicazione, ho esposto gli argomenti, che mi indussero a ritenere di età turoniana, e precisamente del Turoniano inferiore, anzichè cenomaniana la fauna a caprinidi del Col dei Schiosi; ora questo riferimento, in disaccordo anche colla affermazione di Carez (3), che le caprine nei Pirenei e dovunque caratterizzano il Cenomaniano, non è contraddetto dai risultati del nuovo studio sulle caprinidi, come parmi di poter dimostrare. Il Paquier, nelle conclusioni della seconda parte della sua monografia sulle Rudiste urgoniane, nella quale dimostra la presenza del gen. *Caprina* già nell'urgoniano, dice, che nel Turoniano le caprine e le caprinule non sono conosciute con certezza, essendovi le prime rappresentate dai *Plagioptychus* e dalle *Mitrocaprina*. Se non che nel caso della fauna friulana risulta l'associazione di *Caprina* e *Caprinula* a *Mitrocaprina*, *Sphaerucaprina*, *Schiosia* e, a quanto pare, a *Plagioptychus*. Del resto, a parte il fatto, che si trovarono delle caprinule (*Caprina incerta* Leym.) in calcari ippuritici, è noto che in Portogallo ed in Tripolitania le caprinule si trovano nel Turoniano associate col *Radiolites lusitanicus* (Bayle), *Biradiolites Arnaudi* Choffat, *Sauvagesia Sharpei* Bayle ecc. (4). Posso ora aggiungere di avere riconosciuto, in una collezione del Museo di Firenze

(1) K. Futterer, *Die oberen Kreidebildungen der Umgebung des Lago di Santa Croce in der Venet. Alpen*, Palaeont. Abhandl. her. v. Dames u. Kayser, II, 1892; *Ueber einige Versteiner. aus der Kreideform. der Karnischen Voralpen*, ibid., II, 1896.

(2) C. F. Parona, *Sopra alcune Rudiste del Cretaceo superiore del Cansiglio nelle Prealpi Venete*. Mem. R. Accad. di Torino, LIX, 1908.

(3) L. Carez, *Position des Caprines dans la série crétacée*. Bull. S. G. d. Fr. (3), XXII, 1894, pag. LXIII.

(4) P. Choffat, *Rec. des Monogr. strat. sur le Syst. Crét. du Portugal*. Deux Et., *Le Cret. sup. au nord du Tage*, Lisbonne, 1900, pagg. 167-191; C. F. Parona, *Fossili turoniani della Tripolitania*, Rend. R. Accad. d. Lincei, 1906, pag. 160 (1° sem.).

avuta in cortese comunicazione dal prof. De Stefani, degli avanzi mal conservati di *Caprinula* accompagnati a fossili del Cretaceo superiore: ne ricordo una del Montenegro, della raccolta fatta dal Martelli durante le sue esplorazioni geologiche, associata ad una forma del gruppo del *Praeradiolites cylindraceus* Desm. di Greča sul Cem, ed un'altra di Cima del Maglič trovata insieme con un *Hippurites* di specie del pari indeterminabile; ricordo ancora un esemplare di valva inferiore di *Caprinula*, rinvenuto, con un frammento di valva destra di *Pecten* (cfr. *Janira Fleuriasiana* d'Orb.), in un calcare travertinoide-cavernoso bianco, con litothamni e miliole, del Capo di Leuca (Castro Alto presso il Castello), con facies ben diversa di quella dei calcari cenomaniani ad *Apricardia* del Leccese (1). Infatti le interessanti notizie geologiche e paleontologiche pubblicate dal Dainelli sul Capo di Leuca accennano soltanto alla serie superiore del Cretaceo (2).

I risultati attuali delle ricerche sulla serie del Cretaceo superiore nell'Appennino, non presentano argomenti interessanti per la questione che ci occupa (3): istruttivi invece sono al riguardo i dati desunti dal giacimento di Termini-Imerese in Sicilia (4), nel quale agli orizzonti cenomaniani a *Polyconites* ed a *Caprotina* ed *Himeraelites*, segue il Turoniano colle due zone: l'inferiore a *Radiolites*, *Sphaerucaprina*, *Caprina*, e precisamente quella *Caprina communis* Gemm., che, presa a tipo da Meunier-Chalmas per il suo genere *Gemmellaria*, fu riconosciuta poi da Douvillé (5) come una vera caprina; e la superiore a *Biradiolites* ed a *Schiosia*, ritenendo come

(1) F. De Franchis, *Molluschi della Creta media del Leccese.* Boll. d. Soc. Geol. It., 1903, XXII, pag. 147.

(2) G. Dainelli, *Appunti geologici sulla parte meridionale del Capo di Leuca*, Boll. d. Soc. Geol. It., XX, 1901, pag. 616 = Id., *Vaccinites* (*Pironaea*) *polystylus* Pir. nel Cretaceo del Capo di Leuca, ibid., XXIV, 1905, pag. 119.

(3) I calcari di scogliera, molto potenti ed estesi nell'Appennino Centrale e Meridionale, sono tutt'ora poco conosciuti nei loro caratteri paleontologici; ma non è azzardata la previsione, che si riuscirà a scoprire altri giacimenti di faune a rudiste ricche di fossili, oltre quelli conosciuti dei M. d'Ocre (Aquilano), di S. Polo (Matese) ecc. Ne dànno affidamento gli accenni e le citazioni di specie da parte di diversi autori, ed io posso indicare in proposito una traccia di qualche importanza. Il Museo Geologico dell'Università di Roma possiede una valva superiore di *Caprina*, parzialmente silicizzata, spezzata e troncata a poca distanza dall'apice, che porta la seguente indicazione: « Ex Mus.° Kirch.°, Majella, Abruzzi »; ho potuto esaminarla per cortese consenso del professor Portis e verificare, per quanto lo permette lo stato frammentizio, ch'essa appartiene probabilmente alla *Caprina schiosensis* Boehm. Ciò mi ricorda una osservazione di O. G. Costa (*Paleontol. del R. di Napoli* (1848), Atti Acc. Ponton., V, 1853, pagg. 419, 421, tav. XIV, fig. 7), riguardo alle Rudiste, ch'egli con singolare interpretazione ravvicina alle *Ombrellifere*, ravvisandovi « evidentemente l'organizzazione di uno stelo di *sellaro* quando è in fiore »: egli informa, che di questi corpi organici ne sono gremiti gli Alburni e che più belli e giganteschi ne porgono la Majella, il Matese, la Meta, il Gargano. Nè qui è fuor di luogo il ricordare, che F. Stoliczka. (*Palaeont. Indica*, Cret. Fauna of South-India, Mem. of the Geol. Surv. of India, III, 1871, pag. 234, n. 77) cita la *Caprinula Neapolitana* Meneghini; ma io non sono riuscito finora a rintracciare dove e quando questa caprinula sia stata illustrata dal nostro insigne naturalista.

(4) G. Di Stefano, *Studj stratigr. e paleontol. sul Syst. Cretaceo della Sicilia*: 1. *Gli strati con Caprotine di Termini-Imerese* (Atti d. r. Accad. Sc., Lett., Palermo, X, 1888); 2. *I calcari con Polyconites di Termini-Imerese* (Palaeontogr. Ital., Pisa, 1898).

(5) H. Douvillé, *Sur quelques formes peu connues de la famille des Chamidés*, Bull. S. G. d. Fr. (3), XV, 1887, pag. 781.

tali, secondo l'osservazione di Douvillé (1) talune forme già distinte da Gemmellaro come *Caprinella*. Orbene è a ritenere, che in questo complesso turoniano, meglio che altrove, si possano trovare gli equivalenti sincroni dei calcari di scogliera a *Caprina*, *Mitrocaprina*, *Schiosia* e *Sphaerucaprina* del Col di Schiosi, essendo verisimile, che le differenze faunistiche fra i due giacimenti dipendano da fatti di accantonamento o di localizzazione, del quale fenomeno le rudiste offrono non rari esempî.

Altro argomento a sostegno dell'età turoniana di questa fauna a caprine è dato dalla presenza, fra i fossili associati alle caprinidi, di un ippurite, che, per identità nel modo di fossilizzazione, nel colore, nell'aspetto, si può escludere provenga da altro giacimento. Ma il suo stato di conservazione non ne permette la determinazione specifica (cfr. *Vaccinites inferus* Douv.); di guisa che, pur accennando alla coesistenza dell'ippurite colle caprine, non devo troppo insistere nel farne rilevare l'importanza.

Nella mia precedente Memoria suaccennata, già espressi il convincimento, che non si possa considerare la presenza delle orbitoline nel calcare a caprine come prova di età preturoniana, pur riservandomi di ritornare sulla questione; e vi ritorno comunicando i risultati, per la parte che interessa il caso nostro, di una revisione generale del gen. *Orbitolina* fatta dal dott. P. L. Prever sopra un materiale di studio straordinariamente copioso, avuto dai giacimenti più importanti nell'area di diffusione delle orbitoline, dai più antichi ai più recenti, dal Cretaceo inferiore al superiore. Ringraziando il collega per le notizie favoritemi, esprimo l'augurio, ch'egli possa presto superare le difficoltà, che ritardano la pubblicazione del suo lavoro.

Nei giacimenti dei Monti d'Ocre nell'aquilano, di Termini-Imerese in Sicilia e del Col dei Schiosi nelle Prealpi venete orientali, le faune ad orbitoline si somigliano assai, ma non sono identiche. Hanno cinque forme comuni e cioè: *Orbitolina Boehmi* n. f., *O. Paronai* n. f., *O. bulgarica* Desh., *O. anomala* n. f., *O. polymorpha* n. f. Nei Monti d'Ocre si trova inoltre la *O. discoidea* Gras, la quale forma altrove si raccoglie in strati di età diverse, dall'Aptiano al Cenomaniano superiore. La *O. Paronai* è la più comune e presenta parecchie varietà; così pure la *O. bulgarica*: e le forme nuove ora nominate non sono esclusive delle località italiane, ma si presentano anche altrove: in Portogallo, nella Spagna e nella Francia meridionale. La *O. anomala* e *O. polymorpha* sono pure largamente diffuse dall'Aptiano al Cenomaniano; ma nell'Infracretaceo sono assai più abbondanti che nel Sopracretaceo, nel quale sono inoltre assai ridotte in dimensioni, e si potrebbero piuttosto considerare come mutazioni delle forme tipo ; e così infatti compaiono nell'aquilano ed al Col dei Schiosi.

Nelle località italiane, le stesse *O. anomala* e *O. polymorpha* sono rarissime, e la *O. discoidea*, del pari rarissima, fu trovata soltanto nel giacimento aquilano, mentre qui, in Sicilia e nel Veneto hanno preponderanza le forme coniche e di piccole dimensioni. La *O. Paronai*, conica, a faccia inferiore generalmente convessa, qualche volta piana, nell'aquilano ha parecchie varietà e specialmente notevole quella

(1) H. Douvillé, *Sur quelques Rudistes américains*, Bull. S. G. d. Fr., (3) 1900, XXVIII, pag. 217.

molto convessa nella faccia inferiore, che sembra rappresentare il passaggio dalla forma tipo alla *O. ovulum* n. f., esclusiva, per quanto ci consta, del Col dei Schiosi. Anche la *O. bulgarica,* comune nei due giacimenti aquilano e veneto, è più frequentemente rappresentata nel primo dalla forma tipo, nell'altro lo è invece da varietà, che segnano un passaggio alla *O. Paronai*, da considerarsi infatti come forma derivata dalla *O. bulgarica*, la quale alla sua volta deriva presumibilmente dalla *O. conoidea.*

Per i risultati di questo confronto il Prever ritiene, che l'orizzonte del Col dei Schiosi, colle sue *O. Boehmi*, *O. Paronai*, *O. bulgarica* Desh., *O. anomala*, *O. polymorpha*, *O. ovulum*, sia un po' più giovane di quello dei Monti d'Ocre ed anche di quello di Termini-Imerese, dove le orbitoline si presentano assai più simili a quelle aquilane che non a quelle venete.

Le forme piccole, che appaiono sin dai primi orizzonti dell' Infracretaceo, si dimostrano più persistenti delle forme grandi; ma neppure a queste il dott. Prever riconosce l'importanza di fossili caratteristici per la cronologia stratigrafica: tuttavia ritiene, che il complesso della fauna ad orbitoline, per ciascuna data località, possa permettere dei riferimenti abbastanza sicuri, come del resto avviene anche per le nummuliti e per le orbitoidi. Ciò premesso egli conclude, che dall'esame delle faune italiane e dal loro confronto colle faune ad orbitoline dei varî piani del Cretaceo nella regione mediterranea, è indotto a riferire al Cenomaniano le due faune dell'aquilano e di Termini-Imerese, e più precisamente al Cenomaniano superiore, data la scarsa rappresentanza delle grandi forme, più caratteristiche delle assise inferiori; invece la fauna dell'orizzonte a Caprine del Col dei Schiosi spetterebbe piuttosto al Turoniano, anche per le affinità che le sue forme presentano colla fauna indiscutibilmente turoniana di Ohm in Tripolitania [1]: alla quale fauna mancano le forme del tipo delle *O. anomala*, *O. discoidea*, *O. polymorpha*; ed inoltre le forme che la costituiscono, appartenenti alle *O. Boehmi*, *O. Paronai*, *O. bulgarica*, rappresentano delle mutazioni a caratteri regressivi, degeneri, nell'ultimo stadio di esistenza protratta dal Cenomaniano al Turoniano.

[1] C. F. Parona, Not. cit., Rend. d. R. Accad. dei Lincei, 1906, XV.

Caprina schiosensis Boehm.

G. Boehm, *Beiträge zur Kenntniss der Kreide in den Südalpen. Die Schiosi- und Calloneghe-Fauna.* Palaeontographica, XLI vol., 1894, pag. 106 e seg., fig. 1 a 19 (escl. 13), tav. X.

Com'è noto, il Boehm fece oggetto di una estesa trattazione e di discussione gli esemplari della fauna del Col dei Schiosi, riferibili con certezza al gen. *Caprina* e le valve vicine a questo genere, ma con dubbie affinità coi generi *Sphaerucaprina* e *Schiosia*. Ora, per aggiungere alcunchè di veramente notevole a quanto egli disse sulla *Caprina schiosensis*, bisognerebbe disporre di molti esemplari completi, vale a dire colle due valve riunite e perfettamente conservate. Ma tale non è il caso per i numerosissimi esemplari avuti in comunicazione, tutti pregevoli, segnatamente per la buona conservazione dei caratteri interni, ma imperfetti, non in conseguenza di corrosione per rotolamento subìto, bensì perchè spezzati o decorticati per effetto di poca cura, o della inesperienza, di chi li estrasse dalla roccia. Tuttavia. le osservazioni che sopra di essi si possono fare, permettono di meglio precisare i limiti nei quali si devono considerare comprese le variazioni di forma della *Capr. schiosensis*, e che effettivamente sono, a mio parere, meno ampî di quelli ammessi dal Boehm (1).

L'esame di un gran numero di valve superiori, verisimilmente spettanti alla *Capr. schiosensis*, mi ha dimostrato che esse, pur conservando la conformazione caratteristica di corno con tendenza ad avvolgimento spirale e con apice spesso libero ripiegato all'avanti, variano nell'aspetto in modo rimarchevole; di guisa che, ove mancassero le medie forme, le quali con passaggi graduati collegano le forme estreme, queste ultime potrebbero essere considerate come forme specificamente diverse l'una dall'altra. Infatti, da una forma estrema più robusta, colla valva superiore a più rapido sviluppo ed a sezione subellittica, più larga che alta, si passa ad un'altra forma più esile, colle valve più allungate e colla superiore che lentamente cresce in diametro conservandosi subcilindrica e presentando quindi la sezione subcircolare. Ed è da notare anche la circostanza, che tutte queste valve presentano assai poco sviluppata, e talora quasi mancante, l'ottusa carena, che decorre per tutta la lunghezza sulla valva secondo una linea antimediana. Raramente poi la presenza della carena si avverte od è appena apprezzabile nella valva inferiore, la cui irregolarità di forma riesce assai manifesta nelle sezioni trasverse, con passaggi da un contorno subquadrilatero ad un altro quasi ovale.

Questa circostanza rende più spiccata la differenza tra la *Capr. schiosensis* e quell'altra forma, che il Boehm nel 1892 considerò come specificamente distinta, denominandola *Schiosia carinata* n. sp.?, e che più tardi, rettificandone a torto, come

(1) Per l'aspetto esterno della *Caprina schiosensis* vedansi anche le figure in: K. Futterer, *Die Oberen Kreidebild. d. Umgeb. des Lago di S. Croce in den Venet. Alpen*, Palaeont. Abhandl. herausg. v. Dames u. Kayser, II, 1892, tav. V e VI (*Cornucaprina carinata*) = K. Futterer, *Ueber einige Versteiner. aus der Kreideformat. d. Karnisch. Voralp.*, ibid., II, 1896, tav. VII, fig. 1 (*Caprina schiosensis*).

credo di poter dimostrare, il riferimento generico, ritenne non separabile dalla *Capr. schiosensis*. Per verità, è da notare il fatto, che gli esemplari esaminati dal Boehm, almeno quelli del Museo di Padova, e ch'io pure ebbi in comunicazione, presentano per lo più, a differenza di quelli della nuova collezione, la carena abbastanza accentuata: tuttavia è sempre evidente l'aspetto marcatamente diverso in confronto della forma dal Boehm già distinta come « *carinata* ». Con altre parole, posso dire, che ho dovuto convincermi dei passaggi graduati da una forma di *Caprina schiosensis* ottusamente carenata, ad altre nelle quali tale carena va sempre più attenuandosi: e nel tempo stesso ho potuto verificare, che non esistono forme intermedie colleganti la *Caprina schiosensis* colla *Capr. carinata*.

Riguardo ai caratteri esterni, ricordo che il Longhi [1] ha distinto una varietà *sinuosa* per un esemplare di valva superiore, sulla superficie della quale le traccie dei canali si svolgono in modo ondulato. Ora questa sinuosità, più o meno accentuata, si osserva in quasi tutte le valve superiori là dove manca lo strato esterno del guscio, che è sottile, liscio, segnato soltanto dalle linee di accrescimento e privo delle costicine o pieghe longitudinali particolari della valva inferiore. Tale sinuosità dei canali non ha, io credo, singolare importanza, variando essa come varia, da valva a valva e dentro certi limiti, l'ampiezza dei canali, sicchè le corrispondenti solcature parallele esterne si presentano più o meno stipate.

Mentre la valva superiore è liscia o leggermente e trasversalmente ondulata, per maggiore o minore sviluppo delle pieghe di accrescimento, quella inferiore presenta sempre delle grosse pieghe, o fasci di pieghe, obliquamente trasversali, con andamento parallelo al margine commessurale, che è marcatamente obliquo dalla regione cardinale, assai prominente, alla regione anteriore. Essa valva inferiore, ha forma subconica più o meno allungata, irregolare, tortuosa, ripiegata; ma sempre il suo apice, o punto di attacco, è centrato rispetto all'asse longitudinale, il che può servire di indizio per distinguere questa valva della *Caprina schiosensis* dalla valva inferiore della *Mitrocaprina plavensis*, come dirò più avanti: motivo questo per il quale ritengo, che la fig. 13 di Boehm non sia riferibile alla *Caprina schiosensis*, rappresentando essa appunto la sezione di un esemplare del Museo di Padova, ben caratterizzato dall'eccentricità dell'apice. Come già dissi, il sottile strato esterno del guscio, spesso caduto, è ornato da costicine ottuse, flessuose, longitudinali, finamente intersecate dalle linee di accrescimento.

I caratteri interni delle due valve risultano assai ben evidenti colle sezioni trasverse, in grazia della buona conservazione del guscio. Dell'una e dell'altra ho potuto preparare un gran numero di sezioni ed ho creduto opportuno di riprodurne parecchie (figg. 1-5) [2] per mettere in evidenza qualche particolarità interessante. Per

[1] P. Longhi, *Di una varietà di Caprina schiosensis Boehm*, Riv. Ital. di Paleontologia, VI, 1900, pag. 88, tav. 2.

[2] **Notazioni alle figure 1-30** = *Valva superiore* (sinistra): *ma*, lamina miofora anteriore; *D'*, dente cardinale anteriore; *od'*, suo canale; *n*, fossetta cardinale; *n'*, *n''*, cavità accessorie della stessa; *on*, canale all'esterno della fossetta; *D*, dente cardinale posteriore; *od*, suo canale; *mp*, lamina miofora posteriore — *Valva inferiore* (destra): *N*, dente cardinale mediano; *d'*, fossetta cardinale anteriore (per il dente *D'*), *od'*, sua cavità accessoria; *d*, fossetta cardinale posteriore

la valva superiore è da notare il variare nella forma del contorno della sezione, come già si è detto, e nei canali: abbastanza uniformi nell'aspetto, ma più o meno numerosi sono i piccoli canali del margine posteriore e palleale, mentre variabili di numero, di ampiezza, di forma e disposizione sono i grandi canali esterni *oma* al dente

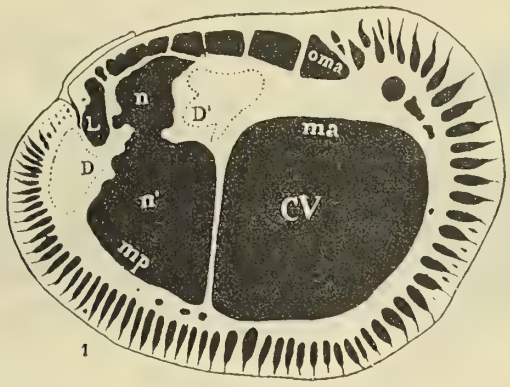


Fig. 1.

anteriore D′ ed alla lamina miofora corrispondente *ma*. Più o meno cavernosi appaiono i denti D, D′ per la presenza di canali *od*, *od'*; sempre ampia la fossetta

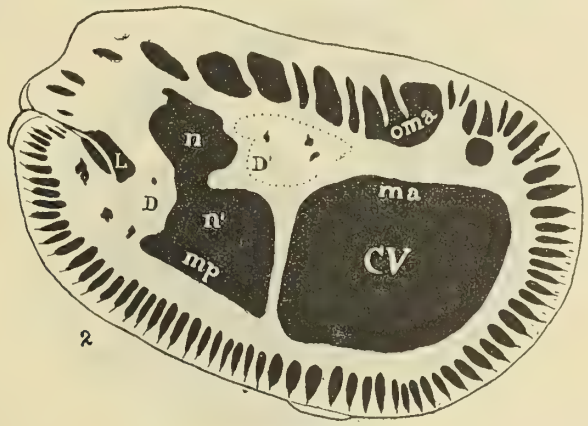


Fig. 2.

legamentare L, ed in qualche caso si osservano dei vani irregolari anche nello spessore della lamina miofora anteriore (figg. 1 e 4) e nella parte interna della regione palleale. Le sezioni poi lontane dalla commessura mostrano la parete divisoria fra la fossetta dentaria *n* e l'attigua grande fossa accessoria *n'*; e ciò contraddice, nel caso

---

(per il dente *D*); *of*, canale della forchetta (posizione del retto); *op*, canali posteriori — Nelle due *valve*; *CV*, cavità viscerale o d'abitazione; *L*, fossetta e solco legamentare; *omp*, canali esterni alla lamina miofora posteriore; *oma*, canali esterni alla lamina miofora anteriore.

della *Capr. schiosensis*, all'affermazione di Paquier, che le tre specie *Capr. Douvillei* Paq., *Capr. Choffati* Douv., e *Capr. schiosensis* Boehm, costituenti un gruppo nel quale le lamine radiate della valva superiore sono semplici o eccezionalmente dicotomiche, non hanno mai la cavità mio-cardinale *n n'* divisa da un setto trasver-

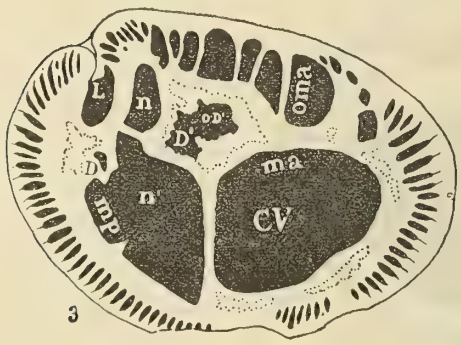


Fig. 3.

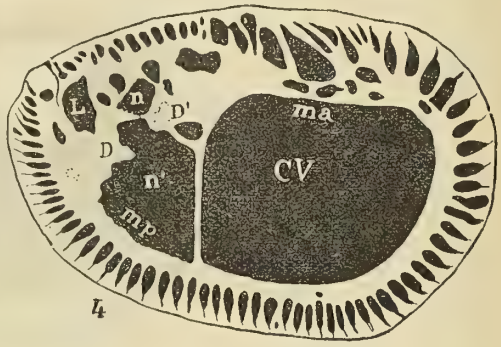


Fig. 4.

sale (1), che costituirebbe un carattere di un secondo gruppo, più evoluto, di specie, cui appartiene la *Capr. adversa*. Ma alle notate differenze fra le diverse valve su-

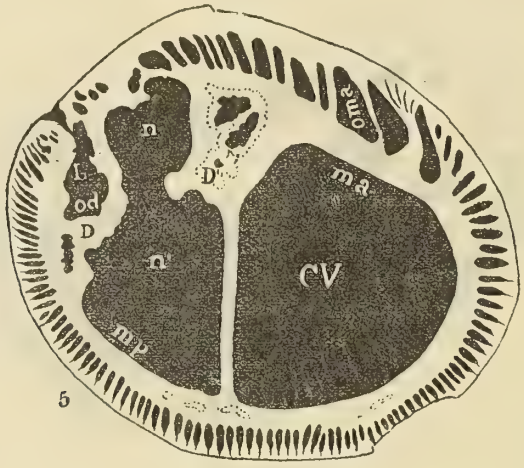


Fig. 5.

periori non è possibile di attribuire importanza di differenze specifiche, e le sfumature colleganti queste variazioni dimostrano, ch'esse sono di carattere individuale.

La stessa considerazione si può fare per la valva inferiore, e quindi non si può attribuire che una importanza relativa alle varietà, stabilite da Boehm, *solida, per-*

(1) V. Paquier, *Les Rudistes urgoniens*, deux. part., Mém. d. la Soc. Géol. d. Fr., Paléontologie, T. XIII, fasc. 4. 1905, pp. 51 e 71.

forata, *cribrata*, *loculata*, appunto perchè troppo di frequente le sezioni dimostrano dei passaggi fra l'una e l'altra, o presentano variazioni che riuniscono i caratteri di due delle succitate varietà: così non sono rare le valve *perforata-cribrata* e *cribrata-lacunosa*. Tuttavia merita particolare considerazione la varietà *perforata*, come quella

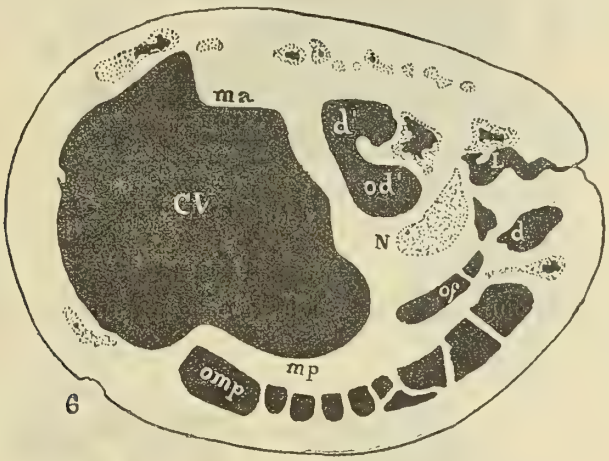


Fig. 6.

che offre caratteri di stretta somiglianza colla valva inferiore di *Mitrocaprina plavensis*.

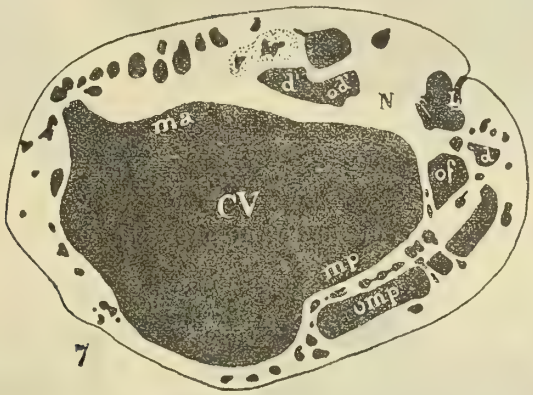


Fig. 7.

Infatti, con un primo esame delle valve inferiori sezionate, ho creduto di poter separare quelle sprovviste di canali *oma* all'esterno della fossetta dentaria *b'* e della lamina miofora anteriore *ma*, come spettanti alla *Caprina schiosensis*, da quelle che ne sono regolarmente provviste, ritenendole appartenenti alla citata *Mitrocaprina*. Invece non è così, perchè accenni di canali irregolari si osservano in tutti gli esemplari, e regolari li presenta anche qualche esemplare, indubbiamente del gen. *Caprina* e che non saprei per quali altri caratteri considerare come specificamente diverso

dalla *Caprina schiosensis*. Me ne persuasi studiando esemplari a valve riunite e

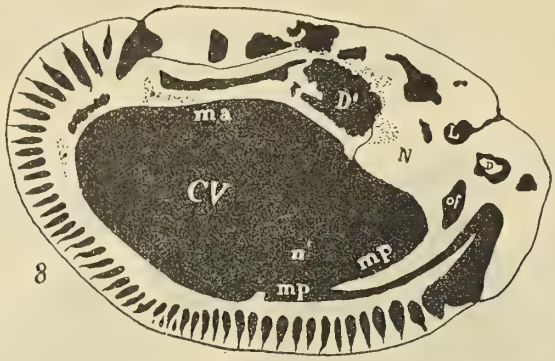


Fig. 8.

sezionati secondo piani obliqui attraverso la regione cardinale delle due valve: e

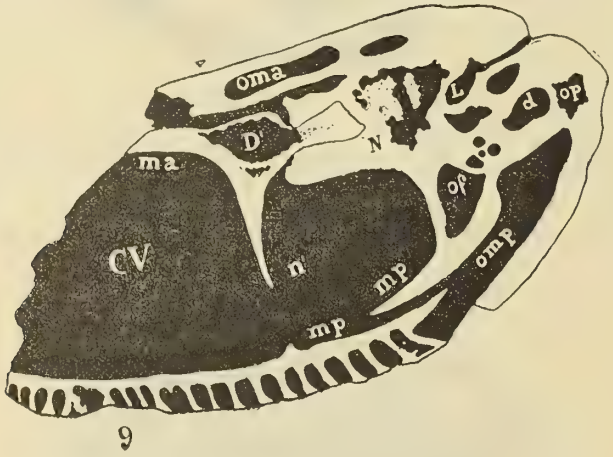


Fig. 9.

presento a conferma la sezione di un esemplare, che, per i caratteri della valva

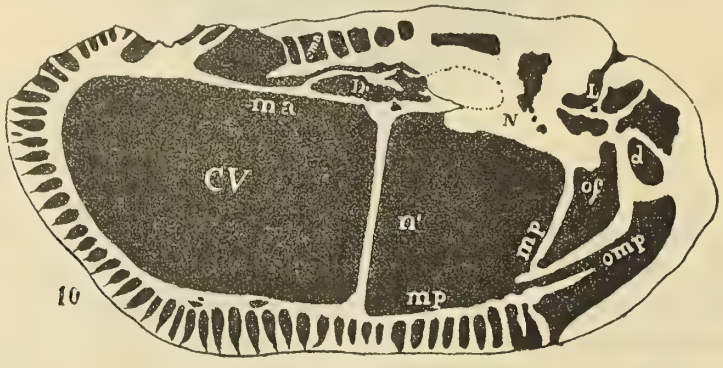


Fig. 10.

inferiore, appartiene alla var. *solida*, vale_a dire senza i canali in questione (fig. 8),

ed altre sezioni di individui riferibili alla var. *perforata* (figg. 9, 10), dimostranti che nell'un caso e nell'altro si tratta del gen. *Caprina*, e che le valve superiori non presentano differenze apprezzabili come caratteri specifici. Grande risulta il canale della forchetta *of*, in qualche caso grandissimo (fig. 10) e suddiviso (fig. 6); scarse ed indecise sono le traccie di canali posteriori *op*. Le sezioni meno inclinate condotte in prossimità della commessura presentano appena l'inizio (fig. 8) od una porzione (fig. 9)

Fig. 11.

Fig. 12.

della lamina di separazione fra la grande cavità accessoria *n'* e la cavità viscerale CV, mentre le sezioni più oblique rispetto alla commessura, e che quindi nel lato anteriore e posteriore ne sono più lontane, la presentano completa (fig. 10).

Riproduco pure le figure di due sezioni (figg. 11, 12) nel senso longitudinale, oblique dall'avanti all'indietro, dall'alto al basso, di un altro esemplare. Da esse, sotto un diverso punto di vista, risultano chiariti pure i rapporti fra le due valve, presentandosi sezionato nella prima, la più esterna, il dente N della valva inferiore, e nell'altra, la più interna, il dente D' della valva superiore: nelle due figure le sezioni dei canali del lato palleale della valva superiore appaiono assai larghe ed allungate, perchè nel taglio i canali furono sezionati per sghembo; e nella seconda il taglio ha sezionato del pari per sghembo la parte divisoria della grande fossa accessoria *n'* dalla cavità viscerale CV, in modo da incontrare ancora la porzione più interna della lamina miofora posteriore *m p*, evidentissima, della valva inferiore.

Caprina carinata (Boehm).

Schiosia carinata n. sp. (?). G. Boehm, *Ein Beitrag zur Kenntniss der Kreide in der venetianer Alpen*, Bericht. d. Naturforsch. Gesell. zu Freiburg i. B., vol. VI, 1892, pag. 146 (13), tav. IX, figg. 1, 2.

Attribuendole questo nome specifico, desunto dalla carena forte e tagliente, che nella valva superiore, o sinistra, decorre dall'apice al margine dell'apertura, il Boehm dimostrò di averne subito riconosciuto la caratteristica più evidente, e ben s'appose dapprima nel considerarla come distinta dalla *Caprina schiosensis*. Se non che in seguito, mentre dimostrava infondato il n. *g.* (*Cornucaprina*) per essa proposto dal Futterer ([1]) e ne rettificava il riferimento generico assegnandola al gen. *Caprina* ([2]), egli era indotto a considerarla come riferibile specificamente alla *Caprina schiosensis*. Ora questa riunione, in una sola specie, delle due forme, *carinata* e *schiosensis*, attribuibile in origine al Futterer, non mi sembra accettabile: e di questo avviso si dimostrò, parmi, il Douvillé ([3]), il quale. a proposito della *carinata*, osservò che « nous avons donc affaire ici à une vraie *Caprina* (*C. carinata*), que M. Boehm est porté à réunir à *Capr. schiosensis* ».

La mia convinzione deriva dalla evidente differenza che passa fra i numerosissimi esemplari della *Caprina schiosensis*, su menzionati, ed una serie di oltre venti valve di statura diversa (inferiori e superiori) e di un piccolo individuo completo, che costituiscono un gruppo a sè, caratterizzato dalla carena su indicata, prominente ed a margine acuto, delimitata per ciascun lato da un vero solco, più alta e con aspetto di vera cresta nella valva superiore, ma anche ben sviluppata nella inferiore: di guisa che la sezione trasversa della valva si presenta subtriangolare, alta quanto larga ed appuntita in modo caratteristico nel mezzo del margine ventrale in coincidenza della carena stessa.

Un grande esemplare di valva superiore della *Caprina schiosensis*, di proprietà del Museo di Padova, e che io ho sott'occhio, per l'eccezionale sviluppo dell'ottusa carena, ha potuto trarre in inganno il Futterer, che infatti lo figurò (op. cit.) alla tav. V sotto il nome di *Cornucaprina carinata*, esagerando alquanto lo sviluppo della carena nelle vicinanze dell'apice. Di questa stessa valva si conosce la sezione trasversa per la figura data dal Boehm (op. cit., 1894, fig. 1, a pp. 107 e 122) in rappresentazione dei caratteri interni della *Caprina schiosensis*. Ora, questa valva di *C. schiosensis*, sebbene presenti al massimo lo sviluppo della carena e quindi si avvicini in modo eccezionale alla *Capr. carinata*, non si può scambiare con quest'ultima, che ha una fisionomia sua particolare per l'alta carena decorrente fra i due solchi, per la figura diversa della sezione in dipendenza della conformazione dei fianchi, meno arrotondati e quasi angolosi; ed inoltre perchè all'inizio della valva l'avvolgi-

([1]) K. Futterer, Mem. cit., 1892, pag. 87.

([2]) G. Boehm, Mem. cit., 1894, pp. 106, 115.

([3]) H. Douvillé, *Les faunes à Rudistes du Crét. sup. du nord de l'Italie* (Recensioni), Revue crit. de Paléozoologie, I, 1897, pag. 163.

mento spirale è più chiuso attorno all'apice e più piano, perchè l'apice non è ripiegato obliquamente all'esterno e così fortemente all'indietro, come avviene nella *Capr. schiosensis*. D'altra parte non è neppure ripiegato verso l'avanti, come si ha in forte misura nella *Caprina communis* Gemm. (1), la quale ha comune colla *Capr. carinata* la carena robusta, sebbene meno prominente.

In quanto agli altri caratteri della superficie esterna, non sono da notare differenze in confronto della *Capr. schiosensis*: si può osservare, che la valva superiore

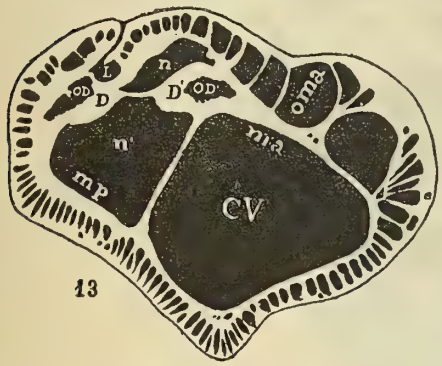


Fig. 13.

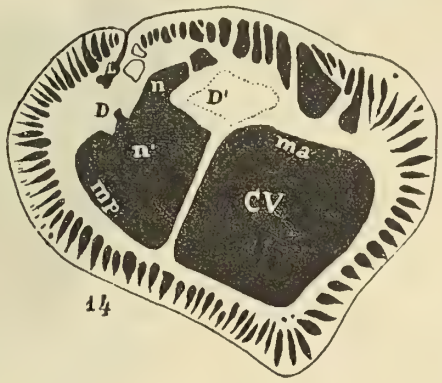


Fig. 14.

non offre indizî di ornamentazione, mentre quella inferiore porta dei lembi del sottilissimo strato esterno del guscio ornato al solito da costelline longitudinali.

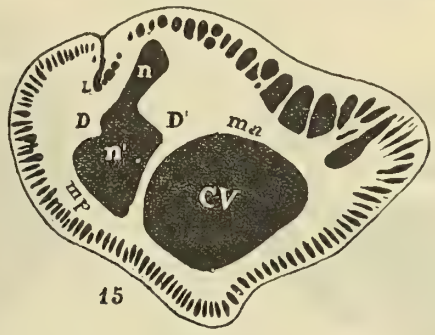


Fig. 15.

Passando ora ai caratteri interni, quali risultano dalle sezioni condotte trasversalmente a varia distanza dal margine commessurale, non si riscontrano caratteri fondamentalmente molto diversi da quelli della *Capr. schiosensis*, astrazione fatta per il contorno, subovale o subrotondo nella *Capr. schiosensis*, subtriangolare nella *Capr. carinata*. Tuttavia sonvi diversità di dettaglio, le quali avvalorano il convincimento, che si tratti realmente di due forme specificamente distinte. Nella valva superiore (figg. 13, 14, 15) i canali sono numerosi e piccoli sul margine palleale e sul lato

(1) G. G. Gemmellaro, *Caprinellidi della zona superiore della* ciaca *dei dintorni di Palermo*, 1865, pag. 18, tav. I, fig. 6.

posteriore; la lamina del solco legamentare è sottile, e la fossetta cui mette capo è piccola; i canali della sezione anteriore ed esterna alla lamina miofora *m a*, specialmente in qualche esemplare, presentano differenze notevoli in confronto della *Caprina schiosensis*, per la distribuzione e forma loro alquanto diversa e per la maggiore

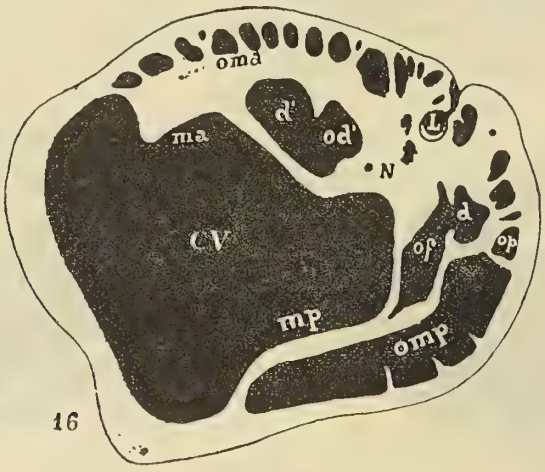


Fig. 16.

ampiezza, per cui la valva stessa della *Capr. carinata* offre più stretta affinità colla corrispondente valva della forma del gen. *Schiosia*. Un'altra differenza, che risalta

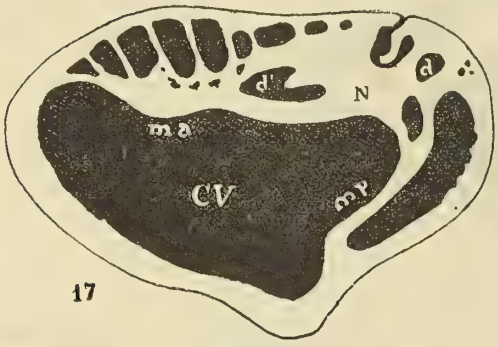


Fig. 17.

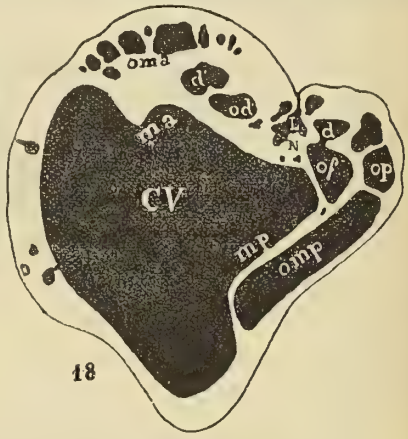


Fig. 18.

maggiormente all'occhio, è la maggiore obliquità, rispetto all'asse verticale dall'apice al margine ventrale, della fossetta dentaria *n*, della grande fossa accessoria *n'* e del sepimento tra quest'ultima e la cavità viscerale CV.

Per la valva inferiore (figg. 16-19), è da notare la tendenza ancora più spiccata ad allungarsi nel senso del diametro dall'apice al margine ventrale o palleale, d'onde il contorno della sezione cordiforme piuttosto che subtriangolare: riguardo poi alla struttura interna, è segnatamente rimarchevole il fatto, della costante presenza di una serie re-

golare di canali, spesso grandi e numerosi, nella zona del margine apiciale, all'esterno del legamento L, del dente N, della fossetta dentaria *d'* e della lamina miofora *m a*, analogamente a quanto si osserva nella *Caprina Choffati* Douv. (1), che alla nostra si avvicina anche per il contorno appuntito in basso. Il carattere dunque, che si presenta per eccezione nella *Capr. schiosensis*, costituisce la regola per la *Capr. carinata*; ed in ciò abbiamo anche un indizio, che conviene di notare, dei rapporti di struttura tra le valve inferiori dei generi *Caprina* e *Sphaerucaprina*. Del resto anche nella *Capr. carinata* variano, per ciascuna valva, nel numero e disposizione, le lacune accidentali, così numerose nella var. *cribrata* della *Capr. schiosensis*; variano del pari per numero e disposizione, a seconda degli esemplari e della distanza maggiore o minore della sezione dalla commessura, le tramezze, che delimitano i canali *o mp* esterni

Fig. 19.

alla lamina miofora posteriore *m p*. Raramente mancano i canali posteriori *o p* e sono più numerosi e più regolari che nella *Capr. schiosensis*; mentre non si hanno differenze notevoli per il canale della forchetta *of*, spesso confluente colla fossetta dentaria *d* (figg. 16, 18).

Le differenze dunque, fra la *Caprina schiosensis* e la *Cap. carinata*, sono numerose, e parecchie di notevole importanza; ed esse autorizzano a ritenere le due forme come specificamente diverse, ed a distinguere la seconda, conservandole, naturalmente, il nome assegnatole in origine dal Boehm.

Mitrocaprina (?) plavensis n. f.

La valva superiore (sinistra) è imperfettamente conosciuta nei suoi caratteri esterni: si hanno soltanto degli esemplari spezzati, mancanti dell'apice, che sembrano accennare ad una valva simile a quella della *Caprina schiosensis*. Caratteristica è la delicata struttura interna (fig. 20), tale da renderla facilmente distinguibile dalla caprina ora ricordata e dalla *Caprina carinata*. Particolare è infatti la sottigliezza

(1) H. Douvillé, *Sur les Rudistes du Gault supérieur du Portugal*, Bull. de la Soc. Géol. de Fr. (3), t. XXVI, 1898, pag. 146, fig. 7, 8.

delle pareti divisorie delle maggiori cavità e dei canali: amplissima è la cavità viscerale CV, mentre poco spazio è riservato alla fossetta dentaria *n*, dimezzata per la presenza di una fossetta accessoria *o n* sovrastante, ed alle cavità accessorie *n' n''* sottostanti; piccolissimo è il dente posteriore D, sottostante alla piccola cavità lega-

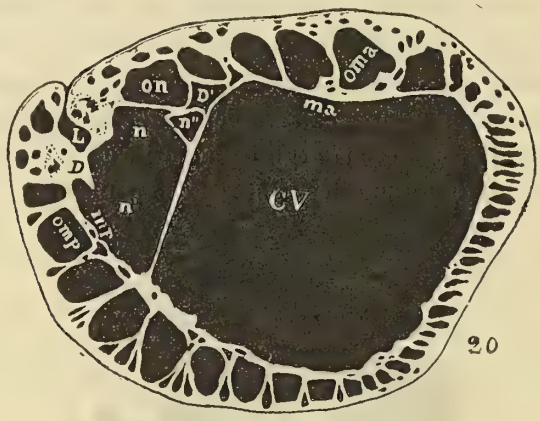


Fig. 20.

mentare L, piccolo e cavo quello posteriore D': pochissimo sviluppate sono le lamine miofore *m a*, *m p*. Nello spessore del guscio decorre una serie di canali, d'ampiezza

Fig. 21 *a*.

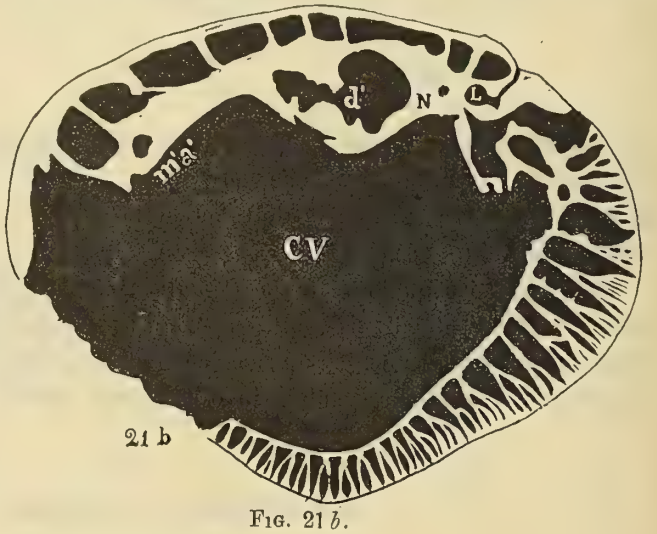


Fig. 21 *b*.

limitata al margine palleale, ed assai grandi, poligonali, nel lato anteriore *o m a* e posteriore *o m p*, i quali al taglio si presentano subtriangolari o subquadrangolari. Oltre questa grande serie, si hanno nello spessore del guscio, verso le cavità interne, altri canali piccolissimi, rari, irregolari ed irregolarmente distribuiti, e sul margine esterno un'altra serie di numerosi canali, radialmente disposti, ellittici, dovuti al biforcarsi delle lamine od alle ripetute loro suddivisioni, come si osserva specialmente sui lati posteriore ed anteriore. Per questa struttura, la descritta valva supe-

riore presenta qualche somiglianza col gen. *Schiosia* e più rimarchevoli affinità col gen. *Caprinula*, ed a questo genere si sarebbe indotti a riferirla, se i caratteri della valva inferiore (destra) non dimostrassero in modo chiaro, che si tratta invece effettivamente di una caprina; per persuadersene, basta l'esame delle figure 21 *b* e 22,

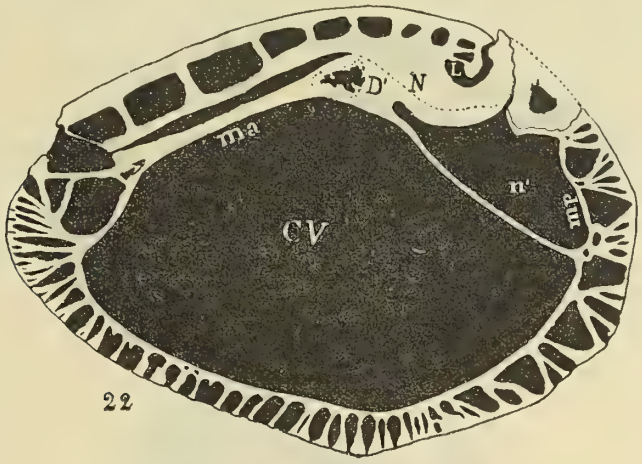


Fig. 22.

che rappresentano le sezioni oblique presso la commessura di esemplari a valve unite e delle figure 23 a 26, che riproducono sezioni trasverse di esemplari di valve inferiori.

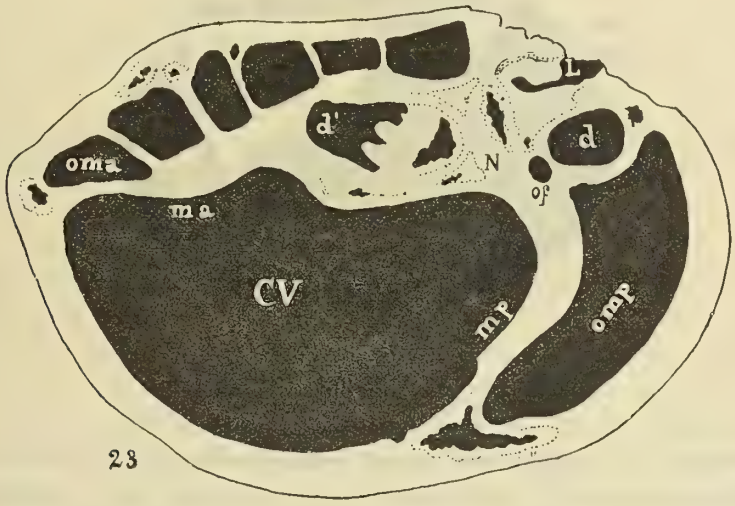


Fig. 23.

Appunto i caratteri di *Caprina* della valva inferiore suggeriscono il confronto col gen. *Sphaerucaprina* Gemm. (ved. più avanti *Sphaerucapr. forojuliensis* Boehm), perchè anche la valva superiore delle forme di questo genere presenta, verso l'interno, una serie di grandi canali poligonali: se non che la forma e la disposizione dei canali della serie esterna è evidentemente diversa. Nella nostra forma i canali esterni

più piccoli, dipendenti dalle suddivisioni delle lamine divisorie, si dispongono secondo il tipo dei canali nel gen. *Plagioptychus*, mentre nel gen. *Sphaerucaprina* la disposizione e forma dei canaletti ricordano piuttosto quelle proprie del gen. *Caprinula*. È inoltre caratteristica nel gen. *Sphaerucaprina* la presenza di pochi ma grandis-

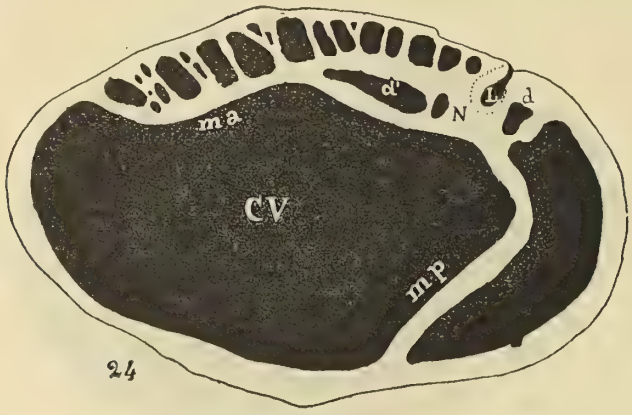


Fig. 24.

simi canali o lacune tra la lamina miofora *ma* ed il margine cardinale, separate da spesse pareti, diversamente da quanto si osserva nella valva descritta.

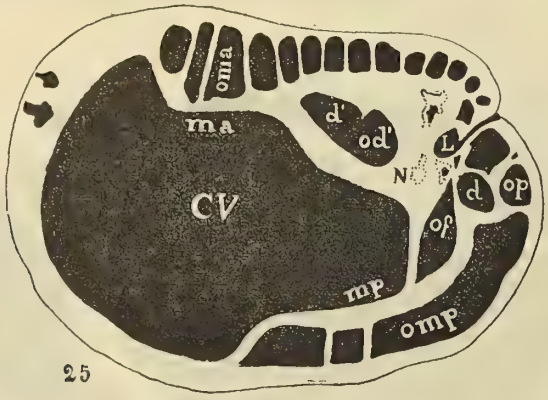


Fig. 25.

Più proficuo è il confronto con quella forma che Douvillé già distinse col nome di *Coralliochama Bayani* (1) e che Boehm prese a tipo del n. g. *Mitrocaprina* (2): ma anche in questo caso la somiglianza si limita ai caratteri dei canali lungo il margine palleale, mentre sono spiccate le differenze per ciò che riguarda l'ampiezza

(1) H. Douvillé, *Etud sur les Caprines*, Bull. de la S. G. d. Fr. (3), XVI. 1888, pag. 725, fig. 9 e tav. XXV, fig. 7.

(2) G. Boehm, op. cit., 1894, pag. 102: vedi anche H. Douvillé, *Les faunes à Rudistes du Cretacé sup. du Nord de l'Italie*, Rev. crit. de Paléoz., I, 1897, pag. 162.

dei canali della serie interna, sui lati anteriore e posteriore, e la presenza dei grandi canali presso il dente D e lungo il margine cardinale all'esterno del dente D' e della lamina miofora anteriore *m a*, sottilissima nella nostra forma, larga nella *Mitrocaprina Bayani*, così come i due denti sono piccoli nella prima e robusti nella seconda. Risulta poi dalla descrizione di Douvillé, che la valva inferiore della *Mitrocaprina Bayani*, come quella della *Mitrocaprina Vidali* Douv. (1), è breve, conica, troncata alla base, con larga superficie di aderenza e completamente sprovvista di canali, e quindi affatto distinta, come vedremo, da quella della nostra. Tali differenze, cui si potrebbe aggiungere quella delle maggiori dimensioni nella nostra forma, considerate partitamente e nell'insieme, sono notevoli e forse di significato generico piuttosto che specifico, e tali quindi da poter forse giustificare l'istituzione di un nuovo genere o sottogenere: ma non ne vedo la necessità e l'utitità, tanto più mancando

Fig. 26.

di esemplari completi della valva superiore, che dieno un'idea perfetta anche dei suoi caratteri esterni. Mi basta di rilevare il significato di *provvisorietà del riferimento generico* e nel tempo stesso di segnalare una nuova caprinide assai interessante, come forma evoluta di passaggio, per lo studio delle affinità e dei varî gradi di parentela dal tipo di *Caprina* al tipo *Caprinula*.

Per la valva inferiore (destra) i caratteri distintivi sono facilmente riconoscibili, ma meno importanti. Descrivendo la valva inferiore della *Caprina schiosensis*, già ebbi occasione di accennare a qualche particolarità per cui va distinta questa dalla *Mitrocapr.* (?) *plavensis* ed al riferimento, che di conseguenza devesi fare a quest'ultima, di una valva inferiore della collezione del Museo di Padova, già da Boehm attribuita alla *Caprina schiosensis* (2). Il carattere di conformazione esterna sta nel fatto, che la valva inferiore si presenta costantemente come peduncolata, perchè dall'apice, o punto di aderenza, essa cresce per un certo tratto contorta ed assai stretta, per poi allargarsi rapidamente sul lato anteriore, mentre il lato che coincide col solco legamentare cresce senza espandersi e quindi mantenendosi pressochè verticale; ne viene che l'apice, o peduncolo di attacco, riesce inoltre laterale, eccentrico rispetto alla

(1) H. Douvillé, *Sur quelques Rudistes à canaux*, Bull. de la S. G. de Fr. (4), 1904, IV, pag. 525, tav. XIII.

(2) G. Boehm, op. cit. 1894, pag. 118, fig. 13.

sezione trasversa della valva. Nel resto la valva nulla offre di notevole, perchè le grosse ed irregolari pieghe trasverse, l'ottusa carena lungo il fianco palleale, la costellatura del sottile strato esterno del guscio non presentano differenze apprezzabili in confronto della *Caprina schiosensis*.

Riguardo ai caratteri interni, la differenza in confronto della stessa *Caprina schiosensis* consiste quasi esclusivamente nel fatto, che i canali *o m a* all'esterno della lamina miofora anteriore, della fossetta dentaria *b'*, del dente N e della fossetta legamentare L si presentano costantemente numerosi, ampî, per lo più subrettangolari, separati da lamine sottili ed in serie regolare nella *Mitrocapr.* (*?*) *plavensis*, mentre eccezionalmente si trovano nella *Capr. schiosensis* in piccolo numero ed in serie irregolare. Nella fig. 13 succitata di Boehm questi canali non sono indicati; ma non mancano e sono anzi numerosi, come mi permette di assicurare l'esame accurato dell'esemplare, che invero, per effetto della fossilizzazione, li presenta in traccie poco nitide, ma riconoscibili; contrariamente a quanto avviene negli altri numerosi esemplari da me sezionati, nei quali il numero dei canali varia da sei, nell'esemplare più grande (fig. 23), a quindici nell'esemplare più piccolo (fig. 26). Questo carattere, di una serie regolare di canali grandi e numerosi, trova un riscontro nella valva inferiore delle forme del gen. *Praecaprina* Paquier (1) (*Praecapr. varians*, *Pr. Gaudryi*), la cui valva superiore in qualche caso (*Pr. varians*) presenta, nei lati anteriore e posteriore, dei grandi canali simili a quelli della *Mitrocapr. plavensis*, mancando però affatto di canali al margine ventrale e della serie esterna di canaletti ai lati. Noto infine, come altro carattere di affinità colla *Capr. schiosensis*, che non mancano esemplari con canali o lacune accidentali, irregolari, di forma e di disposizione, come nella var. *cribrata* della caprina stessa.

Schiosia schiosensis Boehm.

G. Boehm, *Ein Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in Venet. Alpen*, 1892, pag. 12, tav. VII, tav. VIII, fig. 12.

G. Boehm, *Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in d. Südalp.*; *Die Schiosi-und Calloneghe-Fauna*, 1894, pag. 128.

I pochi esemplari di valva superiore sono incompleti e spezzati, e quindi, per ciò che riguarda i caratteri di conformazione esteriore e della ornamentazione del guscio, offrono minor interesse di quelli illustrati dal Boehm. Sono tuttavia meglio conservati nei caratteri interni e, sulle sezioni trasverse, la struttura a canali appare con maggior dettaglio, in confronto di quanto si rileva dalla fig. 2 della tav. VIII dell'A.: infatti risulta (fig. 27), che il guscio è percorso da canali tutto all'ingiro nel suo spessore, dall'una parte e dall'altra della fossetta legamentare L. Abbiamo una serie di grandi canali nei quali, in sezione, prevale la figura subtriangolare, appuntita verso il margine esterno; sono grandi, diseguali sul lato anteriore, all'esterno del dente D' e della lamina miofora *m a*, meno grandi e più uniformi sul lato poste-

(1) V. Paquier, *Les Rudistes urgoniens*, Deux. part., 1905, pag. 71 e seg., tav. X e XI.

riore e piccoli, più stretti ed allungati sul lato ventrale; all'esterno di questi canali maggiori, si interpongono irregolarmente, per suddivisione delle lamine, dei canali più piccoli, stretti e radialmente disposti, numerosi sul lato posteriore, rari sul lato ventrale, inferiormente alla cavità viscerale CV, che è assai grande. La descrittta struttura si ripete con insignificanti differenze in altre valve superiori, che ritengo spettanti senza dubbio alla *Sch. schiosensis*.

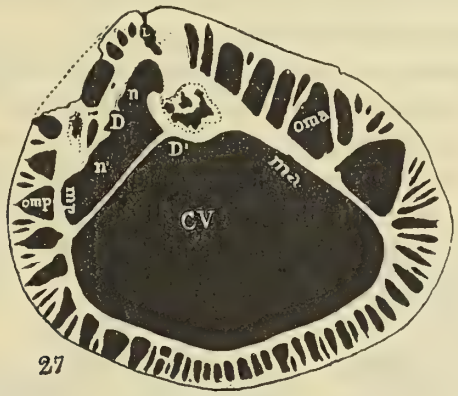


Fig. 27.

Il dubbio sul riferimento a questa forma sussiste riguardo ad un altra valva, troncata all'apice, che offre rimarchevoli differenze interne, non tanto per i caratteri

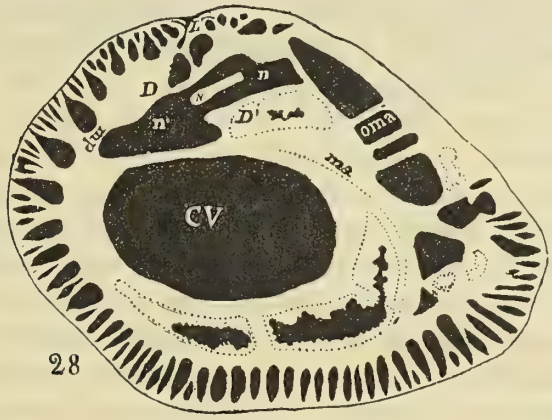


Fig. 28.

dei canali, quanto per la disposizione e forma delle grandi cavità (fig. 28): la fossetta dentaria *n*, colla sua cavità accessoria *n'*, si stende quasi parallelamente al diametro antero-posteriore della sezione; il dente anteriore D' appare più allungato nello stesso senso e la cavità viscerale CV ha un contorno ellittico, anzichè subtriangolare e colla parete di separazione dai canali assai spessa, ciò che dev'essere effetto, come avviene in generale nelle caprinidi, del graduale ispessimento del guscio verso l'interno e conseguente riduzione di ampiezza dei vani interni nella parte profonda,

giovanile, della valva, di mano in mano che si sviluppa allungandosi. Questo è un fatto normale, che si osserva nelle sezioni trasverse, condotte a distanza dal margine commessurale: ma non è consueto l'altro fatto, che si osserva pure in questa valva, dell'esistenza di una cavità accidentale, piuttosto che accessoria, nello spessore del rivestimento calcareo interno, allungata nel senso del margine palleale, divisa in tre scompartimenti da due tramezzi. Noto questa particolarità, che conferma la tendenza delle rudiste, segnatamente delle caprinidi, a costruire una conchiglia lacunosa, nella quale la robustezza si accompagnasse alla leggerezza.

Le differenze riscontrate su questa valva, in confronto colla forma abituale della *Sch. schiosensis*, non autorizzano, mi sembra, ad attribuire loro il significato di caratteristiche specifiche particolari, per quanto rimanga dubbio il riferimento della valva stessa alla *Sch. schiosensis*, anche in considerazione della circostanza, che la disposizione dei canali, nel tratto del guscio all'esterno dell'angolo tra la lamina miofora *m a* ed il margine palleale, ricorda quella delle forme del gen. *Sphaerucaprina*.

Schiosia forojuliensis Boehm.

G. Boehm, *Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in d. Südalp.*; *Die Schiosi-und Calloneghe-Fauna*, 1894, pag. 129, tav. XI, fig. 2.

Boehm ha descritto e figurato una valva superiore, i cui caratteri interni risultano da una sezione trasversale condotta molto profondamente, vale a dire assai lontano dal margine di commessura, evidentemente perchè l'imperfetta conservazione del fossile non permetteva di fare diversamente. In queste condizioni, com'è noto, l'ispessimento delle pareti delle cavità e dei canali maschera il dettaglio della struttura e non permette di profittare della sezione per avere un concetto esatto dei caratteri interni; infatti nelle figure citate i caratteri strutturali risultano semplici e grossolani. Questo inconveniente ho potuto evitare nei due soli esemplari di valva superiore indiscutibilmente riferibili alla *Schiosia forojuliensis*: essi presentano inalterata la struttura interna, che risulta assai completa e delicata. Uno di essi è abbastanza ben conservato anche nei caratteri esterni e presenta l'apice conformato e ripiegato all'avanti (in modo contrario cioè a quanto avviene nella *Schiosia schiosensis*), esattamente come nelle figure di Boehm: ma oltre di essere notevolmente più grande, è anche assai più allargato nel senso del diametro antero-posteriore; mentre l'altro esemplare è più piccolo, ma corrisponde molto bene per il contorno subrotondo alla stessa figura del Boehm.

Lo schema della struttura è fondamentalmente identico: ma nelle sezioni dell'uno e dell'altro esemplare l'impalcatura perfettamente conservata del guscio mette chiaramente in evidenza, ciò che è caratteristico nelle *Schiosiae*, l'ampiezza delle cavità e dei canali e la sottigliezza delle lamine divisorie, non esclusa la lamina, che separa le due ampie cavità viscerale CV ed accessoria *n'* (fig. 29). Due sono gli ordini dei canali: quelli della serie interna, all'ingiro delle due cavità ora accennate, sono radialmente allungati, e sono grandissimi quelli del lato anteriore, meno quelli del lato posteriore e più piccoli quelli della regione palleale; i canali della serie

esterna, al solito meno conservati ed imperfettamente riconoscibili, sono più piccoli, più stretti, allungati nello stesso senso e, dipendendo dalle suddivisioni o ramificazioni delle lamine, si interpongono ai canali della serie interna; più spesso sono unici, qualche volta in coppia e più di rado sono a tre od a quattro, specialmente ai lati.

Nulla di notevole offrono i denti D, D'; poco sviluppato è il legamento e piccola la fossetta legamentare L. Tortuose ed irregolari sono le lamine miofore, particolarmente quella posteriore *m p*. Per questo carattere e per quello della molteplicità dei canali e della sottigliezza delle lamine, la struttura del guscio nella

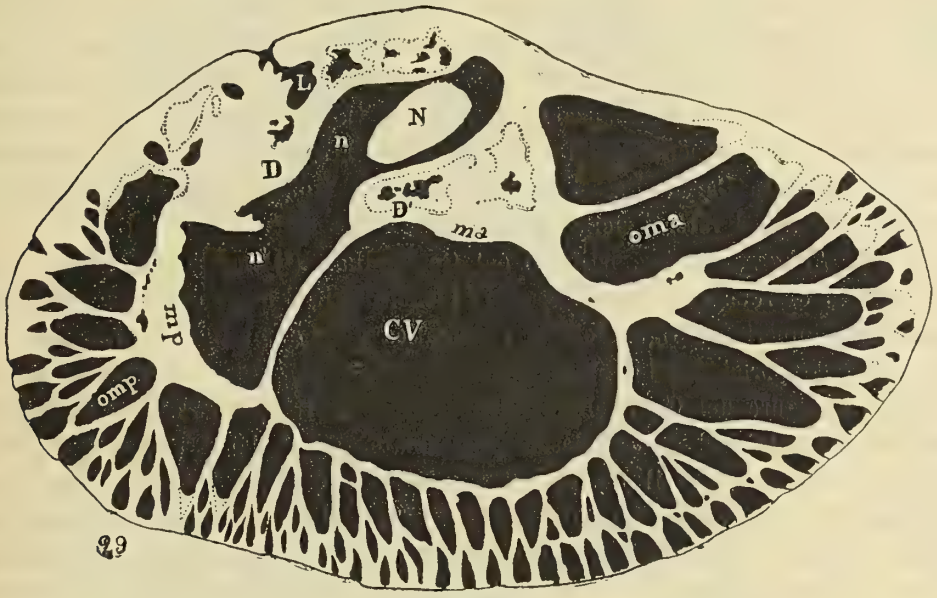


Fig. 29.

Sch. forojuliensis ricorda quella della *Schiosia ramosa* (Boehm), quale venne descritta e figurata da Douvillé (1). È comune inoltre alle due forme il fatto della fossetta dentaria *n* assai stretta ed estesa quasi a raggiungere il margine cardinale; ma nel tempo stesso appare evidente la differenza dovuta al minor numero e maggiore ampiezza dei canali ai lati della *Sch. forojuliensis* ed alla obliquità della sua fossetta dentaria *n* e della cavità accessoria *n'*, nonchè della parete che la separa dalla cavità viscerale CV. Paquier ha già rilevato le affinità tra il gen. *Schiosia* ed il suo genere urgoniano *Offneria*, ch'egli tende a considerare come termine primitivo della serie dalla quale derivano *Caprinula* e *Schiosia*: ora, il confronto fra la nostra sezione della *Schiosia forojuliensis* e quella della valva superiore, pure di grande statura, della *Offneria rhodanica* Paq. (2) conferma nel miglior modo questa affinità.

Rimane sconosciuta la valva inferiore.

(1) H. Douvillé, *Sur quelques Rudistes américains*, Bull. de la Soc. Géol. d. Fr. (3), t. XXVIII, 1900, pag. 206, fig. 1-2.

(2) V. Paquier, op. cit., 1906, pp. 88, 94, tav. XIII, fig. 1.

Sphaerucaprina forojuliensis Boehm.

G. Boehm, *Ein Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in d. Venet. Alpen*, 1892, pag. 142 (9), fig. 2, tav. VI; fig. 1.

G. Boehm, *Beitr. z. Kenntn. d. Kreide in d. Südalp.*; *Die Schiosi-und Calloneghe-Fauna*, 1894, pag. 127, fig. 5.

Boehm descrisse questa forma sopra un esemplare di valva superiore proveniente da Capanna Schiosi ed estratta da un blocco dov'era associata a *Caprina* sp. Questo esemplare servì al Boehm per riconoscerne esattamente il genere e per delineare i caratteri della specie; ma, per l'imperfetto suo stato di conservazione e per la mancanza della valva inferiore, la specie rimase imperfettamente conosciuta e tale rimane tutt'ora, perchè anche a me mancano esemplari di valva inferiore. Se non che un bell'esemplare di valva superiore, della collezione del Museo di Padova, di provenienza diversa e cioè dalla Casera Fassol presso Travesio (Friuli), mi permette di precisare i caratteri esterni ed interni della valva stessa.

Il gen. *Sphaerucaprina*, istituito dal Gemmellaro [1] nel 1865, non è stato finora oggetto di revisione critica, secondo i moderni criterî diagnostici, per verificarne e valutarne l'importanza riguardo alla sistematica della famiglia delle caprinidi; ed io non posso propormi questo intento per mancanza di materiale di studio. La descrizione e le figure del Gemmellaro ad ogni modo mettono chiaramente in evidenza i caratteri distintivi del genere, desunti essenzialmente dalla struttura del guscio della valva superiore, che il Boehm ben riconobbe nella forma friulana, sebbene rappresentata da un esemplare piuttosto mal conservato. Ma a me premeva di poter controllare l'esattezza del riferimento generico mediante il confronto con un esemplare siciliano; ciò mi riuscì per la cortesia del collega Di Stefano, dal quale ebbi in esame una valva superiore di una *Sphaerucaprina*, indeterminata specificamente, affine per la struttura del guscio alla *Sphaerucapr. forojuliensis*.

La valva superiore della Casera Fassol è più grande di quella illustrata da Boehm, di forma subglobosa per la sua grande convessità e per la forte incurvatura dell'apice, obliquamente ripiegato verso il lato posteriore e che si abbassa a toccare il margine cardinale. Lo strato esterno del guscio, in piccola parte conservato sotto l'apice, ai lati del solco legamentare ben evidente, ha spessore maggiore, più di quanto non si osservi in generale nelle caprinidi ed è finamente, trasversalmente striato dalle linee di accrescimento, senza traccia di costellatura longitudinale: lo strato interno è molto spesso e liscio superficialmente.

Due sezioni trasversali, l'una prossima al margine commessurale, l'altra più profonda, a livello del punto più prominente dell'apice, permettono di studiare completamente i caratteri interni (fig. 30). È da notare la robusta struttura del guscio: i canali aperti nel suo spessore sono visibili in serie irregolari ripetute sul fianco po-

[1] G. G. Gemmellaro, *Caprinellidi della zona superiore della Ciaca dei dintorni di Palermo*, Palermo, 1865, pp. 11 e 16, tav. I, figg. 1-5.

steriore e su quello palleale, mentre anteriormente, all'esterno della lamina miofora *ma*, si osservano soltanto i grandissimi canali *oma* della serie più interna, che sono in numero di tre nella sezione più profonda, delimitati da robuste pareti divisorie. Sui lati posteriore ed inferiore, o palleale, ma specialmente sul primo, si ha una serie

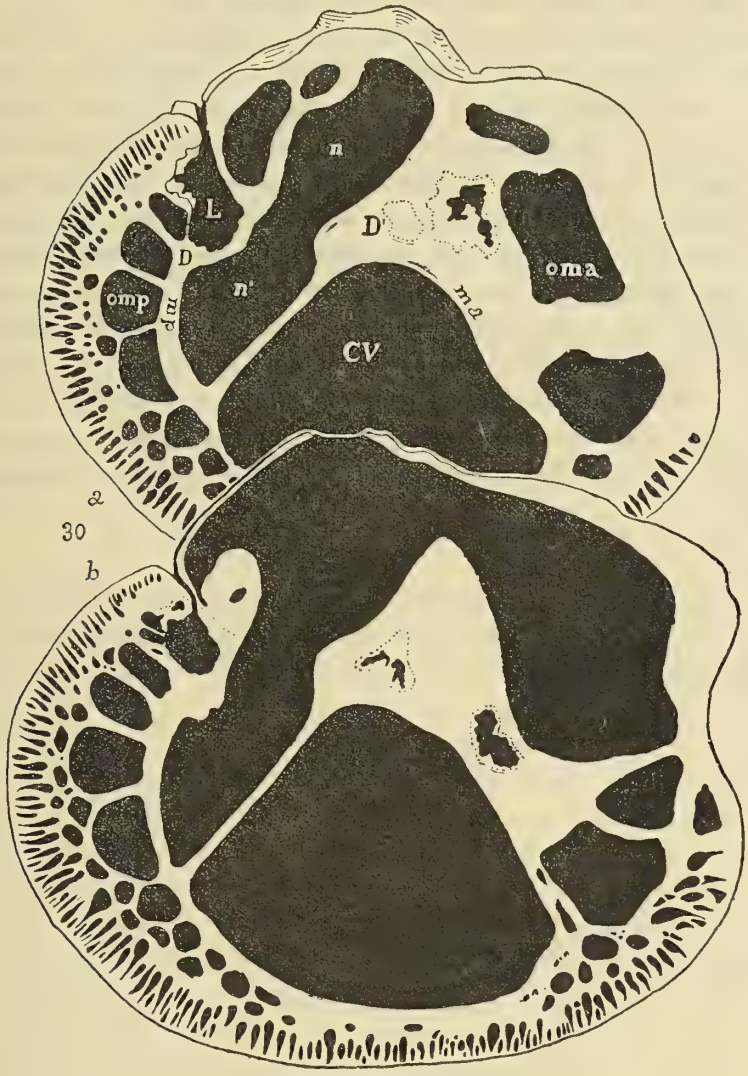


Fig. 30.

interna di grandi canali poligonali o subrotondi, la quale, mediante altri canali più piccoli, ma simili di forma ed irregolarmente disposti, è separata da una serie esterna di altri canali, numerosissimi, ancora più piccoli, subovali od ellittici, radialmente disposti, con traccie di altri canaletti al margine della sezione, dovuti allo sdoppiarsi delle lamine divisorie. Questa successione di canali minori a sezione allungata si osserva a partire dalla linea di introflessione del legamento L; il dente posteriore D

è piccolissimo e quello anteriore D′ robusto; l'interposta fossetta dentaria *n* è stretta ma assai allungata, fino a raggiungere il margine cardinale, ed allungata e stretta è pure la sua accessoria *n′*, parallelamente alla robusta parete, obliquamente disposta rispetto all'asse verticale della sezione, che la separa dalla cavità viscerale CV, la quale è poco grande ed a contorno subtriangolare; la lamina miofora posteriore *mp* è regolare e poco larga, assai meno di quella anteriore *ma*.

I caratteri di struttura ora descritti, simili a quelli che si osservano in altre forme riferite allo stesso genere, ad es. *Sphaeruc. occidentalis* (Cour.), *Sph. Felixi* Boehm, *Sph. Lenki* Boehm (1), sono gli stessi che si trovano nella valva superiore di *Sphaerucaprina* di Termini-Imerese suaccennata, la quale in confronto della valva friulana presenta delle differenze di importanza secondaria, dipendenti dal fatto, che si tratta di specie differente, a sezione più allungata nel senso antero-posteriore, ristretta (non troncata) anteriormente e coi canali delle serie marginali meno numerosi, più grandi e più arrotondati. La corrispondenza delle due valve, come appartenenti allo stesso genere, non è da porre in dubbio: e questa, da me ora descritta, per le forma e disposizione dei canali nella parte anteriore e palleale, come già ebbi occasione di dire, accenna ad analogie col gen. *Caprinula*, e mi dispiace di non disporre di altri esemplari delle due valve, superiore ed inferiore, per riconoscere e fissare tutti i caratteri del gen. *Sphaerucaprina* e per meglio studiare i suoi rapporti coi generi affini.

(1) G. Boehm, *Ueber Caprinidenkalke aus Mexico*, Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesellsch., L, 1898, pag. 324, fig. 1; pag. 329, figg. 6-8; Id., *Beitr. z. Kenntn. Mexicanischer Caprinidenkalke*, (Beitr. z. Geol. u. Pal. d. Republ. Mexico, II). Leipzig, 1899, pag. 145, fig. 12; pag. 149, figg. 19-21.

RELAZIONE

letta dal Socio MILLOSEVICH, a nome anche del Corrisp. RICCÒ, relatore, nella seduta del 2 febbraio 1908, sulla Memoria del dott. A. BEMPORAD, intitolata: *L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione coll'altezza.*

Nel 1896 il prof. Knut Ångström ed un suo assistente eseguivano nell'isola di Teneriffa delle misure pireliometriche simultanee a varie altezze, applicando in sostanza su più vasta scala e con strumenti diversi lo stesso procedimento di osservazione che avevano seguìto due anni prima Müller e Kempf negli Osservatorî di Catania e dell'Etna. Or sono pochi anni il dott. Bemporad ha mostrato in una Memoria (1) pubblicata negli Atti di questa Accademia, come importanti ed inattese conseguenze potessero ricavarsi dalle citate osservazioni astrofotometriche di Müller e Kempf coll'aiuto di nuovi metodi e di nuove tavole numeriche da lui espressamente calcolate. In particolare, mentre Müller e Kempf erano giunti a risultati fra loro contradittorî, il Bemporad, sulla base dello stesso materiale d'osservazione, riusciva a porre in evidenza — per la prima volta per via diretta — ed a misurare l'azione eminentemente selettiva dell'assorbimento atmosferico, con che si rendevano illusorî i valori della *costante solare* e della trasmissione dell'atmosfera terrestre dedotti col metodo Bouguer-Pouillet da due osservazioni eseguite in una stessa stazione a differenti distanze zenitali, e si venivano quindi a spiegare le contradizioni, dinanzi alle quali si erano arrestati i precedenti autori.

Applicando ora nel presente lavoro gli stessi procedimenti di calcolo alle accennate misure di Ångström, il Bemporad ottiene anzitutto una nuova, piena conferma della teoria dell'assorbimento selettivo, conferma che ha tanto più valore, in quanto riguarda osservazioni del tutto diverse da quelle precedentemente trattate, ed eseguite anche in tutt'altra località, e di più in tre diversi strati d'aria fra il mare e 3700 m. di altezza. Confrontando poi fra loro i risultati ottenuti per i detti tre strati, per raggi che si possano riguardare come ugualmente composti, il Bemporad stabilisce

(1) *L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri*, Reale Accademia dei Lincei, Cl. di sc. fis. e nat., ser. 5ª, vol. V.

anche una nuova relazione per rappresentare la diminuzione del potere assorbente dell'aria atmosferica coll'altezza. La relazione esprime che il *coefficiente d'assorbimento dell'aria fino a 3500 m. di altezza è proporzionale alla quarta potenza della sua densità*, e presenta grande analogia con altre note leggi fisiche, mentre poi si accosta notevolmente alla formola, che rappresenta la legge di decrescimento (coll'altezza sul livello del mare) della tensione del vapor d'acqua contenuto nell'aria atmosferica.

Questi risultati — che hanno già raccolto il compiacimento dello stesso professor K. Ångström — mentre sono di evidente importanza per la spiegazione del complicato meccanismo dell'assorbimento degli strati inferiori dell'atmosfera, eliminando le contradizioni che avevano ostacolato le precedenti ricerche, forniscono anche un solido fondamento per la trattazione rigorosa di altri importanti problemi, come quelli della temperatura del sole, della sua variazione e simili. Essi costituiscono poi una naturale e logica continuazione dell'ordine di ricerche iniziate già coll'altra Memoria citata, e dimostrano la praticità dei nuovi metodi ivi accennati per lo studio di questi difficili problemi.

Pertanto i Commissarî sono dell'opinione che il lavoro esaminato meriti di esser pubblicato integralmente nelle Memorie della R. Accademia dei Lincei.

L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione coll'altezza.

Memoria del dott. A. BEMPORAD.

INTRODUZIONE.

Molto si è scritto, e si scrive tuttavia, sulla cosiddetta costante solare, sulla temperatura del Sole, sulle fluttuazioni della sua radiazione e su altri problemi consimili della più grande importanza per la fisica solare, nonchè per la fisica cosmica. La soluzione di questi problemi dipende, come si sa, in prima linea dalla esatta conoscenza dell'assorbimento, che l'atmosfera terrestre esercita sulle radiazioni degli astri, conoscenza a cui non si potrà pervenire, se non con l'indefesso alternarsi di delicate osservazioni e di precisi calcoli numerici, intesi a mettere in luce prima la natura della funzione dell'assorbimento atmosferico, poi i valori dei parametri da cui dipende, infine l'integrale esteso a tutta l'atmosfera. Così nel lavoro attuale mi prefiggo essenzialmente lo scopo di ricavare dalle mirabili osservazioni eseguite dall'illustre prof. K. Ångström (1) nel 1896 all'isola di Teneriffa, qualche nuova luce sulla complessa teoria dell'assorbimento atmosferico.

In questa, come in quasi tutte le teorie applicate a ricerche fisiche, possono distinguersi due indirizzi sostanzialmente diversi e rispondenti a due diversi stadî dello sviluppo delle ricerche. Dapprima si parte da una determinata ipotesi circa la legge fondamentale, che regola il fenomeno, cercando di determinare alcuni parametri, così da rappresentare nel miglior modo possibile le osservazioni. Quando poi queste sono divenute abbastanza copiose e precise da permettere molteplici e svariati confronti, allora nasce in generale l'indirizzo inverso o riflesso, col quale si parte dalle osservazioni stesse per discutere, non più i valori dei parametri, ma la stessa forma della legge elementare.

Così lo studio teorico dell'assorbimento atmosferico prese le mosse dalla nota legge esponenziale di Bouguer-Pouillet:

$$i = I e^{-cM} = I p^{M}, \tag{1}$$

ed una lunga serie di ricerche astrofisiche è intesa unicamente a determinare i valori dei relativi parametri p coefficiente di trasmissione della intera atmosfera in di-

(1) K. Ångström, *Intensité de la radiation solaire à differentes altitudes.* Nova Acta Regiae Societatis Upsaliensis, Ser. 3ª, vol. XX. 1900. Queste stesse osservazioni fornirono già materia ad altri studî. Vedi per es. G. Rizzo, *Sopra il calcolo della costante solare.* Accad. Reale delle Scienze di Torino, XXXVIII, 1903.

rezione verticale, I intensità della radiazione fuori dell'atmosfera, partendo dai valori osservati *i* della intensità della radiazione e dalle masse d'aria M attraversate dai raggi considerati. Come ricerche accessorie di questo indirizzo sono da riguardare le cosiddette teorie della estinzione, le quali non hanno altro di mira, in sostanza, che di determinare le masse d'aria M attraversate dai raggi incidenti con varie distanze zenitali *z* (teorie di Bouguer, di Laplace, di Maurer, ecc.). Anche noi, pagando il tributo a questo indirizzo classico e pur necessario della teoria dell'assorbimento atmosferico, ci occupammo dapprima, in una serie di lavori accennati in nota (1), di render rigoroso il calcolo dell'integrale, da cui dipende la determinazione di M, ricorrendo ai procedimenti in uso per le teorie della refrazione astronomica, e fondandoci sui dati più recenti circa la costituzione dell'atmosfera terrestre.

Per quanto però questi studî preliminari *puramente teorici* possano apparire necessarî e meritorî, ben più fecondi sono quelli rispondenti al secondo indirizzo, cioè intesi a provare, sulla scorta delle osservazioni, il valore della legge elementare (1), *in quanto viene applicata alla determinazione delle intensità* I *delle radiazioni degli astri fuori dell'atmosfera*; e la ragione ne è ovvia, perchè, quando noi abbiamo ben calcolato la massa d'aria M attraversata da un raggio, nulla ancora conosciamo di preciso *sul modo di variare del coefficiente d'assorbimento e della intensità della radiazione lungo la trajettoria del raggio in discorso*, poichè nessuno ci assicura, se la legge elementare (1) di Bouguer-Pouillet, teoricamente ammissibile per mezzi isotropi e radiazioni semplici, valga ancora per un sistema di mezzi otticamente e chimicamente diversi, come quelli ond'è costituita l'atmosfera, e per radiazioni composte, come sono quelle degli astri. Questa è appunto la questione, che vogliamo trattare qui sul fondamento delle citate osservazioni di Ångström. Il nostro compito è dunque ben modesto, perchè tutto quello che potremo stabilire per la più intima conoscenza della funzione dell'assorbimento atmosferico, era già implicitamente contenuto nelle accennate osservazioni, e non si trattava che di porlo nella meritata luce. Fortunati noi, se la luce, in cui crediamo di aver posto i risultati delle osservazioni di Ångström, non rimarrà offuscata dai procedimenti alquanto laboriosi e penosi, di cui ci siamo serviti per raggiungere lo scopo.

> Varian le braccia in noi, varia l'ingegno
> A diversi bisogni accomodato, ...
>
> [Giusti, *Poesie*].

(1) I. *Sulla teoria d'estinzione di Bouguer.* Memorie della Società degli Spettrosc. italiani, vol. XXX, 1901. — II. *Sopra un nuovo sviluppo dell'integrale dell'estinzione atmosferica.* Ibidem, XXXI, 1902. — III. *Sulla teoria della estinzione atmosferica.* Parte 1ª. Ibidem, XXXII, 1903. — IV. *La teoria della estinzione atmosferica nella ipotesi di un decrescimento uniforme della temperatura dell'aria coll'altezza.* Ibidem, XXXIII, 1904. — V. *Zur theorie der Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre.* Mitteilungen der Grossherz. Sternwarte zu Heidelberg, Nr. 4, 1904. — VI. *Sopra un nuovo sviluppo singolarmente convergente per l'integrale della estinzione secondo la teoria di Bouguer.* Atti dell'Accad. Gioenia di Scienze naturali in Catania. Serie 4ª, vol. XIX, 1906. — VII. *Sul calcolo degli spessori atmosferici per astri depressi sotto l'orizzonte, con speciale riguardo all'Osservatorio Etneo.* Memorie della Soc. degli Spettrosc. italiani, vol. XXXV, 1906. — Questi lavori, e così gli altri che accenneremo fra breve, verranno indicati in seguito per brevità col numero d'ordine, che loro compete in questo elenco.

Chi prende pertanto ad elaborare, con reverente affetto, i tesori d'osservazione accumulati da illustri maestri, se compie indubbiamente opera più modesta e meno appariscente di chi foggia nuove teorie, prevenendo talora coll'intuito la stessa osservazione, non può però dirsi che compia opera meno utile. E se i mezzi, di cui si serve per il confronto più sicuro delle teorie colle osservazioni, prendono spesso di necessità l'aspetto arido di un complesso di tavole numeriche, anzichè la forma elegante del calcolo analitico, non può però dirsi che perchè aridi sieno infecondi.

Mi sia concesso, per l'intimo legame che corre fra i diversi lavori da me eseguiti in questo indirizzo, di fare un cenno di quelli che hanno preceduto l'attuale.

Fin dal 1902, cioè all'inizio dei miei studî sulla teoria dell'assorbimento atmosferico, elaboravo (1) da un nuovo punto di vista le osservazioni fotometriche eseguite dal prof. G. Müller al Säntis, ricavandone la notevole conclusione, che dal confronto dei valori dei parametri della formola (1) ottenuti per varie serie di osservazioni, non risultava verificarsi quella relazione che avrebbe dovuto sussistere per il significato fisico dei parametri stessi, *non risultava cioè che a valori maggiori del coefficiente di trasmissione p corrispondessero anche luminosità apparenti allo Zenit maggiori, ma prevalentemente il contrario.* Questi parametri apparivano quindi aver più il significato di costanti interpolatorie, che non quello di elementi fisici, e la teoria risultava pertanto difettosa.

In un lavoro successivo (2) accennavo come causa probabile di questo difetto della teoria il fatto che essa non tien conto della *minor trasparenza specifica, e variabile da giorno a giorno, degli strati inferiori dell'atmosfera*, e suggerivo una disposizione di formole e di esperimenti atti a rilevare il potere assorbente specifico dei detti strati. In un ultimo lavoro infine (3), fondandomi sulle osservazioni fotometriche eseguite nel 1894 da Müller e Kempf negli Osservatorî di Catania e dell'Etna, giungevo a dimostrare, come la legge elementare (1) non possa ammettersi valida — con un dato valore di c — se non per raggi di una determinata composizione, contenenti cioè certe date radiazioni e ciascuna con una data intensità; e poichè la composizione così intesa varia secondo il percorso dei raggi nell'atmosfera — fino al punto che i raggi verticali risultavano assorbiti più del doppio in confronto ai raggi molto inclinati sull'orizzonte (assorbimento selettivo secondo la teoria prima introdotta da Langley) — si veniva con ciò a limitare il campo d'applicazione della legge elementare in discorso *alle sole radiazioni semplici e per ciascuna con un determinato valore del coefficiente d'assorbimento c.*

Nel lavoro attuale mi propongo di spingere la indagine ancora più oltre, e cioè di vedere, se anche per raggi, che si possano considerare come ugualmente composti, valga effettivamente una legge come la (1), colla c considerata come costante per tutta l'atmosfera, *o se c non varî invece coll'altezza*, come presumevo (secondo

(1) VIII. *Nuova riduzione delle osservazioni fotometriche eseguite dal prof. G. Müller al Säntis.* Memorie della Soc. degli Spettrosc. ital., vol. XXXI, 1902.

(2) IX. *Sulla teoria della estinzione atmosferica.* Parte 2ª. Memorie della Soc. degli Spettrosc. ital., vol. XXXII, 1903, pag. 99.

(3) X. *L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri.* Memorie della R. Accademia dei Lincei, serie 5ª, vol. V, 1905.

quel che precede) fin dal 1903. Applicando a tale ricerca le belle serie di osservazioni attinometriche eseguite da Ångström all' isola di Teneriffa, e facendo largo uso dei nuovi metodi di calcolo da me accennati nell' ultimo dei lavori citati, pervengo appunto a stabilire che il coefficiente d'assorbimento c per raggi di una data composizione diminuisce molto rapidamente coll'altezza, e che la legge di questa diminuzione (almeno pei primi quattro chilometri d' altezza) è in relazione molto semplice colla densità dell'aria atmosferica alle varie altezze. In pari tempo risulta pienamente confermata, anche per le radiazioni calorifiche, l'azione eminentemente selettiva dell'assorbimento atmosferico (1), e se ne ottiene — crediamo per la prima volta — una misura diretta nelle circostanze più svariate, sia per quanto riguarda l' inclinazione dei raggi, sia per quanto riguarda l'altitudine media degli strati d'aria attraversati.

Questo lavoro non è altro dunque, in sostanza, che una semplice elaborazione delle accennate osservazioni eseguite dal prof. K. Ångström all' isola di Teneriffa, e se qualche interessante risultato ha compensato le fatiche da noi spese, con vivo e vero amore, nella riduzione di queste osservazioni, il merito consiste tutto nella loro eccellenza. Che se invece a noi non fu dato talvolta di ottenerne quella esatta rappresentazione, che avremmo desiderato, la colpa è soltanto nella insufficienza dei mezzi analitici impiegati. A nostra venia

Basti l'amor non timido
E l'incorrotta fede.

[Giusti, *Poesie*]

(1) Una tale conferma era già stata da noi ottenuta, benchè con mezzi strumentali assai modesti, mediante apposite misure attinometriche negli Osservatorî di Catania e dell'Etna. Cfr. XI, (A. Bemporad e L. Mendola), *L'assorbimento selettivo delle radiazioni calorifiche dedotto dalle osservazioni attinometriche eseguite negli Osservatorî di Catania e dell'Etna nel settembre 1904.* Memorie della Società degli Spettrosc. Ital., vol. XXXVI. Al momento di licenziare queste pagine per la stampa possiamo aggiungere che sono in corso nei detti Osservatorî, sotto la direzione del sig. prof. Riccò, nuove misure attinometriche con due moderni pireliometri a compensazione elettrica di Ångström.

CAPITOLO I.

Ragguaglio delle osservazioni pireliometriche di Ångström.

1. *Dati d'osservazione.* — Le osservazioni che prendiamo a studiare vennero eseguite dal prof. K. Ångström e da un suo assistente nel 1896 dal 25 giugno al 3 luglio in varie stazioni distribuite lungo il Picco di Teyde (Teneriffa), impiegando una coppia dei noti pireliometri a compensazione elettrica ideati dallo stesso professore Ångström. Una stazione rimase sempre fissa ad Alta Vista (3252^{m}), l'altra venne portata successivamente al Picco propriamente detto (3683^{m}), a Cañada (2125^{m}) e a Guimar (360^{m}), e si osservò sempre quasi simultaneamente nelle due stazioni. Riproduco qui i principali dati d'osservazione ricavati dalla Memoria di Ångström già citata.

25 giugno.

Alta Vista (3252^{m}). B = 521^{mm},6				Picco (3683^{m}). B = 491^{mm},5			
T. m. loc.	t	z	q	T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′		h m	°	° ′	
5.34	11,8	84.28	0,967	6.39	10,0	71. 3	1,379
6. 1	14,0	78.58	1,216	6.51	11,0	68.31	1,410
6.30	15,3	72.56	1,342	7.21	11,5	62. 7	1,469
6.56	17,8	67.27	1,416	7.53	13,0	55.12	1,519
7.27	19,0	60.50	1,483	8.53	16,0	42. 6	1,560
8. 1	20,0	53.28	1,521	9.53	18,0	28.54	1,578
8.29	20,8	47.22	1,542	11.55	21,3	5. 1	1,616
8.58	21,0	41. 0	1,559	1.55	22,5	26.16	1,615
9.59	21,3	27.35	1,600	2.57	20,8	39.54	1,584
12.38	20,0	9.52	1,616	3.51	19,0	51.44	1,542
1.54	19,8	26. 3	1,580	4.51	16,0	64.41	1,442
2.54	19,3	39.15	1,582	5.22	15,0	71.16	1,363
3.55	18,0	52.36	1,527	5.50	13,5	77. 6	1,253
4 24	17,0	58.53	1,473	6.20	13,0	83.15	1,043
4.59	17,0	66.23	1,395	6.39	11,5	87. 4	0,787
5.15	16,5	69.47	1,374	6.43	11,5	87.51	0,673

27 giugno.

Alta Vista. B = 517^{mm},4				Picco. B = 491^{mm},3			
T. m. loc.	t	z	q	T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′		h m	°	° ′	
5.52	10,0	80.51	1,093	6 37	11,0	71.29	1,360
6.28	12,3	73.24	1,308	6.51	11,0	68·32	1,402
6.53	14,5	68. 7	1,379	7.34	12,0	59.20	1,486
7.25	16,5	61.16	1,448	7.58	13,0	54. 9	1,529
7.53	18,0	55.14	1,500	8.23	14,0	48.53	1,554
8.53	20,0	42. 8	1,547	9. 0	20,5	40.36	1,581
9.52	21,0	29.10	1,583	9.59	19,0	27.37	1,613
11.55	18,0	5. 6	1,594	12. 2	23,5	5. 1	1,624
1.54	19,0	26. 5	1,567	1.52	18,8	25.38	1,616
2.54	18,0	39.17	1,528	2.51	18,5	38.37	1,573
3. 3	16,5	41.16	1,528	3.27	17,5	46.33	1,562
3.58	14,0	53.17	1,485	3.54	17,0	52.25	1,521
4.23	13,5	58.42	1,452	4.28	15,5	59.46	1,499
4.50	14,0	64.29	1,422	4.57	15,0	65.59	1,434
				5.30	14,0	72.57	1,340
				5.54	13,8	77.58	1,251
				6.22	11,3	83.42	1,022
				6.47	9,8	88.41	0,617

29 giugno.

Cañada (2125m). B = 597mm,2

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5.57	13,0	79.51	1,086
6.23	19,0	74.29	1,235
6.53	21,0	68.10	1,343
7.23	22,5	61.45	1,413
7.53	22,5	55.16	1,472
8.53	24,0	42.10	1,516
9.53	23,5	28.58	1,546
11.53	25,0	5.17	1,545
1.54	29,0	26. 7	1,561
2.52	26,5	38.52	1,478
3.54	25,0	52.27	1,367
4.23	23,8	58.44	1,312
4.52	24,0	64.58	1,265
5.21	23,5	71. 7	1,194
5.49	21,0	76.59	1,058
6.18	20,0	82.56	0,887
6 34	20,0	86′ 9	0,678

Alta Vista (3252m). B = 520mm,7

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5.33	12,5	84.45	0,956
5.56	15,0	50. 3	1,182
6.24	17,0	74.17	1,317
6.59	19,5	66.53	1,442
7 27	20,3	60.54	1,485
8. 0	20,8	53.45	1,533
9. 1	20,5	40.25	1,581
10. 0	21,0	27.26	1,605
11.58	20,0	5. 7	1,631
2.48	22,5	38. 0	1,559
3.23	21,8	45 41	1,334
3.51	21,0	51.48	1,521
4.24	19,3	58.57	1,480
4.55	18,5	65.36	1,428
5.11	18,0	69. 1	1,385

2 luglio.

Guimar (360m). B = 734mm,0

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5·50	25,0	81.23	0,730
6.20	27,0	75.11	0,987
6.53	27,5	68.14	1,095
7.21	29,5	62.14	1,189
7.48	30,0	56.24	1,235
8.52	32,0	42.26	1,327
9.54	32,0	30.47	1,364
11.54	33,8	5.27	1,419
2. 0	32,0	27.28	1,364
2.52	30,3	38.54	1,325
3.54	29,5	52.30	1,236
4.23	27,5	58.48	1,173
4.51	29,0	64.49	1,110
5.23	30,0	71.37	0,983

Alta Vista (3252m). B = 522mm,0

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5.39	12,5	83.58	1,016
5.54	14,3	80.34	1,137
6.23	16,8	74.33	1,241
6.56	17,8	67.35	1,374
7.30	19,5	60.18	1,437
7.57	20,0	54.27	1.490
9. 2	22,3	40.13	1,552
9.59	24,0	27.41	1,562
11.54	23,0	5.27	1,622
1.55	21,3	26.22	1,603
2.54	20,3	39.21	1,535
3.24	19,0	45 56	1.559
3.55	18,3	52.43	1.533
4.25	17,0	59.12	1,489
5. 6	17,0	65.40	1,433
	16,3	68. 1	1,411

3 luglio.

Guimar. B = 731mm,3

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5.42	22,0	83. 3	0,721
5.50	21,5	81.25	0,796
6.23	21,5	74.35	0,992
6.52	23,0	68.27	1,103
7.21	25,0	62.15	1,190
7.52	26,5	55.33	1,252
8.52	28,0	42.28	1,293
9.53	30,8	29. 2	1,363
11.56	33,0	5.27	1,385
1.53	30,3	25.58	1,324
2 53	30,0	39.10	1,275
3 51	28,3	51.52	1,220
4.22	28,0	58.36	1,150
4.50	28,0	64.37	1,072
5.22	27,0	71.28	0,941

Alta Vista. B = 518mm,9

T. m. loc.	t	z	q
h m	°	° ′	
5.25	10.0	86.28	0,816
5.53	12,3	80.48	1,138
6.25	15,3	74.21	1,340
6.24	17,3	68. 2	1.421
7.26	19,0	61.11	1,487
7.54	20,0	55. 7	1.525
8.53	22,0	42.14	1.580
10. 0	22,0	27.30	1,611
11.58	20,0	5.24	1,617
1.48	20,8	25. 5	1,608
2.53	18.5	39.10	1,580
3.26	16,5 (1)	46.25	1.539
3.49	16,5	51.39	1,520
4.24	15,0	59. 2	1,479
4.50	13,3	64.37	1,440
5. 8	12,0	68.27	1,394

(1) La temperatura dell'aria assegnata nella Memoria di Ångström per la 12ª delle osservazioni eseguite in Alta Vista il giorno 3 luglio sarebbe 10°,5. Pensammo subito che fosse incorso un errore di stampa (10,5 in luogo di 16,5), e di ciò avemmo la conferma dall'illustre Autore. Qui e nel seguito adoperiamo quindi il valore corretto 16°,5.

In questi quadri la prima colonna contiene i tempi d'osservazione (in t. m. locale); la seconda, la temperatura dell'aria; la terza, la distanza zenitale (vera) del Sole; la quarta, l'intensità calorifica dei raggi (in piccole calorie per cm^2 di superficie e per minuto di tempo) quale venne indicata dal pireliometro di Ångström.

2. *Calcolo delle distanze zenitali apparenti.* — Il procedimento di riduzione da noi già usato in un precedente lavoro (1), e che qui in massima applicheremo, per lo studio dell'assorbimento atmosferico, consiste nel confrontare coppie di osservazioni attinometriche (o fotometriche) eseguite pressochè simultaneamente in due stazioni a rilevante dislivello — più precisamente colla condizione, che i raggi confrontati abbiano distanze zenitali uguali ad uguale altezza sul livello del mare. Per poter istituire questo confronto, bisogna conoscere anzitutto le distanze zenitali apparenti corrispondenti alle singole osservazioni, e queste si ottengono dai valori z dei quadri precedenti (distanze zenitali vere) applicandovi le debite correzioni di refrazione. Per il calcolo di queste correzioni applicammo le note tavole di refrazione di Radau (2), tenendo esatto conto della temperatura e della pressione dell'aria, ma limitando l'approssimazione al decimo di primo. I valori così ottenuti delle z *app.* figurano nella prima colonna delle seguenti tabelle (§ 3).

3. *Ragguaglio delle singole serie di osservazioni colla formola di Crova.* — Avute le distanze zenitali apparenti, occorre ricavare dalle singole serie d'osservazioni una relazione fra la distanza zenitale e l'intensità q della radiazione, che permetta di calcolare per *qualunque* distanza zenitale (entro i limiti estremi della serie considerata) il corrispondente valore dell'intensità della radiazione. Nel modo più semplice si può ottenere questo con procedimento grafico, assumendo le z come ascisse e le q come ordinate dei punti rappresentativi delle singole osservazioni. Siccome però nel tracciar le curve di ragguaglio è molto facile introdurre qualche elemento arbitrario, che renderebbe sospette tutte le deduzioni ulteriori, così ci siamo serviti del ragguaglio grafico solo per un calcolo di saggio, di cui faremo cenno in seguito, e per la riduzione definitiva abbiamo applicato il ragguaglio numerico mediante formole empiriche secondo il metodo dei minimi quadrati.

Abbiamo scelta dapprima per questo scopo la formola di Crova

$$(2) \qquad q = \frac{q_0}{(1+\varepsilon)^m} \quad \text{ovvero} \quad \log q = \log q_0 - m \log(1+\varepsilon),$$

dove q_0, m indicano delle costanti da determinarsi dalle osservazioni, ed ε la massa d'aria attraversata dai raggi (unità la massa d'aria attraversata da raggi verticali). I valori ε vennero calcolati, ricavando dalla tavola V della Memoria X già citata (v. Introd.) coll'argomento z il valore $F(z)$ della massa d'aria, che avrebbe attraversato un raggio incidente *al mare* colla distanza zenitale z, e moltiplicando poi questo valore $F(z)$ pel rapporto $^B/_{760}$ della pressione effettiva a quella normale (3).

(1) Memoria X, pag. 233 (v. Introduzione).

(2) R. Radau, *Essai sur les réfractions astronomiques.* Annales de l'observatoire de Paris, Mémoires, t. XIX.

(3) I valori effettivi di $\log {}^B/_{760}$ per le singole stazioni e pei varî giorni d'osservazione sono raccolti nel seguente prospetto:

	25 giugno	27	29	2 luglio	3
Alta Vista	9,8365	9,8330	9,8358	9,8369	9,8343
Picco	9,8107	9,8105	—	—	—
Cañada	—	—	9,8953	—	—
Guimar	—	—	—	9,9849	9,9823

Questa moltiplicazione ha per scopo, come subito s'intende, di esprimere gli spessori atmosferici per le varie stazioni in una medesima unità di massa (atmosfera normale al mare). Per ogni giorno vennero ridotte separatamente le due serie di osservazioni ottenute nel mattino e nel pomeriggio, che non sono a priori comparabili, poichè è ben noto, che l'assorbimento atmosferico è soggetto in generale ad una variazione progressiva nel corso del giorno. L'osservazione meridiana venne in generale considerata in ambedue le serie (fatta eccezione del giorno 25 giugno per Alta Vista, poichè manca l'osservazione in corrispondenza alla massima altezza del Sole). Vennero escluse infine dalla riduzione quelle osservazioni (fra le prime del mattino o le ultime del pomeriggio) per le quali mancavano osservazioni corrispondenti nell'altra stazione, e ciò allo scopo di evitare le incertezze, che avrebbe portato la estrapolazione per una delle serie. Raccolgo nelle tabelle seguenti per le singole serie d'osservazioni: 1° i valori ottenuti per le costanti della formola di ragguaglio; 2° i valori delle distanze zenitali apparenti z; 3° i valori delle masse d'aria attraversata ε; 4° i valori delle intensità q *calcolati* secondo la formola di ragguaglio; 5° i valori q osserv. — q calcol.

25 giugno.

Alta Vista. Mattina (escl. le prime 2 osserv.)
$\log q = 0\,2719 - [9{,}4370]\log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
72°53′,9	3,312	1,348	— 6
67.25,5	1,777	1,415	+ 1
60.48,9	1,404	1,471	+ 12
53.27,2	1,150	1,517	+ 4
47.21,3	1,011	1,545	— 3
40.59,5	0,908	1,567	— 8
27.34,7	0,774	1,599	+ 1
Valor medio (O — C) . . .			± 5

Picco. Mattina
$\log q = 0{,}2633 - [9{,}4119]\log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
71°1′,2	1,973	1,384	— 5
68.29,4	1,754	1,412	— 2
62. 5,8	1,377	1,467	+ 2
55.11,1	1,132	1,508	+ 11
42. 5,4	0,870	1,560	0
28.53,7	0,738	1,590	— 12
5. 1,0	0,649	1,612	+ 4
Valor medio (O — C) . . .			± 5

Pomeriggio
$\log q = 0{,}2765 - [9{,}4707]\log(1+\varepsilon)$

9°51′,9	0,697	1,617	— 1
26. 2,7	0,763	1,599	— 19
39.14.5	0,883	1,568	+ 14
52.35,2	1,127	1,512	+ 15
58.51,9	1,324	1,473	0
66.21,5	1,703	1,409	— 14
69.45,3	1,970	1,370	+ 4
Valor medio (O — C) . . .			± 10

Pomeriggio (escl. le 4 ultime osserv.)
$\log q = 0{,}2761 - [9{,}4677]\log(1+\varepsilon)$

5°1′,0	0,649	1,630	— 14
26.15,7	0,721	1,611	+ 4
39.53,5	0,842	1,579	+ 5
51.43,2	1,042	1,531	+ 11
64.39,7	1,504	1,443	— 1
71.14,2	1,995	1,369	— 6
Valor medio (O — C) . . .			± 7

27 giugno.

Alta Vista. Mattina (escl. la prima osserv.)
$\log q = 0{,}2726 - [9{,}4691]\log(1+\varepsilon)$

73°21′,8	2,354	1,312	— 4
68. 5,4	1,813	1,381	— 2
61.14,8	1,411	1,445	+ 3
55.13,1	1,190	1,487	+ 13
42. 7,4	0,916	1,547	0
29. 9,6	0,780	1,581	+ 2
5. 6,0	0,684	1,607	— 13
Valor medio (O — C) . . .			± 5

Picco. Mattina
$\log q = 0\,2786 - [9{,}4765]\log(1+\varepsilon)$

71°27′,2	2,016	1,365	— 5
68.30,4	1,754	1,403	— 1
59.19,0	1,264	1,487	— 1
54. 8,2	1,102	1,521	+ 8
48.52,3	0,982	1,547	+ 7
40.35,5	0,851	1,579	+ 2
27.36,7	0,729	1,612	+ 1
5. 1,0	0,649	1,635	— 11
Valor medio (O — C) . . .			± 4

27 giugno.

Alta Vista. Pomeriggio

$\log q = 0{,}2598 - [9{,}4263] \log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
5° 6′,0	0,684	1,583	+ 11
26. 4,7	0,757	1,565	+ 2
39.16,5	0,879	1,538	— 10
41.15,4	0,904	1,532	— 4
53.16,1	1,136	1,486	— 1
58.40,9	1,305	1,456	— 4
64.27,7	1,573	1,415	+ 7

Valor medio (O — C) . . . ± 4

Picco. Pomeriggio (escl. le 4 ultime osserv.)

$\log q = 0{,}2707 - [9{,}4382] \log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
5° 1′,0	0,649	1,626	— 2
25.37,7	0,717	1,608	+ 8
38.36,5	0,826	1,582	— 9
46.34,2	0,938	1,556	+ 6
52.24,2	1,057	1,530	— 9
59.45,0	1,277	1,488	+ 11
65.57,6	1,579	1,439	— 5

Valor medio (O — C) . . . ± 7

29 giugno.

Cañada. Mattina

$\log q = 0{,}2835 - [9{,}5173] \log(1+\varepsilon)$

79° 47′,0	4,312	1,109	— 23
74.26,4	2,895	1,228	+ 7
68. 8,2	2,097	1,324	+ 19
61.43,7	1,653	1,393	+ 20
55.15,0	1,375	1,445	+ 27
42. 9,4	1,058	1,515	+ 1
28.57,6	0,898	1,556	— 10
5.16,9	0,789	1,586	— 41

Valor medio (O — C) . . . ± 19

Alta Vista. Mattina (escl. la prima osserv.)

$\log q = 0{,}2848 - [9{,}4829] \log(1+\varepsilon)$

79° 59′,4	3,833	1,191	— 9
74.14,7	2,495	1,317	0
66.51,5	1,735	1,419	+ 23
60.52,9	1,404	1,476	+ 9
53.44,1	1,155	1,526	+ 7
40.24,5	0,899	1,585	— 4
27.25,7	0,771	1,619	— 14
5. 7,0	0,688	1,943	— 12

Valor medio (O — C) . . . ± 10

Pomeriggio (escl. le 3 ultime osserv.)

$\log q = 0{,}2993 - [9{,}6357] \log(1+\varepsilon)$

5° 16′,9	0,789	1,549	— 4
26. 6,7	0,875	1,518	+ 43
38.51,4	0,984	1,481	— 3
52.26,1	1,287	1,393	— 26
58.42,8	1,509	1,338	— 26
64.56,5	1,848	1,267	— 2
71. 5,2	2,406	1,173	+ 21

Valor medio (O — C) . . . ± 18

Pomeriggio

$\log q = 0{,}2731 - [9{,}4525] \log(1+\varepsilon)$

5° 7′,0	0,688	1,617	+ 14
37.59,5	0,868	1,571	— 11
45.40,4	0,980	1,545	— 11
51.47,2	1,106	1,518	+ 1
58.55,9	1,324	1,476	+ 4
65.34,6	1,650	1,423	+ 5
68.59,3	1,899	1,387	— 1

Valor medio (O — C) . . . ± 7

2 luglio.

Guimar. Mattina

$\log q = 0{,}3048 - [9{,}6923] \log(1+\varepsilon)$

81° 17′,5	6,149	0,766	— 36
75. 7,7	3,715	0,940	+ 47
68.11,8	2,585	1,076	+ 19
62.12,4	2,065	1,162	+ 27
56.22,7	1,740	1,228	+ 7
42.25,2	1,307	1,337	— 10
30.46,5	1,125	1,392	— 28
5.26,9	0,970	1,444	— 25

Valor medio (O — C) . . . ± 25

Alta Vista. Mattina

$\log q = 0{,}2821 - [9{,}5187] \log(1+\varepsilon)$

83° 32′,6	5,731	1,020	— 4
80.30,2	4,033	1,123	+ 14
74.30,7	2,542	1,261	— 20
67.33,5	1,791	1,364	+ 10
60.16,9	1,382	1,437	0
54.26,1	1,180	1,480	+ 10
40.12,5	0,858	1,550	— 2
27.40,7	0,775	1,584	— 22
5.26,9	0,690	1,610	+ 12

Valor medio (O — C) . . . ± 10

2 luglio.

Guimar. Pomeriggio

$\log q = 0{,}2975 - [9{,}6986] \log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
° ′			
5.26,9	0,970	1,414	+ 5
27.27,6	1,088	1,373	— 9
38.53,3	1,239	1,322	+ 3
52.28,9	1,583	1,235	+ 1
58.46,6	1,859	1,174	— 1
64.47,2	2,258	1,100	+10
71.34,4	3,030	0,989	— 6

Valor medio (O — C) . . . ± 5

Alta Vista. Pomeriggio

$\log q = 0{,}2743 - [9{,}4402] \log(1+\varepsilon)$

z app.	ε	q_c	$q_o - q_c$
° ′			
5.26,9	0,690	1,627	— 5
26.21,7	0,766	1,608	— 5
39.20,5	0,888	1,579	+ 6
45.55,3	0,986	1,557	+ 2
52.42,2	1,131	1,527	+ 6
59.10,9	1,338	1,488	+ 1
65.38,6	1,658	1,436	— 3
67.59,4	1,822	1,413	— 2

Valor medio (O — C) . . . ± 4

3 luglio.

Guimar. Mattina

$\log q = 0{,}2818 - [9{,}6488] \log(1+\varepsilon)$

° ′			
82.56,3	7,418	0,741	— 20
81.19,4	6,146	0,797	— 1
74.31,8	3,567	0,973	+19
68.24,8	2,599	1,081	+22
62.13,3	3,056	1,163	+27
55.31,7	1,696	1,230	+22
42.27,2	1,301	1,320	— 27
29. 1,5	1,100	1,375	— 12
5.26,9	0,966	1,416	— 31

Valor medio (O — C) . . . ± 20

Alta Vista. Mattina

$\log q = 0{,}3110 - [9{,}5775] \log(1+\varepsilon)$

° ′			
86 19,5	9,062	0,855	— 39
80.44,1	4,106	1,105	+33
74.18,7	2,496	1,275	+65
68. 0,4	1,812	1,385	+36
61. 9,8	1,411	1,468	+19
55. 6,1	1,191	1,522	+ 3
42.13,4	0,920	1,600	— 20
27.29,7	0,769	1,649	— 38
5.23,9	0,685	1,680	— 63

Valor medio (O — C) . . . ± 39

Guimar. Pomeriggio

$\log q = 0{,}2922 - [9{,}7164] \log(1+\varepsilon)$

° ′			
5.26,9	0,966	1,378	+ 7
25.57,6	1,070	1,342	— 18
39. 9,3	1,240	1,288	— 13
51.50,9	1,555	1,203	+17
58.34,6	1,841	1,138	+12
64.35,2	2,234	1,064	+ 8
71.25,4	2,995	0,953	— 12

Valor medio (O — C) . . . ± 12

Alta Vista. Pomeriggio

$\log q = 02740 - [7{,}4525] \log(1+\varepsilon)$

° ′			
5.23,9	0,685	1,617	— 4
25. 4,7	0,754	1,608	+ 5
39. 9,5	0,879	1,580	+ 9
46.24,3	0,989	1,539	— 7
51.38,2	1,098	1,520	— 3
59. 0,9	1,322	1,479	0
64.35,6	1,585	1,440	+ 5
68.25,4	1,845	1,394	— 3

Valor medio (O — C) . . . ± 4

Come si vede, in quindici delle venti serie d'osservazioni considerate la formola di Crova fornisce una rappresentazione del tutto soddisfacente dei valori osservati q_0 della intensità della radiazione, poichè le medie dei valori Oss. — Calc. non superano in generale *un centesimo* di caloria.

4. *Ragguaglio con altre formole empiriche.* — In cinque serie però, e precisamente nelle due ottenute a Cañada il giorno 29 giugno (mattina e pomeriggio) e nelle tre serie di osservazioni ottenute rispettivamente a Guimar nei giorni 2 e 3 luglio (matt.) e in Alta Vista il 3 luglio (matt.), si ottengono residui piuttosto rilevanti (da 3 fino a 6 centesimi di caloria in media) e con andamento decisamente sistematico. Anche i residui lasciati dalle osservazioni del 25 giugno (pomer.) e del 27 giugno (matt.) al Picco, nonchè quelle del 27 giugno (matt. e pomer.) e del

29 giugno (matt.) in Alta Vista, pur non superando in media il centesimo di caloria, dimostrano però un andamento sistematico, prevalendo i residui negativi in principio e in fine alla serie e i residui positivi verso il mezzo (o viceversa). Nei casi in questione dunque la formola (2) di Crova non si adatta bene alla curva della radiazione, pur determinando le relative costanti col metodo dei minimi quadrati, e conviene ricorrere ad altre formole empiriche per avere una rappresentazione migliore. Per questo abbiamo provato anzitutto le formole ben note di Bartoli

$$(3) \qquad q = q_0\,\varepsilon^{-n} \quad \text{ovvero} \quad \log q = a - b\log\varepsilon \qquad \begin{pmatrix} a = \log q_0 \\ b = n \end{pmatrix}$$

e di Pouillet

$$(4) \qquad q = q_0\,p^{\varepsilon} \quad \text{ovvero} \quad \log q = a_1 - b_1\,\varepsilon \qquad \begin{pmatrix} a_1 = \log q_0 \\ b_1 = -\log p \end{pmatrix}.$$

Non avendo ottenuto neppure con queste formole risultati pienamente soddisfacenti, abbiamo cercato di rappresentare i residui (O — C) mediante serie di seni e coseni procedenti secondo multipli convenienti della distanza zenitale z; ma trovando poi questo metodo eccessivamente laborioso e poco adatto al nostro scopo, pensammo infine di modificare opportunamente una delle tre formole citate (di Crova, di Bartoli, di Pouillet), aggiungendovi un altro parametro, che servisse a renderle *più pieghevoli*, ossia meglio adattabili alle curve risultanti dall'osservazione. La formola definitivamente assunta, e già comunicata in precedenti lavori (1), è

$$(5) \qquad \log q = a_2 - b_2\,\varepsilon^n,$$

a_2, b_2, n essendo costanti da scegliere convenientemente, in modo da ottenere l'accordo migliore fra il calcolo e l'osservazione. Per $n = 1$ si ha la formula di Pouillet, ma per il nostro scopo bisogna prendere valori minori di 1 e in generale poco diversi da 0,7. In un solo caso (osservazioni del 29 giugno, pomer. in Cañada) dovemmo ricorrere ad un valore di n notevolmente minore di 0,7. Comunico nei prospetti seguenti, a guisa di saggio, le varie formole empiriche trovate e i corrispondenti valori Oss. — Calc. (in millesimi di piccola caloria), per quanto in definitiva solo le rappresentazioni migliori corrispondenti alla ultima formola (5) siano state applicate nei calcoli seguenti. In tutti i casi le costanti a e b vennero ottenute, applicando il metodo dei minimi quadrati; in qualche caso poi vennero aggiunti piccoli termini additivi per rendere sensibilmente nulla la somma dei valori: Oss. — Calc. (2); in

(1) XII, A. Bemporad, *Saggio di una nuova formola empirica per rappresentare il modo di variare della radiazione solare col variare dello spessore atmosferico attraversato dai raggi.* Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, vol. XVI, 1907. — A. Bemporad e A. Cavasino, *Misure actinometriche eseguite nel R. Osserv. di Catania dal luglio 1904 all'agosto 1905.* Mem. della Soc. degli Spettrosc. ital., vol. XXXVI, 1907.

(2) Poichè le equazioni di condizione per la determinazione delle costanti a e b in tutte le formole in questione contengono come termine noto il logaritmo dell'intensità osservata q e non l'intensità medesima, così la somma dei residui Oss. — Calc. risulta sensibilmente nulla solo per i valori di $\log q$ e non (in generale) per i valori di q. Per soddisfare a quest'ultima condizione occorre quindi talvolta aggiungere alla formola ottenuta col metodo dei m. q. un piccolo termine additivo convenientemente scelto.

qualche altro caso infine venne esclusa per la determinazione delle costanti qualcuna delle osservazioni, dopo che il calcolo preliminare fondato su tutte le osservazioni ne aveva fatto riconoscere la convenienza.

Osservazioni del 25 giugno (pomer.) al Picco.

Formola di ragguaglio:

$$\log q = 0{,}2469 - [8{,}7545]\,\varepsilon$$

Valori dei residui:

$-6 \quad +8 \quad +3 \quad +1 \quad -8 \quad +3 \qquad \text{Media } \pm 5$

Osservazioni del 27 giugno (matt.) al Picco.

Formola di ragguaglio:

$$\log q = 0{,}2559 - [8{,}8187]\,\varepsilon^{0{,}9}$$

Valori dei residui:

$+4 \quad 0 \quad -9 \quad +1 \quad +1 \quad 0 \quad +5 \quad -3 \qquad \text{Media } \pm 3$

Osservazioni del 27 giugno (matt.) in Alta Vista.

Formola di ragguaglio:

$$\log q = 0{,}2458 - [8{,}7832]\,\varepsilon^{0{,}9}$$

Valori dei residui:

$+6 \quad -8 \quad -7 \quad +5 \quad -1 \quad +8 \quad -1 \qquad \text{Media } \pm 5$

Osservazioni del 27 giugno (pomer.) in Alta Vista.

Formole di ragguaglio:

I $\log q = 0{,}2948 - [9{,}0608]\,\sqrt{\varepsilon}$

II $\log q = 0{,}3287 - [9{,}1737]\,\varepsilon^{0{,}4}$

III $\log q = 0{,}3554 - [9{,}2456]\,\sqrt[3]{\varepsilon}$ prescelta perchè lascia i residui più piccoli

IV $\log q = 0{,}4053 - [9{,}3545]\,\sqrt[4]{\varepsilon}$

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	$+10$	$+1$	-10	-5	-2	-5	$+8$	Media ± 6
(II)	$+7$	0	-10	-5	0	-2	$+10$	» ± 5
(III)	$+8$	$+1$	-9	-3	0	-3	$+7$	» ± 4
(IV)	$+11$	$+3$	-8	-2	0	-5	$+3$	» ± 5

Osservazioni del 29 giugno (matt.) in Cañada.

Formole di ragguaglio:

(I) $\text{Num log}\,\{0{,}2835 - 9{,}5173\log(1+\varepsilon)\}\,+$
$+[8^n{,}2424]\sin 4z + [8^n{,}3652]\cos 4z - 0{,}006$

(II) $\log q = 0{,}2489 - [8{,}8217]\,\varepsilon^{0{,}8}$ (prescelta, perchè più semplice)

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	− 10	+ 9	+ 9	+ 1	+ 5	− 13	+ 2	− 7	Media ± 7
(II)	+ 1	− 6	− 3	+ 1	+ 16	+ 4	+ 4	− 18	» ± 7

Osservazioni del 29 giugno (pomer.) in Canada
(escluse sempre le tre ultime osservazioni).

Formole di ragguaglio:

(I) $\log q = 0{,}2872 - [9{,}6086] \log(1 + \varepsilon)$ (con esclusione della seconda osserv.)
(II) $\log q = 0{,}3458 - [9{,}7446] \log(1 + \varepsilon)$ (con esclusione dell'osserv. meridiana)
(III) $\log q = 1{,}1807 - [0{,}0066]\, \varepsilon^{0,1}$ (con esclusione della seconda osservazione).
L'ultima formola è stata prescelta, perchè dà i residui più piccoli.

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	+ 15	(+ 57)	+ 11	− 18	− 22	− 1	+ 16	Media ± 14
(II)	(− 60)	− 3	− 37	− 67	− 18	+ 25	+ 71	» ± 38
(III)	0	(+ 52)	+ 11	− 11	− 18	+ 3	+ 14	» ± 9

Osservazioni del 29 giugno (matt.) in Alta Vista.

Formole di ragguaglio:

(I) $\log q = 0{,}3168 - [9{,}0926]\, \varepsilon^{0,5}$
(II) $\log q = 0{,}2906 - [8{,}9881]\, \varepsilon^{0,6}$ (prescelta, perchè lascia i residui più piccoli)
(III) $\log q = 0{,}2677 - [8{,}8814]\, \varepsilon^{0,7}$

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	− 5	− 5	+ 17	+ 6	+ 6	− 2	− 9	− 6	Media ± 7
(II)	0	− 8	+ 12	+ 1	+ 4	− 1	− 7	− 1	» ± 4
(III)	+ 2	− 11	+ 11	+ 1	+ 7	+ 7	+ 4	− 20	» ± 8

Osservazioni del 2 luglio (matt.) in Guimar.

Formole di ragguaglio:

(I) $q = \text{Num log}\,\{0{,}3048 - [9{,}6923] \log(1 + \varepsilon)\} + [8^n{,}3602] \sin 4z + 7^n{,}8795 \cos 4z + 0{,}008$
(II) $\log q = 0{,}2546 - [9{,}0346]\, \varepsilon^{0,7}$ (senza esclusione di osservazioni)
(III) $\log q = 0{,}2566 - [9{,}0433]\, \varepsilon^{0,7}$ (escludendo la seconda osservazione). Formola prescelta, perchè lascia i residui più piccoli.

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	+ 25	+ 39	+ 5	+ 11	− 7	− 5	− 5	− 2	Media ± 14
(II)	− 9	+ 29	− 12	+ 1	− 10	− 3	− 7	+ 12	» ± 10
(III)	+ 1	(+ 36)	− 6	+ 6	− 6	− 1	− 6	+ 12	» ± 5

Osservazioni del 3 luglio (matt.) in Guimar.

Formole di ragguaglio:

(I) $$q = \text{Num log}\{0{,}2818 - [9{,}6488]\log(1+\varepsilon)\}+ \\ +[8^n{,}3586]\sin 4z + [8^n{,}0487]\cos 4z - 0{,}007$$

(II) $$\log q = 0{,}2032 - [8{,}8505]\,\varepsilon^{0{,}8}$$

(III) $$\log q = 0{,}2271 - [8{,}9627]\,\varepsilon^{0{,}7}$$ (prescelta perchè più semplice).

Valori dei residui corrispondenti alle singole formole:

(I)	−14	+2	+11	+ 7	+9	+5	−27	+11	− 5	Media ± 10
(II)	+11	+2	−24	−22	−4	+7	−12	+24	+23	» ± 14
(III)	+ 7	+2	−16	−14	+1	+9	−15	+17	+12	» ± 10

Osservazioni del 3 luglio (matt.) in Alta Vista.

Formole di ragguaglio:

(I) $$q = \text{Num log}\{0{,}3110 - [9{,}5775]\log(1+\varepsilon)\}+ \\ +[8^n{,}5792]\sin 4z + [7^n{,}9526]\cos 4z + 0{,}012$$

(II) $$q = \text{Num log}\{0{,}2245 - [8{,}5535]\,\varepsilon\{+ \\ +[8{,}4752]\sin 4z + [8{,}1711]\sin 8z + 0{,}011$$

(III) $$\log q = 0{,}2699 - [8{,}8868]\,\varepsilon^{0{,}7}$$ (prescelta perchè lascia i residui più piccoli).

Valori dei residui corrispondenti alle singoli formole:

(I)	−28	+29	+37	+10	−7	−16	−10	+17	−29	Media ± 20
(II)	+25	−37	+ 2	− 3	−2	− 2	+14	− 1	0	» ± 10
(III)	+ 4	−17	+11	− 1	+1	+ 2	+ 5	+ 5	− 8	» ± 6

Come appare da questi dati, la formola (5) riesce sempre allo scopo di fornire una rappresentazione soddisfacente, vale a dire priva di deviazioni sistematiche, delle osservazioni, ciò che non accade invece in generale per alcun'altra delle già citate formole (2), (3), (4) di Crova, di Bartoli e di Pouillet. In qualche caso tuttavia (come per Alta Vista, il 27 giugno pomer.) rimane sempre anche colla formola (5) un andamento decisamente sistematico dei residui. Questo è uno dei casi in cui forse sarebbe preferibile il ragguaglio grafico.

5. *Ragguaglio grafico.* — Come abbiamo già accennato sopra, ricorremmo in qualche caso anche alla rappresentazione grafica delle osservazioni per ricavare il valore della intensità della radiazione corrispondente ad una data distanza zenitale. La rappresentazione venne ottenuta, tendendo una lamina flessibile fra i punti rappresentativi delle singole osservazioni di ciascuna serie, e tracciando lungo questa lamina una curva, colla condizione che risultasse prossimamente uguale la somma degli scarti delle ordinate dei punti situati da una parte e dall'altra della curva. Il ragguaglio grafico fornisce, come vedremo, risultati praticamente identici a quelli che dà (con lavoro molto maggiore) il ragguaglio numerico colla formola (5), e può

quindi utilmente adoperarsi a scopo di controllo, mentre per le riduzioni definitive è opportuno attenersi al solo ragguaglio numerico, che presenta maggiori garanzie di *impersonalità*. Non è da tacere peraltro, che il ragguaglio numerico, pur evitando, fino a un certo segno, l'intervento personale di chi riduce le osservazioni, introduce quasi sempre un elemento *sistematico*, che può bene spesso trovarsi in contraddizione colle osservazioni stesse, e in tal caso potrebbe meritare la preferenza il ragguaglio grafico. Così p. es. tutte le ordinarie formole empiriche, come le quattro da noi considerate sopra, fanno corrispondere di necessità il massimo della radiazione alla massima altezza del Sole; mentre non è raro il caso, che questo massimo abbia luogo un'ora o due dopo la culminazione, o anche prima, e possono anche aversi massimi secondarî, e così via. In questi casi, non solo le varie formole accennate, ma *qualsiasi formola*, in cui figuri come variabile indipendente la *distanza zenitale*, non è in grado di rappresentar bene la curva della radiazione, e bisogna: o ridurre separatamente le osservazioni antimeridiane e le pomeridiane, lasciando in generale una discontinuità in corrispondenza alla culminazione (così abbiamo proceduto nei nostri ragguagli); o contentarsi di una curva rappresentativa, che lasci da una parte tutti (o quasi tutti) i punti corrispondenti alle osservazioni antimeridiane e dall'altra tutti o quasi tutti i punti corrispondenti alle osservazioni pomeridiane, se si vogliono rappresentare tutte le osservazioni di uno stesso giorno con una sola, anzichè con due curve distinte, al fine di evitare l'accennata discontinuità. L'una e l'altra soluzione presentano evidentemente gravi inconvenienti, che solo il ragguaglio grafico è capace di evitare in modo semplice (cfr. ad es. curve dei valori del coefficiente d'assorbimento ottenute mediante ragguaglio numerico e grafico per Alta Vista, 27 giugno, tav. I, § 10).

CAPITOLO II.

Calcolo delle rifrazioni subite dai raggi e delle masse d'aria da questi attraversate fra le altezze di due stazioni.

6. *Principio del metodo di riduzione qui seguito.* — Se consideriamo (vedi fig. 1) due raggi r, r_1 incidenti in due stazioni C ed E a differente livello, con tal

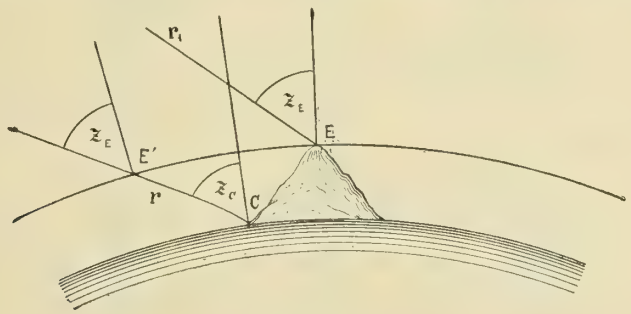


Fig. 1.

condizione che i due raggi incontrino sotto un medesimo angolo z_E la superficie di

livello passante per la stazione più elevata E, e supponiamo di conoscere le intensità della radiazione q_C e q_E osservate per questi due raggi in C e in E rispettivamente, poichè l'intensità della radiazione in E′ per condizioni normali dell'atmosfera terrestre è da ammettere uguale all'intensità q_E del raggio r_1 osservato in E (ad uguale altezza e sotto uguale incidenza), così potremo dire di conoscere di quanto vien ridotta l'intensità del raggio r nel passare da E′ in C; e conoscendo altresì la massa d'aria attraversata lungo questo percorso, potremo anche calcolare il coefficiente d'assorbimento medio corrispondente al detto percorso. Ora, il problema di calcolare per una data distanza zenitale apparente z_C, in una data stazione C, la corrispondente distanza zenitale apparente z_E all'altezza di un'altra stazione E e la massa d'aria attraversata fra le due altezze venne da me già risoluto in un precedente lavoro (Memoria X, citata nella Introd.), prevedendo il caso di stazioni ad altezze quali si vogliano fra il mare e 5000^m e di distanze zenitali fra 0° e 89°. E poichè d'altra parte i precedenti ragguagli ci permettono anche di determinare per distanze zenitali quali si vogliano (entro certi limiti) i corrispondenti valori della intensità della radiazione in ciascuna delle stazioni, così possiamo dire d'aver tutti gli elementi per ricavare dalle osservazioni di Ångström il coefficiente d'assorbimento medio corrispondente a raggi, che attraversino con inclinazioni diverse lo strato d'aria compreso fra due date stazioni.

7. *Riduzione delle distanze zenitali apparenti da una stazione all'altezza di un'altra.* — Per eseguire l'accennata riduzione delle distanze zenitali apparenti da una stazione all'altezza di un'altra, abbiamo cominciato dal ricavare dalla tavola II del lavoro ora citato (X) le riduzioni di varie distanze zenitali dal livello del mare all'altezza delle singole stazioni: Guimar, Cañada, Alta Vista, Picco di Teyde, ottenendo i valori raccolti nel seguente quadro.

Riduzione delle distanze zenitali apparenti dal mare all'altezza di:

	Guimar (360^m)	Canada (2125^m)	Alta Vista (3252^m)	Picco di Teyde (3683^m)
z	Δz	Δz	Δz	Δz
°	′	′	′	′
50	— 0,2	— 1,1	— 1,7	— 2,0
60	0,3	1,6	2,5	2,9
65	0,3	2,0	3,1	3,6
70	0,4	2.5	4,0	4,5
71	0,5	2,7	4,2	4,8
72	0,5	2,9	4.5	5,1
73	0,6	3,1	4,8	5,4
74	0,6	3,3	5,1	5,8
75	0,6	3,5	5,4	6,2
76	0,6	3,8	5,8	6,6
77	0,7	4,0	6,3	7,2
78	0,7	4,4	6,8	7,8
79	0,8	4,9	7,5	8,6
80	0,8	5,4	8,2	9,4
81	1,0	5,9	9,1	10,4
82	1,2	6,7	10,3	11,7
83	1,3	7,6	11,7	13,3
84	1,5	8,9	13,6	15,5
85	1,8	10,6	16,2	18,4
86	2,2	13,2	20,0	22,7

Ricavando poi da questa tabella la inversa, cioè quella che serve alla riduzione della distanza zenitale da una data stazione al mare, e combinando opportunamente la tabella inversa corrispondente ad una stazione A con quella diretta corrispondente ad una stazione B, abbiamo ricavato la seguente tabella di riduzione delle distanze zenitali z da ogni singola stazione A ad un'altra B (per le combinazioni che qui accade di considerare).

Tabella per la riduzione della distanza zenitale apparente

	da Guimar ad Alta Vista	da Cañada ad Alta Vista	da Alta Vista al Picco
z	Δz	Δz	Δz
°	′	′	′
50	— 1,5	— 0,6	— 0,3
60	2,3	0,9	0,4
65	2,8	1.1	0,5
70	3,6	1,5	0,5
71	3,7	1,5	0,6
72	4,0	1,6	0,6
73	4,2	1,7	0,6
74	4,5	1,8	0,7
75	4,8	1,9	0,8
76	5,2	2,0	0,9
77	5,6	2,3	1,0
78	6,1	2,5	1,0
79	6,7	2,7	1,1
80	7,4	2,9	1,2
81	8,1	3,2	1,2
82	9,1	3,6	1,4
83	10,4	4,1	1,7
84	12,1	4,8	2,0
85	14,5	5,8	2,4
86	17,9	7,3	3,0
87	—	—	3,8
88	—	—	5,5

Così per ogni data distanza zenitale in una stazione si ricava agevolmente, mediante interpolazione, il valore della distanza zenitale corrispondente all'altezza di un'altra stazione. Applicando direttamente la tavola II del lavoro citato sopra (X) si deve ricorrere invece ad una duplice interpolazione (nel senso dell'altezza H e nel senso della distanza zenitale z) più laboriosa di quella semplice, che si richiede coll'uso della precedente tabella, ma in compenso più esatta. Così noi abbiamo applicato effettivamente la presente tabella solo a scopo di controllo, e le riduzioni date nei quadri del seguente paragrafo s'intendono ottenute direttamente dalla tav. II suaccennata. Del resto il divario fra i due procedimenti non supera mai 0',1, ed è quindi praticamente del tutto trascurabile.

8. *Calcolo delle masse d'aria (spessori atmosferici) attraversate dai raggi fra le altezze di due stazioni.* — Per il calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi incidenti in una data stazione fra il livello di questa e quello dell'altra stazione, abbiamo anzitutto ridotto al mare nel modo indicato nel precedente paragrafo le distanze zenitali corrispondenti alle singole osservazioni. Coi valori z_0 così ottenuti e colle altezze note H_1, H_2 delle stazioni in questione, abbiamo ricavato dalla tavola I del lavoro più volte citato (X) i valori delle masse d'aria $F(z_0, H_1)$,

$F(z_0 , H_2)$ attraversate dai raggi fra il mare e le altezze delle due stazioni rispettivamente e quindi le masse d'aria

$$M_0 = F(z_0 , H_2) - F(z_0 , H_1)$$

attraversate fra le altezze delle due stazioni. Questi valori corrispondono però alle condizioni normali di temperatura e pressione (0° e 760^{mm} al mare), per le quali è calcolata la nostra tavola I, mentre nelle osservazioni attuali si presentano temperature al mare ben diverse dallo zero. Volendo procedere quindi con tutto il rigore desiderabile, è necessario applicare ai valori ricavati dalla tavola I le debite rettificazioni dipendenti dai valori effettivamente osservati della temperatura *in ambedue le stazioni*. Poichè inoltre questi valori effettivamente osservati determinano in generale un valore del gradiente termico diverso da quello da noi assunto come normale (— 6°,2 per km.), così sarà necessaria un'altra correzione dipendente dal gradiente, affine di evitare eventuali contraddizioni fra i nostri numeri. Per questa duplice rettificazione relativa alla temperatura e al suo gradiente in altezza abbiamo prima determinato il valore del gradiente dalla media delle temperature osservate nelle due stazioni (escluse al solito le osservazioni eseguite in una sola stazione, senza corrispondenza nell'altra). Con questo valore del gradiente abbiamo ricavato dalle medie delle temperature effettivamente osservate nelle due stazioni (seconda colonna delle tabelle del § 1) la corrispondente temperatura media t_0 al mare, *nell'ipotesi che il gradiente avesse lo stesso valore negli strati d'aria sottostanti come nello strato compreso fra le due stazioni.* Beninteso i valori della temperatura al mare ricavati in base alle temperature osservate in due stazioni molto elevate possono riuscire molto incerti, soprattutto nel caso delle due stazioni più elevate (Alta Vista e Picco); ma a noi basta che la costituzione ipotetica dell'atmosfera si accordi soddisfacentemente con quella effettiva solo nello strato d'aria compreso fra le due stazioni considerate. Coi valori di t_0 ottenuti nel modo anzidetto e con quelli noti delle distanze zenitali apparenti z_0 delle singole osservazioni e delle altitudini H_1 , H_2 delle due stazioni, abbiamo calcolato le rettificazioni dipendenti *dalla temperatura al mare* nella forma

$$\Delta_t M = (\Delta_t M)_1 + (\Delta_t M)_2 = -[a(z_0 , H_2) - a(z_0 , H_1)]\frac{t_0}{10} + \\ + [b(z_0 , H_2) - b(z_0 , H_1)]\frac{t_0^2}{100},$$

dove i coefficienti a e b s'intendono ricavati cogli argomenti z_0 , H_1 , H_2 dalle tavole III_a , III_b del lavoro più volte citato (X, pp. 316, 322). Finalmente le rettificazioni $\Delta_\beta M$ dipendenti dal valore effettivo del gradiente β vennero ricavate da tavole appositamente calcolate per i gradienti 0° , — 1° , ... , — 6° e comunicate in appendice al presente lavoro (argomenti β , z , H_1 , H_2).

Avremmo potuto calcolare in modo analogo le rettificazioni dipendenti dalla pressione, ricavando il valore effettivo di questa al mare dai valori osservati nelle due stazioni e dagli altri elementi noti (temperature e altitudini); ma varî calcoli eseguiti a tale intento ci hanno mostrato, che le differenze dei valori della pressione

al mare dal valore normale (760) furono nei giorni in questione così piccole da non meritare speciale considerazione, molto più che le rettificazioni di pressione, essendo semplicemente proporzionali alle masse d'aria attraversate dai raggi (1), nulla possono alterare delle relazioni essenzialmente qualitative, che a noi preme di stabilire.

Così i valori definitivi M delle masse d'aria attraversate dai raggi fra le altezze di due stazioni, vennero da noi calcolati nella forma

$$M = M_0 + (\Delta_t M)_1 + (\Delta_t M)_2 + \Delta_\beta M ,$$

ottenendosi i singoli termini del secondo membro nel modo ora accennato.

Si potrebbe ritenere del tutto sufficiente per il nostro scopo il calcolo di queste masse M in corrispondenza ai dati (z , t) di una sola delle stazioni, p. es. della stazione inferiore. Così però non verrebbero trattate in modo simmetrico tutte le osservazioni, e non verrebbero rilevate le eventuali contraddizioni, che possono nascere, e nascono effettivamente, nell'applicare il metodo in maniere diverse, e che occorre invece rilevare al giusto grado, perchè non appaia esagerata la precisione dei risultati finali. Per la simmetria dunque e per il controllo mutuo dei risultati ottenuti nei diversi modi, abbiamo calcolato le masse d'aria $M = M(z , t)$ attraversate dai raggi fra le altezze di due determinate stazioni, partendo una volta dai dati della stazione inferiore e una volta dai dati della stazione superiore. Comunichiamo nei quadri seguenti i dati principali relativi al calcolo delle masse M e alla riduzione delle distanze zenitali da una stazione all'altezza di un'altra.

(1) Cfr. X, pag. 270.

Calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Alta Vista, il 25 giugno, fra le altezze di Alta Vista ($H_3 = 3252^m$) e del Picco ($H_4 = 3683^m$) e riduzione delle distanze zenitali dei raggi medesimi all'altezza del Picco.

t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Alta Vista) $+18°,77$
t_P (media delle temperature corrispondenti alle 12 osservazioni scelte al Picco) $+16\ ,18$
β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) $-\ 6\ ,02$
t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) $+38\ ,35$

z app. Alta Vista	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. al Picco)	$F(z_0, H_3)$	$F(z_0, H_4)$	M_0	$a_4 - a_3$	$b_4 - b_3$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
72°53',9	72°58',7	72°53',3	1,172	1,300	0,128	29	1	− 11	+1	0	0,118
67.25,5	67.29,0	67.25,0	0,897	0,995	0,098	24	1	− 9	+1	0	0,090
60.48,9	60.51,4	60.48,5	0,705	0,782	0,077	18	0	− 7	0	0	0,070
53.27,2	53.29,2	53.26,9	0,577	0,641	0,064	15	0	− 6	0	0	0,058
47.21,3	47.23,0	47.21,2	0,507	0,563	0,056	12	0	− 5	0	0	0,051
40.59,5	41. 0,9	40,59,3	0,456	0,505	0,049	11	0	− 4	0	0	0,045
27.34,7	27.35,6	27.34,7	0,387	0,430	0,043	9	0	− 3	0	0	0,040
9.51,9	9.52,1	9.51,9	0,349	0,389	0,040	9	0	− 3	0	0	0,037
26. 2,7	26. 3,5	26. 2.7	0,382	0,424	0,042	9	0	− 3	0	0	0,039
39.14,5	39.15,9	39.14,3	0,444	0,492	0,048	11	0	− 4	0	0	0,044
52.35,2	52 37,1	52.34,9	0,566	0,628	0,062	14	0	− 5	0	0	0,057
58.51,9	58.54,3	58.51,5	0,665	0,737	0,072	16	0	− 6	0	0	0,066
66.21,5	66.24,9	66.21,0	0,858	0,951	0,093	22	1	− 8	+1	0	0,086
69.45,3	69.49,3	69.44,8	0,995	1,103	0,108	24	1	− 9	+1	0	0,100

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati al Picco, il 25 giugno, fra le altezze del Picco e di Alta Vista, e riduzione delle distanze zenitali dei raggi medesimi all'altezza di Alta Vista.

t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Alta Vista) $+18°,77$
t_P (media delle temperature corrispondenti alle 12 osservazioni scelte al Picco) $+16\ ,18$
β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) $-\ 6,02$
t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) $+38\ ,35$

z app. al Picco	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. ad A. Vista)	$F(z_0, H_3)$	$F(z_0, H_4)$	M_0	$a_4 - a_3$	$b_4 - b_3$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
71° 1',2	71° 6',0	71° 1',8	1,059	1,175	0,116	26	1	−10	+1	0	0,107
68.29,4	68.33,6	68.29,9	0,939	1,039	0,100	24	1	− 9	+1	0	0,092
62. 5,8	62. 8,9	62. 6,2	0,736	0,815	0,079	19	0	− 7	0	0	0,072
55.11,1	55.13,5	55.11,4	0,601	0,668	0,067	15	0	− 6	0	0	0,061
42. 5,4	42. 7,0	42. 5,6	0,464	0,514	0,050	12	0	− 5	0	0	0,045
28.53,7	28.54,5	28.53,8	0,393	0,436	0,043	9	0	− 3	0	0	0,040
5. 1,0	5. 1,0	5. 1,0	0,346	0,385	0,039	9	0	− 3	0	0	0,036
26.15,7	26.16,5	26.15,8	0,383	0,425	0,042	9	0	− 3	0	0	0,039
39.53,5	39.55,1	39.53,7	0,448	0,497	0,049	11	0	− 4	0	0	0,045
51.43,2	51.45,4	51.43,5	0,555	0,616	0,061	14	0	− 5	0	0	0,056
64.39,7	64.43,2	64.40,1	0,805	0,892	0,087	20	0	− 8	0	0	0,079
71.14,2	71.19,1	71.14,8	1,071	1,188	0,117	27	1	−10	+1	0	0,108

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Alta Vista, il 27 giugno, fra le altezze di Alta Vista e del Picco e riduzione delle distanze zenitali apparenti dei raggi medesimi all'altezza del Picco.

t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 13 osservazioni scelte in Alta Vista) $+16°,62$

t_P (media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte al Picco) (1) $+15,60$

β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) $-2,37$

t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) $+24,33$

z app. in A. Vista	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. al Picco)	$F(z_0, H_3)$	$F(z_0, H_4)$	M_0	$a_4 - a_3$	$b_4 - b_3$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
73°21',8	73°26',7	73°21',1	1,203	1,335	0,132	30	1	−7	+1	−6	0,120
68. 5,4	68. 9,0	68. 4,9	0,923	1,023	0,100	24	1	−6	+1	−5	0,090
61.14,8	61,17,5	61.14,5	0,716	0,793	0,077	18	0	−4	0	−4	0,069
55.13,1	55.15,2	55.12,8	0,602	0,668	0,066	15	0	−4	0	−4	0,058
42. 7,4	42. 8,7	42.7 ,1	0,464	0,514	0,050	12	0	−3	0	−2	0,045
29. 9,6	29.10,4	29. 9,5	0,394	0,437	0,043	10	0	−2	0	−2	0,039
5. 6,0	5. 6,0	5. 6,0	0,346	0,385	0,039	9	0	−2	0	−1	0,036
26. 4,7	26. 5,5	26. 4,6	0,382	0,424	0,042	9	0	−2	0	−2	0,038
39.16,5	39.17,8	39.16,2	0,444	0,492	0,048	11	0	−3	0	−2	0,043
41.15,4	41.16,7	41.15,1	0,458	0,507	0,049	11	0	−3	0	−2	0,044
53.16,1	53.18,1	53.15,8	0,575	0,638	0,063	14	0	−3	0	−4	0,056
58.40,9	58.43,3	58.40,5	0,661	0,733	0,072	16	0	−4	0	−5	0,063
64.27,7	64.30,8	64.27,3	0,798	0,885	0,087	20	0	−5	0	−5	0,077

(1) Con esclusione della temperatura corrispondente al mezzodì, perchè sospetta, essendo superiore di 2°,5 alla *massima* temperatura nello stesso giorno in Alta Vista.

Calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati al Picco, il 27 giugno, fra le altezze del Picco e di Alta Vista e riduzione delle distanze zenitali dei raggi medesimi all'altezza di Alta Vista.

t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 13 osservazioni scelte in Alta Vista) + 16°,62

t_P (media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte al Picco) (1) + 15 ,60

β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) — 2 ,37

t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) + 24 ,33

z app. al Picco	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. ad A. Vista)	$F(z_0, H_2)$	$F(z_0, H_4)$	M_0	$a_4 - a_3$	$b_4 - b_3$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
71°27′,2	71°32′,2	71°27′,9	1,083	1,199	0,116	27	1	— 7	+ 1	— 5	0,105
68.30,4	68.34,6	68.30,9	0,940	1,041	0,101	25	1	— 6	+ 1	— 5	0,091
59.19,0	59.21,8	59.19,3	0,674	0,747	0,073	18	0	— 4	0	— 4	0,065
54. 8,2	54.10,6	54. 8,5	0,587	0,651	0,064	14	0	— 3	0	— 4	0,057
48.52,3	48.54.3	48.52,7	0,523	0,580	0,057	13	0	— 3	0	— 3	0,051
40.35,5	40.37,1	40.35,8	0,453	0,502	0,049	11	0	— 3	0	— 2	0,044
27.36,7	27.37,5	27.36,8	0,387	0,430	0,043	10	0	— 2	0	— 2	0,039
5. 1,0	5. 2,0	5. 1,0	0,346	0,385	0,039	9	0	— 2	0	— 1	0,036
25.37,7	25.38,5	25.37,8	0,381	0,423	0,042	9	0	— 2	0	— 2	0,038
38.36,5	38.38,1	38.36,8	0,439	0,487	0,048	11	0	— 3	0	— 2	0,043
46.32,4	46.34,2	46.32,7	0,499	0,554	0,055	12	0	— 3	0	— 3	0,049
52.24,2	52.26,4	52.24,5	0,564	0,625	0,061	14	0	— 3	0	— 4	0,054
59.45,0	59.47,9	59.45,4	0,683	0,759	0,076	17	0	— 4	+ 1	— 4	0,069
65.57,6	66. 1,3	65.58,0	0,845	0,937	0,092	22	1	— 5	+ 1	— 5	0,083

(1) Con esclusione della temperatura corrispondente al mezzodì, perchè sospetta, essendo superiore di 2°.5 alla *massima* temperatura nello stesso giorno in Alta Vista.

Calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Alta Vista, il 29 giugno, fra le altezze di Alta Vista (3252^{m}) e di Cañada (2125^{m}) e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Cañada.

t_c	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Cañada) (1)	+ 23°,79
t_{av}	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Alta Vista) (2)	+ 20 ,01
β'	(gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie)	— 3 ,35
t_0	(temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti)	+ 30 ,91

z app. A. Vista	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. a Cañada)	F(z_0 , H_2)	F(z_0 , H_3)	M_0	$a_3 - a_2$	$b_3 - b_2$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
79°59′,4	80° 7′,7	80° 2′,3	1,382	1,993	0,611	159	4	— 49	+ 4	— 15	0,551
74.14,7	74.19,9	74.16,5	0,879	1,269	0,390	103	3	— 32	+ 3	— 9	0,352
66.51,5	66.54,9	66.52,7	0,606	0,876	0,270	70	2	— 22	+ 2	— 6	0,244
60.52,9	60.55,5	60.53,8	0,489	0,707	0,218	57	1	— 18	+ 1	— 5	0,196
53.44,1	53.46,1	53.44,8	0,402	0,581	0,179	47	1	— 15	+ 1	— 5	0,160
40.24,5	40.25,8	40.25,0	0,313	0,452	0,139	35	1	— 11	+ 1	— 4	0,125
27.25,7	27.26,4	27.26,0	0,268	0,387	0,119	31	1	— 10	+ 1	— 3	0,107
5. 7,0	5. 7,0	5. 7,0	0,239	0,346	0,107	28	1	— 9	+ 1	— 2	0,097
37.59,5	38. 0,7	37.59,9	0,302	0,436	0,134	36	1	— 11	+ 1	— 4	0,120
45.40,4	45.41,9	45.41,0	0,340	0,491	0,151	40	1	— 12	+ 1	— 4	0,136
51.47,2	51.49,0	51.47,7	0,384	0,555	0,171	43	1	— 13	+ 1	— 5	0,154
58.55,9	58.58,3	58.46,8	0,463	0,667	0,204	54	1	— 17	+ 1	— 5	0,183
65.34,6	65.37,8	65.35,7	0,577	0,832	0,255	66	2	— 20	+ 2	— 6	0,231
68.59,3	69. 3,2	69. 0,8	0,605	0,960	0,295	77	2	— 24	+ 2	— 7	0,266

(1) Con esclusione della temperatura corrispondente alla prima osservazione, perchè inferiore di 2° alla temperatura osservata contemporaneamente in Alta Vista.

(2) Con esclusione della temperatura corrispondente alla prima delle osservazioni scelte (seconda di tutta la serie) per la ragione ora detta.

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Cañada, il 29 giugno, fra le altezze di Alta Vista e di Cañada e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Alta Vista.

t_c	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Cañada) (1)	+ 23°,79
t_{Ar}	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Alta Vista) (2)	+ 20 ,01
β	(gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie)	— 3 ,35
t_0	(temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti)	+ 30 ,91

z app. Cañada	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. ad A. Vista	$F(z_0, H_2)$	$F(z_0, H_3)$	M_0	$a_3 - a_2$	$b_3 - b_2$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
79°47',0	79°52',4	79°44',3	1,347	1,942	0,595	154	4	— 48	+ 4	— 15	0,536
74 26,4	74.29,8	74.24,5	0,887	1,282	0,395	104	3	— 32	+ 3	— 10	0,356
68. 8,2	68.10,5	68. 6,9	0,639	0,924	0,285	75	2	— 23	+ 2	— 7	0,257
61.43,7	61,45,4	61.42,6	0,503	0,726	0,223	59	1	— 18	+ 1	— 5	0,201
55.15,0	55.16,4	55.14,3	0,418	0,603	0,185	49	1	— 15	+ 1	— 5	0,166
42. 9,4	42.10,3	42. 9,0	0,322	0,464	0,142	37	1	— 11	+ 1	— 4	0,128
28.57,6	28.58,1	28.57,4	0,271	0,393	0,122	32	1	— 10	+ 1	— 3	0,110
5.16,9	5.16,9	5.16,9	0,239	0,346	0,107	28	1	— 9	+ 1	— 2	0,097
26. 6,7	26. 7,2	26. 6,5	0,265	0,382	0,117	31	1	— 10	+ 1	— 3	0,105
38.51,4	38.52,2	38.51,0	0,306	0,441	0,135	36	1	— 11	+ 1	— 4	0,121
52.26,1	52.27,4	52.25,5	0,390	0,564	0,174	46	1	— 14	+ 1	— 5	0,156
58.42,8	58.44,3	58.41,9	0,459	0,662	0,203	53	1	— 16	+ 1	— 5	0,183
64.56,1	64.58,5	64.55,4	0,562	0,812	0,250	65	1	— 20	+ 1	— 6	0,225
71. 5,2	71. 7,9	71. 3,7	0,735	1,061	0,326	86	2	— 27	+ 2	— 7	0,294

(1) Con esclusione della temperatura corrispondente alla prima osservazione, perchè inferiore di 2° alla temperatura osservata contemporaneamente in Alta Vista.
(2) Con esclusione della temperatura corrispondente alla prima delle osservazioni scelte (seconda di tutta la serie) per la ragione ora detta

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Alta Vista, il 2 luglio, fra le altezze di Alta Vista (3252^{m}) e di Guimar (360^{m}) e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Guimar.

t_G	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Guimar)	+ 29°,65
t_{AV}	(media delle temperature corrispondenti alle 16 osservazioni scelte in Alta Vista)	+ 18 ,71
β	(gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie)	— 3 ,78
t_0	(temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti)	+ 31 ,01

z app. Alta Vista	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. a Guimar)	$F(z_0, H_1)$	$F(z_0, H_3)$	M_0	$a_3 - a_1$	$b_3 - b_1$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
83°32′,6	83°45′,6	83°44′,2	0,407	3,113	2,706	817	24	— 253	+ 23	— 37	2,439
80.30,2	80.38,9	80.37,9	0,272	2,101	1,829	550	16	— 171	+ 15	— 25	1,648
74.30,7	74.36,0	74.35,4	0,168	1,290	1,122	337	11	— 104	+ 11	— 16	1,013
67.33,5	67.37,0	67.36,6	0,117	0,902	0,785	233	7	— 72	+ 7	— 11	0,709
60.16,9	60.19,4	60.19,1	0,090	0,693	0,603	180	4	— 56	+ 4	— 9	0,542
54.26,1	54.28,1	54.27,9	0,076	0,590	0,514	154	4	— 48	+ 4	— 9	0,461
40.12,5	40.13,8	40.13,7	0,057	0,450	0,393	118	3	— 37	+ 3	— 6	0,353
27.40,7	27.41,4	27.41,4	0,050	0,388	0,338	101	2	— 31	+ 2	— 4	0,305
5.26,9	5.26,9	5.26,9	0,044	0,346	0,302	90	2	— 28	+ 2	— 3	0,273
26.21,7	26.22,4	26.22,4	0,049	0,383	0,334	101	2	— 31	+ 2	— 4	0,301
39.20,5	39.21,8	39.21,7	0,057	0,444	0,387	117	3	— 36	+ 3	— 6	0,348
45.55,3	45.56,8	45.56,6	0,064	0,493	0,429	129	3	— 40	+ 3	— 7	0,385
52.42,2	52.44,1	52.43,9	0,073	0,567	0,494	148	4	— 46	+ 4	— 8	0,444
59.10,9	59.13,3	59.13,0	0,086	0,671	0,585	174	4	— 54	+ 4	— 9	0,526
65.38,6	65.41,8	65.41,4	0,108	0,834	0,726	215	6	— 67	+ 6	— 10	0,655
67.59,4	68. 0,0	68. 2,6	0,118	0,919	0,801	238	8	— 74	+ 8	— 11	0,724

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Guimar, il 2 luglio, fra le altezze di Guimar e di Alta Vista e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Alta Vista.

t_G	(media delle temperature corrispondenti alle 14 osservazioni scelte in Guimar)	+ 29°,65
t_{AV}	(media delle temperature corrispondenti alle 16 osservazioni scelte in Alta Vista)	+ 18 ,71
β	(gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie)	— 3 ,78
t_0	(temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti)	+ 31 ,01

z app. Guimar	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. ad A. Vista)	$F(z_0, H_1)$	$F(z_0, H_3)$	M_0	$a_3 - a_1$	$b_3 - b_1$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
81.17.5	81.18,5	81. 9,0	0,292	2,257	1,965	590	17	— 183	+ 16	— 26	1,772
75. 7,7	75. 8,3	75. 2,9	0,172	1,336	1,164	350	11	— 109	+ 11	— 16	1,050
68.11,8	68.12,2	68. 8,6	0,119	0,925	0,806	239	8	— 74	+ 8	— 11	0,729
62.12,4	62.12,7	62.10,0	0,095	0,737	0,642	189	5	— 59	+ 5	— 10	0,578
56.22,7	56.22,9	56.20,7	0,080	0,620	0,540	162	4	— 50	+ 4	— 8	0,486
42.25,2	42.25,3	42.23,9	0,060	0,466	0,406	121	3	— 38	+ 3	— 7	0,364
30.46,5	30.46,5	30.45,7	0,051	0,400	0,349	103	3	— 32	+ 3	— 5	0,315
5.26,9	5.26,9	5.26,9	0,044	0,346	0,302	90	2	— 28	+ 2	— 3	0,273
27.27,6	27.27,6	27.26,9	0,050	0,387	0,337	101	2	— 31	+ 2	— 4	0,304
38.53,6	38.53,4	38.52,1	0,057	0,441	0,384	116	3	— 36	+ 3	— 5	0,346
52.28,9	52.29,1	52.27,2	0,073	0,564	0,491	148	4	— 46	+ 4	— 8	0,341
58.46,6	58.46,9	58.44,5	0,086	0,663	0,577	171	4	— 53	+ 4	— 9	0,519
64.47,2	64.47,5	64.44,4	0,104	0,806	0,702	209	5	— 65	+ 5	— 10	0,632
71.34,4	71.34,9	71.30,5	0,141	1.085	0,944	282	9	— 87	+ 9	— 12	0,854

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Alta Vista, il 3 luglio, fra le altezze di Alta Vista e di Guimar e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Guimar.

t_G (media delle temperature corrispondenti alle 16 osservazioni eseguite in Guimar) + 26°,86
t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 15 osservazioni eseguite in Alta Vista) + 16 ,91
β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) — 3 ,44
t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) + 28, 10

z app. Alta Vista	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. a Guimar)	$F(z_0, H_1)$	$F(z_0, H_3)$	M_0	$a_3 - a_1$	$b_3 - b_1$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
86°19',5	86°43',5	86°40',7	0,768	5,694	4,926	1521	45	— 427	+ 36	— 71	4,464
80.44,1	80.53,1	80.52,1	0,279	2,153	1,874	563	16	— 158	+ 13	— 31	1,698
74.18,7	74.23,9	74.23,3	0,163	1,274	1,111	330	11	— 93	+ 9	— 17	1,010
68.0 ,4	68. 4,0	68. 3,6	0,118	0,920	0,802	239	8	— 67	+ 6	— 13	0,728
61. 9,8	61.12,4	61.12,1	0,092	0,714	0,622	185	4	— 52	+ 3	— 10	0,563
55. 6,1	55. 8,2	55. 7,9	0,077	0,600	0,523	157	3	— 44	+ 2	— 10	0,471
42.13,4	42.14,7	42.14,5	0,060	0,465	0,405	121	3	— 34	+ 2	— 8	0,365
27.29,7	27.30,4	27.30,4	0,050	0,387	0,337	101	2	— 28	+ 2	— 5	0,306
5.23,9	5.23,9	5.23,9	0,044	0,346	0,302	90	2	— 25	+ 2	— 4	0,275
25. 4,7	25. 5,4	25. 5,4	0,049	0,379	0,330	99	2	— 28	+ 2	— 5	0,299
39. 9,5	39.10,8	39.10,7	0,057	0,443	0,386	117	3	— 33	+ 2	— 7	0,348
46.24,3	46.25,8	46.25,6	0,064	0,498	0,434	130	3	— 37	+ 2	— 8	0,391
51.38,2	51.40,0	51.39,8	0,072	0,554	0,482	145	4	— 41	+ 3	— 9	0,435
59. 0,9	59. 3,3	59. 3,0	0,086	0,668	0,582	173	4	— 49	+ 3	— 10	0,526
64.35,6	64.38,7	64.38,4	0,104	0,801	0,697	208	6	— 58	+ 5	— 12	0,632
68.25,4	68.29,1	68.28,7	0,120	0,937	0,817	243	8	— 68	+ 6	— 13	0,742

CALCOLO delle masse d'aria attraversate dai raggi osservati in Guimar, il 3 luglio, fra le altezze di Guimar ed Alta Vista e riduzione delle distanze zenitali apparenti all'altezza di Alta Vista.

t_G (media delle temperature corrispondenti alle 16 osservazioni eseguite in Guimar) $+26°,86$

t_{AV} (media delle temperature corrispondenti alle 15 osservazioni eseguite in Alta Vista) $+16,91$

β (gradiente termico chilometrico dedotto dalle precedenti temperature medie) $-3,44$

t_0 (temperatura media al mare ricavata dai dati precedenti) $+28,10$

z app. Guimar	z_0 (rid. al mare)	z' (rid. ad A. Vista)	$F(z_0, H_1)$	$F(z_0, H_3)$	M_0	$a_3 - a_1$	$b_3 - b_1$	$(\Delta_t M)_1$	$(\Delta_t M)_2$	$\Delta_\beta M$	M
			(in unità d'un'atmosfera)			(in decimillesimi)		(in millesimi)			
82°56',3	82°57',6	82°45',9	0,370	2,770	2,410	728	20	−205	+16	−40	2,181
81.19,4	81.20,4	81.10,9	0,293	2,264	1,971	591	17	−166	+13	−32	1,786
74.31,8	74.32,4	74.27,1	0,166	1,285	1,119	336	11	− 94	+ 9	−17	1,017
68.24,8	68.25,2	68.21,3	0,120	0,934	0,814	241	8	− 68	+ 6	−13	0,739
62.13,3	62.13,6	62.10,8	0,095	0,738	0,643	189	4	− 53	+ 3	−11	0,582
55.31,7	55.32,0	55.29,9	0,079	0,606	0,527	158	4	− 44	+ 3	−10	0,476
42.27,2	42.27,3	42.25,9	0,060	0,466	0,406	121	3	− 34	+ 2	− 8	0,366
29. 1,5	29. 1,5	29. 0,8	0,050	0,393	0,343	102	2	− 29	+ 2	− 6	0,310
5.26,9	5.26,9	5.26,9	0,044	0,346	0,302	90	2	− 25	+ 2	− 4	0,275
25.57,6	25.57,6	25.56,9	0,049	0,382	0,333	99	2	− 28	+ 2	− 5	0,302
39. 9,3	39. 9,4	39. 8,1	0,057	0,443	0,386	116	3	− 33	+ 2	− 8	0,347
51.50,9	51.51,1	51.49,3	0,072	0,556	0,484	145	3	− 41	+ 2	− 9	0.436
58.34,6	58.34,9	58.32,5	0,084	0,658	0,574	170	4	− 48	+ 3	−10	0.519
64.35,2	64.35,5	64.32,4	0,104	0,800	0,696	208	6	− 58	+ 5	−12	0,621
71.25,4	71.25,9	71.21,6	0,138	1,077	0,939	281	9	− 79	+ 7	−14	0,853

CAPITOLO III.

Deduzione dei valori del coefficiente d'assorbimento medio dalle singole coppie di osservazioni corrispondenti.

9. *Coefficiente d'assorbimento medio e sua determinazione.* — Nei precedenti capitoli abbiamo ormai preparato quanto occorre per determinare per ogni valore q della intensità della radiazione osservato in una delle stazioni il valore q' corrispondente (lungo la traiettoria degli stessi raggi) all'altezza dell'altra stazione, nonchè la massa d'aria M attraversata dai raggi solari per passare dall'una stazione al livello dell'altra.

Se conveniamo di chiamare coefficiente d'assorbimento medio lungo il percorso dei detti raggi la quantità c ricavata dalla relazione [1]

$$q = q' e^{-cM}, \tag{1'}$$

i valori di c ricavati da tutte le coppie di osservazioni corrispondenti (pressochè simultanee) eseguite nelle varie stazioni, ci daranno modo di studiare:

1°, l'influenza dell'assorbimento selettivo subito dalla radiazione solare nell'atmosfera terrestre, confrontando i valori di c ottenuti per diverse inclinazioni dei raggi fra due date stazioni;

2°, la variazione del potere assorbente dell'atmosfera coll'altezza sul livello del mare, confrontando i valori di c ottenuti fra le diverse stazioni, per raggi, che abbiano precedentemente attraversato uguali masse d'aria.

In luogo della relazione (1') assumeremo l'altra più comoda per il calcolo numerico

$$q = q' \, 10^{-cM},$$

(ciò che equivale a moltiplicare tutti i valori c ricavati dalla (1') per una medesima quantità, il modulo dei logaritmi decimali) e calcoleremo quindi c dall'espressione

$$c = \frac{\log q' - \log q}{M},$$

log significando un ordinario logaritmo decimale. Il coefficiente c non è altro dunque (cambiato di segno) che il logaritmo (a base 10) del così detto coefficiente di trasmissione p relativo alla massa di un'atmosfera in direzione verticale.

Le tabelle del precedente capitolo ci forniscono già per le distanze zenitali delle singole osservazioni eseguite in una data stazione le masse d'aria attraversate M e le distanze zenitali z' corrispondenti all'altezza dell'altra stazione. Con questi valori

[1] Valida, com'è noto, per raggi semplici e mezzi omogenei, ma non estensibile altro che per convenzione, a raggi composti e mezzi eterogenei.

di z' e colla formola (o curva) di ragguaglio ottenuta per questa seconda stazione possiamo calcolare i valori q', che corrispondono ai valori q (ragguagliati) osservati nella prima stazione, e possiamo quindi calcolare i valori di c. Nei prospetti seguenti raccogliamo:

1°, le distanze zenitali al mare (z_0) corrispondenti alle singole osservazioni in una data stazione;

2°, i valori q, q' dell' intensità della radiazione nella data stazione e all'altezza dell'altra, ragguagliati con procedimento numerico o con procedimento gratico;

3°, i valori ottenuti per c coll' uno o coll'altro procedimento.

Per maggior chiarezza, oltre all'apice $'$, che serve a contrassegnare i valori ottenuti per *riporto* ad altra stazione e per *interpolazione* da quelli semplicemente ragguagliati, aggiungeremo anche degli indici al piede di q o q' per denotare le stazioni, a cui si riferiscono le singole serie di valori.

Formole di ragguaglio adoperate (v. Cap. I).

DATA	GUIMAR	CAÑADA	ALTA VISTA	PICCO
25 giugno, matt.	—	—	$\lg q = 0{,}2719 - [9{,}4370]\lg(1+\varepsilon)$	$\lg q = 0{,}2633 - [9{,}4119]\lg(1+\varepsilon)$
» » pom.	—	—	$\lg q = 0{,}2765 - [9{,}4707]\lg(1+\varepsilon)$	$\lg q = 0{,}2469 - [8{,}7545]\,\varepsilon$
27 » matt.	—	—	$\lg q = 0{,}2158 - [8{,}7832]\,\varepsilon^{0{,}9}$	$\lg q = 0{,}2559 - [8{,}8187]\,\varepsilon^{0{,}9}$
» » pom.	—	—	$\lg q = 0{,}3554 - [9{,}2456]\sqrt[3]{\varepsilon}$	$\lg q = 0{,}2707 - [9{,}4382]\lg(1+\varepsilon)$
29 » matt.	—	$\lg q = 0{,}2489 - [8{,}8217]\,\varepsilon^{0{,}8}$	$\lg q = 0{,}2906 - [8{,}9881]\,\varepsilon^{0{,}6}$	—
» » pom.	—	$\lg q = 1{,}1807 - [0{,}0066]\,\varepsilon^{0{,}1}$	$\lg q = 0{,}2731 - [9{,}4525]\lg(1+\varepsilon)$	—
2 luglio, matt.	$\lg q = 0{,}2566 - [9{,}0433]\,\varepsilon^{0{,}7}$	—	$\lg q = 0{,}2821 - [9{,}5187]\lg(1+\varepsilon)$	—
» » pom.	$\lg q = 0{,}2975 - [9{,}6986]\lg(1+\varepsilon)$	—	$\lg q = 0{,}2743 - [9{,}4402]\lg(1+\varepsilon)$	—
3 » matt.	$\lg q = 0{,}2271 - [8\,9627]\,\varepsilon^{0{,}7}$	—	$\lg q = 0{,}2699 - [8{,}8868]\,\varepsilon^{0{,}7}$	—
» » pom.	$\lg q = 0{,}2922 - [9{,}7164]\lg(1+\varepsilon)$	—	$\lg q = 0{,}2740 - [9{,}4525]\lg(1+\varepsilon)$	—

La diversità delle formole adoperate potrebbe venir giudicata come una fonte di errore sistematico. Certo sarebbe stato preferibile effettuare tutte le riduzioni colla sola formola (5) $\log q = a - b\,\varepsilon^n$, che si è rivelata la *più pieghevole* (com'era naturale, contenendo essa un parametro di più); ma questa formola venne da noi trovata solo quando il lavoro era già molto inoltrato, e non parve opportuno aumentare la mole già grandissima dei calcoli con altre prove (v. in proposito il § 4) anche in quei casi in cui la formola di Crova

$$\log q = a - b\log(1+\varepsilon)$$

dava un ragguaglio soddisfacente.

Osservazioni simultanee eseguite in Alta Vista (3252^m) e al Picco (3683^m) il 25 giugno.

Osservazioni antimeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

Valori della intensità q della radiazione e del coefficiente d'assorbimento c, ottenuti:

	con ragguaglio numerico			con ragguaglio grafico		
z_0 ° ′	q_{AV}	q'_P	c	q_{AV}	q'_P	c
72.58,7	1,348	1,346	0,000	—	—	—
67.29,0	1,415	1,422	0,027	1,416	1,417	0,004
60.51,4	1,471	1,475	0,016	1,483	1,481	0,000
53.29,2	1,517	1,517	0,000	1,521	1,525	0,020
47.23,0	1,545	1,542	0,000	1,544	1,546	0,011
41. 0,9	1,567	1,563	0,000	1,563	1,561	0,000
27.35,6	1,599	1,592	0,000	1,595	1,581	0,000

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite al Picco:

z_0	q_P	q'_{AV}	c	q_P	q'_{AV}	c
71. 6,0	1,384	1,373	0,033	1,379	1,371	0,024
68.33,6	1,412	1,403	0,028	1,410	1,404	0,020
62. 8,9	1,466	1,462	0,018	1,471	1,473	0,000
55.13,5	1,508	1,508	0,000	1,517	1,515	0,010
42. 7,0	1,560	1,564	0,000	1,560	1,560	0,000
28.54,5	1,590	1,596	0,000	1,580	1,582	0,000
5. 1,0	1,611	1,621	0,000	1,616	1,615	0,008

Osservazioni pomeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_P	c	q_{AV}	q'_P	c
9.52,1	1,617	1,620	0,024	1,616	1,615	0,008
26. 3,5	1,599	1,607	0,059	1,595	1,610	0,104
39.15,9	1,568	1,583	0,098	1,570	1,589	0,086
52.37,1	1,512	1,537	0,123	1,527	1,532	0,023
58.54,3	1,473	1,500	0,117	1,480	1,492	0,053
66.24,9	1,409	1,431	0,079	1,398	1,427	0,104
69.49,3	1,370	1,385	0,048	1,358	1,386	0,089

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite al Picco:

z_0	q_P	q'_{AV}	c	q_P	q'_{AV}	c
5. 1,0	1,622	1,619	0,022	1,616	1,615	0,008
26.16,5	1,606	1,598	0,059	1,610	1,595	0,104
39.55,1	1,582	1,565	0,100	1,589	1,570	0,086
51.45,4	1,541	1,517	0,121	1,537	1,533	0,020
64.43,2	1,450	1,425	0,095	1,446	1,418	0,107
71.19,1	1,360	1,351	0,028	—	—	—

Osservazioni simultanee eseguite in Alta Vista e al Picco il 27 giugno.

Osservazioni antimeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

Valori della intensità q della radiazione e del coefficiente d'assorbimento c, ottenuti:

	con ragguaglio numerico			con ragguaglio grafico		
z_0	q_{AV}	q'_P	c	q_{AV}	q'_P	c
° ′						
73.26,7	1,302	1,319	0,046	1,308	1,333	0,068
68. 9,0	1,387	1,408	0,071	1,380	1,406	0,090
61.17,5	1,455	1,480	0,104	1,449	1,475	0,112
55.15,2	1,495	1,522	0,134	1,495	1,520	0,124
42. 8,7	1,548	1,577	0,179	1,552	1,579	0,166
29.10,4	1,575	1,606	0,215	1,583	1,609	0,182
5. 6,0	1,595	1,627	0,239	1,594	1,625	0,232

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite al Picco:

z_0	q_P	q'_{AV}	c	q_P	q'_{AV}	c
71.32,2	1,356	1,338	0,055	1,363	1,337	0,079
68.34,6	1,402	1,382	0,069	1,400	1,373	0,093
59.21,8	1,495	1,470	0,114	1,490	1,465	0,113
54.10,6	1,528	1,501	0,136	1,525	1,500	0,126
48.54,3	1,553	1,525	0,155	1,554	1,528	0,144
40.37,1	1,581	1,552	0,188	1,584	1,556	0,176
25 37,5	1,608	1,577	0,221	1,611	1,584	0,181
5. 1,0	1,627	1,595	0,239	1,625	1,594	0,232

Osservazioni pomeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle ooservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_P	c	q_{AV}	q'_P	c
5. 6,0	1,586	1,626	0,303	1,594	1,625	0,232
26. 5,5	1,566	1,608	0,297	1,567	1,608	0,295
39.17,8	1,537	1,579	0,272	1,533	1,579	0,299
41.16,7	1,531	1,573	0,267	1,526	1,573	0,293
53.18,1	1,485	1,526	0,212	1,480	1,528	0,247
58.43,3	1,455	1,497	0,184	1,457	1,498	0,191
64.30,8	1,415	1,452	0,145	1,421	1,455	0,134

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite al Picco:

z_0	q_P	q'_{AV}	c	q_P	q'_{AV}	c
5. 1,0	1,626	1,586	0,300	1,625	1,594	0,232
25.38,5	1,608	1,567	0,295	1,609	1,569	0,288
38 38,1	1,582	1,540	0,272	1,581	1,535	0,298
46.34,2	1,556	1,514	0,242	1,553	1,505	0,277
52.26,4	1,530	1,489	0,219	1,530	1,483	0,251
59.47,9	1,488	1,449	0,170	1,490	1,449	0,176
66. 1,3	1,439	1,402	0,133	1,445	1,413	0,117

Osservazioni simultanee eseguite in Cañada (2125^m) e in Alta Vista (3252^m) il 29 giugno.

Osservazioni antimeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Cañada.

Valori della intensità q della radiazione e del coefficiente d'assorbimento c, ottenuti:

	con ragguaglio numerico			con ragguaglio grafico		
z_0	q_C	q'_{AV}	c	q_C	q'_{AV}	c
° ′						
79.52,4	1,085	1,190	0,075	1,081	1,186	0,075
74.29,8	1,241	1,322	0,077	1,227	1,318	0,087
68.10,5	1,341	1,415	0,085	1,342	1,421	0,097
61.45,4	1,412	1,477	0,098	1,413	1,482	0,103
55.16,4	1,456	1,521	0,113	1,465	1,526	0,107
42.10,3	1,512	1,577	0,143	1,520	1,579	0,130
28.58,1	1,542	1,609	0,169	1,546	1,608	0,155
5.16,9	1,563	1,632	0,194	1,564	1,631	0,189

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_C	c	q_{AV}	q'_C	c
80. 7,7	1,182	1,074	0,075	1,179	1,072	0,075
74.19,9	1,325	1,244	0,078	1,323	1,232	0,088
66.54,9	1,430	1,361	0,088	1,435	1,360	0,096
60.55,5	1,484	1,418	0,100	1,490	1,422	0,104
53.46,1	1,529	1,465	0,118	1,534	1,473	0,110
40.25,8	1,583	1,517	0,148	1,583	1,524	0,131
27.26,4	1,612	1,545	0,174	1,610	1,548	0,159
5. 7,0	1,632	1,563	0,194	1,631	1,564	0,189

Osservazioni pomeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Cañada.

z_0	q_C	q'_{AV}	c	q_C	q'_{AV}	c
5.16,9	1,545	1,617	0,203	1,564	1,631	0,189
26. 7,2	1,508	1,596	0,234	1,534	1,600	0,174
38.52,2	1,467	1,568	0,255	1,478	1,565	0,205
52 27,4	1,378	1,516	0,265	1,377	1,510	0,257
58.44,3	1,330	1,478	0,257	1,322	1,475	0,260
64.58,5	1,262	1,429	0,240	1,255	1,433	0,256
71. 7,9	1,180	1,361	0,211	1,188	1,379	0,220

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_C	c	q_{AV}	q'_C	c
5. 7,0	1,617	1,546	0,200	1,631	1,564	0,189
38. 0,7	1,571	1,465	0,252	1,568	1,482	0,204
45.41,9	1,545	1,424	0,262	1,540	1,433	0,230
51.49,0	1,518	1,384	0,262	1,514	1,385	0,251
58.58,3	1,479	1,324	0,258	1,473	1,318	0,264
65.37,8	1,423	1,255	0,237	1,428	1,250	0,250
69. 3,2	1,387	1,211	0,221	1,399	1,211	0,236

Osservazioni simultanee eseguite in Guimar (360^m) e in Alta Vista (3252^m) il 2 luglio.

Osservazioni antimeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Guimar:

Valori della intensità q della radiazione e del coefficiente d'assorbimento c, ottenuti:

	con ragguaglio numerico			con ragguaglio grafico		
z_0 ° ′	q_G	q'_{AV}	c	q_G	q'_{AV}	c
81.18,5	0,739	1,104	0,098	0,728	1,104	0,088
75. 8,3	0,956	1,251	0,110	0,975	1,255	0,100
68.12,2	1,107	1,358	0,122	1,107	1,357	0,119
62.12,7	1,188	1,421	0,135	1,187	1,421	0,130
56.22,9	1,245	1,468	0,147	1,242	1,467	0,145
42.25,3	1,330	1,541	0,176	1,325	1,535	0,175
30.46,5	1,371	1,577	0,193	1,363	1,571	0,192
5.26,9	1,407	1,610	0,214	1,416	1,620	0,214

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista.

z_0	q_{AV}	q'_G	c	q_{AV}	q'_G	c
83.45,6	1,020	0,601	0,094	1,025	—	—
80.38,9	1,123	0,770	0,100	1,122	0,782	0,095
74.36,0	1,261	0,976	0,110	1,260	0,990	0,104
67.37,0	1,365	1,116	0,123	1,365	1,118	0,123
60.19,4	1,438	1,218	0,139	1,436	1,207	0,139
54.28,1	1,480	1,260	0,151	1,577	1,256	0,153
40.13,8	1,550	1,340	0,179	1,544	1,333	0,180
27.41,4	1,585	1,379	0,198	1,578	1,373	0,198
5.26,9	1,610	1,407	0,214	1,620	1,416	0,214

Osservazioni pomeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Guimar.

z_0	q_G	q'_{AV}	c	q_G	q'_{AV}	c
5.26,9	1,414	1,627	0,224	1,416	1,620	0,214
27.17,6	1,373	1,606	0,224	1,370	1,605	0,226
38.53,4	1,326	1,584	0,220	1,325	1,585	0,225
52.29,1	1,235	1,528	0,210	1,236	1,531	0,211
58.46,9	1,174	1,491	0,200	1,175	1,492	0,200
64.47,5	1,100	1,445	0,188	1,106	1,443	0,183
71.34,9	0,989	1,371	0,166	—	—	—

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_G	c	q_{AV}	q'_G	c
5.26,9	1,627	1,414	0,223	1,620	1,416	0,214
26.22,4	1,608	1,376	0,225	1,606	1,375	0,224
39.21,8	1,579	1,324	0,220	1,583	1,323	0,224
45.56,8	1,557	1,284	0,217	1,561	1,276	0,222
52.44,1	1,527	1,233	0,209	1,530	1,230	0,214
59.13,3	1,488	1,169	0,200	1,489	1,170	0,199
65.41,8	1,436	1,087	0,185	1,433	1,094	0,179
68. 3,0	1,413	1,051	0,178	1,411	1,058	0,173

Osservazioni eseguite in Guimar e in Alta Vista il 3 luglio.

Osservazioni antimeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Guimar:

Valori dell'intensità q della radiazione e del coefficiente d'assorbimento c, ottenuti:

	con ragguaglio numerico			con ragguaglio grafico		
z_0 ° ′	q_G	q'_{AV}	c	q_G	q'_{AV}	c
82.57,6	0,714	1,065	0,079	0,720	1,044	0,074
81.20,4	0,794	1,138	0,087	0,791	1,131	0,087
74.32,4	1,008	1,327	0,117	0,990	1,325	0,125
68.25,2	1,117	1,419	0,141	1,101	1,419	0,149
62.13,6	1,189	1,478	0,163	1,185	1,481	0,167
55.32,0	1,243	1,522	0,185	1,243	1,526	0,187
42.27,3	1,309	1,574	0,219	1,317	1,580	0,216
29. 1,5	1,346	1,604	0,245	1,358	1,616	0,243
5.26,9	1,372	1,624	0,266	1,380	1,617	0,250

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_G	c	q_{AV}	q'_G	c
80.53,1	1,156	0,814	0,090	1,150	0,810	0,090
74.23,9	1,330	1,012	0,118	1,328	0,990	0,125
68. 4,0	1,423	1,122	0,142	1,422	1,107	0,149
61.12,4	1,486	1,198	0,166	1,488	1,193	0,170
55 8,2	1,523	1,247	0,185	1,528	1,246	0,188
42.14,7	1,575	1,309	0,220	1,580	1,318	0,216
27.30,4	1,606	1,349	0,248	1,611	1,361	0,239
5.23,9	1,625	1,373	0,267	1,617	1,380	0,250

Osservazioni pomeridiane.

Prima riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Guimar:

z_0	q_G	q'_{AV}	c	q_G	q'_{AV}	c
5.26,9	1,378	1,621	0,256	1,380	1,617	0,250
25 57,6	1,342	1,601	0,254	1,326	1,602	0,272
39. 9,4	1,288	1,571	0,249	1,280	1,572	0,257
51.51,1	1,203	1,522	0,234	1,215	1,521	0,224
58.34,9	1,138	1,483	0,222	1,155	1,481	0,208
64.35,5	1,064	1,437	0,207	1,072	1,436	0,201
71.25,9	0,953	1,361	0,181	—	—	—

Seconda riduzione, partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista:

z_0	q_{AV}	q'_G	c	q_{AV}	q'_G	c
5.23,9	1,621	1,378	0,256	1,617	1,380	0,250
25. 5,4	1,603	1,344	0,256	1,604	1,330	0,272
39.10,0	1,571	1,288	0,248	1,572	1,280	0,257
46.25,8	1,546	1,245	0,241	1,547	1,248	0,239
51.40,0	1,523	1,205	0,234	1,523	1,216	0,225
59. 3,3	1,479	1,133	0,221	1,479	1,149	0,208
64.38,7	1,436	1,063	0,207	1,436	1,072	0,201
68.29,1	1,397	1,005	0,193	1,400	1,001	0,196

10. *Anomalie nelle serie dei valori del coefficiente d'assorbimento c.* — Prima di passare ad una discussione complessiva di tutti questi risultati sarà opportuno considerare a parte alcune anomalie, che saltano subito agli occhi, specialmente guardando la rappresentazione grafica (Tavola I).

Si noterà dunque anzitutto, che precisamente nella prima serie di osservazioni simultanee (Alta Vista-Picco; giugno 25, mattina) predominano i valori *nulli* del coefficiente d'assorbimento, come se lo strato d'aria di 400^{m} di spessore, che intercede fra le due stazioni, non avesse esercitato alcun assorbimento sensibile; comparirebbero anzi, a tutto rigore, anche valori *negativi* del coefficiente d'assorbimento, come se la intensità della radiazione avesse guadagnato lungo il percorso dei raggi dal livello della stazione superiore alla inferiore. Quest'anomalia viene spiegata semplicemente da condizioni anormali di trasparenza degli strati atmosferici in un breve raggio attorno alla stazione superiore, come capitano di frequente in montagna, in relazione colle correnti umide ascendenti nell'atmosfera. Anomalie consimili e anche in grado più elevato vennero già riscontrate e studiate dal prof. Riccò all'Etna (1) e confermate da successive osservazioni mie nella stessa località (2).

Non come anomalia, ma bensì come un fatto assolutamente normale è da riguardare invece l'altra particolarità, già preveduta prima di procedere alla riduzione delle singole serie di osservazioni, che la curva dell'assorbimento corrispondente alle ore del mattino è notevolmente diversa da quella corrispondente al pomeriggio, e più precisamente, che l'assorbimento è maggiore nelle ore pomeridiane, come attestano subito le curve della Tavola I più rilevate dalla parte destra corrispondente appunto al pomeriggio. A questo fatto è da ascrivere l'altra singolarità che le due serie d'osservazioni antimeridiane e pomeridiane non forniscono generalmente per l'osservazione pomeridiana un medesimo valore, risultando invece un valore maggiore dalla serie pomeridiana. Questo divario è specialmente sensibile nel giorno 27 giugno.

È notevole infine la variazione assai rilevante subita dai valori del coefficiente d'assorbimento medio d'un medesimo strato d'aria da un giorno all'altro, in giornate del resto perfettamente serene. Abbiamo già visto (per il caso Alta Vista-Picco, 25 e 27 giugno) che questa variazione può esser così forte da mascherare, anzi da invertire apparentemente l'effetto dell'assorbimento d'uno strato atmosferico dell'altezza di 400^{m}, beninteso a 3500^{m} sul livello del mare, dove quest'assorbimento è in ogni caso piccolissimo, e può dar luogo quindi facilmente a tali apparenti inversioni. Ma anche in giorni immediatamente consecutivi e di trasparenza eccezionale, come furono le giornate del 2 e 3 luglio *e per uno strato di ben tremila metri di spessore* (Guimar-Alta Vista) non può dirsi piccola una variazione di oltre un decimo del valore di c (per $z = 5°$ si ha il giorno 2 luglio $c = 0{,}214$, il giorno 3 luglio $c = 0{,}250$; variazione $\frac{36}{250} = 15\ \%$).

(1) A. Riccò e G. Saija, *Saggio di meteorologia dell'Etna*. Annali dell'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica italiano, serie 2ª, vol. XVII, parte 1ª (1895), pag. 65.

(2) V. Nota XI, A. Bemporad e L. Mendola, *L'assorbimento selettivo delle radiazioni calorifiche dedotto dalle osservazioni eseguite negli Osservatorî di Catania e dell'Etna nel settembre 1904*. Memorie della Soc. degli Spettrosc. Ital., vol. XXXVI.

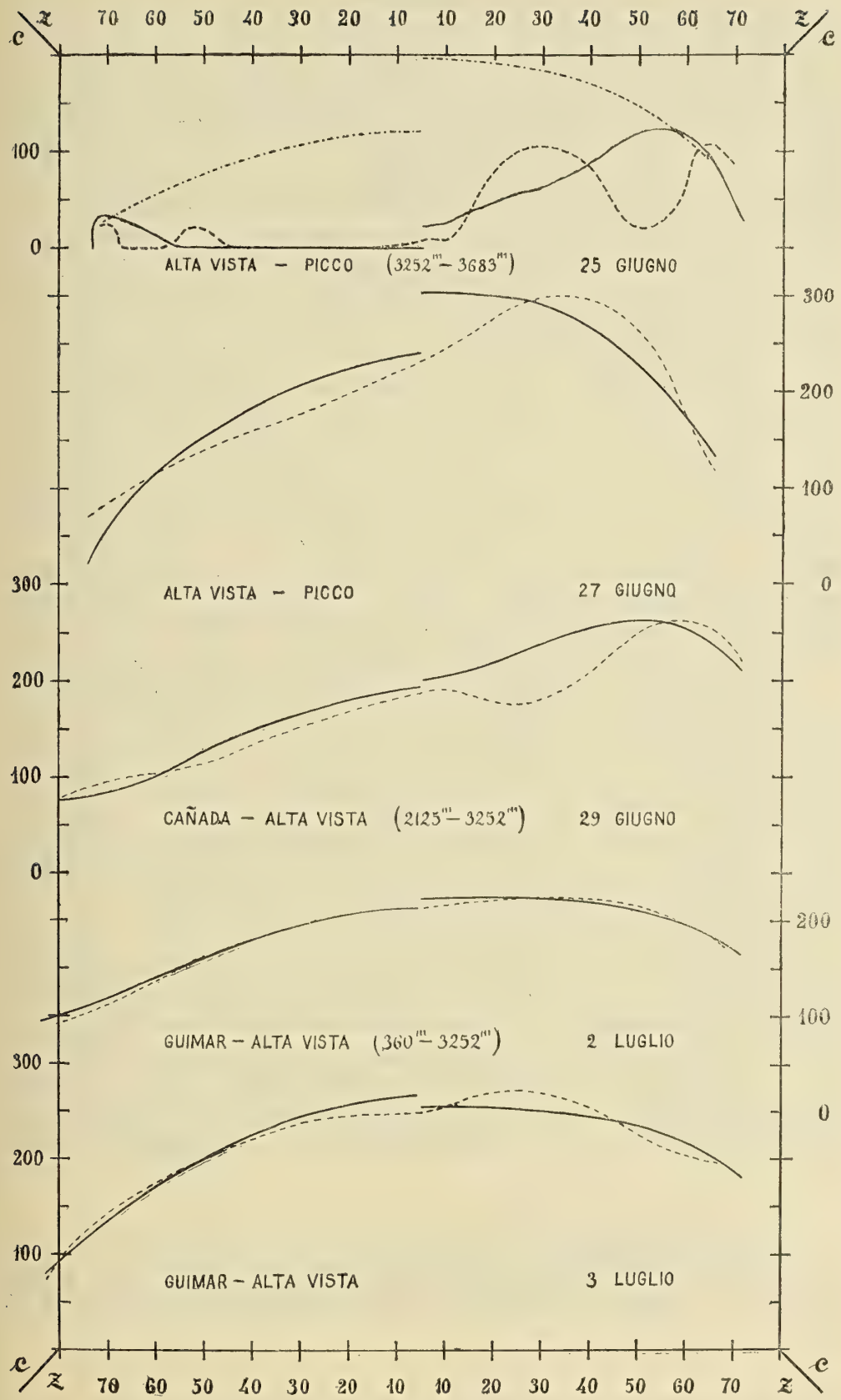


Tavola I. — Rappresentazione grafica dei valori del coefficiente d'assorbimento c ottenuti con varî procedimenti da tutto il materiale d'osservazione (valori di c in millesimi)

——— ragguaglio numerico - - - - - - - - ragguaglio grafico —·—·—·— secondo ragguaglio pel 25 giugno (v. § 20).

11. *Andamento caratteristico dell'assorbimento selettivo nelle serie di valori del coefficiente d'assorbimento c.* — Si noterà subito che, fatta eccezione delle serie di valori corrispondenti al 25 giugno e di quelle corrispondenti al pomeriggio del 29 giugno, in tutte le altre serie, antimeridiane o pomeridiane, vale a dire in 7 casi su 10 è manifesta la dipendenza dei valori di *c* dalla distanza zenitale, nel senso che a distanze zenitali maggiori corrispondono valori minori di *c* (v. Tav. I). Questo fatto da me già riscontrato in un precedente lavoro (X, citato nell'Introd.) sul fondamento delle osservazioni di Müller e Kempf (in Catania e all'Etna) per la radiazione luminosa delle stelle e dimostrato in seguito su mie proprie osservazioni (1) per l'effetto termico della radiazione solare fornisce, come si sa, la miglior prova — ed insieme la misura — dell'azione selettiva dell'assorbimento atmosferico, poichè se i raggi più inclinati appaiono sempre meno assorbiti (dagli strati inferiori dell'atmosfera) di quelli molto elevati sull'orizzonte, segno è che sono stati già spogliati nel precedente percorso di radiazioni con coefficiente d'assorbimento relativamente grande, che si trovano invece ancora presenti nei raggi, che per esser meno inclinati hanno attraversato una minor massa d'aria. Le eccezioni costituite dalle serie di osservazioni del 25 e del 29 giugno sono da ascrivere con tutta probabilità a perturbazioni locali del genere di quelle accennate nel § 10, ovvero a variazioni del potere assorbente dell'aria atmosferica avvenute nel giro di poche ore (serie di Cañada del 29 giugno, pomeriggio). Si noterà infine che il detto andamento caratteristico dell'assorbimento selettivo è sempre più pronunziato nelle serie antimeridiane che nelle pomeridiane, conseguenza naturale dell'altro fatto già notato indipendentemente che il coefficiente d'assorbimento è normalmente maggiore nel pomeriggio.

Il valore di questa nuova conferma della teoria dell'assorbimento selettivo (contrastata, come si sa, da una serie di illustri astronomi e fisici) (2) viene notevolmente aumentato dal fatto, che qui compaiono tre diversi strati d'aria fra le altezze di 0 e 3700 metri. Mentre quindi Müller e Kempf poterono spiegare (3), sebbene con grande sforzo, i risultati delle loro osservazioni in Catania e all'Etna (1894) coll'ipotesi di una specie di callotta sferica, molto assorbente attorno alla stazione inferiore, tale spiegazione non potrebbe più reggere qui, dove bisognerebbe ammettere, nientemeno, tre tali callotte alle altezze di 360, 2125 e 3252 metri.

Una spiegazione meno artifiziosa di questo fenomeno — senza ricorrere nè all'ipotesi delle callotte, nè all'assorbimento selettivo — potrebbe aversi, ammettendo che varî effettivamente nel corso del giorno, presso a poco secondo l'altezza del Sole sull'orizzonte, e principalmente per effetto termico, il potere assorbente dell'aria atmosferica, raggiungendo il suo massimo poco dopo la culminazione del Sole. La causa di questa variazione di trasparenza non sarebbe difficile trovarla nella evaporazione, naturalmente più attiva quando il Sole è più alto, e nel forte potere assorbente del vapor d'acqua per le radiazioni calorifiche. Ma se questa fosse la sola

(1) V. Nota XI, citata nel precedente §.

(2) V. Memoria X, Introduzione, pag. 10.

(3) Müller e Kempf, *Untersuchungen über die Absorption des Sternenlichts in der Erdatmosphäre angestellt auf dem Aetna und in Catania.* Public. des astrophys. Observ. zu Potsdam. Bd. XI.

spiegazione del fenomeno, come si spiegherebbe allora il fenomeno perfettamente analogo risultante secondo la mia nuova riduzione (X) dalle citate osservazioni di Müller e Kempf eseguite *di notte*? Aggiungasi, che se questa variazione del coefficiente d'assorbimento dell'aria atmosferica colla distanza zenitale dipendesse essenzialmente dalla varia distribuzione del vapor d'acqua nelle diverse ore del giorno, questa variazione dovrebbe esser molto più sensibile negli strati inferiori, sempre più ricchi in vapor d'acqua, che negli strati superiori, dove l'umidità, com'è noto, decresce rapidissimamente. Invece, come dimostra la nostra Tavola I (v. serie antimeridiane del 27, 29 giugno e del 2, 3 luglio), la variazione è precisamente più forte nello strato più alto (Alta Vista-Picco, 27 giugno) e meno sensibile negli strati più bassi (Cañada-Alta Vista, Guimar-Alta Vista), ciò che è in perfetto accordo colla teoria dell'assorbimento selettivo (1). Concludiamo dunque, che, pur non escludendo la possibilità d'una sensibile variazione di trasparenza nel corso del giorno, e riconoscendo anzi l'esistenza di tale variazione dal confronto fra le serie di osservazioni antimeridiane e pomeridiane eseguite da Ångström a Teneriffa, questo fatto da solo non basta a spiegare tutti i fenomeni da noi raccolti a sostegno della teoria dell'assorbimento selettivo, ond'è forza riconoscere a questa un'importanza reale e forse principale nella spiegazione dei fenomeni stessi.

12. *Determinazione dei valori medî del coefficiente d'assorbimento nello strato Alta Vista-Picco per le due giornate del 25 e 27 giugno.* — Dalla rappresentazione grafica dei valori del coefficiente d'assorbimento c (Tavola I) appare che, mentre le due curve ottenute per lo strato Guimar-Alta Vista hanno andamento del tutto simile, e possono quindi opportunamente riunirsi in una sola, prendendo la media delle ordinate, lo stesso procedimento potrebbe sembrare arduo per le serie d'osservazioni dei giorni 25 e 27 giugno relativi allo strato Alta Vista-Picco, poichè qui non solo le curve hanno andamento del tutto diverso, ma perfino comparirebbero a tutto rigore per il 25 giugno valori negativi di c. Per non introdurre in calcolo queste ultime quantità, che non hanno senso come valori di un coefficiente d'assorbimento, e per non incorrere nella perdita di un giorno d'osservazione sopra 5, escludendo dalle ulteriori riduzioni le osservazioni del 25 giugno, dobbiamo necessariamente combinare in qualche altro modo plausibile le osservazioni di questi due giorni per ottenerne un'unica curva relativa allo strato Alta Vista-Picco, colla premessa, bene inteso, che i risultati relativi a questo strato superiore saranno da considerare in ogni modo come molto più incerti di quelli relativi agli altri due strati. Si può a tal fine ricavare anzitutto le due curve medie della *radiazione* corrispondenti alle due stazioni nei due giorni in discorso e da questi valori medî della radiazione passare poi ai corrispondenti valori medî del coefficiente d'assorbimento c.

Dalle 8 formole di ragguaglio relative alle 8 serie di osservazioni dei giorni 25 e 27 giugno al Picco e in Alta Vista:

(1) L'eccezione costituita dalla curva irregolarissima del 25 giugno mattina, non può fornire alcun argomento sicuro nè prò nè contro la teoria dell'assorbimento selettivo, poichè questa curva per le cose dette nel § 10 è da ritenere come del tutto anormale.

Picco.

25 giugno { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2633 - [9{,}4119] \log(1 + \varepsilon)$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2469 - [8{,}7545]\, \varepsilon$

27 giugno { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2559 - [8{,}8187]\, \varepsilon^{0{,}9}$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2707 - [9{,}4382] \log(1 + \varepsilon)$

Alta Vista.

25 giugno { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2719 - [9{,}4370] \log(1 + \varepsilon)$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2765 - [9{,}4707] \log(1 + \varepsilon)$

27 giugno { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2458 - [8{,}7832]\, \varepsilon^{0{,}9}$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}3554 - [9{,}2456] \sqrt[\infty]{\varepsilon}$

otteniamo per distanze zenitali uguali nei due giorni d'osservazione i valori sottosegnati di $\log q$:

	Picco			Alta Vista			
	Mattina						
z	$\log q$			$\log q$			Massa d'aria attraversata
	25 giugno	27 giugno	Media	25 giugno	27 giugno	Media	
70°	0,1448	0,1398	0,1423	0,1417	0,1337	0,1377	0,100
65	0,1595	0,1597	0,1596	0,1576	0,1529	0,1522	0,077
60	0,1704	0,1731	0,1718	0,1692	0,1659	0,1675	0,066
50	0,1853	0,1898	0,1876	0,1857	0,1820	0,1838	0,052
40	0,1948	0,1994	0,1971	0,1960	0,1913	0,1936	0,043
30	0,2008	0,2053	0,2030	0,2026	0,1969	0,1997	0,039
20	0,2046	0,2089	0,2067	0,2068	0,2004	0,2036	0,036
5	0,2072	0,2113	0,2094	0,2096	0,2027	0,2061	0,036
	Pomeriggio						
5	0,2100	0,2111	0,2106	0,2092	0,2003	0,2048	0,036
20	0,2078	0,2083	0,2081	0,2061	0,1973	0,2017	0,036
30	0,2045	0,2043	0,2044	0,2016	0,1930	0,1973	0,039
40	0,1990	0,1979	0,1985	0,1944	0,1862	0,1903	0,043
50	0,1898	0,1879	0,1889	0,1833	0,1761	0,1797	0,052
60	0,1736	0,1720	0,1728	0,1658	0,1605	0,1632	0,066
65	0,1603	0,1604	0,1604	0,1530	0,1493	0,1512	0,077
70	0,1402	(0,1448)	0,1425	0,1358	(0,1344)	0,1351	0,100

Abbiamo racchiuso fra parentesi gli ultimi valori corrispondenti alle due serie del 27 giugno (Picco e Alta Vista), perchè più incerti degli altri, risultando a rigore da una estrapolazione, poichè le due serie del 27 giugno, pomeriggio si arrestano a 64°,5 e 66° rispettivamente in Alta Vista e al Picco. Nell'ultima colonna abbiamo poi segnato i valori delle masse d'aria attraversate dai raggi colle varie distanze zenitali nello strato Alta Vista-Picco, calcolandoli cogli stessi procedimenti accennati nel precedente capitolo, per quanto riguarda la formazione di M_0 (massa attraver-

sata per 0° al mare), e solo interpolando dalle tabelle del § 8 i valori dei piccoli termini correttivi dipendenti dalla temperatura.

Dividendo ora le differenze $\log q_P - \log q_{AV}$ dei valori medî testè ottenuti per le dette masse d'aria, otteniamo i seguenti valori medî del coefficiente d'assorbimento c pei due giorni 25 e 27 giugno.

z	=	70°	65	60	50	40	30	20	5
Mattina	c =	0,046	0,057	0,065	0,073	0,081	0,085	0,089	0,092
Pomer.	c =	0,074	0,119	0,145	0,177	0,191	0,182	0,178	0,161

Questi valori potranno quindi legittimamente sostituirsi per tutte le ricerche seguenti ai valori singoli ottenuti per i giorni 25 e 27 giugno separatamente.

CAPITOLO IV.

Variazione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza.

13. *Varie cause che influiscono sul valore del coefficiente d'assorbimento c.* — Accennavamo già in un precedente lavoro (X, pag. 13), che l'assorbimento atmosferico è soggetto a due cause perturbatrici particolarmente difficili a indagare, inquantochè tendono ad agire in senso contrario, e sono: il maggior potere assorbente specifico degli strati inferiori dell'atmosfera, che porterebbe (da solo) ad una diminuzione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza, e l'assorbimento selettivo, che porterebbe al fenomeno contrario. Immaginando di risalire lungo la traiettoria d'un raggio luminoso, s'incontrano via via strati atmosferici più trasparenti (ancorchè ridotti ad una medesima unità di massa); vale a dire una data massa d'aria al mare assorbe maggiormente una data qualità di raggi, che non una massa d'aria equivalente a considerevole altezza sul livello del mare (1). Ma in pari tempo il raggio si fa più ricco di radiazioni, che rimangono poi via via assorbite lungo il suo percorso attraverso l'atmosfera (assorbimento selettivo) (2), e quindi il coefficiente d'assorbimento del raggio medesimo *rispetto a una data qualità d'aria* si fa via via più grande. Così vediamo che effettivamente la prima causa tende a far diminuire, la seconda a far crescere il coefficiente d'assorbimento. È naturale allora la domanda: Quale causa avrà il sopravvento?

14. *Variazione del coefficiente d'assorbimento lungo la traiettoria dei raggi luminosi.* La risposta ci viene immediatamente fornita da una conveniente limitazione e combinazione del materiale d'osservazione, di cui possiamo qui disporre. Con-

(1) Rinunzio a portare prove di un fatto quasi ovvio, se si tien conto dell'azione del pulviscolo atmosferico, del vapor d'acqua ecc. Del resto non mancano esperienze dirette in proposito (Schlagintweit), ma sarebbe desiderabile che venissero riprese coi moderni strumenti, confrontando l'assorbimento subito a varie altezze da raggi di composizione rigorosamente uguale. Dal seguito di questo lavoro risulterà poi che la diminuzione del potere assorbente dell'aria coll'altezza predomina sull'azione contraria dell'assorbimento selettivo.

(2) Di cui oltre alle prove raccolte in precedenti lavori (X, XI, v. Introd.) abbiamo anche quelle risultanti dalle riduzioni attuali.

viene anzitutto limitarsi alle sole serie antimeridiane, perchè, come appare dalla rappresentazione grafica, le anomalie più forti nell'assorbimento atmosferico si presentano appunto nel pomeriggio (v. curve ottenute con ragguaglio grafico..... per giugno 25, 27, 29 e luglio 2 nella Tavola I), e anche perchè per tutte le serie pomeridiane abbiamo notato che il progressivo aumento del potere assorbente dell'aria atmosferica nel corso del giorno tende a mascherare, ossia a perturbare, più che non accada al mattino, la variazione caratteristica dovuta all'assorbimento selettivo. È poi opportuno combinare in una media i risultati relativi a quegli strati (Alta Vista-Picco, Guimar-Alta-Vista) pei quali si hanno osservazioni in due giorni diversi. Questo venne già ottenuto direttamente nel § 12 per il primo dei detti strati, e può subito ottenersi dalla semplice media delle ordinate delle relative curve (—) della Tavola I per il secondo strato. Abbiamo così ottenuto le tre curve medie (—) della Tavola II corrispondenti ai tre strati Guimar-Alta Vista (curva I, altezza media dello strato 1806^m), Cañada-Alta Vista (curva II, altezza media 2688^m), Alta Vista-Picco (curva III, altezza media 3468^m). Le ordinate di queste tre curve corrispondenti ad una medesima ascissa z_0 rappresentano i valori del coefficiente d'assorbimento a varie altezze lungo la traiettoria del raggio incidente al mare colla distanza zenitale z_0 (ascissa). Ora le tre curve corrispondenti ai detti tre strati risultano effettivamente ben distinte l'una dall'altra, ed appare manifesto, che il coefficiente d'assorbimento *in complesso* (cioè in quanto risulta dall'azione combinata dell'assorbimento selettivo e dell'aumento di trasparenza coll'altezza) *diminuisce, salendo lungo la traiettoria dei raggi luminosi* (v. Tavola II).

Più in particolare si può rilevare che il coefficiente d'assorbimento *medio* vien ridotto da 0,240 a 0,194, cioè prossimamente di un quinto per raggi pressochè verticali ($z = 5°$), nel passare dall'altezza media di 1806^m a quella di 2688^m; viene ridotto da 0,191 a 0,137 (fra le stesse altezze) ossia quasi di un terzo per raggi inclinati di 45° sull'orizzonte, e qualche cosa più di un terzo per raggi inclinati di 60°. Verso 80° di distanza zenitale la diminuzione sembra tornar meno rapida, e questo è in accordo col fatto, che nei raggi molto radenti all'orizzonte rimangono superstiti solo le radiazioni con coefficiente d'assorbimento relativamente piccolo, che si conserva prossimamente lo stesso in tutti gli strati inferiori dell'atmosfera. Dal confronto delle curve II e III risulta una diminuzione ancora più rilevante nei valori del coefficiente d'assorbimento dell'aria atmosferica, passando da 2688 a 3468 metri di altezza. Per raggi pressochè verticali infatti ($z = 5°$) si scende da $c = 0{,}194$ a $c = 0{,}092$, per $z = 45°$ da $c = 0{,}137$ a $c = 0{,}077$ e per $z = 70°$ da $c = 0{,}083$ a $c = 0{,}046$, si ha dunque una riduzione di circa metà del valore iniziale di c, e anche qui la riduzione accenna a divenire meno forte per le distanze zenitali più grandi.

Traendo dalle tre curve della Tavola II i valori di c corrispondenti a varie distanze zenitali e varie altezze, si ottiene il prospetto seguente:

$z =$	10°	20	30	40	50	60	70	80
H = 1806^m	0,240	0,231	0,220	0,201	0,180	0,154	0,126	0,097
2688	0,194	0,184	0,168	0,148	0,126	0,102	0,082	0,075
3468	0,092	0,089	0,085	0,081	0,071	0,065	0,046	—

Tavola II. — Rappresentazione grafica del modo di variare del coefficiente d'assorbimento c lungo la traiettoria dei raggi, secondo le sole osservazioni antimeridiane (media dei risultati di 5 giorni d'osservazione).

15. *Modo di sceverare le due cause perturbatrici dell'assorbimento atmosferico.* — Le considerazioni del precedente paragrafo ci mostrano soltanto la variazione complessiva del coefficiente d'assorbimento coll'altezza, in quanto risulta dal variabile potere assorbente dell'atmosfera e dall'assorbimento selettivo subito dai raggi. Ora è un canone di buona ricerca nelle scienze fisiche quello di sceverare, per quanto è possibile, l'influenza delle singole cause perturbatrici, per riconoscere le leggi più semplici, che regolano ciascuna di queste. A tal fine si dovrebbe veramente nel caso nostro sperimentare, anzichè sulla radiazione totale, sopra una porzione limitata di questa, che possa considerarsi come costituita di raggi omogenei, quale può aversi inserendo schermi assorbenti convenientemente costruiti, o meglio ancora uno spettroscopio, lungo il percorso dei raggi; allora infatti l'assorbimento selettivo non ha più che un campo d'azione molto limitato, e rimane praticamente sensibile solo la variazione del coefficiente d'assorbimento c coll'altezza, in quanto dipende dalla costituzione dell'atmosfera terrestre. Sembra effettivamente, che gli sperimentatori tendano adesso a mettersi per questa via più razionale [1]; ma intanto il materiale d'osservazione, di cui attualmente ci occupiamo, riguarda la misura della radiazione *totale* a varie altezze, e bisogna quindi escogitare qualche altra combinazione plausibile per ottenere raggi paragonabili alle varie altezze.

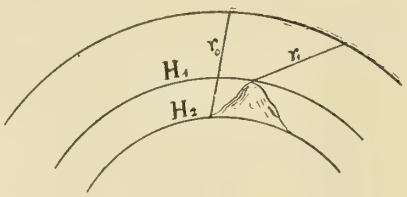


Fig. 2.

Ora a noi sembra che ci si possa avvicinare molto al risultato richiesto, considerando a due altezze diverse due raggi r_0, r_1, che abbiano attraversato uguali masse M_0, M_1 per giungere alle altezze H_0, H_1 considerate. La fig. 2 rappresenta schematicamente il principio di questo confronto. Benchè non si possa asserire, che tali raggi r_0, r_1 abbiano uguale composizione perchè, se hanno attraversato uguali masse d'aria, sono però ben diverse le regioni dell'atmosfera, in cui cadono i due percorsi, tuttavia, finchè non si abbiano dati più precisi in proposito, conviene ritenere, che la composizione non dovrebbe essere sostanzialmente diversa, vale a dire la influenza dell'assorbimento selettivo sarà in gran parte eliminata, e il confronto fra i coefficienti di assorbimento di r_0 e r_1 (alle altezze H_0 ed H_1 rispettivamente) ci istruirà sul modo, *come varia coll'altezza il potere assorbente (o diffondente) dell'aria per raggi di eguale composizione.* È sperabile insomma che valga anche nella ricerca attuale il principio generale delle approssimazioni successive, o per

[1] Cfr. K. Ångström, *Méthode nouvelle pour l'étude de la radiation solaire.* Nova Acta Regiae Societatis Upsaliensis, sér. IV, vol. I, n. 7. Vedi anche M. Loewy, *Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris, pour l'année 1906*, nella parte riguardante i lavori del Nordmann.

meglio dire della *falsa posizione*, secondo il quale anche ipotesi non esatte possono condurre, convenientemente adoperate, vicino al vero.

16. *Altezze a cui si riferiscono i valori del coefficiente d'assorbimento medio per i singoli strati d'aria.* — Qualunque sia la legge, con cui varia il potere assorbente (o diffondente) dell'aria coll'altezza, si può ammettere, che i valori ottenuti nel precedente capitolo pel coefficiente d'assorbimento medio c rappresentino i valori *effettivi* di questo coefficiente per certe determinate altezze intermedie nei tre strati in questione (Guimar-Alta Vista, Cañada-Alta Vista, Alta Vista-Picco). La detta altezza intermedia varierà probabilmente un poco per un medesimo strato da un raggio ad un altro col variare della distanza zenitale; ma per distanze zenitali non troppo forti, come capitano qui, tale variazione non dovrebbe esser grande, e tale si manifestò effettivamente in qualche piccolo calcolo di saggio, in cui venne ammessa una legge di decrescimento abbastanza rapida per il coefficiente d'assorbimento. Beninteso l'altezza intermedia in questione dipenderà essenzialmente dalla legge, con cui varia il potere assorbente coll'altezza, che è appunto l'incognita che vogliamo studiare. Tuttavia senza incorrere in un circolo vizioso, ma solo servendoci del metodo di ricerca ben noto e ben provato delle approssimazioni successive, il riferire i valori ottenuti per c a certe determinate altezze intermedie ci darà sempre una idea abbastanza approssimata della legge generale, secondo cui varia il potere assorbente dell'aria coll'altezza. Il criterio da scegliere per fissare queste altezze intermedie nei tre strati ha, fino a un certo segno, importanza secondaria, purchè si operi conseguentemente, vale a dire con criterio uguale per tutti e tre gli strati. Così si può ammettere p. es. da principio, che i valori ottenuti per c corrispondano senza altro alle altezze medie dei tre strati in questione, cioè rispettivamente a metri 1806, 2688, 3468. Tenuto però conto che il coefficiente d'assorbimento medio $\bar{c}$ lungo la verticale fra le altezze H_0, H_1 è legato al coefficiente effettivo c (variabile fra H_0 e H_1) dalla relazione

$$\int_{H_0}^{H_1} c\,\delta\,dh = \bar{c}\int_{H_0}^{H_1}\delta\,dh\,, \tag{6}$$

dove δ rappresenta la densità dell'aria e quindi

$$\bar{\delta} = \frac{\int_{H_0}^{H_1}\delta\,dh}{H_1 - H_0} \tag{7}$$

il valor medio della medesima nell'intervallo fra H_0 e H_1, può ritenersi più opportuno far corrispondere il detto valor medio $\bar{c}$ a quell'altezza $\overline{H}$ dove la densità dell'aria assume precisamente il valor medio $\bar{\delta}$, conchè la (6) potrà scriversi

$$\int_{H_0}^{H_1} c\,\delta\,dh = \bar{c}\,\bar{\delta}(H_1 - H_0)\,.$$

Ora in un precedente lavoro (1) ho già calcolato (nella ipotesi di un gradiente ter-

(1) X, Tav. VII, pag. 101 (333).

mico costante di $-6°{,}2$ per km. in altezza) i valori

$$\lambda_H = \int_H^{H^*} \delta\, dh$$

per altezze H da 0 a 5500^m (H^* denotando l'altezza complessiva dell'atmosfera corrispondente al detto gradiente), nonchè i valori δ_H corrispondenti alle stesse altezze H. Ottenuto quindi per semplice interpolazione dai detti valori di λ_H il valore di

$$\int_{H_0}^{H_1} \delta\, dh = \lambda_{H_0} - \lambda_{H_1},$$

e quindi dalla precedente equazione (6) il valore della densità media $\bar{\delta}$, si ricaverà subito per interpolazione inversa dalla tavola dei valori di δ_H l'altezza $\overline{H}$, per cui la densità δ assume il valor medio $\bar{\delta}$, ossia, per quel che precede, l'altezza a cui faremo corrispondere i valori medî di c relativi allo stato considerato. Si ottiene così

per	$H_1 = 360^m$	$H_2 = 2125^m$	$H_3 = 3252^m$	$H_4 = 3683^m$
	$\lambda_{H_1} = 7{,}657467$	$\lambda_{H_2} = 6{,}104303$	$\lambda_{H_3} = 5{,}255367$	$\lambda_{H_4} = 4{,}957480$
	$\int_{H_1}^{H_2} \delta\, dh = 2{,}402100$	$\int_{H_2}^{H_3} \delta\, dh = 0{,}848936$	$\int_{H_3}^{H_4} \delta\, dh = 0{,}297887$	
(8)	$\log \bar{\delta}_1 = 9{,}919393$	$\log \bar{\delta}_2 = 9{,}876951$	$\log \bar{\delta}_3 = 9{,}839574$	
(9)	$\overline{H}_1 = 1777^m$	$\overline{H}_2 = 2684^m$	$\overline{H}_3 = 3467^m$	

Le altezze medie dei tre strati sono invece rispettivamente

$$1806^m \qquad 2688^m \qquad 3468^m$$

con differenza assai piccola dalle corrispondenti $\overline{H}$, e certo trascurabile per i due strati superiori, la qual cosa ha relazione col fatto che la curva logaritmica

$$\log \delta = -\frac{h}{l_0},$$

la quale rappresenta molto prossimamente la legge di decrescimento della densità δ dell'aria coll'altezza h (la rappresenterebbe esattamente, se si trascurasse la diminuzione della gravità e della temperatura coll'altezza) ha curvatura relativamente forte al principio ($\delta = 1$) ma poi sempre più debole e tendente a zero, via via che si procede verso altezze maggiori.

17. *Calcolo delle masse d'aria attraversate dai raggi per giungere alle altezze intermedie* $\overline{H}_1, \overline{H}_2, \overline{H}_3$ *dei varî strati.* — Cogli argomenti z_0 (distanza zenitale al mare) relativi alle singole serie d'osservazioni, già comunicati nel § 8 vennero ricavati dalla Tavola I della Memoria X più volte citata i valori $F(z, \overline{H})$ delle masse d'aria attraversate fra il mare e l'altezza $\overline{H}$, quindi rettificati per quanto riguarda la temperatura, in modo affatto analogo a quello accennato per un calcolo simile nel § 7. Cogli stessi argomenti z_0 si ottennero dalle Tavole V e VI della Memoria citata i valori delle masse d'aria $F(z_0)$ attraversate dagli stessi raggi fra il mare e il limite dell'atmosfera, insieme alle relative piccole rettificazioni dipendenti dalla temperatura. Non si applicò invece nessuna correzione per quanto riguarda il gradiente termico, mancando i necessarî dati per gli strati superiori dell'atmosfera. Le differenze

$$M = F'(z_0) - F'(z_0, \overline{H}),$$

dove l'apice è posto ad indicare, che questi valori s'intendono rettificati per quanto riguarda le temperature, forniscono evidentemente le masse d'aria M attraversate dai raggi prima di giungere all'altezza $\overline{H}$. I risultati di questi calcoli sono raccolti nelle tabelle seguenti, le cui colonne, dopo quanto precede, non hanno bisogno di alcuna spiegazione. I valori di t_0 (temperatura al mare) adoperati per la rettificazione di temperatura sono quelli stessi, che vennero comunicati a suo luogo nel Capitolo II.

Alta Vista, 25 giugno. $\overline{H} = 3467^m$.

z_0	$F(z_0, \overline{H})$	a (in decimillesimi)	b (in decimillesimi)	$a\,t_0/10$ (in millesimi)	$b\,t^2_0/100$ (in millesimi)	$F(z_0)$	$\Delta_t F(z_0)$	M
72°58',7	1,237	− 376	+ 12	− 144	+ 18	3,334	0	2,273
67.29,0	0,947	288	9	111	13	2,597	0	1,748
60 51,4	0,745	225	6	86	9	2,048	0	1,380
53.29,2	0,611	184	5	71	7	1,677	0	1,130
47.23,0	0,536	164	5	63	7	1,475	0	0,995
41. 0,9	0,480	146	4	56	6	1,324	0	0,894
27.35,6	0,409	124	4	48	6	1,128	0	0,761
9.52,1	0,368	111	3	43	5	1,015	0	0,685
26. 3,5	0,404	122	4	47	6	1,112	0	0,749
39.15,9	0,469	142	4	55	6	1,290	0	0,870
52.37,1	0,598	181	5	70	7	1,647	0	1,112
58.54,3	0,703	213	6	81	9	1,931	0	1,300
66.24,9	0,905	272	8	104	12	2,488	0	1,675
69.49,3	1,050	318	10	122	15	2,880	0	1,937

Picco, 25 giugno. $\overline{H} = 3467^m$.

71° 6',0	1,118	− 339	+ 11	− 130	+ 16	3,064	0	2,060
68 33,6	0,991	302	9	116	13	2,719	0	1,831
62. 8,9	0,777	235	7	90	10	2,133	0	1,436
55.13,5	0,636	194	5	74	7	1,750	0	1,181
42. 7,0	0,490	148	4	57	6	1,346	0	0,907
28.54,5	0,415	125	4	48	6	1,142	0	0,769
5. 1,0	0,365	110	3	42	5	1,004	0	0,676
26.16,5	0,405	122	4	47	6	1,115	0	0,751
39.55,1	0,473	143	4	55	6	1,302	0	0,878
51.45,4	0,586	178	5	68	7	1,612	0	1,087
64.43,2	0,849	258	8	99	12	2,332	0	1,570
71.19,1	1,130	343	11	132	16	3,195	0	2,181

Alta Vista, 27 giugno. $\overline{H} = 3467^m$.

73°26',7	1,270	− 384	+ 13	− 93	+ 8	3,474	0	2,289
68. 9,0	0,974	295	9	72	5	2,671	0	1,764
61.17,5	0,756	228	6	55	4	2,075	0	1,370
55.15,2	0,636	193	6	47	4	1,750	0	1,157
42. 8,7	0,490	148	4	36	2	1,346	0	0,891
29.10,4	0,416	126	4	31	2	1,145	0	0,758
5. 6,0	0,365	110	3	27	2	1,004	0	0,664
26. 5,5	0,404	122	4	30	2	1,113	0	0,737
39.17,8	0,469	142	4	35	2	1,291	0	0,855
41.16,7	0,482	146	4	35	2	1,330	0	0,881
53.18,1	0,609	183	5	45	3	1,670	0	1,103
58.43,3	0,700	212	6	51	4	1,923	0	1,270
64.30,8	0,843	256	8	62	5	1,315	0	1,529

Picco, 27 giugno. $\overline{H} = 3467^m$.

z_0	$F(z_0, \overline{H})$	a (in decimillesimi)	b (in decimillesimi)	$a\,t_0/10$ (in millesimi)	$b\,t^2_0/100$ (in millesimi)	$F(z_0)$	$\Delta_t F(z_0)$	M
° ′								
71.32,2	1,145	— 346	+ 11	— 84	+ 6	3,132	0	2,065
68.34,6	0,992	301	9	73	5	2,721	0	1,797
59.21,8	0,712	216	6	52	4	1,958	0	1,294
54.10,6	0,620	189	5	46	3	1,705	0	1,128
48.54,3	0,552	167	5	41	3	1,519	0	1,005
40.37,1	0,477	144	4	35	2	1,316	0	0,872
27.37,5	0,408	124	4	30	2	1,128	0	0,748
5. 1,0	0,365	110	3	27	2	1,004	0	0,664
25.38,5	0,403	122	4	30	2	1,109	0	0,734
38.38,1	0,463	141	4	35	2	1,291	0	0,861
46.34,1	0,528	160	4	38	2	1,452	0	0,960
52.26,4	0,596	180	5	44	3	1,637	0	1,082
59.47,9	0,722	219	6	53	4	1,983	0	1,310
66. 1,3	0,892	264	8	64	5	2,449	0	1,616

Alta Vista, 29 giugno. $\overline{H} = 2684^m$.

80. 7,7	1,697	— 542	+ 17	— 167	+ 16	5,668	— 21	4.102
74.19,9	1,080	340	11	105	10	3,661	5	2,671
66.54,9	0,745	235	7	73	7	2,537	0	1,858
60 55,5	0,601	191	6	59	6	2,051	0	1,503
53.46,3	0,495	158	5	49	5	1,688	0	1,237
40.25,8	0,383	123	4	38	4	1,313	0	0,934
27.26,4	0,329	105	4	32	4	1,126	0	0 825
5. 7,0	0,294	94	3	29	3	1,004	0	0,736
38. 0,7	0,371	119	4	37	4	1,267	0	0,929
45.41,9	0,419	133	4	41	4	1,430	0	1.048
51.49,0	0,472	152	5	47	5	1,615	0	1,185
58.58,3	0,566	181	6	56	6	1,935	0	1.419
65.37,8	0,708	227	7	70	7	2,415	0	1,760
69. 3,2	0,814	272	8	84	8	2,779	0	2,041

Cañada, 29 giugno. $\overline{H} = 2684^m$.

79.52,4	1,654	— 527	+ 16	— 163	+ 5	5,534	— 21	4,007
74.29,8	1,089	348	10	108	10	3,598	5	2,602
68.10,5	0,785	250	8	77	8	2,674	0	1,956
61.45,4	0,616	195	6	60	6	2,106	0	1,544
55.16,4	0,514	162	6	50	6	1,752	0	1,282
42.10,3	0,393	125	4	39	4	1,347	0	0,989
28.58,1	0,333	106	4	33	4	1,143	0	0,839
5.16,9	0,294	94	3	29	3	1,004	0	0.736
26. 7,2	0,324	103	4	32	4	1,113	0	0,817
38.52,2	0,374	119	4	37	4	1,283	0	0,942
52.27,4	0,490	154	5	48	5	1,638	0	1,191
58.44,3	0,562	178	6	55	6	1,923	0	1,410
64.58,5	0,690	220	7	68	7	2,355	0	1,726
71. 7,9	0,902	284	9	88	9	3,069	0	2,236

Alta Vista, 2 luglio. $\overline{H} = 1777^m$.

z_0	$F(z_0 . \overline{H})$	a (in decimillesimi)	b (in decimillesimi)	$a\,t_0/10$ (in millesimi)	$b\,t^2_0/100$ (in millesimi)	$F(z_0)$	$\Delta_t F(z_0)$	M
° ′								
80.38,9	1,241	− 417	+ 13	− 129	+ 12	5,961	− 24	4,813
74.36.0	0,762	254	9	79	9	3.722	5	3,025
67.37,0	0,530	177	6	55	6	2,612	0	2,131
60.19,4	0,410	138	5	43	5	2,014	0	1,642
54.28,1	0,349	117	4	36	4	1,718	0	1,401
40.13,8	0,266	88	3	27	3	1,309	0	1,067
27.41,4	0.229	77	3	24	3	1,129	0	0,921
5.26,9	0,204	68	2	21	2	1,005	0	0,820
26.22,4	0,227	76	3	24	3	1,116	0	0,910
39.21,8	0.262	87	3	27	3	1,292	0	1,054
45 56.8	0,292	97	3	30	3	1,436	0	1,171
52.44,1	0,335	112	4	35	4	1,647	0	1,343
59.13,3	0,397	131	5	41	5	1,949	0	1,588
65.41,8	0,492	162	6	50	6	2,419	0	1,971
68· 3,0	0,542	180	7	56	7	2,659	0	2,166

Guimar, 2 luglio. $\overline{H} = 1777^m$.

° ′								
81.18,5	1,335	− 447	+ 14	− 139	+ 13	6,378	− 30	5,139
75. 8,3	0,789	263	9	82	9	3,850	5	3,129
68.12.2	0,546	182	7	56	7	2,677	0	2,180
62.12,7	0,434	145	5	45	5	2,138	0	1,744
56.22,9	0,367	122	4	38	4	1,801	0	1,468
42 25,3	0,275	91	3	28	3	1,353	0	1,103
30 46,5	0,236	79	3	24	3	1,663	0	0,948
5.26,9	0,201	68	2	21	2	1,005	0	0,820
27.27,6	0,229	76	3	24	3	1,127	0	0,919
38.53,4	0,261	87	3	27	3	1,283	0	1,046
52.29,1	0,332	111	4	34	4	1,639	0	1,337
58.46,9	0,392	131	5	41	5	1,925	0	1.569
64.47,5	0,477	160	6	50	6	2,338	0	1,905
71 34,9	0,644	215	7	67	7	3,139	0	2,555

Alta Vista, 3 luglio. $\overline{H} = 1777^m$.

° ′								
80.53,1	1,274	− 428	+ 14	− 120	+ 11	6,105	− 24	4,916
74.23,9	0,752	251	9	71	7	3,676	4	2,984
68. 4,0	0,543	180	7	51	6	2,662	0	2,164
61.12,4	0,420	141	5	40	4	2,070	0	1,686
55. 8,2	0,355	119	4	33	3	1,746	0	1,421
42.14.7	0,274	91	3	26	2	1,349	0	1,099
27.30,4	0,229	76	3	21	2	1,127	0	0,917
5 23,9	0,204	68	2	19	2	1,005	0	0,818
25. 5,4	0,224	75	3	21	2	1,104	0	0,899
39 10,8	0,262	87	3	24	2	1,288	0	1,048
46.25,8	0,294	97	3	27	2	1,449	0	1,180
51 40,0	0,328	109	4	31	3	1,609	0	1,309
59. 3,3	0,395	132	5	37	4	1,941	0	1,578
64.33,7	0,474	157	6	44	5	2,326	0	1,891
68.29,1	0,533	183	7	52	6	2.710	0	2,202

GUIMAR, 3 luglio. $\overline{H} = 1777^m$.

z_0	$F(z_0, \overline{H})$	a (in decimillesimi)	b (in decimillesimi)	$at_0/10$ (in millesimi)	$bt^2_0/100$ (in millesimi)	$F(z_0)$	$\Delta_t F(z_0)$	M
° ′								
82.57,6	1,644	− 552	+ 18	− 155	+ 14	7,728	− 48	6,177
81.20,4	1,340	449	15	126	12	6,412	27	5,159
74.32,4	0,759	253	9	71	7	3,710	4	3,011
68.25,2	0,550	183	7	51	6	2,702	0	2,197
62.13,6	0,534	150	5	42	4	2,139	0	1,743
55.32,0	0,360	119	4	33	3	1,763	0	1,433
42.27,3	0,275	91	3	26	2	1,354	0	1,103
29. 1,5	0,232	77	3	22	2	1,143	0	0,931
5.26,9	0,204	68	2	19	2	1,005	0	0,818
25.57,6	0,226	75	3	21	2	1,112	0	0,905
39. 9,4	0,262	87	3	24	3	1,287	0	1,047
51.51,1	0,329	110	4	31	4	1,616	0	1,315
58.34,9	0,390	129	5	36	5	1,913	0	1,555
64.35,5	0,475	158	6	44	6	2,321	0	1,885
71.25,9	0,635	212	7	59	6	3,115	0	2,533

18. *Relazione fra i coefficienti d'assorbimento di raggi, che hanno attraversato uguali masse d'aria, considerati a varie altezze.* — Per il confronto fra i coefficienti d'assorbimento dei raggi, che hanno attraversato uguali masse d'aria considerati a varie altezze, ci serviremo, come già nel § 14, di un procedimento grafico, assumendo come ascisse le masse M e come ordinate i corrispondenti valori del coefficiente d'assorbimento c (cfr. paragrafi 9 e 12), indi ricavando le curve medie per i due strati Alta Vista-Picco e Alta Vista-Guimar (per ciascuno dei quali si hanno due giorni d'osservazione), e riunendo in un solo quadro (Tavola III) le tre curve corrispondenti ai tre strati in questione. Vennero considerate le sole osservazioni antimeridiane per le ragioni già esposte nel § 14. Il confronto delle ordinate corrispondenti sulle tre curve ad una medesima ascissa ci istruirà, *se esista una qualche relazione, indipendente dall'assorbimento selettivo (che può ritenersi pressochè eliminato nel confronto fra raggi, che hanno precedentemente attraversato uguali masse d'aria) fra i coefficienti d'assorbimento dei raggi considerati a varie altezze sul livello del mare.*

Una relazione, che subito colpisce l'occhio, guardando le curve della tavola III, è che il rapporto delle rispettive ordinate può ritenersi pressochè costante, ciò che non avveniva affatto per le corrispondenti curve della Tavola II, nelle quali era presa come ascissa la distanza zenitale al mare (cfr. § 14). Desumendo infatti dalle curve I, II, III della Tavola III i valori c_1, c_2, c_3 del coefficiente d'assorbimento corrispondenti alle varie altezze sul livello del mare e a varie masse d'aria in precedenza attraversate, si ottiene il prospetto seguente:

M	c_1 (1777^m)	c_2 (2684^m)	c_3 (3467^m)	$c_2 : c_1$	$c_3 : c_1$
0,82	0,241	0,177	0,083	0,73	0,34
1,10	0,197	0,132	0,072	0,67	0,36
1,50	0,162	0,100	0,060	0,59	0,37
1,75	0,147	0,091	0,052	0,62	0,35
2,00	0,137	0,085	—	0,62	—
3,00	0,114	0,077	—	0,63	—
4,00	0,102	0,075	—	0,74	—
Valori medî dei rapporti dei coefficienti d'assorbimento . . .				0,66	0,36

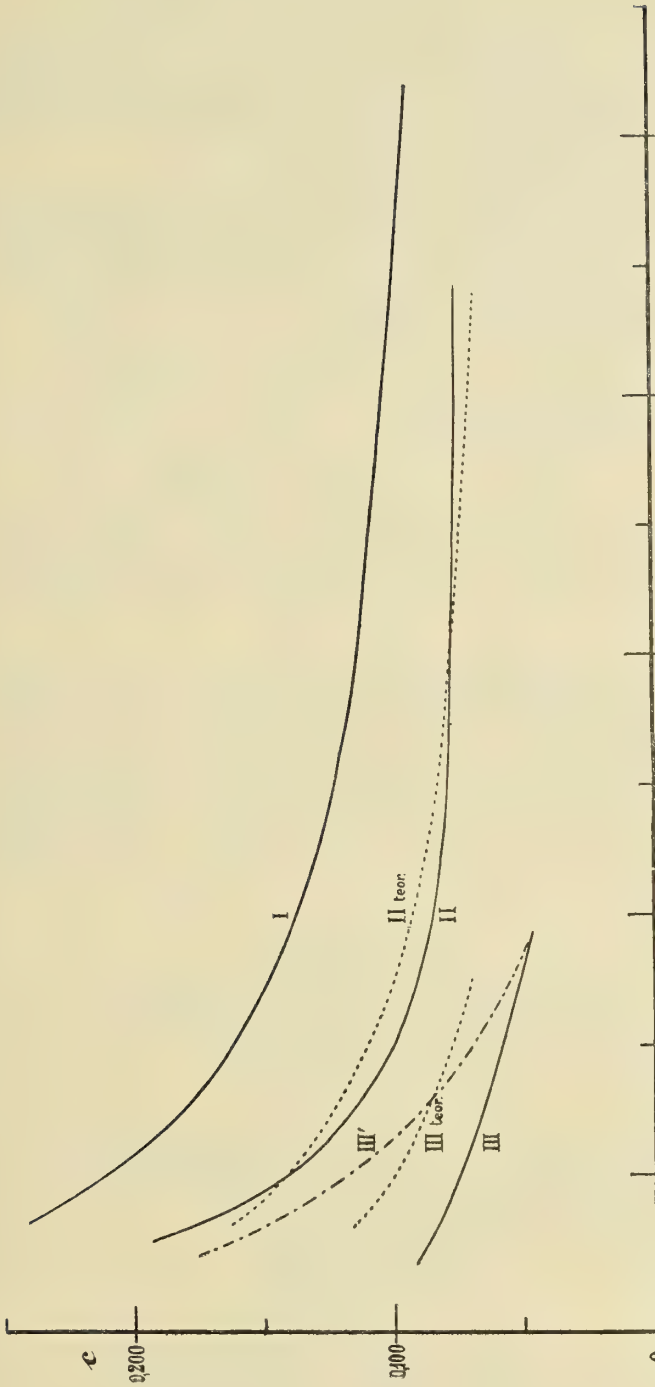


Tavola III. — Rappresentazione grafica dei valori del coefficiente d'assorbimento c per raggi che abbiano attraversato precedentemente uguali masse d'aria M considerati a varie altezze s. l. d. m. (sole osservazioni antimeridiane).

Risulta dunque esser prossimamente costante il rapporto dei valori del coefficiente d'assorbimento a due diverse altezze sul livello del mare, *anche per raggi di composizione notevolmente diversa* (1), come son quelli che hanno attraversato masse d'aria da 0,82 a 4 (atmosfere). Questo rapporto costante non dipende dunque ormai più che dalle condizioni specifiche di trasparenza dell'aria alle varie altezze considerate, e appare effettivamente ottenuta la separazione dei due fenomeni, che intervengono a complicare le manifestazioni dell'assorbimento atmosferico (assorbimento selettivo e variazione di trasparenza coll'altezza).

19. *Formola empirica per rappresentare la variazione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza.* — È facile costruire una formola semplice, che dia c in termini dell'altezza h sul livello del mare, in modo da riprodurre i risultati ora ottenuti. Se prendiamo come ascisse i valori

$$h_1 = 1777^m \qquad h_2 = 2684^m \qquad h_3 = 3467^m$$

e come ordinate i corrispondenti valori

$$c_1 = 1 \qquad c_2 = 0{,}66 \qquad c_3 = 0{,}36\,,$$

vediamo subito che i tre punti di coordinate $(c\,,h)$ sono quasi in linea retta. Può stabilirsi quindi fra c ed h una semplice relazione lineare della forma

$$c = c_0 - bh\,, \tag{10}$$

c_0 indicando il valore del coefficiente d'assorbimento al mare e b una costante, di cui apparirà subito il significato fisico. Scrivendo la (10) per le tre altezze $h_1\,,h_2\,,h_3$ e pei corrispondenti valori $c_1\,,c_2\,,c_3$, otteniamo, sottraendo membro a membro,

$$\begin{array}{l} (h_2 - h_1)\,b = 0{,}34 \\ (h_3 - h_2)\,b = 0{,}33 \end{array} \quad \text{ossia} \quad \begin{array}{ll} 907b = 0{,}34 & b = 0{,}000434 \\ 783b = 0{,}33 & b = 0{,}000375\,, \end{array}$$

da cui in media (2)

$$b = 0{,}000404\,.$$

Questo valore di b introdotto nelle tre equazioni di condizione fornisce per il coefficiente d'assorbimento al mare rispettivamente i valori 1,72 , 1,74 , 1,73, in media dunque

$$c_0 = 1{,}73$$

(avendo assunto come unità il valore di c all'altezza di 1777^m); e se assumiamo infine, come è più naturale, per unità del coefficiente d'assorbimento lo stesso valore al mare c_0, avremo la formola empirica definitiva.

$$c = c_0\left(1 - \frac{h}{4281}\right)\,. \tag{11}$$

(1) La diversità della composizione dei raggi col variare della massa d'aria precedentemente attraversata si deduce senz'altro dalla diversità dei coefficienti d'assorbimento dei raggi in questione ($c = 0{,}241$ per 0,82 di atmosfera precedentemente attraversata contro $c = 0{,}102$ per 4 atmosfere).

(2) Il metodo dei minimi quadrati sarebbe qui assolutamente fuori di posto, del resto fornirebbe per b quasi esattamente lo stesso valore ($b = 0{,}406$).

La conclusione sorprendente, a cui questa formola trarrebbe, *che il coefficiente di assorbimento si annulli poco al disopra dei 4000 metri*, non sarebbe naturalmente legittima, poichè qui si tratta di una formola empirica valida soltanto entro i limiti (1777-3467 m.) dell'intervallo, da cui è stata dedotta.

Si può dire soltanto, che se al disopra dei 3500 metri il coefficiente d'assorbimento dell'aria atmosferica continuasse a decrescere colla stessa legge come negli strati inferiori, il detto coefficiente dovrebbe annullarsi verso 4300 metri: e poichè questo *certamente non accade*, vuol dire che qualche circostanza interviene a render meno rapido il detto decrescimento. Una circostanza che si offre, per così dire, da sè, è la diminuzione parallela della tensione del vapor d'acqua contenuto nell'aria atmosferica. Si sa infatti (1), che la diminuzione del vapor d'acqua nell'aria libera, già assai rapida negli strati inferiori dell'atmosfera si fa ancora sensibilmente più rapida al disopra di 4500 metri, e poichè è noto il forte potere assorbente del vapor d'acqua sulle radiazioni calorifiche, così s'intende che il coefficiente d'assorbimento dovrà diminuire sensibilmente coll'altezza, finchè l'aria contiene quantità apprezzabili di vapor d'acqua; divenuta l'aria pressochè secca, il coefficiente d'assorbimento dovrebbe rimanere pressochè costante (a pari densità di aria).

Nella rapida diminuzione del vapor d'acqua al disopra dei 4000 metri abbiamo dunque una spiegazione plausibile per attenderci per converso che la diminuzione del coefficiente d'assorbimento c non si mantenga così rapida al disopra, com'è al disotto dei 3500 metri, secondo la nostra formola empirica (11).

20. *Seconda riduzione delle osservazioni del 25 giugno mediante raccordo colle osservazioni del 27.* — Un'altra ragione legittima per non trarre con tutto il rigore le conseguenze della formola empirica (11), si è che questa venne dedotta oltrechè dalle osservazioni ineccepibili del 29 giugno e del 2 e 3 luglio anche dalla media dei risultati relativi ai giorni 25 e 27 giugno, di cui non si mancò a suo luogo (§ 12) di rilevare l'incertezza. Per ottenere infatti questi risultati abbiamo dovuto eludere o meglio dissimulare in qualche modo *nella media dei due giorni* la grave anomalia riscontrata nelle osservazioni del 25 giugno mattina, in cui l'intensità della radiazione apparve generalmente maggiore nella stazione più bassa Alta Vista anzichè al Picco più alto di circa 400 metri. Ora si può dubitare che questa combinazione di una serie regolare (27 giugno) con una certamente anormale (25 giugno) non sia la più felice, tanto più quando si abbiano, come nel caso presente, indizî positivi circa l'origine dell'anomalia in discorso. Allora può sembrare più sicuro il cercare di eliminare quest'anomalia mediante opportuni raffronti fra le serie regolari e le anormali. È quanto ci proponiamo di fare nel presente paragrafo, e per questo cominciamo appunto ad istituire un confronto fra le serie assolutamente normali, anzi meravigliose per la loro regolarità, ottenute il 2 e 3 luglio in Guimar e Alta Vista.

Colle formole ricavate a suo luogo (paragrafi 3 e 4)

(1) Cfr. J. Hann, *Lehrbuch der Meteorologie*. Leipzig, 1901, pag. 226.

GUIMAR.

2 luglio { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2566 - [9{,}0433]\,\varepsilon^{0,7}$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2975 - [9{,}6986]\log(1+\varepsilon)$

3 luglio { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2271 - [8{,}9627]\,\varepsilon^{0,7}$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2922 - [9{,}7164]\log(1+\varepsilon)$

ALTA VISTA.

2 luglio { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2821 - [9{,}5187]\log(1+\varepsilon)$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2743 - [9{,}4402]\log(1+\varepsilon)$

3 luglio { mattino . . . . . $\log q = 0{,}2699 - [8{,}8868]\,\varepsilon^{0,7}$
pomeriggio . . . $\log q = 0{,}2740 - [9{,}4525]\log(1+\varepsilon)$

ricaviamo i valori di $\log q_{AV}$, $\log q_G$ e le corrispondenti differenze Δ (che divise per le masse d'aria hanno i valori del coefficiente d'assorbimento) per una serie di distanze zenitali uguali per le due stazioni in ambedue le giornate. Si ottengono i valori seguenti:

	2 luglio (mattino)			**3 luglio** (mattino)				
z	$\log q_G$	$\log q_{AV}$	Δ	$\log q_G$	$\log q_{AV}$	Δ_1	$\log \Delta/\Delta_1$	$\Delta_1' = r\Delta$
70°	0,0292	0,1248	+ 956	0,0386	0,1454	+ 1068	0,9519	+ 1157
65	0,0601	0,1441	840	0,0643	0,1624	981	0,9326	1016
60	0,0817	0,1584	767	0,0822	0,1742	920	0,9210	927
50	0,1098	0,1780	682	0,1056	0,1896	840	0,9095	825
40	0,1268	0,1904	636	0,1196	0,1989	793	0,9042	770
30	0,1374	0,1984	610	0,1283	0,2047	764	0,9022	738
20	0,1420	0,2033	613	0,1338	0,2083	745	0,9153	742
5	0,1485	0,2069	584	0,1375	0,2107	732	0,9019	706

Valor medio di $\log \Delta/\Delta_1 = \log r = 0{,}9173$

	2 luglio (pomeriggio)			**3 luglio** (pomeriggio)				
5°	0,1504	0,2115	+ 611	0,1396	0,2097	+ 701	9,9403	+ 685
20	0,1440	0,2086	646	0,1331	0,2067	736	9,9433	724
30	0,1351	0,2044	693	0,1236	0,2024	788	9,9442	778
40	0,1205	0,1978	773	0,1087	0,1956	869	9,9492	867
50	0,0987	0,1874	887	0,0859	0,1850	991	9,9518	995
60	0,0645	0,1710	1065	0,0504	0,1682	1178	9,9561	1195
65	0,0400	0,1591	1191	0,0250	0,1560	1310	9,9550	1325
70	0,0077	0,1430	1353	9,9913	0,1394	1481	9,9607	1518

Valor medio di $\log \Delta/\Delta_1 = \log r = 9{,}9501$.

I valori delle Δ sono sensibilmente diversi nei due giorni, essendo sempre minori nel giorno 2 luglio, in cui la trasparenza dell'aria fu maggiore. Tuttavia vediamo che i rapporti Δ/Δ_1 sono sensibilmente costanti per le varie distanze zenitali, o almeno variano entro limiti così ristretti, che sostituendo ai rapporti effettivi il loro valor medio r, e calcolando le differenze Δ_1 relative al giorno 3 dalle Δ relative al giorno 2 nella forma

$$\Delta_1' = \frac{\Delta}{r},$$

il divario fra le Δ_1' così calcolate e le Δ_1 direttamente ottenute, e quel che più monta, il divario fra i corrispondenti valori del coefficiente d'assorbimento $c' = \frac{\Delta_1'}{M}$ ottenuti mediante questo raccordo e i valori direttamente ottenuti $c = \frac{\Delta_1}{M}$ non raggiunge importi tali da alterare essenzialmente la curva dei valori del coefficiente di assorbimento. La differenza più forte è infatti quella corrispondente a $z = 70°$ nel mattino:

$$\Delta_1 = +\,1068 \qquad \Delta_1' = +\,1157,$$

a cui, posto M in cifra tonda $= 0{,}800$, corrisponde rispettivamente

$$c = 0{,}134 \qquad c' = 0{,}145$$

con differenza non superiore al 7 % fra il valore dato dal calcolo diretto e quello ottenuto coll'indicato raccordo.

Soddisfacentissimo è poi l'accordo fra i valori Δ_1' e Δ_1 nelle osservazioni pomeridiane, e questo dipende probabilmente dal fatto che le serie pomeridiane si arrestano a distanze zenitali di poco superiori a 70°, mentre le serie antimeridiane cominciano tutte al di là di 80° ed una per fino da $z = 84°$, ed è naturale che le differenze di trasparenza fra un giorno e l'altro siano più accentuate e irregolari per le distanze zenitali assai forti che non per quelle moderate. Concludiamo, che ammettendo di conoscere le due curve della radiazione per due stazioni in un dato giorno e quindi i corrispondenti valori $\Delta = \log q - \log q'$, e di conoscere, o di volere ammettere *solo una parte* delle curve della radiazione corrispondenti ad un altro giorno, per le stesse stazioni, — come può accadere, sia per sopravvenute perturbazioni atmosferiche, sia per guasti strumentali od altro — *è possibile completare la parte mancante della curva del coefficiente d'assorbimento c, ricavando dalle osservazioni disponibili il valor medio di* Δ/Δ_1, *e applicando questo fattore di proporzionalità per ricavare dalla serie dei valori* Δ *i valori* Δ_1 *corrispondenti alle osservazioni mancanti od escluse. I valori* Δ_1 *così ottenuti sono da ritenere come quelli che si sarebbero avuti dalle osservazioni, se non fossero sopraggiunte le accennate complicazioni.*

L'applicazione di questo procedimento — per quanto possa apparir delicata — sarebbe legittima, dietro la prova fatta sopra, per uno strato come quello compreso fra Guimar e Alta Vista di ben 3000 metri di spessore. A maggior ragione potrà ritenersi legittima per lo strato di appena 400 metri compreso fra Alta Vista e il Picco. Tutto si riduce quindi a esaminare attentamente le osservazioni del 25 giugno e 27 giugno, vedere quali osservazioni del 25 giugno possano ritenersi come accettabili per ricavarne il fattore di proporzionalità $r = \Delta/\Delta_1$, e ottenere infine i valori Δ_1 relativi al 25 giugno mediante riporto ai valori analoghi del 27 giugno, nel modo accennato sopra.

Per questo esame paragoniamo fra loro i valori di $\log q$ corrispondenti a distanze zenitali uguali al mattino e nel pomeriggio in ciascuna delle due stazioni Picco e

Alta Vista nei due giorni 25 e 27 giugno. Servendoci dei valori numerici di $\log q$ già ottenuti nel § 12, avremo:

25 giugno.

	Picco			Alta Vista		
z	$\log q$ matt.	$\log q$ pom.	∂	$\log q$ matt.	$\log q$ pom.	∂
70	0,1448	0,1402	− 46	0,1417	0,1358	− 59
65	0,1595	0,1603	+ 8	0,1576	0,1530	46
60	0,1704	0,1736	32	0,1692	0,1658	34
50	0,1853	0,1898	45	0,1857	0,1833	24
40	0,1948	0,1990	42	0,1960	0,1944	16
30	0,2008	0,2045	37	0,2026	0,2016	10
20	0,2046	0,2078	32	0,2068	0,2061	7
5	0,2072	0,2100	28	0,2096	0,2092	4

27 giugno.

	Picco			Alta Vista		
z	$\log q$ matt.	$\log q$ pom.	∂	$\log q$ matt.	$\log q$ pom.	∂
70	0,1398	(0,1448)	(+ 50)	0,1337	(0,1344)	(+ 7) (1)
65	0,1597	0,1604	+ 7	0,1529	0,1493	− 36
60	0,1731	0,1720	− 11	0,1659	0,1605	54
50	0,1898	0,1879	19	0,1820	0,1761	59
40	0,1994	0,1979	15	0,1913	0,1862	51
30	0,2053	0,2043	10	0,1969	0,1930	39
20	0,2089	0,2083	6	0,2004	0,1973	31
5	0,2113	0,2111	2	0,2027	0,2003	24

Di qui si vede, che mentre il 27 giugno l'andamento relativo delle curve della radiazione corrispondenti al mattino e al pomeriggio è stato pressochè identico nelle due stazioni, poichè in ambedue le differenze ∂ fra i valori corrispondenti di $\log q$ cominciano con valori positivi, passando poi ai valori negativi, che sono i prevalenti (assorbimento maggiore nel pomeriggio); per le curve del 25 giugno invece appena i primi valori di ∂ corrispondenti a $z = 70°$ nelle due stazioni accordano nel segno e nell'ordine di grandezza, tutti i valori seguenti sono di segno opposto, ciò che vuol dire che mentre di prima mattina e verso sera (più precisamente verso la distanza zenitale di 70°) le condizioni di trasparenza potevano ritenersi normali in ambedue le stazioni, risultando sensibilmente maggiore la intensità della radiazione corrispondente al mattino, e sempre maggiore l'intensità osservata nella stazione superiore, in tutto il resto del 25 giugno si verificò al Picco il fatto anormale di una trasparenza maggiore nel pomeriggio, e da 50° in poi l'altro fatto ancora più singolare di una intensità di radiazione *maggiore* nella stazione *inferiore*. In Alta Vista invece la costanza dei segni delle ∂ e il regolare andamento dei valori di queste differenze (assorbimento maggiore nel pomeriggio e differenza crescente col crescere della distanza zenitale ; differenza ∂ pressochè nulla attorno alla osserva-

(1) Abbiamo racchiuso fra parentesi i primi valori corrispondenti alle due serie del 27 giugno, perchè più incerti degli altri, risultando in parte da una estrapolazione, poichè le serie del 27 giugno: pom. in Alta Vista e al Picco si arrestano rispettivamente a 64°,5 e 66°.

zione meridiana) dimostra che i rapporti di trasparenza si mantennero assolutamente normali e sotto certi aspetti anche migliori dei rapporti analoghi pel 27 giugno. Concludiamo quindi, come già avevamo asserito nel § 10 che l'anomalia presentata dalle osservazioni del 25 giugno mattina (coefficiente d'assorbimento nullo o negativo) è dovuta essenzialmente a perturbazioni atmosferiche locali attorno alla stazione superiore (Picco).

Poichè ora abbiamo riconosciuto che di prima mattina e verso sera (del 25 giugno) e più precisamente verso la distanza zenitale di 70° le condizioni di trasparenza potevano ritenersi normali in ambedue le stazioni (radiazione maggiore nella stazione superiore e in ciascuna stazione maggiore al mattino), così possiamo ricorrere ai dati relativi a questa distanza zenitale per ottenere il valore

$$\Delta_1 = \log q_P - \log q_{AV}$$

(25 giugno) che confrontato col Δ corrispondente del 27 giugno ci fornirà il cercato fattore di proporzionalità $r = \Delta/\Delta_1$ per raccordare le osservazioni del 25 giugno a quelle del 27. Si avrà dunque

25 giugno: per $z = 70°$ $\quad \Delta_1 = \log q_P - \log q_{AV} = +31$
27 » » » $\quad \Delta = \log q_P - \log q_{AV} = +61$

da cui $r = 1{,}97$, col qual fattore r dai valori relativi al 27 giugno

per $z =$	70°	65	60	50	40	30	20	5
$\Delta_1 = \log q_P - \log q_{AV} =$	+61	+68	+72	+78	+81	+84	+85	+86

otterremo senz'altro i valori corrispondenti per il 25 giugno

$\Delta = \log q_P - \log q_{AV} =$	+31	+35	+37	+40	+41	+43	+43	+44

Ricavando allora mediante interpolazione da questi valori di Δ quelli corrispondenti alle distanze zenitali delle osservazioni effettivamente eseguite nel detto giorno ad Alta Vista e al Picco, e dividendo questi ultimi valori per le masse M corrispondenti alle dette distanze zenitali (§ 7); e operando infine in modo affatto analogo anche per le osservazioni del pomeriggio, si ottengono i valori sottosegnati del coefficiente d'assorbimento c per il 25 giugno, che potremo legittimamente sostituire in luogo di quelli inammissibili risultati dalla prima riduzione, fondata direttamente sui dati d'osservazione originali (§ 12).

25 giugno.

a) partendo dalle osservazioni eseguite in Alta Vista.

Mattina			Pomeriggio		
z_0	$\log q_P - \log q_{AV}$	c	z_0	$\log q_P - \log q_{AV}$	c
67°29′,0	+0,0034	0,038	9°52′,1	+0,0071	0,192
60.51,4	37	0,053	26. 3,5	73	0,187
53.29,2	39	0,068	39.15,9	76	0,175
47.23,0	40	0,078	52 37,1	78	0,136
41. 0,9	41	0,091	58.54,3	76	0,115
27.35,6	43	0,108	66.24,9	72	0,084

b) partendo dalle osservazioni eseguite al Picco.

68.33,6	+ 0,0032	0,035	5. 1,0	+ 0,0071	0,197
62. 8,9	36	0,050	26.16,5	74	0,187
55.13,5	39	0,064	39.55,1	77	0,171
42. 7,0	41	0,091	51.45,4	78	0,139
28.54,5	43	0,108	64.43,2	73	0,092
5. 1,0	44	0,122			

I valori ottenuti con questa nuova riduzione delle osservazioni del 25 giugno sono rappresentati con linea punteggiata (.....) nella tavola I. L'andamento della curva, come era da attendersi, riproduce fedelmente su scala diversa quello della curva del 27 giugno, e ne riproduce in particolare anche i difetti, come ad esempio la discontinuità già rilevata altrove (§ 10) attorno alla osservazione meridiana.

21. *Valori del coefficiente d'assorbimento e corrispondenti allo strato Alta Vista-Picco secondo la media dei risultati del 25 giugno (nuova riduzione) e del 27.* — Prendendo la media delle ordinate di questa nuova curva (.....) relativa alle osservazioni del 25 giugno e dell'altra relativa alle osservazioni del 27 (— Tavola I) per le sole osservazioni antimeridiane, si ottiene in modo affatto analogo a quello tenuto per lo strato inferiore Guimar-Alta Vista (§ 14) la curva III′ relativa allo strato superiore Alta Vista-Picco, come è disegnata nella Tavola II, a tratto e punto (–·–·) per distinguerla dall'altra curva III a tratto continuo ottenuta dalla prima riduzione.

Come si vede, le due curve hanno in comune il solo punto corrispondente a $z = 70°$, come era naturale per il modo in cui venne eseguita la nuova riduzione. In tutto il resto la nuova curva III′ si mantiene molto più elevata della III, e il divario fra le ordinate della III′ e della II, ossia fra i coefficienti d'assorbimento all'altezza media di 3467^m e di 2684^m, è notevolmente minore di quello che intercede fra le II ed I, ossia fra le altezze di 2684^m e 1777^m, mentre il contrario aveva luogo fra la III e le II ed I rispettivamente, vale a dire la prima riduzione dava pel coefficiente d'assorbimento una diminuzione assai più forte fra 2684^m e 3467^m che non fra 1777^m e 2684^m. Tenuto conto ora che il dislivello fra queste due ultime altezze è superiore di oltre un centinaio di metri a quello delle altre due (907^m contro 783^m), e che la variazione più rapida nelle condizioni di trasparenza dell'aria (a pari qualità di raggi) è da attendere negli strati inferiori più ricchi di pulviscolo e di vapor d'acqua, anzichè negli strati superiori ai 2684^m, dobbiamo concludere che la seconda riduzione delle osservazioni del 25 giugno appare fin da principio condurre a risultati più accettabili di quelli a cui conduceva la prima, e si può sperare fin d'ora che la formola empirica dedotta da questa nuova riduzione sia anche più accettabile dell'altra, che interpetrata con tutto il rigore avrebbe portato all'annullarsi del coefficiente d'assorbimento poco al disopra dei 4000 metri.

22. *Nuova formola empirica per rappresentare l'aumento di trasparenza dell'aria coll'altezza.* — Per ottenere una formola empirica che rappresenti il modo di variare del coefficiente d'assorbimento in altezza, in base alla nuova riduzione

delle osservazioni del 25 giugno, dobbiamo come già nel § 18, confrontar fra loro solo i coefficienti d'assorbimento di raggi di uguale composizione, ammettendo come tali quelli che hanno attraversato precedentemente uguali masse d'aria per giungere alle altezze per cui vale il coefficiente d'assorbimento da noi determinato. A tal fine abbiamo tracciato una nuova curva colle ordinate c, coefficienti d'assorbimento corrispondenti alle singole osservazioni del 25 giugno secondo la nuova riduzione (§ 20) e le ascisse M, masse d'aria attraversate dai ragggi per giungere all'altezza $\overline{H} = 3467^m$ (prime due tabelle del § 17). Da questa curva e dall'analoga per il giorno 27 giugno già costruita per la prima riduzione abbiamo dedotta una nuova curva media relativa allo strato superiore Alta Vista-Picco, che è la curva a tratto e punto III' (— · — ·) della Tavola III, e da quest' ultima infine abbiamo desunto per una serie di valori di M i valori sottosegnati di c_3 e i corrispondenti rapporti $c_3 : c_1$ rispetto ai valori c_1 già ottenuti nel § 18. Dal citato paragrafo riproduciamo anche i valori c_2 e $c_2 : c_1$ che rimangono naturalmente invariati.

M	c_1(1777^m)	c_2(2684^m)	c_3(3467^m)	$c_2 : c_1$	$c_3 : c_1$
0,82	0,241	0,177	0,147	0,73	0,61
1,10	0,197	0,132	0,105	0,67	0,53
1,50	0,162	0,100	0,069	0,59	0,43
1,75	0,147	0,091	0,052	0,62	0,37
2,00	0,137	0,085	—	0,63	—
3,00	0,114	0,077	—	0,68	—
4,00	0,102	0,075	—	0,74	—
Valori medî dei rapporti dei coefficienti d'assorbimento				0,66	0,48

Qui non si mantiene, come accadeva nella prima riduzione, la costanza del rapporto $c_3 : c_1$ per i raggi di diversa costituzione, poichè il detto rapporto scende abbastanza rapidamente dal valore 0,61 per raggi, che abbiano attraversato la massa d'aria 0,82, al valore 0,37 per raggi che abbiano attraversato la massa di 1,75 atmosfere. Ciò vuol dire che la trasparenza atmosferica non aumenta (coll'altezza) secondo la stessa legge per tutti i raggi; ma l'aumento è più sensibile pei raggi che hanno attraversate masse d'aria piuttosto rilevanti. E anche questo è in perfetto accordo colla teoria dell'assorbimento selettivo. Da questa infatti si sa che i raggi rossi, ossia i raggi eminentemente calorifici, vengono assorbiti dall'aria atmosferica molto meno dei raggi violetti (1). Se si considerano allora a varie altezze raggi che abbiano attraversato precedentemente masse d'aria assai rilevanti, questi saranno relativamente più ricchi di raggi rossi, ossia calorifici, che non di raggi violetti, o chimici, e poichè i raggi calorifici sono anche quelli che risentono in grado più eminente l'azione assorbente del vapor d'acqua, così i detti raggi risentiranno anche in grado maggiore degli altri l'effetto della rapida diminuzione del vapor d'acqua coll'altezza, in altri termini la trasparenza dell'aria aumenterà più rapidamente (coll'altezza) pei

(1) Secondo le esperienze di Müller, Abney, Langley i raggi rossi perdono solo il 10 % circa nel loro passaggio attraverso tutta l'atmosfera, mentre i raggi bleu e violetti perdono il 40 %.

raggi calorifici, che non pei raggi chimici, più per raggi, che abbiano attraversato grandi spessori atmosferici, che non per raggi che abbiano attraversato moderati spessori. E questo è precisamente quanto ci risulta dalla nostra riduzione delle osservazioni di Ångström.

A stretto rigore dunque varranno formole diverse per le diverse lunghezze d'onda, ad esprimere l'aumento di trasparenza dell'aria coll'altezza. Non essendo però il materiale d'osservazione qui discusso il più adatto per questa ricerca dettagliata, ci contentiamo di aver posto in evidenza il fatto, e torniamo a cercare una formola empirica media, che si adatti soddisfacentemente a tutti i raggi qui considerati. A tal fine appunto abbiamo formato i valori medî dei rapporti $c_2 : c_1$ e $c_3 : c_1$, e la cosa è ridotta allora a trovare una formola empirica per c (in termini dell'altezza h sul livello del mare o di altra variabile equivalente)

$$c = f(h)$$

tale che siano soddisfatte le due condizioni

$$(12) \qquad \begin{aligned} f(h_2) : f(h_1) &= 0{,}66 \\ f(h_3) : f(h_1) &= 0{,}48 \,. \end{aligned}$$

Questo può farsi naturalmente in infinite maniere, ma a parità di risultati si darà la preferenza alla formola più semplice. Abbiamo cercato dapprimo, se per caso il coefficiente d'assorbimento dell'aria a varie altezze fosse in relazione semplice colla sua densità, p. es. se fosse senz'altro proporzionale a questa

$$c = k\delta \,,$$

ma il confronto dei rapporti $c_2 : c_1 = 0{,}66$ $c_3 : c_1 = 0{,}48$ coi rapporti corrispondenti $\overline{\delta}_2 : \overline{\delta}_1$, $\overline{\delta}_3 : \delta_1$ (le $\overline{\delta}$ avendo i valori già ottenuti nel § 17 corrispondenti alle altezze di 1777, 2684, 3467^m rispettivamente) ci ha mostrato subito che il decrescimento del coefficiente d'assorbimento c è molto più rapido di quello della densità δ. Abbiamo provato allora successivamente le relazioni $c = k\delta^2$, $c = k\delta^3$, finchè ci apparve potersi ottenere una rappresentazione eccellente dei nostri risultati, ossia dei rapporti (12) mediante la relazione

$$(13) \qquad c = k\delta^4 \,.$$

Dai valori della densità

$$\log \overline{\delta}_1 = 9{,}9194 \quad \log \overline{\delta}_2 = 9{,}8770 \quad \log \overline{\delta}_3 = 9{,}8396$$

ottenuti nel § 17 come corrispondenti alle altezze medie dei tre stati in questione, segue infatti

$$\frac{\overline{\delta}_2}{\overline{\delta}_1} = 0{,}68 \qquad \frac{\overline{\delta}_3}{\overline{\delta}_1} = 0{,}48 \,.$$

in ottimo accordo coi rapporti del coefficiente d'assorbimento ottenuti sopra (0,66 e 0,48). La formola empirica (13) presenta sull'altra (11) già ottenuta nel § 19 il grande vantaggio di non condurre a risultati inammissibili, per quanto riguarda

l'altezza, dove si annulla il coefficiente d'assorbimento. Questo non può annullarsi secondo la formola attuale, se non al limite dell'atmosfera. Essendo poi nota dalle formole altimetriche l'espressione della densità dell'aria in funzione dell'altezza sul livello del mare, potrà subito ottenersi un'espressione analoga per c, e ammettendo che questa espressione valga effettivamente fino al limite dell'atmosfera potremo dedurre per nuova via l'ammontare dell'assorbimento esercitato da tutta l'atmosfera terrestre sulla luce degli astri.

Come la formola

$$c = k\delta^4$$

si adatti ai risultati di questa nuova riduzione delle osservazioni di Ångström, può vedersi oltrechè dall'accordo dei precedenti rapporti, anche dalla rappresentazione grafica (Tavola III) in cui accanto alle curve ottenute dalla osservazione II e III′ per i valori del coefficiente d'assorbimento alle altezze di 2684 e 3467^m abbiamo segnato anche le curve (punteggiate) — per dir così, *teoriche* — dedotte da quella (I) relativa all'altezza inferiore (1777^m) mediante semplice riduzione delle ordinate nel rapporto delle quarte potenze delle densità. L'accordo della curva II colla corrispondente curva teorica è in ogni caso assai soddisfacente. Così non è, e non poteva essere per il fatto messo in evidenza sopra, per la curva III′ oss. e la III teor. Non si può mancare tuttavia di riconoscere che il divario fra la formola empirica e l'osservazione è in ogni caso *molto minore di quello che intercede fra le varie curve d'osservazione relative ad un medesimo strato ottenute in giorni diversi, come conseguenza di effettive variazioni della trasparenza atmosferica da un giorno all'altro ancorchè tutti perfettamente sereni.* Noi vediamo infatti che il divario massimo fra la II oss. e la II teor. (v. Tav. III) è quello che ha luogo per raggi che abbiano attraversato due atmosfere d'aria, avendosi secondo la curva teorica $c = 0{,}093$ e secondo l'osservazione $c = 0{,}084$. Se ora prendiamo fra le curve date dall'osservazione per un medesimo strato in giorni diversi quelle che presentano l'accordo migliore, cioè le curve relative allo strato Guimar-Alta Vista pei giorni 2 e 3 luglio, vediamo che per raggi pressochè verticali si passa da $c = 0{,}214$ a $c = 0{,}266$, per raggi con 42° di distanza zenitale si passa da $c = 0{,}176$ a $c = 0{,}219$, mentre per raggi con 81°,3 di distanza zenitale il rapporto s'inverte, passandosi da $c = 0{,}098$ pel primo giorno a $c = 0{,}087$ nel secondo. Tutti questi scarti sono superiori (anche se considerati in proporzione col valore di c) al massimo scarto che si presenta fra le nostre curve II oss. e II teor. Un'osservazione affatto analoga può farsi per quanto riguarda lo scarto piuttosto rilevante delle III oss. e III teor., se lo confrontiamo collo scarto corrispondente delle curve osservate nei giorni 25 e 27 giugno per lo strato Alta Vista-Picco (v. Tavola I). Del resto per quest'ultimo strato abbiamo già dichiarato espressamente, che la nostra formola s'intende valere *solo come formola empirica media*, mentre è ben probabile e gli stessi nostri risultati ne forniscono chiaro indizio, che valgano in effetto formole empiriche diverse per raggi di diversa composizione.

A titolo dunque di semplice *relazione empirica media per raggi di diversa composizione* crediamo di poter formulare come conclusione della nostra nuova ridu-

zione delle mirabili osservazioni del prof. K. Ångström a Teneriffa il risultato seguente:

Per gli strati inferiori dell'atmosfera fino a 3500^{m} circa il coefficiente di assorbimento dell'aria, per raggi che abbiano precedentemente attraversato uguali spessori atmosferici (considerati a varie altezze sul livello del mare) è molto prossimamente proporzionale alla quarta potenza della densità.

CAPITOLO V.

Riduzione delle osservazioni di Ångström in base alle curve medie della radiazione ottenute dallo stesso Autore.

23. *Riduzione in base alle curve medie della radiazione ottenute da Ångström per le varie stazioni nel 1896.* — Tutte le riduzioni precedenti sono fondate sopra una discussione *ex-novo* del materiale d'osservazione raccolto da Ångström a Teneriffa (1896). L'A. medesimo ha però elaborato per suo conto — benchè con altro fine e precisamente avendo di mira assai più la intensità della radiazione, che non l'assorbimento atmosferico — le dette osservazioni, ed ha ricavato con procedimento grafico *le curve medie della intensità della radiazione nelle diverse stazioni.* Lo stesso Autore non manca di osservare, che queste curve medie non hanno tutte ugual valore, perchè mentre la curva relativa alla stazione di Alta Vista è ricavata da cinque giorni d'osservazione, quelle relative al Picco e a Guimar vennero ricavate da due soli giorni, però mediante raccordo o riporto alla curva media, fondamentale, per Alta Vista [1]; per Cañada invece non si potè disporre che di un sol giorno, e di più in questo non si poterono utilizzare che le sole osservazioni antimeridiane, mentre tutte le altre serie comprendono mattina e pomeriggio [2].

Si comprende dunque che questa diversità di origine delle curve medie e specialmente la peculiarità relativa alla stazione di Cañada debbono tradursi in apparenti anomalie dell'assorbimento atmosferico, anomalie che si può sperare di evitare invece, confrontando *direttamente* le curve ottenute in ciascun giorno d'osservazione, e precisamente le sole curve antimeridiane, per evitare la deficienza delle osservazioni di Cañada. A maggior giustificazione di questo nostro procedimento — su cui si fondano tutte le riduzioni precedenti e tutte le deduzioni ulteriori — crediamo quindi opportuno comunicare qui anche i risultati che si possono ottenere operando

[1] Vale a dire semplicemente aggiungendo alle ordinate della curva per Alta Vista le medie delle differenze delle ordinate corrispondenti ai varî giorni d'osservazione e alle varie stazioni.

[2] « Les observations simultanées à Alta Vista et sur le Cañada n'ont été faites que dans « une seule journée et malheureusement les conditions météorologiques n'étaient pas des meilleures. « Vers midi, un vent violent souleva de véritables nuages de poussière dans les couches basses de « l'atmosphère du Cañada; aussi m'a-t-il fallu rejeter les observations de l'après midi et construire « la courbe d'intensité à differentes hauteurs du soleil seulement à l'aide des observations de la « matinée ». Ångström, loc. cit., pag. 25.

sulle *curve medie* ottenute da Angström, anzichè sulle curve delle osservazioni originali.

Dalle accennate curve medie l'A. ha ricavato i valori raccolti nella tabella seguente (Table VII a pag. 26 della Memoria citata di Ångström):

Intensità q della radiazione per varie distanze zenitali a diverse altezze s. l. d. m.

Dist. zenit.	Guimar	Cañada	Alta Vista	Picco
z	B = 734^m H = 360^m	B = 597^{mm} H = 2125^m	B = 518^{mm} H = 3252^m	B = 492^{mm} H = 3683^m
85°	—	—	$q_3 = 0{,}916$	$q_4 = 0{,}925$
80	$q_1 = 0{,}786$	$q_2 = 1{,}055$	1,156	1,184
75	0,957	1,208	1,287	1,299
70	1,049	1,288	1,370	1,388
60	1,189	1,402	1,468	1,490
50	1,269	1,472	1,527	1,553
40	1,314	1,508	1,565	1,585
30	1,357	1,529	1,583	1,606
20	1,375	(1,530)	1,595	1,619
10	1,391	(1,540)	1,610	1,624
5	1,401	(1,542)	1,613	1,627

Applicando ora le solite tavole I, III_a, III_b, V e VI della Mem. X, nella ipotesi di una temperatura di 25° C al mare, otteniamo i seguenti

Valori delle masse d'aria $F(z, H)$ *attraversate dai raggi colle distanze zenitali z (al mare)* (1), *fra il mare e le altezze* H_1, H_2, H_3, H_4, H^* *(limite dell'atmosfera).*

z	$F(z, H_1)$	$F(z, H_2)$	$F(z, H_3)$	$F(z, H_4)$	$F(z, H^*)$
85°	0,478	2,475	3,573	3,954	10,296
80	0,233	1,258	1,827	2,027	5,583
75	0,156	0,848	1,232	1,368	3,811
70	0,118	0,641	0,932	1,035	2,902
60	0,081	0,439	0,638	0,709	1,994
50	0,063	0,341	0,497	0,552	1,553
40	0,053	0,286	0,417	0,463	1,304
30	0,047	0,252	0,368	0,410	1,154
20	0,043	0,232	0,340	0,378	1,064
10	0,041	0,223	0,324	0,360	1,015
5	0,041	0,221	0,321	0,357	1,004

e quindi, per differenze, gli spessori atmosferici (ε_i) e le masse d'aria (m_{ik})

$$\varepsilon_1 = F(z, H^*) - F(z, H_1) \qquad m_{12} = F(z, H_2) - F(z, H_1)$$
$$\varepsilon_2 = F(z, H^*) - F(z, H_2) \qquad m_{23} = F(z, H_3) - F(z, H_2)$$
$$\varepsilon_3 = F(z, H^*) - F(z, H_3) \qquad m_{34} = F(z, H_4) - F(z, H_3)$$
$$\varepsilon_4 = F(z, H^*) - F(z, H_4)$$

(1) Probabilmente nelle tabelle del prof. Ångström è inteso che le distanze zenitali z valgano per le singole stazioni, cosicchè occorrerebbe una rettificazione dipendente dalla refrazione astronomica, al quale scopo è costruita la Tavola II della Memoria X più volte citata. Per brevità prescindiamo da questa rettificazione, ammettendo che z sia addirittura la distanza zenitale al mare.

che i raggi stessi attraversano nell'atmosfera, rispettivamente, prima di giungere nelle singole stazioni (ε_i), o fra le altezze di due stazioni consecutive (m_{ik}).

Dei valori ε_i ci siamo serviti per ragguagliare colla formola da noi proposta (v. § 4).

(5) $$\log q = a - b\varepsilon^n$$

le singole serie di valori di q. Applicando come al solito il metodo dei minimi quadrati per la determinazione delle costanti a e b, abbiamo ottenuto le rappresentazioni seguenti, accanto alle quali riportiamo i corrispondenti valori O-C in *millesimi di piccola caloria.*

Valori ragguagliati dell'intensità q della radiazione per varie distanze zenitali a diverse altezze sul livello del mare.

	Guimar		Cañada	
z	$\log q = 0{,}2818 - [9{,}1476]\,\varepsilon^{0,6}$		$\log q = 0{,}2461 - [8{,}8400]\,\varepsilon^{0,8}$	
	q_1	O − C	q_2	O − C
85°	—	—	—	—
80	0,790	− 4	1,053	+ 2
75	0,946	+ 11	1,206	+ 2
70	1,053	− 4	1,298	− 10
60	1,187	+ 2	1,405	− 3
50	1,269	0	1,463	+ 9
40	1,322	− 8	1,500	+ 8
30	1,357	0	1,522	+ 7
20	1,379	− 4	1,536	− 6
10	1,392	− 1	1,544	− 4
5	1,395	+ 6	1,546	− 4
	Valore medio (O − C)	± 4		± 5

	Alta Vista		Picco di Teyde	
z	$\log q = 0{,}2750 - [8{,}9441]\,\varepsilon^{2/3}$		$\log q = 0{,}2740 - [8{,}9257]\,\varepsilon^{0,7}$	
	q_3	O − C	q_4	O − C
85°	0,916	0	0,927	− 2
80	1,155	+ 1	1,173	+ 11
75	1,287	0	1,307	− 8
70	1,370	0	1,392	− 4
60	1,470	+ 2	1,491	− 1
50	1,527	0	1,548	+ 5
40	1,562	− 3	1,582	+ 3
30	1,585	+ 2	1,605	+ 1
20	1,600	+ 5	1,619	0
10	1,608	− 2	1,627	− 3
5	1,610	− 3	1,629	− 2
	Valore medio (O − C)	± 1,6		± 4

[Apriamo qui una parentesi per far notare l'accordo straordinario fra la formola di ragguaglio e le singole serie d'osservazioni, non risultando mai residui superiori al *centesimo* della quantità misurata, e ammontando al più ad $\frac{1}{200}$ il valor medio dei residui delle singole serie. Addirittura meraviglioso è poi l'accordo per la serie di Alta Vista (che è d'altronde certamente la più precisa per dato di fatto, fondan-

dosi su cinque serie diverse) nella quale il valor medio (O — C) è di poco superiore ad un *millesimo di piccola caloria*. Crediamo di poter asserire che di un siffatto accordo non si aveva esempio finora (1) nelle precedenti applicazioni delle varie formole proposte per lo studio della radiazione (formole di Pouillet, di Crova, di Bartoli). La bontà dei presenti risultati dipende certo in massima parte dalla meravigliosa precisione raggiunta da Ångström in queste esperienze col suo pireliometro a compensazione elettrica, ma dipende anche in parte non minima dalla bontà della formola di ragguaglio. Io ho già mostrato nel corso del presente lavoro (Cap. I) e più estesamente altrove (2), col fondamento di osservazioni mie proprie, come la formola (5) consenta una rappresentazione perfetta delle osservazioni in molti casi in cui tutte e tre le suaccennate formole condurrebbero, pur col metodo dei minimi quadrati, a rappresentazioni cattivissime. Senza ripeter qui calcoli appositi ci basta ricordare quelli eseguiti dal chrmo prof. G. Rizzo per rappresentare mediante la formola di Crova (e sempre col metodo dei minimi quadrati) *le stesse curve medie dell'Ångstrõm da noi qui nuovamente ridotte*. Gli O — C ottenuti dal prof. Rizzo (3) sulla base di soli 9 valori per ciascuna serie (con esclusione di quelli relativi alle distanze zenitali di 85° e 75°) furono rispettivamente

Guimar:	— 26	+ 21	+ 25	+ 14	— 4	— 3	— 13	— 13	— 7
									Valor medio ± 14
Cañada:	— 22	+ 20	+ 24	+ 24	+ 13	+ 12	— 18	— 20	— 21
									Valor medio ± 18
Alta Vista:	— 15	+ 19	+ 16	+ 10	+ 5	— 6	— 9	— 9	— 9
									Valor medio ± 10
Picco:	— 16	+ 13	+ 16	+ 16	+ 6	— 2	— 7	— 14	— 12
									Valor medio ± 11

In complesso dunque i residui ammontano circa al *quadruplo* di quelli da noi superiormente ottenuti coll'uso della formola (5), e dimostrano di più un andamento sensibilmente sistematico (valori negativi alle due estremità di ciascuna serie e positivi nel mezzo). Specialmente per la serie di Alta Vista può dirsi che è un vero peccato elaborarla con formole che lasciano (per difetto sistematico) residui di due

(1) Il chrmo prof. G. Rizzo chiamava già meravigliosa la rappresentazione fornita in un caso particolare dalla formola di Bartoli con residui di 4,1 millesimi in media (cfr. G. Rizzo, *Sopra le recenti misure della costante solare*. Mem. della R. Accad. delle Sc. di Torino, ser. II, XLVIII, pag. 322). Questo limite di approssimazione viene largamente oltrepassato dalla serie attuale di Alta Vista, e non può trattarsi certo di un caso fortuito, poichè la rappresentazione migliore si trova corrispondere appunto alla serie più *sicura* fra le quattro considerate. Aggiungo qui che la nuova formola ha fatto ottima prova oltrechè nelle mie proprie osservazioni attinometriche in Catania e all'Etna (Cfr. note XI e XII citate nella Introduzione e nel § 4) anche nelle osservazioni pireliometriche eseguite dal dott. C. Alessandri sul Monte Rosa (v. Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani, vol. XXXVII, 1908).

(2) *Saggio di una nuova formola empirica* ecc. Rendic. d. R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. XVI.

(3) *Sopra il calcolo della costante solare*. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXXVIII.

centesimi di caloria, mentre è possibile, come abbiam visto, con altre formole abbassare questi residui al mezzo centesimo. Beninteso, anche le altre formole in questione possono *in qualche caso particolare* dare rappresentazioni altrettanto buone come la quarta, ma la superiorità di questa consiste in ciò, che in grazia del parametro n contenuto in più rispetto alle altre, essa riesce sicuramente in una grandissima quantità di casi, in cui le altre si ricusano, e d'altra parte la determinazione del valore più conveniente di n è oltremodo agevole, e la riduzione susseguente col metodo dei minimi quadrati non riesce per nulla più complicata che colle altre formole (1)].

Dai valori ottenuti delle q, o meglio dai valori di $\log q$ direttamente forniti dalle formole di ragguaglio

Guimar:										
$\log q_1 =$	9,8976	9,9761	0,0222	0,0745	0,1034	0,1211	0,1325	0,1396	0,1436	0,1445
Cañada:										
$\log q_2 =$	0,0228	0,0812	0,1133	0,1476	0,1654	0,1759	0,1824	0,1864	0,1887	0,1892
Alta Vista:										
$\log q_3 =$	9,9618	0,0626	0,1096	0,1368	0,1673	0,1838	0,1938	0,2001	0,2041	0,2063	0,2068
Picco:										
$\log q_4 =$	9,9610	0,0692	0,1165	0,1436	0,1735	0,1897	0,1993	0,2055	0,2093	0,2113	0,2119

formando le differenze

$$\log q_2 - \log q_1 \qquad \log q_3 - \log q_2 \qquad \log q_4 - \log q_3$$

(1) Non credo fuor di luogo accennare qui brevemente con un esempio il metodo da me tenuto per queste riduzioni. Nel caso della serie di Alta Vista il 1°, 5° e 11° valore di q

$$q_1 = 0{,}916 \qquad q_5 = 1{,}468 \qquad q_{11} = 1{,}613$$

forniscono

$$\frac{\log q_5 - \log q_1}{\log q_{11} - \log q_5} = \frac{2048}{409} = 5{,}0.$$

Formando le potenze successive $\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon^{0,9}, \varepsilon^{0,8}, \ldots \varepsilon^{0,6}$ degli spessori atmosferici $\varepsilon_1\ \varepsilon_5\ \varepsilon_{11}$ corrispondenti ai tre detti valori delle intensità, e formando pei varî esponenti n i quozienti

$$Q_n = \frac{\varepsilon^{n_5} - \varepsilon^{n_1}}{\varepsilon^{n_{11}} - \varepsilon^{n_5}}, \quad \text{si trova} \quad Q_{0,7} = 5{,}4 \quad Q_{0,6} = 4{,}8.$$

Per avere $Q_n = \frac{\log q_5 - \log q_1}{\log q_{11} - \log q_5} = 5{,}0$ converrà prendere per n un valore compreso fra 0,6 e 0,7. Prendendo il valore $n = {}^2/_3$, (poichè sono preferibili in generale i rapporti più semplici che rendono più agevole la formazione delle potenze ε^n), si ottiene

$\log \varepsilon^{2/3} = 0{,}5517$ 0,3831 0,2743 0,1963 0,0884 0,0158 9,9653 9,9303 9,9065 9,8930 9,8896.

Con questi valori e cogli altri

$\log \log q = 8^n{,}5809$ 8,1993 9,0398 9,1357 9,2219 9,2643 9,2889 9,2999 9,3071 9,3156 9,3173,

determinando le costanti a e b della formola (5) col metodo dei minimi quadrati, si ottengono le equazioni normali

$$11a - 15{,}833\,b = +1{,}329$$
$$-15{,}833\,b + 30{,}549\,b = -1{,}6680,$$

da cui

$$a = 0{,}2750 \qquad \log b = 8{,}9441$$

e quindi la rappresentazione già accennata sopra.

e dividendo queste differenze rispettivamente per le masse d'aria m_{13} , m_{23} , m_{34} attraversate dai varî raggi fra le altezze delle singole coppie di stazioni (v. sopra), otteniamo i seguenti valori del coefficiente d'assorbimento medio c per le varie distanze zenitali nei singoli strati.

$\frac{z}{\text{strato}}$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°
Guimar-Cañada	$c_1 = 0{,}248$	0,248	0,248	0,243	0,235	0,223	0,204	0,174	0,152	0,122	—
Cañada-A. Vista	$c_2 = 0{,}176$	0,174	0,164	0,153	0,137	0,118	0,099	0,081	0,074	0,070	—
A. Vista-Picco	$c_3 = 0{,}142$	0,139	0,137	0,129	0,120	0,107	0,087	0,066	0,051	0,033	0,014

Qui risulta manifesto anzitutto pei singoli strati quell'apparente aumento della trasparenza colla distanza zenitale, che abbiamo detto (§ 11) costituire una prova caratteristica dell'importanza del fenomeno dell'assorbimento selettivo. Questo aumento è poi più sensibile negli strati superiori che negli inferiori, come dimostrano i quozienti $\frac{248}{122}$, $\frac{176}{70}$, $\frac{142}{33}$ dei coefficienti d'assorbimento corrispondenti alle distanze 5° e 80° nei tre strati, e anche questo secondo un'osservazione già fatta (§ 11) è in perfetto accordo colla teoria dell'assorbimento selettivo.

Ci risulta anche di nuovo, confrontando i valori di c corrispondenti ad una stessa distanza zenitale, vale a dire ad un medesimo raggio considerato a varie altezze sul livello del mare, la rapida diminuzione del coefficiente d'assorbimento dell'aria coll'altezza. Per vedere, se sussiste, anche con questa nuova forma di riduzione la stessa relazione empirica, che abbiamo posto in luce nel § 22, fra il coefficiente d'assorbimento e la densità dell'aria alle varie altezze, dobbiamo calcolare le masse d'aria

$$\bar{\varepsilon}_1 = F(z , H^*) - F(z , \overline{H}_1) \quad \bar{\varepsilon}_2 = F(z , H^*) - F(z , \overline{H}_2) \quad \bar{\varepsilon}_3 = F(z , H^*) - F(z , \overline{H}_3)$$

attraversate dai singoli raggi prima di giungere alle altezze medie

$$\overline{H}_1 = 1242^m \qquad \overline{H}_2 = 2688^m \qquad \overline{H}_3 = 3467^m$$

dei tre strati in questione. Si ottengono così colle solite tavole della Memoria X, e ammettendo sempre al mare la temperatura media di 25°, i valori seguenti

$\frac{\overline{H}}{z}$	1242^m		2688^m		3467^m	
	$F(z , \overline{H}_1)$	$\bar{\varepsilon}_1$	$F(z , \overline{H}_2)$	$\bar{\varepsilon}_2$	$F(z , \overline{H}_3)$	$\bar{\varepsilon}_3$
85°	1,522	8,774	3,044	7,252	3,767	6,529
80	0,770	4,813	1,453	4,130	1,936	3,653
75	0,518	3,293	1,045	2,766	1,301	2,510
70	0,391	2,511	0,791	2,111	0,985	1,917
60	0,268	1,726	0,542	1,452	0,674	1,350
50	0,209	1,314	0,418	1,135	0,527	1,026
40	0,175	1,129	0,354	0,950	0,440	0,864
30	0,155	0,999	0,314	0,840	0,390	0,764
20	0,142	0,924	0,288	0,776	0,358	0,706
10	0,136	0,879	0,274	0,741	0,339	0,676
5	0,135	0,869	0,272	0,732	0,342	0,662

Nella Tavola IV perfettamente analoga alla III, salvo la diversità delle altezze medie considerate (1), le masse d'aria $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$ precedentemente attraversate dai raggi prima di giungere alle altezze medie $\overline{H}_1, \overline{H}_2, \overline{H}_3$, cui abbiamo riferito i valori del coefficiente d'assorbimento c, sono prese come ascisse, e i corrispondenti valori c_1, c_2, c_3 come ordinate. Un semplice esame della figura mostra che le curve relative ai tre strati hanno andamento sensibilmente diverso. Regolarissima la curva III relativa allo strato superiore Alta Vista-Picco, eccessivamente incurvata la curva II relativa allo strato intermedio Cañada-Alta Vista, e per converso troppo lenta al principio la discesa della curva I relativa allo strato inferiore Guimar-Cañada, tanto che questa curva si presenta anzi concava rispetto all'asse delle x, per valori piccoli delle masse $M = \varepsilon_i$, mentre le altre due curve si presentano per tutto convesse.

Non è difficile ravvisare in questa diversità di andamento l'influenza dell'anomalia già notata per la curva della radiazione relativa a Cañada (2), e cioè del fatto che questa risulta dalle osservazioni antimeridiane, mentre le altre tre curve sono ottenute combinando le osservazioni antimeridiane e pomeridiane corrispondenti a distanze zenitali uguali. Quindi il vantaggio di confrontare fra loro le sole osservazioni antimeridiane, come abbiamo fatto nelle precedenti riduzioni, ottenendone curve perfettamente simili pel coefficiente d'assorbimento corrispondente alle altezze di 1800 e 2700 m. (v. curve I e II della Tav. III). Un risultato più soddisfacente, anche sulla base delle curve medie di Ångström può aversi, escludendo la curva media (della radiazione) relativa a Cañada, e conservando soltanto quelle relative alle altre tre stazioni di Guimar, Alta Vista e Picco. Le masse d'aria m_{13} attraversate nello strato Guimar-Alta Vista si avranno semplicemente per sommazione dai valori analoghi relativi ai due strati Guimar-Cañada, Cañada-Alta Vista da noi già ottenuti sopra ($m_{13} = m_{12} + m_{23}$). Da questi valori m_{13} e da quelli già noti di $\log q_1$ e $\log q_3$ si ottengono per il coefficiente d'assorbimento

$$c_1' = \frac{\log q_3 - \log q_1}{m_{13}}$$

relativo all'altezza media $H_1' = 1806^m$ dello strato Guimar-Alta Vista, per le varie distanze zenitali, i valori

$z =$	80°	75°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	5°
$c =$	0,103	0,124	0,141	0,167	0,186	0,200	0,211	0,217	0,222	0,223,

la cui rappresentazione grafica colle c come ordinate rispetto alle ascisse

$\varepsilon_1' =$	4,510	3,080	2,355	1,618	1,262	1,059	0,938	0,865	0,825	0,816

(1) Nella Tavola III sono considerati gli strati Guimar-Alta Vista, Cañada-Alta Vista, Alta Vista-Picco, qui invece i tre strati Guimar-Cañada, Cañada-Alta Vista, Alta Vista- Picco.

(2) Qualunque anomalia nella curva della *radiazione* relativa all'altezza H_2 trae seco necessariamente anomalie in senso opposto per le curve dei *coefficienti d'assorbimento* relative ai due strati $H_1 - H_2$, $H_2 - H_3$.

(masse d'aria attraversate dai raggi prima di giungere all'altezza media, 1806 m., dello strato Guimar-Alta Vista) dà luogo ad una curva I′ regolarissima (v. Tav. IV), del tutto simile a quella (I, Tav. III) da noi già ottenuta per la medesima altezza nella riduzione precedente (§ 18), e che confrontata colla curva III (Tav. IV) relativa allo strato superiore conduce sostanzialmente alle stesse conclusioni da noi già

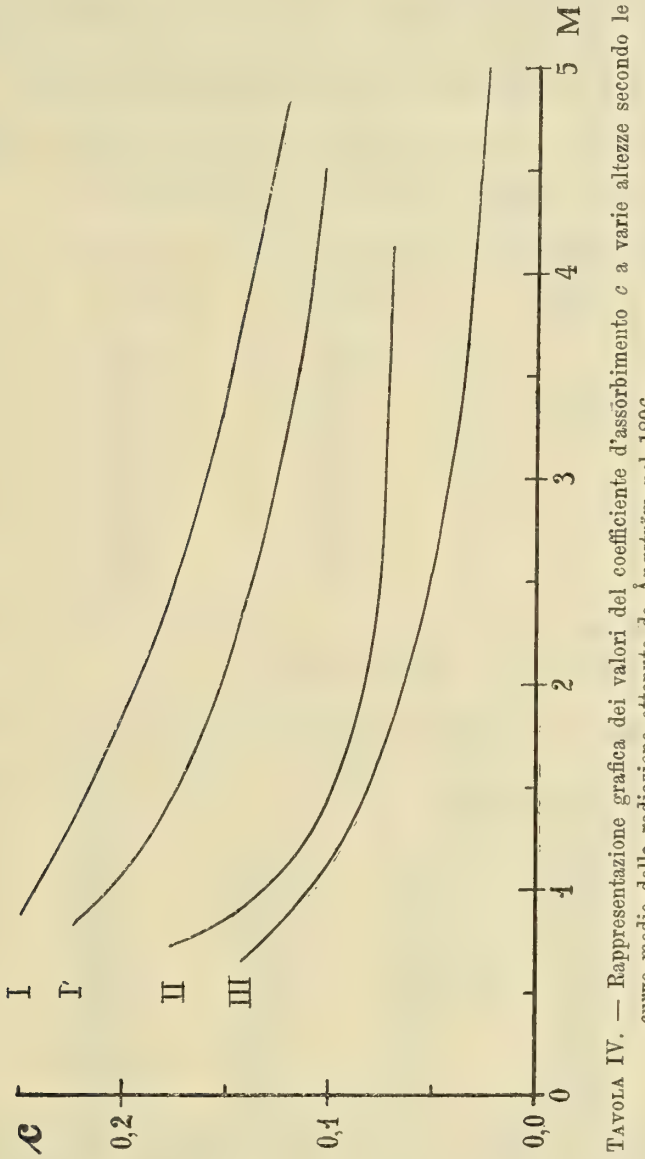


Tavola IV. — Rappresentazione grafica dei valori del coefficiente d'assorbimento c a varie altezze secondo le curve medie della radiazione ottenute da Ångström nel 1896.

prima dedotte (§ 22) circa la diversità della legge, con cui diminuisce il coefficiente d'assorbimento coll'altezza, a seconda della *qualità* dei raggi considerati.

24. *Riduzione delle osservazioni eseguite da Ångström nel 1895.* — Già nel 1895 il prof. Ångström aveva eseguito col suo pireliometro una prima serie di misure in varie stazioni nell'isola di Teneriffa. Queste misure non vennero però sot-

toposte ad alcuna riduzione, perchè l'A. nutriva dei dubbi circa l'esatto funzionamento di una parte importante del suo apparecchio (1), cosicchè non poteva garantire come *valori assoluti in piccole calorie* i valori da lui ottenuti in quelle esperienze. Poichè ora lo studio dell'assorbimento atmosferico può esser fatto anche sulla base d'un'unità di misura arbitraria, queste misure conservano tutto il loro valore *relativo* per il nostro scopo speciale (2), e ci proponiamo di elaborarle qui in modo affatto analogo a quello tenuto nel precedente paragrafo per le osservazioni del 1896.

I risultati delle dette osservazioni del 1895 vengono riassunti da Ångström nella seguente tabella (Tableau I a pag. 22 della Memoria citata)

Intensità q della radiazione per varie distanze zenitali a diverse altezze sul livello del mare.

Dist. zenit.	Villa Orotava (3)	Monte Verde	Alta Vista	Rambleta
z	$B = 745^{mm}$ $H_1 = 250^{m}$	$B = 615^{mm}$ $H_2 = 1827^{m}$	$B = 518^{mm}$ $H = 3252^{m}$	$B = 503^{mm}$ $H = 3500^{m}$
85°	—	$q_2 = 0{,}70$	$q_3 = 0{,}87$	$q_4 = 0{,}91$
80	—	0,96	1,13	1,15
75	$q_1 = 0{,}93$	1,14	1,27	1,31
70	1,04	1,25	1,37	1,40
60	1,17	1,37	1,47	1,50
50	1,25	1,44	1,53	1,56
40	1,30	1,48	1,57	1,59
30	1,34	1,50	1,59	1,62
20	1,37	1,52	1,62	1,64
10	1,39	1,52	1,64	1,65
5	1,39	1,53	1,65	1,66

Coi procedimenti di calcolo più volte accennati, abbiamo ottenuto (per una temperatura media di 25° al mare) i seguenti

Valori delle masse d'aria $F(z, H)$ *attraversate dai raggi colle distanze zenitali* z *(al mare), fra il mare e le altezze* H_1, H_2, H_3, H_4 *delle singole stazioni e il limite* H^* *dell'atmosfera.*

z	$(F(z, H_1)$	$F(z, H_2)$	$F(z, H_3)$	$F(z, H_4)$	$F(z, H^*)$
85°	0,324	2,170	3,573	3,800	10,296
80	0,162	1,101	1,827	1,944	5,583
75	0,110	0,741	1,232	1,309	3,811
70	0,082	0,562	0,932	0,993	2,902
60	0,057	0,384	0,638	0,679	1,994
50	0,044	0,299	0,497	0,529	1,553
40	0,037	0,251	0,417	0,443	1,304
30	0,033	0,221	0,368	0,392	1,154
20	0,031	0,204	0,340	0,362	1,064
10	0,029	0,195	0,324	0,345	1,015
05	0,029	0,193	0,321	0,342	1,004

(1) « En examinant de plus près les déterminations faites en 1895, il s'est trouvé que les « électrodynamomètres employés à determiner l'intensité du courant électrique des pyrhéliomètres, « n'ont pas bien fonctionné,..... » (Mem. cit., pag. 4).

(2) « Pour les raisons que j'ai déjà mentionnées, les observations de 1895 n'ont pas l'éxacti- « tude que j'aurais souhaité pour des déterminations absolues..... Cela n'empêche pas qu'elles gar- « dent toujours leur valeur comme déterminations relatives » (Mem. cit., pag. 21).

(3) L'altezza approssimativa di Villa Orotava (250m) venne da me ricavata da quella nota di Guimar (360m) mediante il confronto delle rispettive pressioni barometriche (745 e 734mm).

Coi valori di qui ottenuti per differenze

$$\varepsilon_i = F(z, H^*) - F(z, H_i)$$

(spessori atmosferici attraversati dai raggi prima di giungere alle singole stazioni) abbiamo ragguagliato i valori medî dell'intensità della radiazione ottenuti da Ångström, mediante la solita formola (5) (v. § prec.), col metodo dei minimi quadrati, ottenendo le rappresentazioni segmenti (O — C in millesimi di caloria):

Valori ragguagliati dell'intensità q della radiazione per varie distanze zenitali a diverse altezze sul livello del mare.

z	Villa Orotava $\log q_1 = 0{,}3857 - [9{,}3898]\,\varepsilon^{0,4}$		Monte Verde $\log q_2 = 0{,}2481 - [8{,}8845]\,\varepsilon^{0,8}$	
	q_1	O — C	q_2	O — C
85°	—	—	0,689	+ 11
80	—	—	0,986	— 26
75	0,937	— 7	1,148	— 8
70	1,034	+ 6	1,248	+ 2
60	1,164	+ 6	1,368	+ 2
50	1,248	+ 2	1,433	+ 7
40	1,306	— 6	1,473	+ 7
30	1,346	— 6	1,499	+ 1
20	1,372	— 2	1,515	+ 5
10	1,386	+ 4	1,523	— 3
5	1,389	+ 1	1,526	+ 4
	Valore medio (O — C)	± 4		± 7

z	Alta Vista $\log q_3 = 0{,}2885 - [8{,}9906]\,\varepsilon^{2/3}$		Rambleta $\log q_4 = 0{,}2903 - [8{,}9793]\,\varepsilon^{2/3}$	
	q_3	O — C	q_4	O — C
85°	0,871	— 1	0,909	+ 1
80	1,127	+ 3	1,160	— 10
75	1,272	— 2	1,302	+ 8
70	1,364	+ 6	1,392	+ 8
60	1,474	— 4	1,499	+ 1
50	1,538	— 8	1,561	— 1
40	1,579	— 9	1,600	— 10
30	1,603	— 13	1,625	— 5
20	1,620	0	1,641	— 1
10	1,629	+ 11	1,649	+ 1
5	1,631	+ 19	1,652	+ 8
	Valore medio (O — C)	± 7		± 5

Che queste rappresentazioni siano un po' meno soddisfacenti di quelle ottenute nel precedente paragrafo, dipende principalmente dal fatto che i valori dell'intensità della radiazione sono stati comunicati dall'Ångström, per le sue osservazioni del 1895, in centesimi di caloria, anzichè in millesimi come per le osservazioni del 1896. In ogni modo lo scarto medio delle singole riduzioni supera di poco il mezzo centesimo, che è appunto l'errore inevitabile, che si è soggetti a commettere, arrotondando al centesimo.

Dai valori di $\log q$ forniti dalle suaccennate formole di ragguaglio

Villa Orotava:										
$\log q_1 =$	—	—	9,9716	0,0143	0,0661	0,0964	0,1160	0,1289	0,1372	0,1417	0,1428
Monte Verde:										
$\log q_2 =$	9,8384	9,9936	0,0601	0,0967	0,1359	0,1562	0,1682	0,1756	0,1802	0,1827	0,1833
Alta Vista:										
$\log q_3 =$	9,9400	0,0521	0,1044	0,1347	0,1686	0,1870	0,1982	0,2051	0,2096	0,2120	0,2126
Rambleta:										
$\log q_4 =$	9,9584	0,0648	0,1146	0,1436	0,1758	0,1934	0,2040	0,2107	0,2150	0,2173	0,2179

formando le differenze $\log q_2 - \log q_1$, $\log q_3 - \log q_2$, $\log q_4 - \log q_3$ e dividendo queste differenze rispettivamente per le masse d'aria

$$m_{12} = F(z, H_2) - F(z, H_1) \quad m_{23} = F(z, H_3) - F(z, H_2) \quad m_{24} = F(z, H_4) - F(z, H_2)$$

otteniamo i seguenti valori del coefficiente d'assorbimento medio c per le varie distanze zenitali nei singoli strati considerati (1).

$\frac{z}{\text{strato}}$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°
V. Orot.-M. Verde: alt. media 1038m	0,247	0,247	0,249	0,248	0,244	0,235	0,214	0,172	0,140	—	—
M. Verde-A. Vista: alt. media 2540m	0,197	0,195	0,186	0,173	0,156	0,134	0,111	0,088	0,078	0,069	0,062
M. Verde-Rambleta: alt. media 2664m	0,204	0,202	0,193	0,180	0,164	0,142	0,119	0,095	0,085	0,074	0,065

L'apparente inversione nell'assorbimento atmosferico che si presenta fra Alta Vista e Rambleta dipende con tutta probabilità dal fatto che le condizioni di trasparenza dell'aria furono meno favorevoli intorno alla prima che alla seconda stazione, ciò che è anche in accordo col criterio fornito dai valori O — C relativi alle due serie in discorso (val. medio O — C rispettivamente ± 7 e ± 5). La piccola differenza quasi costante che comparisce fra le due serie di valori relativi alle altezze di 2540m e 2664m non è da ritenere quindi come qualche cosa di normale ma come dipendente dalle variazioni giornaliere della trasparenza, che anche in giorni perfettamente sereni sono abbastanza sensibili, come ci hanno già dimostrato le osservazioni di Ångström del 1896 (cfr. § 10). Fra le due serie in discorso relative a due strati, che hanno in comune il limite inferiore, sarà in ogni modo da preferire la seconda come quella che denota una maggior trasparenza al limite superiore.

La diminuzione dei valori di c relativi ad un medesimo strato col crescere della distanza zenitale fornisce una nuova prova, se pur ve n'è bisogno, dell'assorbimento selettivo, e questo risulta più sensibile negli strati superiori che negli inferiori, come porta la natura stessa del fenomeno, e come abbiamo già riscontrato anche dietro

(1) Non abbiamo considerato a parte lo strato superiore compreso fra le stazioni di Alta Vista e Rambleta perchè lo scarso dislivello di appena 250m rende incerta la determinazione di c. Infatti risulterebbero verso 3400m coefficienti d'assorbimento maggiori di quelli ottenuti per 1000m, ciò che normalmente non può essere.

le osservazioni del 1896 (§ 11). Vediamo infatti che mentre all'altezza media di 1038^{m} il coefficiente d'assorbimento rimane invariato fino a 30° di distanza zenitale, e solo dopo 40° comincia una diminuzione piuttosto sensibile, all'altezza media di 2600^{m} invece ambedue le serie disponibili (stazione superiore Alta Vista o Rambleta) attestano subito una diminuzione assai rapida, diminuendo c di un decimo del suo importo fra 0° e 30°. Ed anche per le distanze zenitali maggiori la diminuzione di c si mantiene più rapida negli strati superiori, poichè vediamo che per $z = 75°$ il coefficiente d'assorbimento è ridotto a $^{2}/_{5}$ del valore iniziale (per $z = 5°$) all'altezza di 2600^{m}, mentre è ridotto solo ai $^{3}/_{5}$ all'altezza di 1000^{m}.

La diminuzione del coefficiente d'assorbimento c coll'altezza, che più particolarmente c'interessa, si studierà al solito rappresentando graficamente i valori di c come ordinate rispetto alle masse d'aria precedentemente attraversate dai raggi (prima di giungere alle altezze medie dei tre strati considerati) prese come ascisse. I valori di queste masse d'aria $\bar{\varepsilon}_i$, per la temperatura media di 25° C al mare, sono

$\frac{z}{H}$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°
1038^{m}	0,892	0,901	0,945	1,024	1,158	1,379	1,769	2,574	3,377	4,938	9,019
2540	0,743	0,753	0,787	0,855	0,966	1,151	1,479	2,149	2,815	4,105	7,386
2664	0,733	0,743	0,777	0,843	0,953	1,135	1,456	2,116	2,775	4,042	7,274

Con questi valori delle masse d'aria e coi precedenti valori del coefficiente di assorbimento c alle varie altezze abbiamo ottenuto le curve I, II, II a (1) della tavola V. Per provare poi come queste curve si accordino colla legge da noi dedotta dalle osservazioni del 1896, che fa il coefficiente d'assorbimento proporzionale alla quarta potenza della densità dell'aria, abbiamo dedotto dalla curva I la curva II *teor.*, moltiplicando le ordinate della prima pel rapporto (2)

$$\left(\frac{\delta_{2664}}{\delta_{1038}}\right)^{4} = \frac{[9{,}8779]}{[9{,}9533]} = 0{,}50 \ .$$

Come si vede, la II *teor.* è in accordo strettissimo con la II a fra le ascisse 1,5 3,0; le osservazioni di Ångström del 1895 porgono dunque la conferma della detta legge per raggi che abbiano attraversato da 1,5 a 3 atmosfere. Per i raggi pressochè verticali la diminuzione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza è assai meno rapida di quanto porterebbe la detta legge, e questo può spiegarsi sia per la diversa composizione dei raggi verticali rispetto ai raggi molto inclinati sull'orizzonte (assorbimento selettivo) sia pel fatto che i raggi quasi verticali corrispondono alle ore del

(1) Nella tavola V venne omesso l'indice a per la curva II a che è la curva inferiore fra le tre a tratto continuo.

(2) I valori dei logaritmi delle densità dell'aria δ a 1038 e 2664^{m} vennero dedotti dalla tavola VII della Memoria X più volte citata.

giorno in cui anche gli strati molto alti dell'atmosfera sono più ricchi di vapor di acqua. Poco può dirsi pei raggi che abbiano attraversato più di 3 atmosfere, poichè la curva I si arresta all'ascissa 3,5. Notevole è in ogni modo la somiglianza d'andamento fra le curve corrispondenti ad altezze uguali nelle osservazioni del 1895 e 1896 (tavole IV e V).

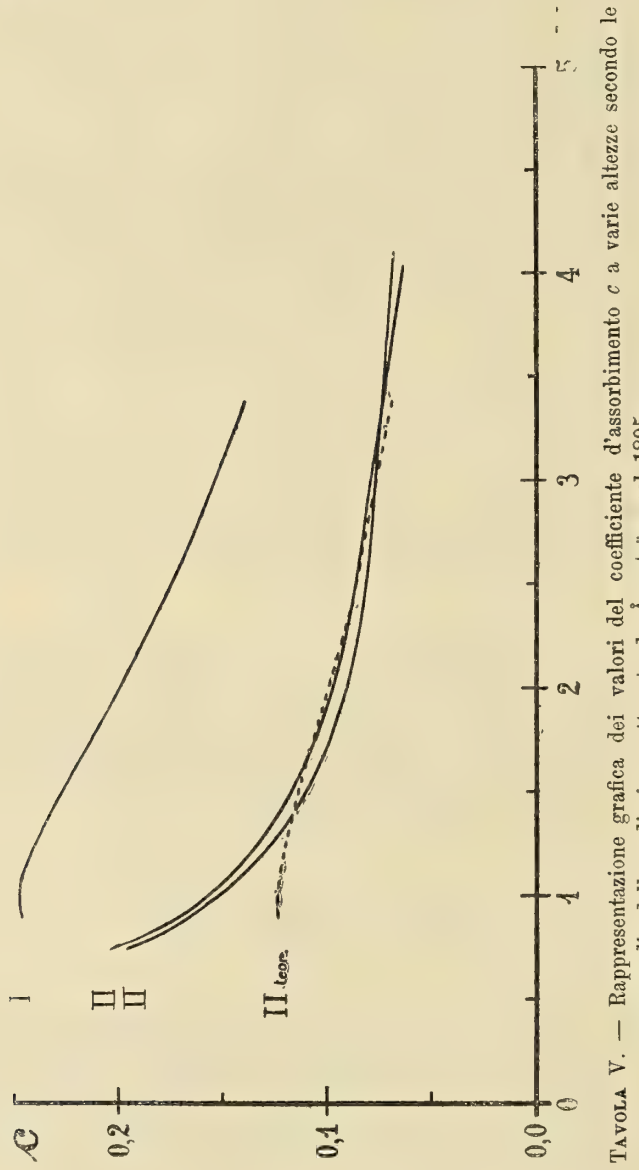


Tavola V. — Rappresentazione grafica dei valori del coefficiente d'assorbimento c a varie altezze secondo le curve medie della radiazione ottenute da Ångström nel 1895.

Tutto sommato possiamo concludere che le osservazioni eseguite da Ångström nel 1895 porgono una soddisfacente conferma di tutte le deduzioni fatte dalle osservazioni più complete del 1896, sia per quanto riguarda il fenomeno dell'assorbimento selettivo, sia per quanto si riferisce alla legge di diminuzione del coefficiente d'assorbimento dell'aria coll'altezza.

CAPITOLO VI.

Verifiche diverse della relazione fra il coefficiente d'assorbimento e la densità dell'aria ($c = c_0 \delta^4$) e deduzioni relative.

25. *Verifica della relazione $c = c_0 \delta^4$ col sussidio delle osservazioni pireliometriche eseguite da Millochau al Monte Bianco (1906).* — Nel 1906 il sig. G. Millochau astronomo dell'Osservatorio di Parigi (Meudon) eseguiva al Monte Bianco e in varie stazioni più basse delle osservazioni con un *telescopio pireliometrico* di Féry. Secondo i risultati comunicati di recente in *Ciel et Terre* (1907, 16 nov., pag. 426) egli ottenne a *mezzogiorno*, attorno al solstizio estivo del 1906,

Intensità della radiazione (in microvolta)	a Meudon (150m)	Chamonix (1030m)	Gr. Mulets (3050m)	M. Bianco (4810m)
	2250	2830	3030	3700

Sebbene le osservazioni non siano così complete come quelle di Ångström in guisa da permettere di confrontare alle varie altitudini raggi che abbiano precedentemente attraversato uguali masse d'aria, tuttavia si può cercare, se il coefficiente d'assorbimento medio ricavato per i successivi strati d'aria compresi fra due stazioni consecutive varî secondo la stessa legge, che a noi risulta dalle osservazioni di Ángström. Ma perchè il raffronto sia legittimo conviene elaborare le due serie di osservazioni (di Ångström e di Millochau) in modo affatto analogo, e quindi senza valerci affatto dei valori precedentemente ricavati pel coefficiente d'assorbimento medio c, partiremo dai valori della intensità della radiazione a mezzogiorno nelle varie stazioni, dove osservò Ångström. Secondo le formole di ragguaglio delle osservazioni antimeridiane [1] questi valori furono:

		Guimar (360m)	Cañada (2125m)	Alta Vista (3252m)	Picco (3683m)	
Giugno	25	—	—	1,621	1,637 [2]	
»	27	—	—	1,595	1,627	
»	29	—	1,563	1,632	—	
Luglio	2	1,407	—	1,610	—	
»	3	1,373	—	1,625	—	
Medie		$q = 1{,}390$	1,563	1,617	1,632	(Intensità della radiaz. in picc. cal.)

[1] V. nel § 14 le ragioni per cui fra tutti i ragguagli eseguiti abbiamo prescelto per i confronti riassuntivi quelli soli relativi alle osservazioni antimeridiane.

[2] Valore ottenuto per raccordo delle osservazioni del 25 con quelle del 27 giugno (v. § 20). Il valore dato dal ragguaglio diretto delle osservazioni del 25 giugno al Picco ($q = 1{,}611$) è inammissibile, perchè minore del valore osservato nel medesimo giorno nella stazione inferiore di Alta Vista. Dal raccordo eseguito nel § 20 risultò per l'osservazione meridiana $\log q_P - \log_{AV} = +0{,}0044$, e avendosi per la detta osservazione $\log q_{AV} = 0{,}2003$, ne segue $\log q_P = 0{,}2047$, da cui appunto

Calcoliamo le masse d'aria attraversate dai raggi fra le altezze di queste quattro stazioni, per la culminazione meridiana (distanza zenitale = 5°), ammettendo per la temperatura al mare il valore di 30° C. Secondo i procedimenti e le tavole numeriche della Memoria X più volte citata avremo:

	per H	=	360	2125	3252	3683 m
Massa d'aria a 0°:	F(5°, H)	=	0,043	0,240	0,347	0,384
Coefficienti per la rettificazione di temper.	a	=	— 0,0016	— 0,0079	— 0,0106	— 0,0115
	b	=	+ 0,0001	+ 0,0002	+ 0,0003	+ 0,0003
$-a\frac{t_0}{10}+b\left(\frac{t_0}{10}\right)^2$ =	Δ_t M	=	— 0,004	— 0,022	— 0,029	— 0,032
Massa d'aria rettificata	M	=	0,039	0,218	0,318	0,352
Masse d'aria attravers. nei singoli strati	m	=	0,179	0,100	0,034	

Da questi valori delle masse d'aria m e dai precedenti valori dell'intensità della radiazione q, secondo la formola

$$c = \frac{\log q' - \log q}{m}$$

otteniamo per il coefficiente d'assorbimento medio c rispettivamente i valori

$$c_1 = 0{,}284 \qquad c_2 = 0{,}148 \qquad c_3 = 0{,}118 ,$$

e quindi i rapporti

$$c_2 : c_1 = 0{,}52 \qquad c_3 : c_1 = 0{,}41 .$$

Se ora calcoliamo le densità dell'aria corrispondenti alle altezze medie dei singoli strati, cioè:

per $H_1 = 1243^m$ $\quad H_2 = 2689^m$ $\quad H_3 = 3468^m$

$\log \delta_1 = 9{,}94396$ $\quad \log \delta_2 = 9{,}87672$ $\quad \log \delta_3 = 9{,}83952$,

(come segue dalla tavola VII della Memoria X) otteniamo

$$\left(\frac{\delta_2}{\delta_1}\right)^4 = 0{,}54 \qquad \left(\frac{\delta_3}{\delta_1}\right)^4 = 0{,}38$$

$q_P = 1{,}637$. Del resto, se questo valore sembrasse ottenuto per mezzo di una estrapolazione troppo ardita, possiamo osservare che anche i valori originali di Ångström combinati col consueto metodo delle differenze conducono quasi esattamente agli stessi valori medî da noi ottenuti sopra per ragguaglio. Invero i valori singoli ottenuti per Alta Vista dalla osservazione meridiana nei 5 giorni in questione sono

$q = 1{,}616$ $\quad 1{,}594$ $\quad 1{,}631$ $\quad 1{,}622$ $\quad 1{,}617$

e danno quindi in media

$$q_{AV} = 1{,}616$$

in ottimo accordo col nostro valore (1,617). Se poi a questo valore normale per Alta Vista si aggiunge la media (15) delle differenze delle intensità della radiazione misurate nei giorni 25 e 27 giugno in Alta Vista e al Picco (0 e 30 rispettivamente nei due giorni) si ottiene $q_P = 1{,}631$ che coincide pure quasi esattamente col valore medio da noi ottenuto sopra per il Picco.

in soddisfacente accordo coi rapporti dei valori del coefficiente d'assorbimento medio c, troviamo cioè (cfr. § 22) che *il coefficiente d'assorbimento medio dei varî strati d'aria, in direzione pressochè verticale — anche senza confrontare alle diverse altezze raggi che abbiano precedentemente attraversato uguali masse d'aria — varia molto prossimamente in ragione della quarta potenza della densità dell'aria corrispondente all'altezza media dei singoli strati.*

Vediamo ora, se e con quale approssimazione si verifichi tale relazione per le recenti osservazioni di Millochau eseguite in tutt'altra località e con strumenti del tutto diversi, da quelli delle osservazioni precedentemente discusse.

Le osservazioni essendo state eseguite attorno al solstizio estivo può ammettersi per la distanza zenitale dei raggi nelle stazioni attorno al Monte Bianco (latitudine $\varphi = +45°,8$) il valore $z = 22°,3$, mentre per Meudon ($\varphi = +48°,8$) può farsi $z = 25°,3$. Ammettendo al mare la temperatura $t_0 = 20°$, otteniamo cogli stessi procedimenti e colle tavole già accennate sopra

	per H =		150^m	1030^m	3050^m	4810 ^{m}
Massa d'aria a 0° :	F(z, H) =		0,020	0,132	0,352	0,508
Coefficienti per la rettificazione di temper.	a	=	0,0007	0,0046	0,0110	0,0142
	b	=	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004
$-a\frac{t_0}{10}+b\left(\frac{t_0}{10}\right)^2$ =	Δ_tM	=	— 0,001	— 0,008	— 0,021	— 0,027
Massa d'aria rettificata	M	=	0,019	0,124	0,331	0,481
Masse d'aria attravers. nei singoli strati	m	=		0,105	0,207	0,150

Ne seguono per il coefficiente d'assorbimento medio c relativo ai singoli strati i valori

$$c_1 = 0{,}948 \qquad c_2 = 0{,}143 \qquad c_3 = 0{,}572 \,.$$

Mentre dunque dalle osservazioni di Ångström risulta un continuo e regolare decrescimento dei valori di c coll'altezza sul l. d. m., dalle attuali osservazioni di Millochau risulterebbe una forte diminuzione fra le altezze medie di 590 e 2040^m, seguita da un nuovo sensibile aumento fra i 2040 e i 3930^m. Questo andamento è abbastanza sospetto per indurre a ritenere che qualcuno dei valori comunicati nella detta nota sia poco esatto (1). Per procedere nel modo più scrupoloso in questa ricerca, poniamo a confronto i valori q osservati alle varie altezze secondo Ångström e secondo Millochau. La rappresentazione grafica (Tav. VI) dei primi quattro valori (Å), in cui le altezze vennero prese come ascisse e le intensità della radiazione come ordinate, fornisce una curva regolarissima colla concavità volta verso il basso, cioè più rapidamente crescente in principio, che non per le ascisse (altezze) maggiori.

(1) Potrebbe anche trattarsi di un errore di stampa. Così ad es. nella stessa pag. 426, da cui ho rilevato i valori dell'intensità della radiazione alle varie altezze, si legge a 6 righe dal basso: *l'intensité inégale* J_0 da correggersi evidentemente in *l'intensité initiale* J_0.

Una curva perfettamente analoga (1) darebbero il 1° 2° e 4° valore di Millochau relativi rispettivamente a Meudon, Chamonix e al M. Bianco, ma il valore corrispondente ai Grands Mulets rimane decisamente al disotto di questa curva, e anzi si può dire che questo valore non darebbe con nessuna coppia di valori fra gli altri tre disponibili una curva concava verso il basso, ma sempre una curva convessa; vale a dire l'osservazione relativa ai Grands Mulets confrontata con due qualunque delle altre tre darebbe sempre un aumento della intensità della radiazione più ra-

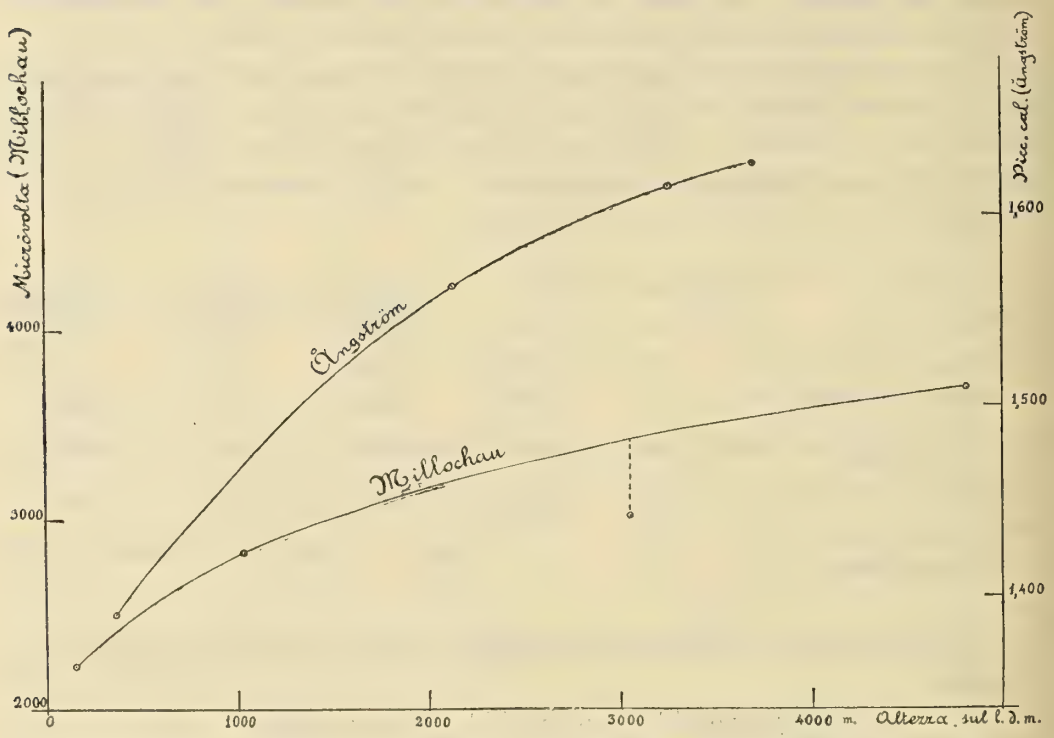


Tavola VI. — Rappresentazione grafica dei valori dell'intensità della radiazione a varie altezze secondo le osservazioni di Ångström e di Millochau.

pido al disotto dei 3000^{m}, mentre sembra ben più probabile l'andamento che risulta dalle osservazioni di Ångström (variazione più rapida negli strati inferiori), che si accorda perfettamente col maggiore assorbimento specifico degli strati inferiori dell'atmosfera. Concludiamo, che se uno dei quattro valori di Millochau è da ritenere come sospetto, questo è con grande probabilità il valore corrispondente ai Grands Mulets, e questa eliminazione combina anche col criterio, molto frequentemente adoperato nelle ricerche sulla radiazione solare, di attenersi prevalentemente nelle rappresentazioni grafiche ai valori più alti, eliminando sistematicamente i più bassi, per i cui scarti non mancano spiegazioni plausibili in eventuali perturbazioni atmo-

(1) La differenza nell'importo assoluto delle ordinate delle due curve corrispondenti ad una medesima ascissa dipende essenzialmente dall'unità di misura per l'intensità della radiazione, che è la piccola caloria per cm^{2} nelle osservazioni di Ångström ed una unità arbitraria (microvolta) per le osservazioni di Millochau.

sferiche, di cui molto spesso l'osservatore non ha sentore alcuno (1). Possiamo aggiungere del resto che in questa eliminazione del valore relativo ai Grands Mulets ci troviamo perfettamente d'accordo collo stesso A., poichè il sig. Millochau traccia la curva della radiazione corrispondente alle sue osservazioni, precisamente lasciando da parte il punto rappresentativo corrispondente alla detta stazione, come venne da noi fatto nella rappresentazione grafica della Tav. VI (Cfr. G. Millochau, La *Nature*, 1907, T. 35, p. 339).

Eliminando dunque il 3° valore si può tuttavia esaminare, se gli altri tre si accordino colla relazione da noi posta in evidenza dalle osservazioni di Ångström. Avremo due soli strati atmosferici colle altezze medie

$$H_1 = 590^m \qquad H_2 = 2920^m$$

e gli spessori atmosferici (corrispondenti alle osservazioni meridiane)

$$M_1 = 0{,}105 \qquad M_2 = 0{,}357 \ .$$

Da questi valori delle masse d'aria e dai precedenti valori delle intensità della radiazione nelle tre stazioni di Meudon, Chamonix e M. Bianco seguono per il coefficiente d'assorbimento medio dei due strati in questione i valori

$$c_1 = 0{,}948 \qquad c_2 = 0{,}356 \ ,$$

il cui rapporto

$$c_2 = c_1 = 0{,}34$$

è in soddisfacente accordo col rapporto

$$\delta_2^4 : \delta_1^4 = 0{,}37$$

delle quarte potenze della densità dell'aria alle dette altezze medie H_1, H_2 (dalla Tavola VII della Memoria X si ricava infatti per le dette altezze $\log \delta_1 = 9{,}97360$ $\log \delta_2 = 9{,}86576$, da cui il valore 0,37 per il rapporto delle quarte potenze).

Tanto le osservazioni di Ångström come quelle di Millochau (le migliori prescelte) si accordano dunque nel dimostrare la rapida diminuzione del coefficiente di assorbimento c coll'altezza, diminuzione che molto prossimamente procede in ragione della quarta potenza della densità dell'aria.

Degna di nota è poi la rilevante differenza fra i valori del coefficiente d'assorbimento ottenuti ad uguale altezza nella regione del Monte Bianco e nell'isola di Teneriffa, valori che dimostrano una trasparenza di gran lunga maggiore in questa isola dell'Oceano Atlantico, anzichè sul colosso delle Alpi. Mentre, infatti, dalle osservazioni di Ångström risulta per l'altezza di 2700^m circa il valore $c_2 = 0{,}148$, dalle osservazioni di Millochau si ottiene per l'altezza di circa 2900^m non già (come sarebbe da attendere per la maggiore altezza sul livello del mare) un valore minore, bensì un valore più di due volte maggiore, e cioè $c_2 = 0{,}356$. Riducendo am-

(1) Cfr. W. H. Julius, *A new method for determining the rate of the decrease of the radiative power from the center toward the limb of solar disk.* Astrophysical Journal. 1906, Maj.

bedue i valori all'altezza di 3000^m sul livello del mare, mediante la relazione

$$c = c_0 \delta^4 ,$$

e ammettendo per la densità a 3000^m il valore (Tav. VII, Memoria X)

$$\log. \delta_{3000} = 9{,}86195 ,$$

si ottiene pel

Coeff. d'assorbimento dell'aria all'altezza di 3000^m ($c = -\log_{10} p$)

al Monte Bianco $c = 0{,}344$ al Picco di Teyde $c = 0{,}129$.

La trasparenza dell'aria (pei raggi calorifici) sarebbe stata dunque, nei giorni in cui venne osservato, circa *tre volte* maggiore al Picco di Teyde che al Monte Bianco. La differenza sarebbe ancora molto più forte, se si ammettesse il valore dell'intensità della radiazione ottenuto da Millochau ai Grands-Mulets, e se ne deducesse il coefficiente d'assorbimento degli strati d'aria sovrastanti.

Tale notevole differenza mostra di quanto interesse possono riuscire queste determinazioni dirette dell'assorbimento atmosferico mediante osservazioni con strumenti uguali in stazioni a differente altezza. Col metodo classico di Bouguer-Pouillet, che consiste nel ricavare il coefficiente di trasmissione e l'intensità della radiazione fuori dell'atmosfera da osservazioni eseguite *in una stessa stazione*, per diverse distanze zenitali dei raggi, queste differenze di trasparenza, della cui realtà non è ormai più il caso di dubitare, vengono *completamente dissimulate*, poichè i valori del coefficiente di trasmissione ottenuti con questo metodo, nei luoghi e tempi più diversi e con ogni sorta di strumenti, si aggirano tutti più o meno attorno al valore già assegnato fin da Bouguer $p = 0{,}8$ ([1]). Anche le osservazioni da noi già discusse in un precedente lavoro (Memoria X), eseguite nel 1894 da Müller e Kempf in Catania e all'Etna condussero col metodo classico di Bouguar ai valori

$$p = 0{,}71 \text{ per Catania} \qquad p = 0{,}83 \text{ per l'Etna,}$$

mentre la determinazione diretta mediante stelle zenitali simultaneamente osservate nelle due stazioni dava per lo strato di 3000^m di spessore fra il mare e l'Etna il valore straordinariamente piccolo, e tuttavia ben altrimenti più sicuro degli altri due,

$$p = 0{,}18 .$$

Dalla mia nuova riduzione delle dette osservazioni risultava il valore leggermente diverso

$$p = 0{,}231 ,$$

a cui corrisponde

$$c = 0{,}636$$

per l'altezza media di 1500^m. Riducendo anche questo valore all'altezza di 3000^m, mediante la solita relazione

$$c = c_0 \delta^4$$

([1]) Cfr. Tabella a pag. 138 della *Photometrie der Gestirne di G. Müller.*

ed i valori $\log \delta_{1500} = 9{,}93218$ $\log \delta_{3000} = 9{,}86195$ (Tavola VII, Memoria X), otteniamo pel coefficiente d'assorbimento a 3000^m sul livello del mare *sull'Etna* il valore

$$c = 0{,}333 ,$$

che accorda in modo singolare col valore $c = 0{,}344$ ricavato dalle osservazioni di Millochau pel Monte Bianco. È da tener presente tuttavia che questo valore venne dedotto da osservazioni fotometriche di stelle, anzichè da osservazioni pireliometriche.

26. *Verifica della relazione* $c = c_0 \delta^4$ *col sussidio delle osservazioni attinometriche di Langley al M. Whitney e di Rizzo al Rocciamelone.* — Da una memoria del prof. G. B. Rizzo sopra le recenti misure della costante solare (1) rilevo i seguenti dati d'osservazione:

Osservazioni attinometriche di Langley al Mount Whitney.

Stazione	Alt. sul liv. del mare	Pressione	Intens. q. d. radiaz. ridotta allo zenit.
Lone Pine	1460	662^{mm}	1,679
Mountain Camp.	3543	499	1,938
Whitvey Peak	4426	447	1,980

Di qui, assumendo come misure delle masse d'aria sovrastanti alle singole stazioni i valori delle corrispondenti pressioni medie, e ricavandone per differenza le masse d'aria m attraversate nei singoli strati e quindi il coefficiente medio d'assorbimento $c = \frac{\log q_1 - \log q_2}{m}$, otteniamo i valori raccolti nella tabellina seguente, dove segniamo anche i valori della densità dell'aria (propriamente $\log \delta$) corrispondenti alle altezze medie dei singoli strati (2).

Altezza media dei singoli strati	Massa d'aria attrav. nei singoli strati	Coeff. d'assorbim. medio $= c$	Densità dell'aria $= \delta$
2501^m	0,214	0,290	[9,88560]
3984	0,068	0,136	[9,81449]

Dal confronto dei valori di c coi corrispondenti valori di δ si deduce la relazione:

$$c = c_0 \delta^{4,6}$$

in discreto accordo colla relazione della quarta potenza dedotta dalle osservazioni di Ångström.

Da un altro luogo della stessa memoria di Rizzo (pag. 341) rileviamo i seguenti dati relativi alle

Osservazioni di Rizzo al Rocciamelone (1897).

Stazione	Altezza	Pressione	Intens. della radiazione
Mompantero	501^m	722^{mm}	1,61
Trucco	1722	622	1,98
Ca' d'Asti	2834	544	2,09
Rocciamelone	3537	499	2,13

(1) Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, Ser. 2ª, t. XLVII, pagg. 324, 325, 343.
(2) Calcolati al selito mediante la tav. VII della Memoria X.

Da questi valori ricaviamo con procedimento affatto analogo a quello accennato per le precedenti osservazioni di Langley i valori seguenti delle masse d'aria attraversate, dei coefficienti d'assorbimento e delle densità medie nel caso delle osservazioni di Rizzo.

Altezza media dei singoli strati	Massa d'aria attrav. nei singoli strati	Coeff. d'assorb. medio $= c$	Densità dell'aria $= \delta$
1111^m	0,132	0,683	[9,94999]
2278	0,103	0,228	[9,89606]
3185	0,059	0,140	[9,85311]

Dal confronto dei valori di c e δ corrispondenti ai due strati inferiori risulterebbe la formola

$$c = c_0 \delta^{5,8}.$$

Dai valori corrispondenti ai due strati superiori risulta invece

$$c = c_0 \delta^{3,9}.$$

Quest'ultima formola conferma pienamente la relazione della quarta potenza da noi già riscontrata mediante le osservazioni di Ångström, di Millochau e di Langley. La prima relazione è interessante poi come dato di fatto, perchè dimostra che la diminuzione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza può essere in date circostanze anche molto più rapida di quella che ci risultava finora dalle osservazioni degli altri autori. Questo risultato è del resto in pieno accordo colla osservazione che il prof. Rizzo fa in altra sua Nota (1) circa le condizioni igrometriche della stazione inferiore. Beninteso, come in qualche caso la legge di decrescimento del coefficiente d'assorbimento coll'altezza risulta più rapida di quella espressa dalla quarta potenza della densità, così è da attendere che possano capitare anche dei casi, in cui il decrescimento è meno rapido, e in effetto le osservazioni di Violle al Monte Bianco riportate nella citata Memoria di Rizzo darebbero ad es. per l'esponente di δ soltanto 2,4 in luogo di 4. E potranno anche in determinate circostanze presentarsi esponenti ancora minori e perfino degli esponenti *negativi*, cioè delle apparenti inversioni di trasparenza analoghe alle inversioni della temperatura. Un esempio di tali inversioni di trasparenza l'abbiamo anzi già incontrato nella riduzione delle osservazioni di Millochau al M. Bianco. Soltanto questi ultimi casi ed anche quello *fin qui ritenuto come normale* della costanza del coefficiente d'assorbimento coll'altezza sono da ritenere dietro le prove raccolte come assolutamente anormali (2), mentre è veramente normale un decrescimento assai rapido del detto coefficiente.

(1) Sopra il calcolo della costante solare. Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino. Vol. XXXVIII. « La stazione di Mompantero (scrive il prof. Rizzo) si trova in fondo alla valle in cui scorre la « Dora, e, anche nelle giornate che in apparenza sono serene, è quasi sempre occupata fino all'al- « tezza delle montagne che la racchiudono, cioè fino al Trucco ed anche che più in alto, da una « finissima caligine che ne diminuisce la trasparenza ».

(2) Infatti anche nelle osservazioni di Millochau non mancano ragioni locali, analoghe a quelle

27. *Valor medio del coefficiente d'assorbimento attraverso tutta l'atmosfera, per raggi omogenei, nella ipotesi che la relazione* $c = c_0 \delta^4$ *si mantenga fino al limite dell'atmosfera.* — Sebbene la relazione qui sopra ottenuta non venga da noi enunciata che come una formola empirica, valida quindi nell'intervallo (da 0 a 3500^m). pel quale è stata dedotta, è permessa tuttavia l'induzione che la relazione stessa *possa* mantenersi anche al disopra dei 3500^m, fino al limite dell'atmosfera, e si presenta in tal caso la questione di vedere, quale coefficiente di assorbimento *medio* attraverso tutta l'atmosfera possiederanno le radiazioni *semplici*, di cui si conosca il coefficiente d'assorbimento al mare (o ad altra altezza qualunque). Ci limitiamo naturalmente alle radiazioni semplici per evitare le difficoltà dell'assorbimento selettivo.

Supponiamo al solito l'atmosfera divisa in un certo numero n di strati, e siano $c_1, c_2, \ldots, c_n$ i rispettivi coefficienti di assorbimento, $M_1, M_2, \ldots, M_n$ i valori delle masse d'aria attraversate nei varî strati da un raggio verticale (unità di massa al solito la massa dell'intera atmosfera in direzione verticale lungo una colonna di sezione 1). Detta q l'intensità dei raggi al limite dell'atmosfera, cioè prima di entrare nel primo strato M_1, q_1 l'intensità residua dopo di avere attraversato questo strato, ... q_n l'intensità residua dopo attraversati n strati, sussisteranno le relazioni

$$\begin{aligned} \log q_1 &= \log q \quad - c_1 M_1 \\ \log q_2 &= \log q_1 \quad - c_2 M_2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \log q_n &= \log q_{n-1} - c_n M_n , \end{aligned}$$

da cui

$$\log q_n = \log q - \Sigma c M .$$

Facendo crescere indefinitamente il numero degli strati e diminuire in pari tempo il loro spessore, potremo scrivere

$$\log q_n = \log q - \int c dM \tag{14}$$

intendendo l'integrale esteso p. es. dal mare fino al limite dell'atmosfera.

Secondo il nostro modo di calcolare le masse M, può scriversi (1)

$$dM = x \frac{dh}{\lambda^*} ,$$

---

riscontrate da Rizzo per la stazione di Mompantero, per spiegare l'anomalia in questione. Quest'anomalia è circoscritta invero, come notammo a suo luogo, alla stazione dei *Grands Mulets* ed ecco quanto scrive circa questa stazione Crova, uno dei più insigni sperimentatori in questo campo: Cette station est moins favorable que le Brévent, en raison des obstacles que présentent les hauts sommets qui l'entourent, de la poussière de neige qu'en détache le vent, et qui, en suspension dans l'atmosphère, diffuse une partie de l'energie calorifique de la radiation solaire. (Annales de l'Observatoire d'astronomie physique de Paris. [Mendun]. T. II, p. 55.

(1) Cfr. X, pag. 20 (252), form. (9).

indicando x la densità relativa dell'aria (unità quella attuale nel luogo d'osservazione), dh l'elemento di verticale (in km.) e λ^* un valore numerico dipendente dalle unità scelte di massa, di densità e di lunghezza, e inoltre dalla teoria ammessa per la costituzione dell'atmosfera. Può porsi d'altra parte, secondo la relazione da noi ottenuta nel presente lavoro,

$$c = c_0 x^4 ,$$

c_0 indicando il valore del coefficiente d'assorbimento al mare. Introducendo queste espressioni di $d\mathrm{M}$ e di c, e inoltre quella della densità x [1]

$$x = (1 - \gamma s)^{\frac{9}{2}},$$

su cui si fonda il nostro calcolo delle masse d'aria, nella formola (14), ne risulta infine, effettuando l'integrazione e tenendo presente, che x prende il valore 1 al mare e 0 al limite dell'atmosfera

$$\log q_n = \log q - \frac{2 c_0 a}{47 \gamma \lambda^*} ,$$

dove a indica il raggio terrestre in km. (6377,36 per la latitudine di 45), e γ, λ^* costanti numeriche ($\log \gamma = 2{,}161520$, $\lambda^* = 8{,}0109$).

Se ne conclude che, se la relazione

$$c = k \delta^4$$

si ammette valida fino al limite dell'atmosfera, il coefficiente d'assorbimento medio attraverso tutta l'atmosfera, in direzione verticale ($\mathrm{M} = 1$), per le radiazioni semplici col coefficiente d'assorbimento c_0 al mare, vien dato da

$$\bar{c} = \frac{2 c_0 a}{47 \gamma \lambda^*} = 0{,}234\, c_0 , \tag{15}$$

importa dunque un po' meno di un quarto del valore che risulterebbe da esperienze dirette (p. es. da laboratorio) al mare.

28. *Controlli possibili circa la relazione fra il valor medio del coefficiente d'assorbimento* ($\bar{c}$) *e il valore al mare* c_0. — Questo risultato potrebbe controllarsi molto agevolmente, ricavando il coefficiente di trasmissione p attraverso tutta l'atmosfera *per radiazioni semplici* mediante il metodo classico di Bouguer, fondato sul confronto dell'intensità apparente dei raggi a due diverse distanze zenitali, e confrontando il valore così ottenuto di $\bar{c} = -\log_{10} p$ con quello di c_0 ottenuto con esperienze dirette al mare, o ciò ch'è lo stesso con osservazioni simultanee in due stazioni a differente altezza. Il metodo di Bouguer si fonda, com'è noto, sull'ipotesi

[1] Cfr. X, pag. 24 (256) form. (14).

che gli assorbimenti subiti dai raggi attraversanti un medesimo strato per diverse inclinazioni sull'orizzonte siano in una semplice relazione *geometrica*

$$i' = ip^{M} = i\,10^{-cM}$$

colle masse d'aria attraversate. Considerando sole radiazioni semplici, cade l'obbiezione principale, che può farsi a questo metodo, cioè appunto l'assorbimento selettivo, pel quale cambierebbe la composizione dei raggi lungo il loro percorso attraverso l'atmosfera terrestre, e resta solo l'altra obbiezione, cioè che cambia in ogni modo lungo il percorso dei raggi il potere assorbente specifico dell'aria atmosferica, cosicchè la relazione precedente fra i ed i' non vale più, se non introducendo $c_0 \int \frac{c}{c_0} d\mathrm{M}$ al posto di $c\mathrm{M}$, ossia una *massa ottica*

$$\mathrm{M}_0 = \int \frac{c}{c_0} d\mathrm{M}$$

in luogo della semplice massa d'aria M. Questa seconda difficoltà non è però di così grave momento, come potrebbe credersi a prima vista, poichè si trova che, ammessa anche una particolare variazione del coefficiente d'assorbimento c coll'altezza, il rapporto delle *masse ottiche*

$$\mathrm{M}_0(0) = \int \frac{c}{c_0} x dh \qquad \mathrm{M}_0(z) = \int_z \frac{c}{c_0} x ds$$

corrispondenti ad un raggio verticale e ad uno colla distanza zenitale z non differisce mai molto dal rapporto delle effettive masse d'aria

$$\int x dh \qquad \int_z x ds$$

attraversate dai detti raggi (ds rappresenta qui naturalmente l'elemento d'arco della traiettoria del raggio incidente colla distanza zenitale z e dh l'elemento di verticale). A guisa di saggio abbiamo calcolato le *masse ottiche* $\mathrm{M}_0(0)$ e $\mathrm{M}_0(87°)$ nell'ipotesi, che valga per tutta l'atmosfera la relazione

$$c = c_0 x^4 ,$$

e abbiamo trovato (in base alla stessa teoria adoperata nella Memoria X e col solito procedimento delle quadrature numeriche)

$$\int_{0°} \frac{c}{c_0} x dh = 1{,}8720$$

$$\int_{87°} \frac{c}{c_0} x ds = 33{,}2288$$

cosicchè il rapporto delle masse ottiche importa in questo caso 0,056, mentre il rapporto delle corrispondenti masse d'aria è

$$\frac{1}{F(87°)} = \frac{1}{15{,}365} = 0{,}065\,,$$

con differenza certo non trascurabile, ma di gran lunga inferiore agli errori, a cui si va incontro, trascurando l'influenza dell'assorbimento selettivo, dato che per questo i raggi verticali vengono assorbiti più del doppio dei raggi pressochè orizzontali attraversanti un medesimo strato d'aria.

Concludiamo, che *fatta la debita parte all'errore che può provenire dal non verificarsi dell'ipotesi della costanza del coefficiente d'assorbimento c, il metodo classico di Bouguer, applicato alle radiazioni semplici dovrebbe fornire per il coefficiente d'assorbimento medio* $\bar{c}$ *attraverso tutta l'atmosfera circa* $^1/_4$ *del valore* c_0 *che risulta da esperienze dirette al mare.*

29. *Controllo fornito da precedenti esperienze circa la relazione fra il valore medio* $\bar{c}$ *del coefficiente d'assorbimento e il valore al mare* c_0. — Non potendo sperimentare la verità di questa relazione con osservazioni eseguite sulle radiazioni semplici degli astri, ci accontenteremo di saggiarne il valore col sussidio di esperienze eseguite sulla radiazione complessiva. Le divergenze che risulteranno fra l'osservazione e la nostra relazione

$$\bar{c} = 0{,}234\, c_0$$

potranno dipendere, in parte dal fatto che le esperienze a noi accessibili riguardano appunto la radiazione complessiva, anzichè radiazioni semplici, come si richiederebbe; in parte poi dalla circostanza che la relazione teorica

$$c = k x^4\,,$$

da cui discende l'altra $\bar{c} = 0{,}234\, c_0$, venne dedotta da osservazioni eseguite al disopra di 360 metri, in una piccola isola dell'Oceano Atlantico, epperò in condizioni di trasparenza particolarmente favorevoli, che non dappertutto è dato rinvenire, e meno che altrove al livello del mare, dove è presumibile che il pulviscolo atmosferico e il vapor d'acqua sian presenti in maggior quantità che al disopra dei 360 metri. Specialmente per questa seconda ragione dunque è da attendere, che le determinazioni dirette di c_0 eseguite alla superficie terrestre forniscano valori ancora maggiori del *quadruplo* del coefficiente medio per tutta l'atmosfera, come viene ottenuto ordinariamente col metodo di Bouguer.

Le prime esperienze fotometriche da laboratorio sul coefficiente d'assorbimento dell'aria risalgono a Wild (1866), ed è notorio (1), che egli ottenne assorbimenti addirittura colossali, in confronto a quelli risultanti per via astronomica, ma ciò dipese forse in parte da difetto di precauzioni, e non possiamo quindi ricavar di qui alcun

(1) Wild, Pogg. Ann. Bd. 134, pag. 568. V. anche in proposito il mio studio IX, pag. 103 (cfr. Introduzione).

elemento favorevole alla nostra relazione; solo accenniamo incidentalmente che presenterebbe un grande interesse la ripresa di tali osservazioni.

Altre esperienze dirette molto precise e da noi più volte citate in questo e in precedenti lavori vennero eseguite nel 1894 da Müller e Kempf negli Osservatorî di Catania e dell' Etna. I detti AA. ottennero come coefficiente di trasmissione medio dello strato Catania-Etna il valore

$$p_0 = 0{,}185$$

e come coefficiente di trasmissione medio per la intera atmosfera, applicando appunto il metodo di Bouguer, di cui si è detto sopra,

$$\bar{p} = 0{,}708 \ .$$

Passando ai corrispondenti coefficienti d'assorbimento c_0 , $\bar{c}$, secondo la convenzione da noi fatta $c = -\log_{10} p$, risulta rispettivamente

$$c_0 = 0{,}733 \qquad \bar{c} = 0{,}150 \ ,$$

da cui

$$\bar{c} : c_0 = 0{,}20 \ ,$$

che accorderebbe molto bene col valore $\bar{c} : c_0 = 0{,}23$ da noi ottenuto sopra, se non fosse che il valore c_0 rappresenta qui il coefficiente d'assorbimento *ad una certa altezza intermedia fra Catania e l'Etna*, altezza certo più vicina a Catania che all' Etna, ma non proprio in Catania, ossia al mare, dove probabilmente il valore del coefficiente d' assorbimento sarà stato molto maggiore del quintuplo del valor medio $\bar{c}$ per tutta l'atmosfera, e questo è anche in accordo col giudizio personale di Müller e Kempf.

Altre osservazioni fotometriche (della Polare) vennero da me eseguite nel 1904 [1] pure all' Etna e in Catania, e condussero al valore

$$p_0 = 0{,}317$$

(per la distanza zenitale 52°,5). Poichè le condizioni di trasparenza parvero allora eccellenti, tanto in Catania che all' Etna, così è presumibile, che l'applicazione del metodo di Bouguer avrebbe dato pel coefficiente di trasmissione medio di tutta l'atmosfera *in direzione verticale* un valore molto vicino al normale $\bar{p} = 0{,}80$. Il rapporto dei corrispondenti coefficienti di assorbimento $\bar{c} : c_0$ risulta ancora prossimamente 0,20, come già nel 1894, ma vale anche qui la stessa osservazione fatta sopra, e sarebbe da aggiungere poi l' ulteriore impiccolimento di c_0 nel passare dalla verticale alla distanza zenitale di 52°,5 (in relazione coll'assorbimento selettivo).

Applicando infine per questa ricerca il materiale d'osservazione raccolto da Ångström a Teneriffa, partiremo dal valore

$$c = 0{,}241$$

che abbiamo trovato corrispondere alle radiazioni incidenti pressochè verticalmente

[1] V. A. Bemporad e L. Mendola, nota citata nel § 10.

all'altezza di 1777 metri (cfr. § 18); ridurremo il detto valore al mare, secondo la relazione teorica (da noi dedotta appunto da questo materiale d'osservazione)

$$c = k\delta^4 ,$$

e poichè la densità relativa x dell'aria per l'altezza di 1777^m è data (v. § 16) da $\log x = 9{,}91939$, ne ricaveremo agevolmente

$$c_0 = 0{,}506 ,$$

mentre il valore $\bar{c}$ corrispondente al coefficiente di trasmissione medio $p = 0{,}80$ per l'intera atmosfera, in direzione verticale, è

$$\bar{c} = 0{,}097 ,$$

da cui

$$\frac{\bar{c}}{c_0} = 0{,}19$$

in buon accordo col valore da noi ottenuto sopra per via teorica (0,23).

30. *Coefficiente di trasmissione dell'atmosfera risultante dalle osservazioni di Ångström nell'ipotesi che la relazione* $c = k\delta^4$ *valga fino al limite dell'atmosfera.* — Introducendo il valore ora ottenuto di c_0 (0,506) nella relazione (15) si ottiene $\bar{c} = 0{,}119$, a cui corrisponde

$$p = 0{,}761$$

come valore del coefficiente di trasmissione dell'intera atmosfera corrispondente alle osservazioni di Ångström a Teneriffa nella ipotesi che la relazione teorica $c = k\delta^4$ da noi dedotta da queste stesse osservazioni per gli strati inferiori fino a 3500^m si mantenga per tutta l'atmosfera. Questo valore accorda soddisfacentemente con quello ordinariamente ammesso (0,80) risultante dal metodo, da noi stessi tanto combattuto, di Bouguer; giova però osservare, che questo valore (0,76) viene da noi ottenuto rigorosamente *solo per radiazioni semplici*, che posseggano al mare un coefficiente d'assorbimento uguale a quello che risulta in media per la complessiva radiazione solare, cosicchè questa conclusione finale favorevole al metodo di Bouguer (Pouillet, Laplace) non può da sola infirmare l'importanza del fenomeno dell'assorbimento selettivo, finchè non si trovi almeno un'altra spiegazione plausibile per la diminuzione, che subisce il coefficiente d'assorbimento coll'aumentare della distanza zenitale.

31. *Raffronto della formola empirica ottenuta pel coefficiente d'assorbimento* c *colla formola empirica per la distribuzione del vapor d'acqua in altezza.* — Varie volte si è fatto cenno nel corso del presente lavoro dell'intima relazione che sussiste fra la diminuzione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza e la diminuzione contemporanea del vapor d'acqua contenuto nell'aria atmosferica.

Non parrà fuor di luogo, poichè abbiamo qui ottenuta una formola empirica per il primo fenomeno, e già da tempo si conoscono formole analoghe per la distribuzione del vapor d'acqua in altezza, un confronto fra le due sorta di formole in

questione. La formola comunemente ammessa per la distribuzione del vapor d'acqua si scrive (1)

$$\frac{e_h}{e_0} = 10^{-\frac{h}{6,3}} \tag{16}$$

La nostra formola per c si scrive invece

$$\frac{c_h}{c_0} = \frac{\delta^4}{\delta_0^4}, \tag{17}$$

δ essendo la densità dell'aria atmosferica all'altezza h sul livello del mare. Ora anche per questa densità si possiede una nota espressione geometrica (approssimata) perfettamente analoga alla formola (16), e cioè (2)

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 10^{-\frac{h}{18,4}} \tag{18}$$

Introducendo quindi la (18) nella (17) si ottiene infine la formola

$$\frac{c}{c_0} = 10^{-\frac{h}{4,6}}, \tag{20}$$

che ha precisamente la stessa forma della relazione empirica (16) per la tensione del vapor d'acqua, e si avvicina anche abbastanza a questa nel valore della costante. Questa conclusione permette evidentemente di asserire, che la causa principale della rapida diminuzione del coefficiente d'assorbimento dell'aria atmosferica coll'altezza è probabilmente la diminuzione quasi altrettanto rapida del vapor d'acqua contenuto nell'aria medesima. La relazione fra i due fenomeni secondo le formole (16) e (20) può esprimersi dicendo, che mentre la tensione del vapor d'acqua si riduce ad un decimo del valore iniziale (al mare) all'altezza di 6,3 km., a un centesimo all'altezza di 12,6 km.

(1) Cfr. J. Hann, Lehrbuch der Meteorologie, pag. 224. È inutile per il nostro scopo servirsi della formola più approssimata di R. Süring

$$\frac{e_h}{e_0} = 10^{-\frac{h}{6}\left(+\frac{h}{20}\right)}.$$

(2) Cfr. J. Hann, loc. cit., pag. 168. Questa formola è stata stabilita (sotto forma un po' diversa) forse per la prima volta da Bouguer per la sua teoria della estinzione. Coi noti principî di Mariotte e Gay-Lussac, stabilendo l'equazione d'equilibrio dell'atmosfera, e integrandola nell'ipotesi di una temperatura costante coll'altezza, si ottiene subito l'espressione

$$\frac{\delta}{\delta_0} = e^{-\frac{h}{l_0}} \tag{19}$$

(cfr. il lavoro I citato nell'Introduzione, pp. 221, 222) l_0 indicando l'altezza dell'atmosfera supposta ridotta omogenea, ossia l'altezza d'una colonna d'aria di densità uguale a quella effettiva al mare, che eserciti la stessa pressione dell'atmosfera effettiva. Per questa costante l_0 in base ai noti valori delle densità del mercurio e dell'aria (al mare, in condizioni normali) si ottiene (cfr. X, pag. 23) il valore $l_0 = 7,9939$. Riducendo poi l'esponenziale a base 10 mediante moltiplicazione dell'esponente pel Mod. $= \log_{10} e = 0,43429$ si ottiene dalla (19) precisamente la (18).

e così via, il coefficiente d'assorbimento c è già ridotto ad un decimo del valore iniziale (al mare) all'altezza di 4,6 km., ad un centesimo all'altezza di 9,2 km. ecc.; la sua diminuzione segue dunque come quella della densità dell'aria e della tensione del vapor d'acqua una legge geometrica, però quattro volte più rapida della prima e circa una volta e mezzo della seconda.

32. *Conclusione.* — Da tutta la discussione fatta ci sembra rimangano solidamente stabiliti i risultati seguenti:

1°. Le osservazioni di Ångström all'isola di Teneriffa porgono una nuova conferma del fenomeno da noi primamente notato sulle osservazioni di Müller e Kempf in Catania e all'Etna, che i raggi d'un astro vengono molto diversamente assorbiti da un medesimo strato d'aria (ad una data altezza h sul livello del mare) secondo le inclinazioni sotto cui si considerano. Come già stabilivamo in un altro lavoro (X)

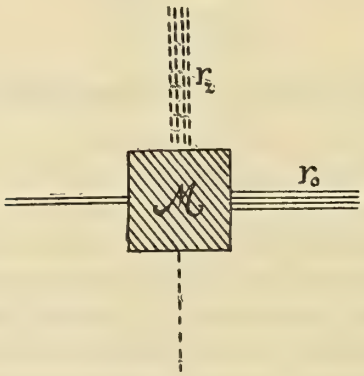


Fig. 3.

per l'effetto luminoso delle radiazioni degli astri, così ora ci risulta anche per l'effetto termico della radiazione solare, che raggi pressochè zenitali r_z vengono assorbiti più del doppio (da un'ugual massa d'aria M) di raggi molto inclinati sull'orizzonte r_0 (v. fig. 3), e precisamente questo ci risulta per tre diversi strati d'aria fra 360 e 3700^m d'altezza, e il fenomeno è tanto più pronunziato, quanto più in alto si sale. Tutte queste circostanze, che danno luogo ad una specie di paradosso dell'assorbimento atmosferico, vengono spiegate colla più grande semplicità dalla teoria dell'assorbimento selettivo, secondo la quale i raggi in questione sono *qualitativamente* assai diversi, in causa della diversità delle masse d'aria precedentemente attraversate. Non si può quindi prescindere dal fenomeno dell'assorbimento selettivo nel calcolare il coefficiente di trasmissione di tutta l'atmosfera terrestre per la *radiazione complessiva* del sole o degli astri.

2°. Le osservazioni pongono in luce anche una rapida e regolare diminuzione del coefficiente d'assorbimento c *per raggi ugualmente composti* (ammessi come tali quelli che hanno precedentemente attraversato uguali masse d'aria) coll'aumentare dell'altezza sul livello del mare. Questa diminuzione è molto più rapida della cor-

rispondente diminuzione della densità δ dell'aria, e procede molto prossimamente in ragione della quarta potenza di questa, come esprime la relazione

$$c = k\delta^4 .$$

Nel proporre alle ulteriori discussioni dei fisici e specialmente degli astrofisici questa formola, noi non pretendiamo affatto di darle il valore di una legge fisica, ma semplicemente di una formola empirica, che si adatta soddisfacentemente ai risultati delle mirabili osservazioni del prof. K. Ångström. Se alcuno trovasse, che la quarta potenza è un'operazione un po' troppo complicata per una relazione empirica, ci permettiamo di osservare, che vere leggi fisiche esistono, nelle quali compare effettivamente una quarta potenza. Basti ricordare la legge termodinamica di Stephan [1], secondo la quale *l'energia della radiazione d'un corpo (cosiddetto) nero è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura assoluta;* e la legge di diffusione di Lord Rayleigh [2] secondo la quale *il coefficiente di assorbimento d'un mezzo torbido, le cui particelle diffondenti siano piccole rispetto alla lunghezza d'onda dei raggi considerati, è inversamente proporzionale alla quarta potenza della lunghezza d'onda, vale a dire è*

$$c = k\lambda^{-4} ,$$

k indicando una costante relativa al mezzo considerato.

Questa seconda legge presenta anzi tanta analogia colla nostra relazione, che si sarebbe fortemente tentati di cercare fra le due un legame fisico. In effetto ambedue le relazioni si riferiscono allo stesso fenomeno dell'assorbimento in mezzi diffondenti. Soltanto la legge di Lord Rayleigh considera un solo mezzo di data densità e varie radiazioni di diversa lunghezza d'onda, mentre la relazione nostra parte dall'ipotesi di varie densità del mezzo e di radiazioni ugualmente composte.

Non rientra nel nostro compito l'esaminare, se considerazioni teoriche appropriate possano fare una sola cosa della nostra formola e della legge di Lord Rayleigh, o se invece, come par più probabile, siano da riguardare ambedue come casi particolari di altre leggi più generali. Lasciando ad altri più competenti di noi il risolvere questa questione di stretta pertinenza della fisica matematica, noi ci contentiamo di presentare il nostro risultato come *un primo saggio di ricerca sul modo di variare del coefficiente d'assorbimento dell'aria coll'altezza*, ricerca che per sua natura è atta ad agevolare la soluzione di importantissimi problemi di astrofisica (costante solare, *colore* e radiazioni assolute delle stelle ecc.). È anche possibile, anzi probabile, che future esperienze svolte colla vastità di programma, di cui dette già splendido saggio il prof. K. Ångström col ripetere delicatissime esperienze a quattro diverse altezze sul livello del mare fin quasi a 3700 metri, vengano a modificare alquanto la forma della relazione da noi proposta, soprattutto se si speri-

(1) V. *Rapports presentés au Congrès international de Physique.* Paris, 1900.
(2) Philos. Magaz., vol. XLI, pag. 107.

menterà su porzioni ristrette dello spettro solare (1) in guisa di ovviare l'incertezza inerente alla variabile composizione dei raggi. È poi probabile, per l'intimo legame fra la distribuzione del vapor d'acqua nell'atmosfera e il coefficiente d'assorbimento c dei raggi calorifici, che la forma della relazione per c si complichi al disopra dei 4000 metri, dove, com'è noto, la diminuzione del vapor d'acqua si accelera sensibilmente. Ed è certo infine, come abbiam veduto anche nel corso del presente lavoro, che relazioni di forma diversa devono valere per raggi di diversa composizione, e sarà quindi del più alto interesse confrontare le varie relazioni ottenibili dalle misure pireliometriche paragonate alle fotometriche, e più in generale vedere come varî colla lunghezza d'onda dei raggi considerati la legge di diminuzione del coefficiente d'assorbimento coll'altezza.

La soluzione di questi varî quesiti è riserbata a future esperienze, nelle quali confidiamo sia per riuscire sempre più fecondo di risultati il metodo di riduzione da noi già utilmente applicato in questo ed in precedenti lavori.

APPENDICE.

33. *Sul calcolo delle masse d'aria* $F(z, H)$ *attraversate dai raggi luminosi, per varie distanze zenitali* z, *fra il mare e varie altezze* H *fino a* 5000^m, *in varie ipotesi circa il valore del gradiente termico in altezza.* — Quest'appendice ha per oggetto di spiegare la formazione dei termini correttivi dipendenti dal valore del gradiente (Δ_β M) introdotti nelle tabelle del Cap. II.

Come espressione della massa d'aria (o spessore atmosferico) $F(z, H)$ attraversata dai raggi incidenti al mare colla distanza zenitale z, fra il mare e l'altezza H si ottenne già nella Memoria X più volte citata (v. Introduzione), e precisamente alla pag. 20, della detta Memoria, la formola

$$(21) \qquad F_0(z, H) = \frac{1}{\lambda^*}\left[\int_0^H x\,d\sigma\right]_{t=0^\circ\,B=760^{mm}}$$

dove x denota la densità relativa dell'aria (unità la densità *attuale* al mare), $d\sigma$ l'elemento d'arco della curva della refrazione (unità il km.) e λ^* il valore della massa d'aria attraversata da un raggio verticale, per condizioni normali di temperatura e pressione, alla latitudine di 45° e nell'ipotesi di un gradiente termico di — 6°,2 per km. di innalzamento. In queste ipotesi si ottiene per la massa unitaria λ^* il valore

$$\lambda^* = \int_0^H x\,dh = 8{,}0109\ .$$

Conservando inalterato questo valore della massa unitaria, ci proponiamo qui di calcolare le rettificazioni da applicare a $F(z, H)$ nel caso che il gradiente termico β

(1) Cfr. § 15.

in quanto compare nella x, *sotto il segno integrale nella formola* (21), abbia un valore diverso da quello assunto come normale nelle tavole numeriche della Memoria X,

$$\beta = -6°,21 .$$

Per questo abbiamo calcolato anzitutto i valori delle costanti

$$\gamma = \frac{m\beta a}{1 + mt_0} \quad k = \frac{1}{m\beta l_0}$$

dove

$$a = 6377^{km},36 \ , \ m = 0,003663 = \frac{1}{273'} \ , \ l_0 = 7^{km},9939$$

in varie ipotesi sul gradiente termico ($\beta = -1° \ , \ -2° \ , \ \ldots \ , \ -6° \ , \ -6°,2$), ottenendo rispettivamente (1)

per β =	$-1°$	$-2°$	$-3°$	$-4°$	$-5°$	$-6°$	$-6°,2$
$\log \gamma =$	1,368478	1,669508	1,845599	1,970538	2,067448	1,146599	2,161520
$\log k =$	1,520499	1,206166	1,016352	0,877244	0,765685	0,671381	0,653213

Con questi valori delle costanti introdotti nell'espressione della densità (form. 14 a pag. 24 della Memoria X)

$$x = (1 - \gamma s)^k ,$$

dove $s = \frac{h}{a + h}$ (h essendo l'altezza in km. ed a il raggio terrestre) abbiamo ottenuto per varie altezze sul livello del mare i valori di $\log x$ raccolti nella seguente tabella. I valori di $\log x$ corrispondenti all'ipotesi di un gradiente nullo vennero invece ricavati dall'espressione

$$\log x = e^{\frac{-as}{l}}$$

come fornisce immediatamente per $\beta = 0°$ l'equazione differenziale (13) a pag. 23 della Memoria X.

(1) Ci limitiamo ai valori del gradiente da 0° a — 6°, perchè è veramente assai raro al disotto dei 5 Km. il caso che si oltrepassi il gradiente — 6°,2, mentre questo caso si presenta più di frequente fra i 5 e i 10 Km. d'altezza. Quanto ai casi di inversione (gradiente negativo), essi richiedono naturalmente trattazioni speciali, secondo l'altezza e i limiti della zona d'inversione. In ogni modo poi non era nostro intento di ottenere delle tabelle per tutti i possibili valori del gradiente, ma solo per quei casi che a noi si presentavano per la riduzione delle osservazioni di Ångström.

Valori di log x in varie ipotesi sul gradiente termico β e a varie altezze H

$\frac{\beta}{H}$	0°	— 1°	— 2°	— 3°	— 4°	— 5°	— 6°	— 6°, 2
— 750m	0,040751	039516	038260	037018	035782	034550	033320	033061
— 250	0,013583	013194	012780	012377	011978	011567	011168	011079
+ 250	9,986418	986806	987204	987592	987992	988380	988776	988854
+ 750	9,959259	960384	961547	962681	963834	964984	966136	966376
+ 1250	9,932103	933930	935794	937636	939502	941371	943247	943642
+ 1750	9,904952	907442	909945	912486	914989	917537	920105	920642
+ 2250	9,877804	880887	883999	887139	890293	893487	896700	897373
+ 2750	9,950661	854301	857972	861679	865420	869205	873023	873829
+ 3250	9,823523	827647	831850	836083	840365	844694	849074	849997
+ 3750	9,796389	800960	805630	810352	815113	819946	824843	825877
+ 4250	9,769259	774241	779315	784455	789635	794957	800321	801460
+ 4750	9,742133	747454	752903	758434	764029	769724	775514	876737
+ 5250	9,715012	720669	726410	732246	738198	744246	750396	751703

Con questi valori di x, e applicando per il calcolo di $d\sigma$ e dell'integrale (21) le formole e i procedimenti di quadratura numerica già adoperati in precedenti lavori, ho ottenuto i valori delle rettificazioni che conviene applicare ai valori normali $F(z, H)$ già calcolati nella Memoria X, per ottenerne i valori corrispondenti ai varî gradienti qui considerati, e ciò per varie distanze zenitali da 0° a 89° e per varie altezze da 0m a 5000m. I risultati sono raccolti nelle seguenti tabelle.

$\beta = 0°$

$\frac{z}{H}$	0°	60°	70°	75°	80°	85°	86°	87°	88°	89°
250	— 0,00	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 2	— 2	— 0
500	1	1	1	1	2	4	5	6	7	4
1750	1	1	2	3	4	8	10	12	16	12
1000	2	2	4	5	7	14	17	21	27	24
1250	2	4	6	7	11	21	26	32	42	39
1500	3	5	8	10	15	30	36	45	58	58
1750	4	7	10	14	20	39	47	60	77	79
2000	5	9	13	17	26	49	60	75	97	103
2250	6	11	16	21	32	61	74	92	119	130
2500	7	13	20	26	38	73	88	111	142	158
2750	8	16	23	30	45	85	104	130	166	187
3000	9	18	27	35	52	99	119	149	191	218
3250	11	21	30	40	59	112	136	170	216	249
3500	12	23	34	45	67	126	153	190	223	282
3750	13	26	38	50	74	141	170	212	269	314
4000	15	29	42	56	82	155	188	233	296	347
4250	17	32	46	61	90	170	205	255	323	380
4500	18	34	50	66	98	185	223	277	350	413
4750	19	37	55	72	106	200	241	298	377	445
5000	20	40	59	77	114	215	259	320	404	478

$\beta = 1^{\circ}$

$\frac{z}{H}$	0°	60°	70°	75°	80°	85°	86°	87°	88°	89°
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 1	— 0
500	0	0	1	1	1	3	3	4	5	3
750	0	1	1	2	3	5	5	9	11	8
1000	1	2	3	3	5	9	12	15	19	16
1250	1	3	4	5	7	14	18	22	29	26
1500	1	4	5	7	10	20	25	31	40	39
1750	2	5	7	9	14	27	33	41	53	54
2000	2	6	9	12	18	34	41	52	67	71
2250	3	8	11	15	22	42	51	64	82	89
2500	3	9	13	18	26	50	61	76	98	108
2750	4	11	16	21	31	59	71	89	114	129
3000	4	13	18	24	36	68	82	103	132	149
3250	5	14	21	27	41	77	94	117	149	171
3500	6	16	24	31	46	87	105	131	168	193
3750	6	18	26	35	51	97	117	146	186	216
4000	7	20	29	38	56	107	130	161	205	238
4250	8	22	32	42	62	117	142	176	223	261
4500	8	24	35	46	68	128	154	191	242	284
4750	9	26	38	50	73	138	167	207	261	307
5000	10	28	41	53	79	148	179	222	280	329

$\beta = 2^{\circ}$

m										
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 1	— 0
500	0	0	1	1	1	3	3	4	5	3
750	0	1	1	2	3	5	7	9	11	8
1000	1	2	3	3	5	9	12	15	19	16
1250	1	3	4	5	7	14	18	22	29	26
1500	1	4	5	7	10	20	25	31	40	39
1750	2	5	6	9	14	27	33	41	53	54
2000	2	6	9	12	18	34	41	52	67	71
2250	3	8	11	15	22	42	51	64	82	89
2500	3	9	13	18	26	50	61	76	98	108
2750	4	11	16	21	31	59	71	89	114	128
3000	4	13	18	24	36	68	82	103	132	149
3250	5	14	21	27	41	77	94	117	149	171
3500	6	16	24	31	46	87	105	131	168	193
3750	6	18	26	35	51	97	117	146	186	216
4000	7	20	29	38	56	107	130	161	205	238
4250	8	22	32	42	62	117	142	176	223	261
4500	8	24	35	46	68	128	154	191	242	284
4750	9	26	38	50	73	138	167	207	261	307
5000	10	28	41	53	79	148	179	222	280	329

$\beta = 3°$

$\frac{z}{H}$	0°	60°	70°	75°	80°	85°	86°	87°	88°	89°
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 1	— 0
500	0	0	1	1	1	2	2	3	4	2
750	0	1	1	1	2	4	5	7	8	6
1000	0	1	2	3	4	7	9	11	14	12
1250	1	2	3	4	6	11	14	17	22	20
1500	1	3	4	5	8	15	19	24	31	30
1750	1	4	5	7	11	20	25	31	40	41
2000	1	5	7	9	14	26	32	40	51	54
2250	2	6	9	11	17	32	39	49	62	68
2500	2	7	10	14	20	38	47	58	75	83
2750	3	8	12	16	24	45	55	68	87	98
3000	3	10	14	18	27	52	63	79	101	114
3250	4	11	16	21	31	59	72	90	114	131
3500	4	12	18	24	35	67	81	101	128	148
3750	5	14	20	27	39	74	90	112	143	166
4000	5	15	22	29	43	82	100	124	157	183
4250	6	17	25	32	48	90	109	135	172	201
4500	7	18	27	35	52	98	119	147	186	218
4750	7	20	29	38	56	106	128	159	201	236
5000	8	21	31	41	61	114	138	170	215	253

$\beta = 4°$

m										
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 1	— 1	— 0
500	0	0	0	0	1	1	2	2	3	2
750	0	1	1	1	1	3	4	5	6	4
1000	0	1	1	2	3	5	6	8	10	8
1250	0	1	2	3	4	8	9	12	15	14
1500	1	2	3	4	6	11	13	16	21	21
1750	1	3	4	5	7	14	17	22	28	29
2000	1	3	5	6	9	18	22	27	35	37
2250	1	4	6	8	12	22	27	34	43	47
2500	2	5	7	9	14	26	32	40	52	57
2750	2	6	8	11	16	31	38	47	61	68
3000	2	7	10	13	19	36	44	55	70	79
3250	3	8	11	15	22	41	50	62	79	91
3500	3	9	13	17	24	46	56	70	89	103
3750	3	10	14	18	27	52	63	78	99	115
4000	4	11	16	20	30	57	69	86	109	127
4250	4	12	17	22	33	63	76	94	119	139
4500	5	13	19	24	36	68	82	102	129	152
4750	5	14	20	27	39	74	89	110	139	164
5000	5	15	22	29	42	79	96	119	149	176

$\beta = 5°$

$\frac{z}{H}$	0°	60°	70°	75°	80°	85°	86°	87°	88°	89°
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0
500	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
750	0	0	0	1	1	2	2	2	3	2
1000	0	1	1	1	1	3	3	4	5	4
1250	0	1	1	1	2	4	5	6	8	7
1500	0	1	2	2	3	6	7	9	12	11
1750	0	1	2	3	4	8	10	12	15	15
2000	1	2	3	3	5	10	12	15	19	20
2250	1	2	3	4	6	12	15	19	24	25
2500	1	3	4	5	8	15	18	22	28	31
2750	1	3	5	6	9	17	21	26	33	37
3000	1	4	5	7	10	20	24	30	38	43
3250	1	4	6	8	12	23	28	34	44	50
3500	2	5	7	9	13	25	31	39	49	56
3750	2	5	8	10	15	28	35	43	55	63
4000	2	6	9	11	17	31	38	47	60	70
4250	2	6	9	12	18	35	42	52	66	76
4500	2	7	10	14	20	38	46	56	71	83
4750	3	8	11	15	22	41	49	61	77	90
5000	3	8	12	16	23	44	53	65	83	97

$\beta = 6°$

m										
250	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0	— 0
500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
750	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1000	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1250	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1500	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2
1750	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3
2000	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4
2250	0	0	1	1	1	2	3	3	4	4
2500	0	0	1	1	1	2	3	4	5	5
2750	0	1	1	1	2	3	4	5	6	6
3000	0	1	1	1	2	3	4	5	7	8
3250	0	1	1	1	2	4	5	6	8	9
3500	0	1	1	2	2	4	5	7	9	10
3750	0	1	1	2	3	5	6	7	10	11
4000	0	1	1	2	3	5	7	8	10	12
4250	0	1	2	2	3	6	7	9	11	13
4500	0	1	2	2	3	7	8	10	12	15
4750	0	1	2	3	4	7	9	11	13	16
5000	1	1	2	3	4	8	9	11	14	17

34. *Controllo mediante integrazioni per via numerica e per via analitica.* — Potrebbe sorprendere a prima vista il fatto che il regolare aumento delle correzioni col crescere della distanza zenitale subisca eccezione fra $z = 88°$ e $z = 89°$ per le altezze fino a 1250^m. Riflettendo bene però, si riconosce che questo dipende dalla refrazione, il cui effetto si rende naturalmente più sensibile per le forti distanze zenitali e negli strati più bassi dell'atmosfera. Del resto abbiamo creduto opportuno controllare l'esattezza dei valori in questione, calcolandone qualcuno con procedimento diverso da quello accennato sopra; e i controlli eseguiti hanno confermato pienamente i calcoli precedenti.

Così ad es. per $\beta = 0°$, $z = 87°$, $H = 500^m$ venne calcolato il valore di

$$(22) \qquad F(z, H) = \frac{1}{\lambda\sqrt{2}\sin z}\int_0^H \frac{x\,dh}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon(1+x) + s}},$$

dove

$$Z^2 = \tfrac{1}{2}\cot g^2 z \qquad \varepsilon = \frac{\alpha}{\sin^2 z} = \frac{[6{,}464832]}{\sin^2 z},$$

mediante quadratura numerica, assumendo l'intervallo $\omega = 100^m$, mentre nei calcoli precedenti è $\omega = 500^m$, e si ottenne il valore

$$F(z, H) = 3{,}1804,$$

che differisce di 0,0046 da quello (3,185) assegnato per $z = 89°$, $H = 500^m$ nella Tav. I della Memoria X. Ora i calcoli precedenti (tabella per $z = 0°$) hanno dato per questa stessa differenza il valore 0,004 — esattamente 0,0042 — con accordo del tutto soddisfacente, entro i limiti di approssimazione consentiti dai nostri calcoli, col valore ora ottenuto 0,0046.

Per ottenere un controllo ancora più efficace per via analitica, abbiamo introdotto in (22) in luogo della x la sua espressione (per il caso $\beta = 0°$)

$$x = e^{-\frac{as}{l}}$$

e in luogo di dh l'espressione molto approssimata ads, e abbiamo cercato di ridurre l'integrale a trascendenti note mediante opportuni sviluppi in serie.

Posto per semplificare

$$\frac{a}{l} = \beta$$

(il qual β non ha nulla a che vedere col gradiente termico, indicato in generale colla stessa lettera) l'integrale (22) assume la forma

$$\int_0^s \frac{e^{-\beta s}\,ds}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon(1 - e^{-\beta s}) + s}}$$

e in questa forma coincide precisamente coll'integrale che compare nella teoria della

refrazione astronomica secondo Bessel, colla sola differenza, che il limite superiore qui è assai piccolo $\left(S = \frac{H}{a+H} = \frac{500}{6377860}\right)$ mentre nell'accennata teoria è posto $= \infty$. Si potrebbe pensare tuttavia di applicare un analogo procedimento di calcolo fondato sul noto sviluppo di Lagrange (1), ma alcune prove fatte in questo senso hanno mostrato che la convergenza di questo sviluppo, nel caso attuale, sarebbe lentissima e quindi non adatta al nostro scopo. È preferibile invece applicare uno sviluppo in serie di Taylor secondo le potenze di $\varepsilon(1 - e^{-\beta s})$, che è certo una quantità assai piccola rispetto a $Z^2 + s$. Si ottiene così, introducendo la nuova variabile $u = \beta s$, e ponendo di conseguenza $U = \beta S$,

$$F(z, H) = C\left\{\int_0^U \frac{e^{-u}\,du}{\sqrt{Z_1^2+u}} + \frac{\beta\varepsilon}{2}\int_0^U \frac{e^{-u}(1-e^{-u})}{(Z_1^2+u)^{\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\left. + \tfrac{3}{8}\beta^2\varepsilon^2\int_0^U \frac{e^{-u}(1-e^{-u})^2\,du}{(Z_1^2+u)^{\frac{5}{2}}} + \cdots\cdots\right\},$$

dove per brevità si pose

$$C = \frac{a}{\lambda^\star \sin z\sqrt{2\beta}} \qquad Z_1 = Z\sqrt{\beta}\,.$$

Di qui con successive integrazioni per parti si ottiene

$$F(z, H) = C\left\{\int_0^U \frac{e^{-u}\,du}{\sqrt{Z_1^2+u}} + \beta\varepsilon\left[\int_0^U \frac{(2e^{-2u}-e^{-u})\,du}{\sqrt{Z_1^2+u}} + 2\,\frac{e^{-U}-e^{-2U}}{\sqrt{Z_1^2+U}}\right]\right.$$

$$+ \frac{\beta^2\varepsilon^2}{2}\left[\int_0^U \frac{(9e^{-3u}-8e^{-2u}+e^{-u})\,du}{\sqrt{Z_1^2+u}} + \frac{e^{-U}-4e^{-2U}+3e^{-3U}}{\sqrt{Z_1^2+U}} - \right.$$

$$\left.\left. - \tfrac{4}{3}\,\frac{e^{-U}-2e^{-2U}+e^{-3U}}{(Z_1^2+U)^{\frac{3}{2}}}\right] + \cdots\cdots\right\},$$

e così tutti gli integrali del secondo membro sono ridotti alla forma generale

$$\int_0^U \frac{e^{-pu}\,du}{\sqrt{Z_1^2+u}}\,,$$

dove p denota un numero intero, positivo, e posson quindi ricondursi tutti con semplicissime trasformazioni alla nota trascendente (funzione di Kramp)

$$\psi(T) = e^{T^2}\int_T^\infty e^{-t^2}\,dt$$

per la quale esistono apposite tavole (2).

(1) V. in proposito il mio articolo: *Die astronomische und terrestrische Strahlenbrechung* in Winkelmann's Handbuch der Physik, 2 sufl., Bd. VI, pag. 522; ovvero l'articolo: *Besondere Behandlung... Refraktion und Extinktion.* in Encyklopedie der math. Wiss.

(2) Fra le più estese ed esatte ricordo le tavole di Radau (Annales de l'Observatoires de Paris Mémoires, t. XVIII, p. B. 1.

In questo modo, od anche sostituendo alle esponenziali sotto i segni d'integrazione i corrispondenti sviluppi per la quantità assai piccola u, e integrando per serie, si ottiene

$$F(z, H) = 3{,}1113 + 0{,}0659 + 0{,}0026 + 0{,}0001 = 3{,}1799,$$

in buon accordo col valore (3,1804) ottenuto sopra per quadratura numerica.

Non è forse fuor di luogo osservare, come anche nel caso relativamente semplice del gradiente nullo i procedimenti d'integrazione per via analitica conducono a formole assai complicate, colle quali sarebbe penosissima la costruzione di tabelle come quelle da noi ottenute in questo e in precedenti lavori, mentre l'integrazione numerica conduce rapidamente e sicuramente allo scopo.

RELAZIONE

letta dal Socio Blaserna, anche a nome del Corrispondente Macaluso, relatore, nella seduta del 21 giugno 1908, sulla Memoria del dott. M. La Rosa, avente per titolo: *Sulla trasformazione dello spettro dell'arco cantante.*

In una Nota precedente, sullo spettro della luce emessa dall'arco elettrico cantante, pubblicata nei Rendiconti della nostra Accademia, l'autore di questa Memoria aveva esposto brevemente alcuni dei principali risultati delle sue ricerche.

In questo lavoro, oltre al completare l'esposizione di quei risultati, unendovi anche alcune nitide fotografie degli spettri ottenuti nelle varie condizioni sperimentali, egli descrive il metodo d'indagine impiegato ed espone le conclusioni che dalle sue esperienze possono dedursi.

Dallo studio accurato e metodico della trasformazione graduale dello spettro d'arco in quello di scintilla al variare delle condizioni del circuito elettrico, l'autore è condotto a conchiudere, anche discutendo i risultati delle ricerche di altri sperimentatori, che la trasformazione in parola dello spettro dipende quasi esclusivamente dal variare della potenza media spesa nell'unità di massa dell'aeriforme, reso luminoso dalla scarica che l'attraversa, potendosi ritenere che lo spettro d'arco corrisponda all'impiego d'una potenza media, e quindi d'una eccitazione, minore di quella che va impiegata per produrre l'eccitazione nel caso dello spettro di scintilla. La trasformazione degli spettri su detti, al mutare delle condizioni elettriche del fenomeno, avviene sol quando col variare di queste varia anche la potenza media assorbita dal gas che diventa incandescente.

L'importanza dell'argomento, che negli ultimi tempi è stato ed è tuttora oggetto dello studio di parecchi fisici valorosi, l'accuratezza delle esperienze, l'acume col quale è condotta la discussione dei risultati, non che la conclusione alla quale si arriva rendono questo lavoro interessante, e perciò i sottoscritti ne propongono la pubblicazione integrale fra le Memorie dell'Accademia, insieme con la riproduzione, fedele il più possibile, delle fotografie degli spettri ottenuti, perchè ad esse specialmente si appoggiano le conclusioni del lavoro.

Trasformazioni dello spettro dell'arco elettrico cantante.

Memoria del dott. MICHELE LA ROSA.

(con due tavole).

In una Nota preliminare (1), pubblicata sui Rendiconti di questa R. Accademia, ho accennato alle modificazioni notevoli, che subisce lo spettro di un arco elettrico, quando viene posto nelle condizioni, in cui si ottiene il fenomeno dell'arco cantante, cioè quando ai poli dell'arco venga derivato un circuito di piccola resistenza, e dotato di capacità e d'induttanza. I valori delle costanti elettriche di questo circuito possono essere molto svariati; in particolare è possibile ridurre piccolissima la sua induttanza (2), in modo che esso non possieda più periodo proprio d'oscillazione.

Il fenomeno che si osserva in queste condizioni, differisce, per molti particolari, dall'arco cantante di Duddell; si accosta invece a quei fenomeni ottenuti dal prof. Righi (3), derivando un condensatore ai poli di un tubo a vuoto, eccitato da una corrente continua ad alta tensione; e può essere riguardato come l'ultimo termine di una serie estesa di modificazioni graduali.

In questo lavoro sono riferiti più estesamente i risultati dello studio dello spettro emesso dall'arco cantante, in condizioni molto diverse, e sono poste in relazione le modificazioni spettrali con i principali elementi del fenomeno elettrico, al fine di trarne qualche utile conclusione sulle cause delle modificazioni medesime.

Le prime osservazioni furono fatte con uno spettroscopio Dubosq a due prismi, accuratamente tarato per mezzo dello spettro d'arco del mercurio, degli spettri dell'idrogeno e dell'elio, e degli spettri di scintilla (con induttanza sufficiente per sopprimere le righe dell'aria) fra elettrodi di cadmio, zinco, rame, piombo, stagno. Il riconoscimento delle righe di questi spettri fu fatto con l'aiuto dell'atlante spettrale dei sigg. Hagenbach e Konen. La curva di dispersione era sufficientemente esatta per la determinazione delle lunghezze d'onda fino ad una unità Ångström; almeno nella regione più rifrangibile, in grazia della maggiore dispersione.

Accertate le modificazioni notevoli, che avvenivano nello spettro dell'arco, quando ai suoi poli si attaccava un condensatore di grande capacità, intrapresi lo studio spettrografico, per potere acquistare una conoscenza sufficientemente esatta della natura e dell'entità di tali modificazioni.

Disposizione ottica. — La lampada ad arco da me impiegata aveva la forma di un ordinario spinterometro: cioè risultava di due colonnine di vetro, che sostenevano

(1) Vol. XVII, ser. 5ª, 1° sem., fasc. 4°, 1908.

(2) La Rosa M., Rend. Acc. Linc., XVI pag. 112, 1907.

(3) Righi, Rend. Acc. Bologna, Ann. 1901-02.

i porta-carboni; l'una fissa, l'altra mobile per mezzo di vite. Mercè un'opportuna disposizione si poteva, a piacere, fissare la posizione dell'arco lungo la verticale, su cui giacevano gli assi dei carboni.

Come spettrografo ho adoperato lo stesso apparecchio Dubosq, sostituendo però al cannocchiale una lente acromatica (L in fig) di un metro di distanza focale. Al di là di questa lente, era disposta una camera fotografica 18 × 24 (G), privata del suo obbiettivo. Essa era stata modificata in modo che il telaio posteriore, reso girevole attorno ad una normale alla base, poteva assumere, e mantenere invariata, qualunque inclinazione rispetto alla parete anteriore. Per mezzo di schermi adatti fu accuratamente esclusa dalla camera fotografica ogni traccia di luce falsa.

Un obbiettivo (O), di 14 cm. di distanza focale, serviva a proiettare l'immagine dell'arco sulla fenditura del collimatore; esso era montato su un sostegno suscettibile di piccoli spostamenti in altezza e laterali.

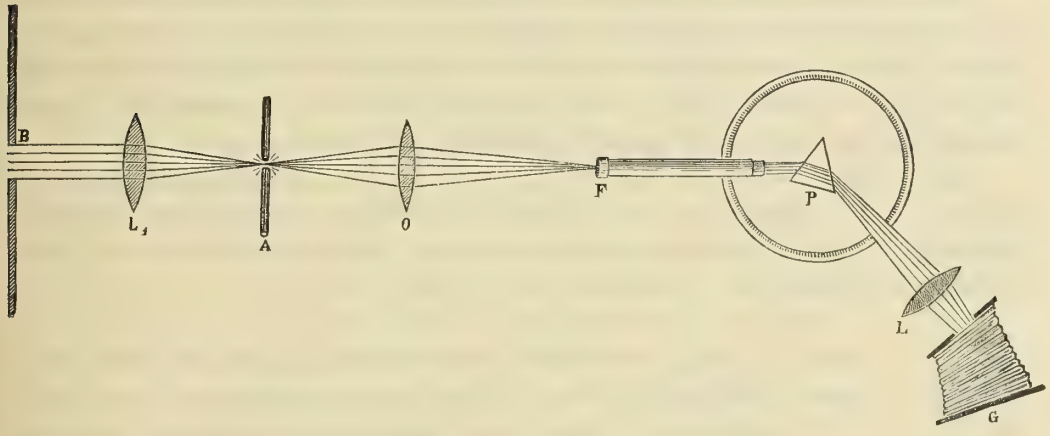


Fig. 1.

Infine con una lente (L_1), di 5 cm. di distanza focale, si poteva far convergere, fra i due carboni della lampada (A), un fascio di raggi solari, che penetrava nella stanza, attraverso ad un foro (B) di 5 mm. di diametro, propagandosi nella direzione dell'asse del collimatore. Così, senza nulla mutare nella disposizione ottica impiegata per l'arco, si poteva facilmente ottenere la fotografia dello spettro solare, che serviva a tarare lo spettrografo.

Disposizione elettrica. — L'arco era prodotto fra due carboni omogenei, del diametro comune di 11 mm., disposti verticalmente; ed era alimentato da un circuito praticamente non induttivo, comprendente un reostato a lampade ed un amperometro, rilegato ai poli della rete elettrica urbana, con 150 volt di tensione.

Per ottenere il fenomeno oscillatorio si derivava ai poli di quest'arco, o un condensatore da 20 microfarad, con le sottodivisioni 10 e 10; ovvero un altro condensatore da 10 mf., con le sottodivisioni 5, 2, 2, 1; ovvero l'uno e l'altro riuniti in superficie. Le connessioni erano fatte con due pezzi di cordoncino di rame (dia-

metro 2 mm), che insieme non raggiungevano la lunghezza di un metro; ed erano con ogni cura intrecciati, in modo da ridurre piccolissima la loro induttanza (non superiore ad un migliaio di centimetri).

Per studiare lo spettro dell'arco nel regime di Duddell, si introduceva in serie col condensatore, o un rocchetto, con un solo strato di filo di rame, che aveva le costanti:

$$R = 0{,}14 \text{ ohm} \qquad L = 0{,}032.10^{-3} \text{ henry}$$

ovvero un rocchetto a tre strati con le seguenti costanti:

strato 1°	$R = 0{,}35$ ohm	$L = 0{,}693.10^{-3}$ henry
» 2° 3°	$R = 0{,}66$ »	$L = 2{,}307$ » »
» 1° 2° 3°	$R = 1{,}01$ »	$L = 5{,}227$ » »

Infine, per confrontare gli spettri dell'arco, ottenuti nelle diverse condizioni del circuito derivato ai suoi poli, con lo spettro della scintilla fra i medesimi pezzi di carbone, si toglievano le comunicazioni del circuito elettrico sopra detto con la lampada ad arco, e si rilegavano i due carboni alle armature di due bottiglie di Leyda, ciascuna di 500 cm. circa di capacità, riunite in superficie.

Questo condensatore era caricato con un rocchetto d'induzione da 15 cm. di scintilla, eccitato da una corrente di 6 amp., interrotta da un interruttore Foucault, circa 10 volte per secondo. Nel circuito di carica era introdotta una scintilla di 3 cm.; la distanza esplosiva fra i due carboni era 0,3 cm. circa.

Studio ottico. — Col procedimento comunemente impiegato (del cannocchiale adattato a distanza infinita), fu portata la fenditura esattamente nel piano focale dell'obbiettivo del collimatore; e con l'aiuto di un piccolo schermo di carta (su cui erano segnati due diametri ortogonali, uno dei quali parallelo ai bordi della fenditura), ben adattato su questo, si dispose l'asse del collimatore esattamente nella direzione del fascio solare che penetrava dal foro B.

Sul cammino del fascio furono quindi interposti la lente L_1 e l'obbiettivo O, nella posizione conveniente, perchè l'immagine del sole si formasse ben centrata sul piano della fenditura. Le distanze tra la fenditura e l'obbiettivo O, e tra questo e l'arco, erano state stabilite in modo, che l'imagine di questo fosse all'incirca tre volte il vero; ciò per ottenere che attraverso alla fenditura, di cui l'altezza era stata ridotta a 2 mm. circa, penetrasse esclusivamente la luce proveniente dall'arco (e non quella dei carboni), anche quando questo aveva appena la lunghezza di un millimetro.

Fissate le posizioni di L_1 e di O, era facile tenere l'arco esattamente sull'asse comune di queste lenti e del collimatore.

Finalmente si disponeva, nella direzione dell'asse del fascio emergente dai prismi, l'asse ottico della lente L, che serviva a proiettare lo spettro sulla lastra di vetro della camera fotografica.

Questa lastra era trasparente, e le imagini formate sulla sua faccia anteriore, venivano osservate mediante un oculare, adattato per la netta visione di una sottile linea incisa su questa faccia.

La posizione di questa lastra si stabiliva osservando lo spettro solare; poichè le linee di Fraunhofer, a motivo della loro grande sottigliezza, si prestavano assai meglio delle righe e bande luminose dello spettro dell'arco.

Nella maggior parte delle fotografie (ed in tutte quelle riprodotte) furono usate lastre ortoscopiche Jougla, in mancanza delle Perutz specialmente consigliate; esse furono trattate con rivelatore all'idrammina diluito, che in virtù della sua lentezza permetteva la correzione dei difetti di posa, dentro limiti abbastanza ampî.

La regione spettrale fotografata è compresa fra le lunghezze d'onda $\lambda = 5896$, e $\lambda = 3964$ (D ed H dello spettro solare). Però, a causa della notevole dispersione, le prove furono fatte in due tempi: in un primo fu fotografata la regione fra le lunghezze d'onda 5896 e 4530, ed in un secondo quella fra 4730 e 3964. Per ciascuna regione fu presa una numerosa serie di fotografie, corrispondenti a condizioni molto svariate dell'arco, ed alcune alla scintilla fra i medesimi pezzi di carbone.

Ciascuna serie di fotografie fu preceduta e seguita dalla riproduzione della corrispondente regione dello spettro solare, almeno in doppio esemplare: ciò serviva, oltre che per i necessarî confronti, per assicurarsi che inalterate erano rimaste le posizioni delle diverse parti del sistema spettrografico, nella riproduzione degli spettri di una stessa serie.

Nella tavola I sono riprodotte alcune fotografie della prima regione, e nella tavola II le corrispondenti della seconda, disposte nel medesimo ordine. Quelle coi numeri 27, 58 rappresentano lo spettro dell'arco continuo, quelle coi numeri 43, 46 lo spettro della scintilla; tutti gli altri sono spettri dell'arco cantante.

Le costanti elettriche del circuito derivato sono segnate al margine (tav. II); e resta solo da avvertire che per i num. 26 e 54 l'intensità della corrente d'alimentazione fu 3 amp., mentre per tutti gli altri fu di 4 amp. circa.

La lunghezza dell'arco non fu, nei diversi casi, la stessa, sia perchè sarebbe stato difficile soddisfare a questa condizione, sia perchè, in corrispondenza alle diverse condizioni del circuito derivato, il regime oscillatorio si stabiliva in modo migliore, per lunghezze dell'arco diverse tra loro.

Le durate di posa, dipendentemente dalla diversa luminosità dell'arco e dalla sua stabilità, variavano fra 1 e 5 minuti; per gli spettri di scintilla occorsero invece delle pose molto più lunghe. Nelle fotografie della prima serie, fu interposto sul cammino dei raggi un vetro debolmente colorato in giallo, per ottenere una maggiore uniformità d'impressione.

Nella determinazione della lunghezza d'onda delle diverse righe (fatta, come si disse, per confronto con lo spettro solare), s'impiegò la magnifica carta fotografica del Rowland ed una buona macchina a dividere Perreaux.

Risultati. — Le fotografie riprodotte mostrano nettamente la trasformazione dello spettro d'arco in quello di scintilla, che avviene quando ai poli dell'arco elettrico si deriva un circuito dotato di grande capacità e d'induttanza trascurabile. Questa trasformazione avviene in modo graduale, quando, mantenendo costante e piccolissima l'induttanza del circuito derivato, si fa gradatamente crescere, a partire da uno o due microfarad, la capacità del condensatore.

Così nei num. 26 e 54 (capacità due microf.), si vedono conservati tutti gli elementi caratteristici dello spettro d'arco, quali le bande 5632, 5165, 4737, 4382 del carbonio, e le bande del cianogeno 4604, 4216, quasi con la medesima intensità che hanno nell'arco; mentre d'altra parte cominciano a comparire alcune righe dello spettro di scintilla del carbonio, come le 5133, 5145, 5151, 4267, fra le quali l'ultima già brillantissima, alcune righe dello spettro dell'aria, fra le quali molto brillanti le 5676, 5006, 5011, 4242, 4237, 3995; e contemporaneamente si vedono rinforzate alcune righe delle impurezze metalliche, che nello spettro di scintilla sono più intense che in quelle dell'arco.

Nei num. 22, 53 (capacità 10 microf.), le bande del carbonio sono già molto indebolite, ed indebolite notevolmente sono anche le bande del cianogeno, specialmente il gruppo 4604 (la coda 3984 del gruppo 4216 è quasi completamente scomparsa) e predomina invece lo spettro di scintilla, con le righe del carbonio 5380, 5648, 5662, oltre alle precedenti, divenute molto brillanti, con numerose righe dell'azoto, dell'ossigeno, con la 6563 dell'idrogeno (ottenuta nello studio spettroscopico preliminare) e con alcune righe d'impurezze molto rinforzate, come la 5989 del sodio, che diventa molto slargata, e le 4227 e 3969 del calcio.

Con la capacità di 20 microf. (num. 24,52) si può dire, che lo spettro d'arco si è interamente trasformato in quello di scintilla [1]: si conservano, infatti, debolissime traccie di alcune bande del carbonio (che, del resto, non sempre mancano completamente nello spettro di scintilla), e le bande del cianogeno, molto indebolite (che quasi sempre fanno parte dello spettro della scintilla).

Accrescendo da 20 a 30 microf. la capacità, lo spettro ottenuto rimane sostanzialmente lo stesso, salva qualche leggera modificazione nell'intensità dei diversi elementi.

Se, in serie col condensatore di grande capacità, si introduce un rocchetto dotato d'induttanza, lo spettro si modifica, e tende a riprendere i caratteri dello spettro dell'arco continuo.

Così i num. 39, 55 (capacità 20 microf., induttanza 0,032 millihenry) mostrano notevolmente indebolite le righe del carbonio, ancora più indebolite, ed in parte estinte, quelle dell'aria; mentre sono tornate, o rinforzate, le bande dello spettro d'arco che erano scomparse, o indebolite. Nell'insieme, l'aspetto di questo spettro è molto simile a quello dei num. 26 e 54, che corrisponde ad una capacità dieci volte più piccola.

Impiegando con la stessa capacità autoinduzioni ancora più grandi, lo spettro diventa quasi identico a quello dell'arco continuo, come mostrano le fotografie 36, 56 e 37, 57, ottenute rispettivamente con le induttanze 0,693, 5,227 millihenry, nelle quali si vedono un po' più intense che nell'arco le bande del cianogeno, specialmente le 4216, ed alcune righe d'impurezze, come le 3969, 4227, 4272 del calcio.

Queste piccole differenze si osservavano nell'arco percorso da correnti tronco-sinusoidali, e scomparivano del tutto quando, accorciando convenientemente l'arco si passava al regime sinusoidale puro [2].

[1] Nelle fotografie 43, 46 non si possono osservare talune righe, specialmente le più sottili del carbonio e delle impurezze metalliche: esse erano debolissime a causa della piccolezza della scintilla.

[2] *Sui diversi regimi dell'arco cantante*, cfr. Corbino, Atti A. E. I., vol. VII, pagg. 597-1903.

Studio elettrico. — Per poter passare alla discussione di questi risultati, è necessario dire poche parole sugli elementi elettrici principali del fenomeno dell'arco cantante, nelle condizioni in cui furono fatte le fotografie.

L'esame fu portato sulla forma, l'ampiezza ed il periodo delle correnti oscillanti nell'arco; e sui limiti di variazione della differenza di potenziale ai suoi poli.

Forma delle oscillazioni. — Fu determinata per mezzo di un tubo di Braun, eccitato da una macchina Toepler a 20 dischi.

La deviazione del fascio catodico era prodotta da un rocchettino attaccato in serie con l'arco. Questo rocchettino inevitabilmente alterava le condizioni del sistema elettrico, influenzando il fenomeno oscillatorio. Per ridurre al minimo questa perturbazione, si sacrificò, per quanto fu possibile, la sensibilità del metodo, impiegando un rocchetto di filo di rame di appena 2,9 microhenry d'induttanza (1).

Gli spostamenti del rocchetto fluorescente erano osservati con uno specchio girante.

La curva della corrente nell'arco, quando il circuito derivato non conteneva induttanza, era simile a quella dello schema qui accennato: il tratto orizzontale cor-

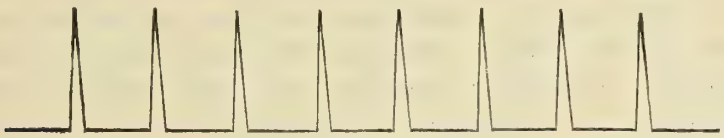


Fig. 2.

rispondeva alla posizione che aveva il cerchietto, quando il rocchettino non era percorso da corrente, e quindi l'arco era spento; il tratto a forma di angolo acutissimo corrispondeva ad una corrente che attraversava l'arco nel senso stesso della corrente d'alimentazione.

Da questo diagramma risulta, che l'arco era acceso per un tempo brevissimo dalla corrente di scarica del condensatore, e si spegneva per un tempo notevolmente più lungo, durante il quale la corrente principale ricaricava il condensatore. Variando la capacità di questo, mutavano le durate di carica e di scarica e mutava anche il loro rapporto; e precisamente al crescere della capacità, la prima cresceva più rapidamente della seconda.

Ampiezza delle oscillazioni. — Questo elemento, osservato anche col tubo di Braun, presentava delle variazioni repentine più o meno grandi, irregolari e senza cause apparenti, e delle variazioni regolari dipendenti, a parità delle altre condizioni, dalla lunghezza dell'arco; cosicchè per ogni valore della capacità e della corrente d'alimentazione si aveva una lunghezza dell'arco *optima*, per la quale l'ampiezza era massima (2).

(1) Non pertanto la presenza di questo rocchetto influenzava ancora il fenomeno oscillatorio, come si desumeva dalla diminuzione, piccola ma apprezzabile, dell'altezza del suono. Con un amperometro termico potei anche ricavare, che l'intensità efficace nell'arco veniva diminuita di quasi un decimo (0,10 a 0,06) per l'introduzione del rocchettino.

(2) Nel fare le fotografie degli spettri, si cercava di mantenere sempre l'arco in queste condizioni di massima ampiezza, e ciò si otteneva con l'apprezzamento dell'intensità del suono.

Nel seguente specchietto sono riportate le ampiezze massime (A) i namp., relative ad una corrente d'alimentazione di 4 ampère (1), alla capacità (C), all'induttanza dei soli attacchi ed alle lunghezze *optimae* (*e*); queste sono espresse in unità arbitrarie, e furono osservate, proiettando con una lente l'immagine dell'arco sopra una scala pellucida graduata.

I.

C	*e*	A	$A/\sqrt{C}$
30	7,5	172,5	31,5
20	9	148,4	33,1
10	10,5	110,4	34,5
5	12,5	79,3	35,6
2	9,5	48,3	34,3

I numeri dell'ultima colonna mostrano che le ampiezze massime, osservate per differenti valori della capacità, si mantengono, con buona approssimazione, proporzionali alla radice quadrata della capacità. Le piccole oscillazioni del rapporto $A/\sqrt{C}$ sono, probabilmente, imputabili ai mutamenti nei valori limiti della differenza di potenziale, dipendenti dai cambiamenti di lunghezza dell'arco; si rileva infatti un andamento quasi parallelo tra questo elemento e quel rapporto.

Differenza di potenziale ai poli dell'arco. — Per queste determinazioni potè servire lo stesso tubo di Braun, perchè munito degli elettrodi piani per la deviazione elettrostatica. Le deviazioni accusate, anche per differenze di potenziali notevoli, erano piccole, e per poterle misurare fu necessario rendere stabile la posizione del cerchietto fluorescente, eccitando debolmente il tubo, e ricorrere ad un cannocchiale munito di oculare micrometrico. Ad una differenza di potenziale di 150 volt, corrispondeva uno spostamento del cerchietto misurato da 10 giri e $^{50}/_{100}$ del tamburo del micrometro.

Nel seguente specchietto sono riportati i limiti superiori delle differenze di potenziale ai poli dell'arco (potenziali di scarica) per le diverse capacità; i limiti inferiori (potenziali residui) erano sempre di pochi volt, 10 all'incirca.

II.

C	V
30	120
20	125
10	130
5	110
2	95

Introducendo in serie col condensatore di 20 microfarad il rocchettino d'induttanza 0,0029, o l'altro di 0,032 millihenry, i limiti della differenza di potenziale

(1) Questa, per la capacità più piccola, era uguale a 3 amp., come precedentemente fu anche avvertito.

variavano pochissimo. Con l'induttanza 0,693 millihenry, il potenziale di scarica passava da 125 a 115, e quello residuo da 10 a 15 circa. Con induttanze più grandi, detti limiti tornavano ad allontanarsi; così con 5,227 millihenry erano un poco più lontane che senza induttanza (regime tronco-sinusoidale esagerato).

Periodo. — Come precedentemente fu avvertito, questo elemento risultava di due parti distinte, di diversa grandezza e diversamente influenzate da un mutamento di capacità. Era molto difficile rilevare, dalle curve osservate nello specchio girante, la dipendenza esatta della durata di ciascuna parte dalla capacità e dagli altri elementi elettrici; principalmente a causa dell'incessante e irregolare variabilità del fenomeno oscillatorio. Però si poteva nettamente apprezzare che in tutti i casi (con induttanza trascurabile) la durata della fase di scarica era minore della quarta parte della durata totale di un'oscillazione.

Dovetti perciò limitarmi ad una stima approssimativa della frequenza n, determinando con un sonometro l'altezza del suono che l'arco emetteva a preferenza. Ecco i numeri ottenuti variando la C, e per L trascurabile:

III.

C	n
30	5100
20	6200
10	8000
5	11000
2	20000

Determinai anche i numeri di oscillazioni che si avevano, introducendo in serie col condensatore delle induttanze. I seguenti sono quelli che si ebbero colla capacità 20.

IV.

L	n
trascur.	6200
0,032	1800
0,693	1000
5,222	400

Per le considerazioni che in seguito dovremo fare, ci occorre conoscere un limite inferiore della potenza media spesa nell'arco durante ciascuna scarica del condensatore.

La potenza spesa nell'intero circuito è uguale a $\frac{Cv^2}{2t}$, essendo v la differenza tra il potenziale di scarica e quello residuo, e t la durata della scarica. Le differenze

di potenziale v, per quanto precedentemente fu osservato, possono ritenersi date in volt dai numeri riportati nella colonna v del quadro seguente. Come durata della scarica assumeremo la quarta parte del periodo, cioè $\frac{1}{4n}$, con ciò otterremo dei valori della potenza media più piccoli dei veri (e le differenze più notevoli corrisponderanno alle capacità più grandi). D'altra parte la frazione dell'energia, dissipata nei brevi fili di congiunzione dell'arco con le armature del condensatore, era certamente molto più piccola della metà [1].

Si può quindi affermare, che la potenza spesa nell'arco (per L trascurabile) doveva essere più grande dei valori $P_m = Cv^2n$, scritti qui sotto, ed espressi in watt.

V.

C	v	P_m
30	110	1851
20	115	1643
10	120	1170
5	100	550
2	90	324

Come si vede, al crescere della capacità, la potenza media cresce sempre, però meno rapidamente di essa.

Furono anche calcolati dei limiti superiori delle potenze medie spese nell'arco quando il circuito derivato possedeva induttanza, per mezzo dell'energia del condensatore (v, ampiezza della differenza di potenziale sulle armature, fu misurata col metodo avanti detto) e del tempo di scarica ricavato dalla forma della curva d'intensità, osservata col tubo di Braun, e dal valore della frequenza n. Nel quadro VI sono dati quelli relativi alle fotografie 39, 55; 36, 56; 37, 57.

VI.

L	v	P_m
0,032	115	620
0,693	105	300
5,222	100	110 [2]

[1] L'energia dissipata nel circuito non raggiunge la metà dell'energia complessiva, anche nelle scariche oscillanti, quando la resistenza e l'induttanza del circuito di scarica non sono grandi in paragone con la capacità. Cfr. Battelli e Magri, *Nuovo Cimento*, ser. 5ª, vol. 3°, pag. 262.

[2] Questo valore è più piccolo della potenza data dal circuito di alimentazione, perchè l'arco era percorso da corrente anche per buona parte del tempo di carica.

* * *

La comparsa di alcune righe dello spettro di scintilla in quello dell'arco, sotto determinate condizioni, è stata già varie volte osservata.

I sigg. Hartmann ed Eberhard (1) notarono questo fenomeno negli spettri dell'arco fra elettrodi di silicio, magnesio, zinco, cadmio, alluminio, quando esso veniva prodotto sott'acqua, o in una corrente d'idrogeno; ed attribuirono tale modificazione spettrale alla presenza di questo gas nel cammino attraversato dalla corrente.

Lo stesso Hartmann, in un lavoro successivo (2), dimostrò la presenza di certe righe di scintilla, nello spettro di un arco alimentato con deboli correnti, e prodotto fra elettrodi di magnesio, di zinco, bismuto e piombo nell'aria ordinaria. Esse si rinforzavano notevolmente, quando si faceva diminuire l'intensità della corrente di alimentazione; così p. es. l'intensità della riga 4481 del magnesio (spettro di scintilla) crebbe da 0,03 a 10, quando l'intensità della corrente nell'arco decrebbe da 8 a 0,4 ampère. L'A. vide in questi fatti una conferma della sua opinione che, causa della modificazione fosse un'azione dell'ambiente (in questo caso molto povero di vapore) sulle particelle emittenti (ioni), e che la temperatura dell'arco non dovesse influire sulla natura dello spettro emesso; concludendone che l'emissione dell'arco dovesse consistere in un fenomeno di elettroluminescenza.

Poco tempo dopo, il sig. Crew (3) osservò la comparsa di alcune righe di scintilla nello spettro dell'arco intermittente prodotto fra elettrodi di magnesio, nell'aria ambiente ed in altre atmosfere gassose, tutte le volte (e solo allora) che un'elevata e rapidamente variabile f. e. m. di autoinduzione veniva destata, o soffiando l'arco, o modificando l'induttanza del circuito d'alimentazione. E ritenne, che la comparsa di righe di scintilla, nello spettro dell'arco prodotto sott'acqua o in una corrente d'idrogeno, fosse da attribuire al fatto, che in queste atmosfere si producono facilmente variazioni molto rapide della tensione ai poli dell'arco e della corrente che lo attraversa.

Recentemente i sigg. Fabry e Buisson (4) hanno notato la presenza di righe di scintilla nello spettro d'arco del ferro e di qualche altro metallo (nikel, rame), nelle immediate vicinanze dei crateri. Essi ritengono che la condizione di emissione di queste righe sia l'esistenza di una velocità grandissima delle particelle emittenti, dovuta alla presenza di un campo elettrico intenso, o forse al movimento di agitazione termica.

Riassumendo: si può ritenere, che tracce delle righe di scintilla si trovano presenti nelle regioni dell'arco immediatamente vicine ai due crateri; tali righe, però, si notano in tutto l'arco, sia quando è alimentato da una corrente debole (e sono tanto più intense quanto più debole è questa); sia quando è soggetto a brusche ed intense variazioni di f. e. m; sia quando è prodotto in particolari atmosfere. Le cause che producono queste modificazioni (o forse la causa unica) sono mal definite dai diversi autori, e si possono riguardare come sconosciute.

(1) Hartmann ed Eberhard, Berl. Ber., pag. 40, 1903.
(2) Hartmann, Berl. Ber., pag. 234, 1903.
(3) Crew, Astroph. Journ., 20, pag. 274, 1904. (Visto in sunto in mancanza dell'originale).
(4) Fabry e Buisson, C. R., t. CXLVI, pag 751, 1908.

Meglio studiata è la trasformazione inversa e graduale dello spettro di scintilla in quello d'arco.

I primi lavori su questo importante argomento sono dovuti ai sigg. Schuster ed Hemsalech, e specialmente a quest'ultimo. In essi sono minutamente esaminate le modificazioni successive, che subisce lo spettro della scintilla (ordinaria), prodotta in un circuito con capacità notevole e piccolissima induttanza, quando quest'ultimo elemento si fa crescere gradatamente. I risultati di questi studî, rimasti classici, sono a tutti noti ed a me basta ricordare, che in complesso la modificazione prodotta dall'aumento dell'induttanza, tende ad avvicinare sempre più lo spettro della scintilla a quello dell'arco, prodotto fra gli stessi metalli.

L'Hemsalech (1) spiegò la trasformazione spettrale, come un effetto combinato della diminuzione dell'energia spesa nella scintilla, e dall'aumento della durata delle oscillazioni; in conformità del concetto che si era formato del fenomeno della scarica. Secondo questo concetto, la prima oscillazione passerebbe attraverso all'aria interposta fra gli elettrodi, rendendola incandescente; le oscillazioni successive attraverserebbero il vapore che si svolge (allo stato incandescente) dagli elettrodi, diffondendosi nello spazio fra essi compreso; questa porzione di vapore più riscaldata dalle oscillazioni emetterebbe le righe corte, caratteristiche dello spettro di scintilla (ritenute quindi di più alta temperatura); la porzione rimanente, che costituisce l'aureola, emetterebbe le righe lunghe, appartenenti allo spettro di arco.

In armonia con ciò egli ritenne:

che la scomparsa delle righe dell'aria, prodotta dall'accrescimento dell'induttanza, fosse dovuta alla diffusione del vapore, che si svolge più copioso dagli elettrodi, nel cammino attraversato dalla scarica, per effetto della più lunga durata di ciascuna oscillazione;

che la scomparsa delle righe corte del vapore dipendesse dall'abbassamento di temperatura, che necessariamente devono trarsi dietro l'allungamento del periodo, e la diminuzione dell'energia spesa nella scintilla;

e che il rinforzarsi delle righe d'arco fosse dovuto ad uno accrescimento della temperatura e della densità dell'aureola; sempre in grazia della maggior durata di tutto il fenomeno.

Il prof. Puccianti (2), in una sua pregevole Memoria, modifica queste conclusioni, fondandosi sopra una diversa interpretazione del fenomeno della scarica oscillante, ricavata dall'esame delle belle fotografie della scintilla, ottenute dai prof. Battelli e Magri (3).

Egli riguarda i fenomeni luminosi, che hanno luogo in seno al gas ed al vapore, come profondamente diversi. Considera l'emissione del gas come un fenomeno di luminescenza elettrica, che segue fedelmente l'andamento della scarica nella prima o nelle prime oscillazioni, e che cessa nelle successive, a causa forse del progressivo aumento di temperatura della massa emittente. Attribuisce invece ad un effetto di elevata temperatura l'emissione del vapore, perchè trova che essa non segue l'andamento della

(1) Hemsalech, *Rech. exp. sur le spectre d'étinc.* Hermann, Paris, 1901.

(2) Puccianti, N. Cim., ser. 5ª, vol. 9, 1905.

(3) Battelli e Magri, l. c., oppure Acc. Scienze Torino; Mem., 2, 51. 1905.

scarica, non viene ravvivata dalle scariche parziali successive e si spegne lentamente, potendo ancora durare alcuni milionesimi di secondo, dopo che la scarica è cessata.

Egli spiega la modificazione prodotta da un aumento dell'induttanza nello spettro del vapore, come il risultato di due effetti antagonisti: la diminuzione dell'energia dissipata nella scarica, che tende ad indebolire tutte le righe emesse; lo sviluppo più copioso di vapore, che ne accesce la densità, e quindi l'intensità della luce emessa. Sulle righe corte, che anche per questo A. sono di più elevata temperatura, dovrebbe prevalere il primo effetto, sulle lunghe il secondo.

Altri lavori sugli spettri delle scariche oscillanti sono dovuti ai sigg. Berndt, Schenk, Neculcea, King (1).

Berndt ricercò se l'aumento di resistenza produceva modificazioni spettrali analoghe a quelle osservate con l'aumento d'induttanza, conformemente all'opinione già espressa da Hasselberg; e trovò che gli spettri ottenuti con una grande induttanza e con la *resistenza equivalente* (quella per la quale la scarica unilaterale presentava lo stesso massimo di corrente della scarica oscillante) erano presso che simili. Concluse ammettendo che la causa della modificazione risiedeva, in entrambi i casi, nell'abbassamento di temperatura, dipendente dalla diminuzione dell'intensità massima e dall'aumento della durata della scarica.

Fra i lavori rimanenti, il più notevole è quello di Schenk (2), sia per i mezzi impiegati nello studio spettrale, sia, e più ancora, per le conclusioni tratte, che sono in completo contrasto con quelle di Hemsalech ed altri.

Egli ammise che il vapore metallico possa raggiungere facilmente una temperatura più elevata, quando le oscillazioni vengono rallentate per mezzo di una più grande induttanza, perchè allora ha più tempo per riscaldarsi; e che per conseguenza lo spettro dell'arco debba corrispondere ad una temperatura più elevata dello spettro di scintilla.

Riportiamo, infine, l'opinione manifestata dal prof. Kayser (3) su questa complessa quistione. Egli pensa, conformemente all'idea primitiva dell'Hemsalech, ed a quella fortemente sostenuta, per il caso dei gas, dai sigg. Richards e Trowbridge, che il mutamento dell'induttanza non interviene nella modificazione spettrale, principalmente per mezzo di un mutamento di temperatura, ma per un'azione diretta della scarica sul gas, o vapore, che essa attraversa; azione che dipenderebbe intimamente dalle circostanze elettriche della scarica, e quindi dalle costanti del circuito in cui avviene.

In altri termini, secondo il concetto del Kayser, il mutamento di temperatura può magari essere una causa concomitante, che agevoli la trasformazione spettrale; ma sopra tutto il cambiamento d'induttanza deve influire in modo diretto, alterando l'andamento della scarica.

(1) Berndt, Diss. Halle, 1901; Schenk, J. Hopk. Un. Circ, 152, pag. 79, 1901; Nèculcèa, C. R., 134, pag. 1494, 1902; id., Bull. Bukarest, pag. 381, 1902; id., C. R., 135, pag. 25, 1903: King, Astroph. Journ., 19, pag. 225, 1904.

(2) Cfr. Kayser, Handb. der Spectr., II, pp. 172-173.

(3) Kayser, l. c.

Riassumendo: secondo l'opinione prevalente, la causa principale della modificazione spettrale, prodotta da un aumento d' induttanza, risiederebbe in un mutamento della temperatura del corpo emittente, perchè l'emissione nella scintilla e nell'arco avrebbe origine termica; ma la temperatura della scintilla sarebbe maggiore — secondo alcuni — minore — secondo altri — di quella dell'arco.

Secondo un'altra opinione (Kayser), l'emissione avrebbe origine diversa nella scintilla e nell'arco; in quella si ridurrebbe ad un fenomeno di elettroluminescenza, in questo ad un fenomeno termico. La causa principale delle modificazioni, prodotte dall' induttanza, dovrebbe risiedere nel cambiamento delle circostanze elettriche della scarica.

Secondo un'ultima opinione (Puccianti), sarebbero distinte non solo le origini dell'emissione nei due fenomeni scintilla, arco; ma anche quelle dell'emissione del gas e del vapore nella medesima scintilla: il primo emetterebbe per elettroluminescenza, il secondo per temperatura. La causa delle modificazioni dipenderebbe da questo elemento.

***

Le nostre ricerche credo possano servire a rischiarare in qualche punto questa complessa quistione dell'emissione nella scintilla elettrica.

Il risultato più immediato di esse, ci induce a limitare l'importanza attribuita, alle circostanze puramente elettriche (e particolarmente alle oscillazioni) che intervengono nell'emissione.

Noi abbiamo ottenuto, infatti, uno spettro coincidente con quello della scintilla ordinaria, benchè il nostro fenomeno fosse da questa essenzialmente diverso. La scarica, nel caso nostro, s' iniziava con una differenza di potenziale, anzi, più esattamente, con un campo elettrico assai più debole di quello occorrente per la scintilla; era sempre *unilaterale*, ed aveva una durata molto maggiore del periodo d'oscillazione delle comuni scintille. (A questa stessa conclusione portano l'esperienze di Berndt precedentemente citate).

Le nostre ricerche contraddicono, poi, in modo evidente le opinioni del sig. Schenk. In primo luogo, se veramente lo spettro di scintilla corrispondesse ad una temperatura minore di quella dell'arco, in modo che la modificazione spettrale, prodotta da un accrescimento d' induttanza, dipendesse dal maggior tempo che al vapore è concesso per raggiungere un'elevata temperatura, in grazia dell'accresciuta durata delle oscillazioni, non avremmo dovuto ottenere lo spettro di scintilla, nelle condizioni delle nostre esperienze.

Infatti, essendo stata in questo caso la durata della scarica sempre maggiore del periodo d'oscillazione e della durata complessiva di una comune scintilla, il vapore avrebbe potuto sempre raggiungere quella temperatura elevata, a cui corrisponderebbe, secondo lo Schenk, lo spettro d'arco.

Ma volendo anche ammettere che, per la discontinuità dell'accensione, l'arco rimanesse, nelle nostre esperienze, ad una temperatura inferiore a quella dell'arco continuo; avremmo dovuto ottenere lo spettro di scintilla, di preferenza nel caso di scariche più brevi, cioè con le capacità più piccole.

E vi ha di più. Lo spettro di scintilla subiva modificazioni identiche, che lo avvicinavano allo spettro d'arco, tanto introducendo in serie col condensatore di grande capacità un' induttanza, quanto diminuendo convenientemente la capacità di questo; vale a dire, tanto accrescendo, quanto diminuendo la durata della scarica.

Nè si può ammettere che, nel caso in cui la capacità veniva diminuita, il vapore o gas raggiungesse una più elevata temperatura, perchè l'energia disponibile era spesa in un tempo più piccolo. I numeri riportati nel quadro V ci dicono chiaramente che, *diminuendo la capacità, diminuiva la potenza* media *spesa nel cammino della scarica.*

Questo rilievo ci porta a ritenere, che la causa principale della modificazione spettrale, prodotta da un aumento dell' induttanza, o da una diminuzione della capacità, risieda appunto nella diminuzione, che avveniva in entrambi i casi, della potenza media spesa nel cammino della scarica.

In questa opinione, siamo fortemente confermati dalla seguente osservazione: La potenza media spesa nell'arco delle nostre esperienze (per le condizioni in cui si osservava lo spettro di scintilla) era, verosimilmente, dello stesso ordine di grandezza di quella spesa in una ordinaria scintilla oscillante. Per questo raffronto ci possiamo servire in primo luogo della bella Memoria dei proff. Battelli e Magri, precedentemente citata, dalla quale abbiamo tolto i numeri riuniti nel seguente quadro, che si riferiscono a scintille della lunghezza di 1,5 mm., cioè all' incirca della stessa lunghezza dell'arco elettrico da noi studiato. Nella prima e nella seconda colonna, sono riportati i numeri che danno le induttanze e le capacità in cm.; nella terza, i periodi in secondi; nella quarta il numero totale di oscillazioni K per ciascuna scarica apprezzabili nelle rispettive fotografie; nella quinta le quantità di calore spese nella scintilla, in piccole calorie; e nella sesta, infine, abbiamo scritto i valori della quantità:

$$P_m = \frac{4{,}18\,Q}{KT},$$

che nell' ipotesi in cui l'energia svolta durante le K oscillazioni visibili differisca poco dalla totale, rappresenta la potenza media consumata, espressa in Watt.

L	C	T	K	Q	P_m
74140	14175	$6{,}79.10^{-6}$	30	0,016	325
29470	14175	4,30 »	16	0,020	1200
29470	7168	3,04 »	12	0,012	1400
29470	3568	2,15 »	12	0,006	970
17460	3568	1,70 »	8	0,008	2420
3669	3568	0,80 »	8?	0,012	7500?

Se facciamo il calcolo per una scintilla sempre della lunghezza 1,5 mm., prodotta nelle condizioni sperimentali delle fotografie 43, 46 (C = 1000 cm., L. = 3000 cm. circa, V = 6000 volt), deducendo per confronto con i risultati della medesima

Memoria dei sigg. B. e M. un limite minimo di K e dell'energia dissipata fuori della scintilla, otteniamo come limite superiore di P_m il valore 2300 watt. Un calcolo analogo applicato alle condizioni sperimentali di Hemsalech, fornisce valori di P_m compresi fra 3000 e 100 watt; il più grande di essi si riferisce alle più piccola induttanza impiegata (primo strato del rocchetto A) (1), nel qual caso lo spettro era identico, o quasi, a quello che si aveva con l'induttanza dei soli attacchi (sconosciuta); l'ultimo si riferisce all'induttanza massima adoperata (molto grande, 0,07 henry circa!), nel qual caso lo spettro presentava solo righe d'arco o di fiamma.

Questa coincidenza, rimarchevole se la lunghezza della scintilla è la stessa di quello dell'arco da noi studiato, più non sussiste per lunghezze diverse della scintilla. Al variare della lunghezza, varia la massa gassosa eccitata dalla scarica, ed è naturale che varî pure la potenza media necessaria per quel grado di eccitazione.

Siamo per tal via indotti a pensare che *la natura dello spettro emesso* da un vapore o gas attraversato dalla scarica (e forse più generalmente eccitato in un modo qualsiasi) *debba dipendere essenzialmente dalla potenza media spesa nell'unità di massa*, e che limitata e secondaria debba essere l'influenza del modo con cui tale potenza viene introdotta.

Per rafforzare questo concetto sarebbe stato necessario un confronto fra le masse gassose eccitate nell'arco delle nostre esperienze e nelle scintille scelte a confronto. Purtroppo non possediamo, in riguardo, alcun dato sicuro su cui potere appoggiare le nostre considerazioni; ma possiamo bene affermare che l'arco, nelle nostre esperienze, doveva avere una sezione notevolmente più piccola dell'arco continuo, per la discontinuità dell'accensione, e la brevità di ciascuna scarica. La potenza disponibile veniva, quindi, consumata in una piccola massa di gas, che poteva raggiungere un'eccitazione elevata.

Una conferma dello stesso concetto risulta dal completo parallelismo, che nelle nostre esperienze si può osservare, tra la potenza media impiegata e la struttura dello spettro; e dalla indipendenza rimarchevole di questa dai particolari valori delle costanti elettriche del circuito derivato. Così le fotografie riprodotte, che sono ordinate col criterio della maggiore affinità di struttura, risultano anche ordinate secondo la potenza impiegata; e si può notare, per es., che i due spettri 39,55 e 26,54, assai simili tra loro, corrispondono a condizioni del circuito elettrico molto diverse; tanto che i periodi stavano come 1 a 11, mentre le potenze impiegate nei due casi erano 620 e 324, cioè molto vicine. (E si badi che il primo si accosta più del secondo allo spettro di scintilla).

E poichè in queste esperienze si può ammettere (trattandosi sempre del medesimo fenomeno) che la massa gassosa eccitata non variava notevolmente da un caso

(1) Cfr. Hemsalech Mem. c., pag. 28, 47 e seg. — È necessario avvertire che i valori numerici delle induttanze dati a pag. 28 non sono esatti. Il calcolo delle potenze medie fatto con questi dati mi aveva fornito numeri di un ordine di grandezza assai maggiore di quello aspettato (limite superiore 60.000). Rifacendo il calcolo delle induttanze con la formola $L = \frac{4\pi^2 n^2 r^2}{l}$, usata dall'A. e con i dati occorenti che si trovano nella Memoria stessa ho potuto rilevare l'errore materiale dell'Hemsalech (per n era stato posto il numero di spire per cm., invece del numero totale).

all'altro, e che quindi la potenza specifica cresceva insieme con la potenza complessiva, risulterebbe da esse che un legame intimo esiste veramente, tra la potenza media specifica impiegata nella scarica e la struttura dello spettro emesso.

Un tale modo di vedere, può spiegare anche il comportamento offerto dai gas. Lo spettro a righe di questi, corrisponderebbe ad un grado molto elevato di eccitazione (cioè avrebbe bisogno dell'impiego di una grande potenza) uguale, e forse più elevato di quello necessario per le righe corte dei vapori. Per questa ragione le righe del gas si lasciano osservare solo con scariche (condensate) di breve periodo, e nelle sole prime oscillazioni; mentre con scariche più lente, o con oscillazioni poco ampie, il gas emetterebbe lo spettro di bande, che sarebbe perciò di più bassa eccitazione.

Lo stesso modo di vedere si adatta bene anche ai fenomeni osservati nell'arco:

Se si vuole introdurre in un arco a corrente continua una grande potenza, è necessario far crescere l'intensità della corrente; con che crescono, quasi proporzionalmente, l'area dei crateri e la sezione trasversale della colonna di vapore; e quindi la massa dell'aeriforme eccitato (1). E poichè al crescere dell'intensità della corrente, la differenza di potenziale ai poli dell'arco (e agli estremi della sola colonna positiva), va decrescendo — molto rapidamente per le intensità piccole, poco per le grandi — vale a dire, poichè la potenza spesa nell'arco cresce meno rapidamente dell'intensità della corrente (specialmente per le intensità piccole), se ne deve concludere che la potenza specifica, spesa in un arco a corrente continua, diminuisce al crescere dell'intensità; e la diminuzione dev'essere particolarmente apprezzabile per l'intensità piccole, poco o punto per le grandi.

E da quanto precedentemente si è esposto si dedurrebbe che al crescere dell'intensità della corrente d'alimentazione dell'arco, a partire dai valori più piccoli possibili, lo spettro deve andare modificandosi, denotando gradi di eccitazione via via meno elevata; e ciò in modo particolarmente, o solamente, apprezzabile per le piccole intensità.

Questa deduzione è manifestamente conforme alle esperienze del sig. Hartmann, precedentemente riferite, nelle quali furono osservate righe di scintilla in un arco alimentato con deboli correnti, nonchè a quelle del sig. Huff (2), nelle quali non si potè riscontrare alcun mutamento di struttura nello spettro di un arco, fra carboni omogenei o animati, facendo crescere la corrente da 2 a 250 ampère.

Anche i fatti osservati da Crew, da Hartmann ed Eberhard e da Fabry e Buisson trovano facilmente una spiegazione col nostro modo di vedere.

Per i primi, s'intende bene come un'intensa f. e. m. di autoinduzione possa produrre quell'aumento istantaneo di potenza specifica, che sarebbe la causa della temporanea comparsa di righe di scintilla.

Per i secondi, basta ricordare che un arco a corrente continua, in un ambiente termicamente più conduttore (come l'acqua e l'idrogeno), ha bisogno di una mag-

(1) Com'è noto la densità della corrente varia pochissimo al crescere dell'intensità. Cfr. J. Stark, Drude Ann., vol. 12, pag. 690, 1903.

(2) Huff, Astroph. Journ. 16, pag. 27, 1902.

giore densità di corrente e di una più grande differenza di potenziale che l'arco nell'aria; di modo che, nel primo la potenza specifica è maggiore che nel secondo, e perciò negli strati più interni del primo possono comparire righe di eccitazione più elevata, che non si osservano nel secondo.

E finalmente per gli ultimi possiamo osservare, che in vicinanza degli elettrodi, esiste sempre una brusca caduta di potenziale, a cui deve necessariamente corrispondere una potenza specifica sviluppata più grande che in tutto il resto dell'arco, e quindi un grado di eccitazione più elevato.

Riassumendo, possiamo concludere che:

lo spettro di scintilla si può ritenere corrispondente ad un grado di eccitazione più elevato di quello a cui corrisponde lo spettro d'arco;

la trasformazione graduale del primo spettro nel secondo, e viceversa, dipende essenzialmente dalle variazioni della potenza media specifica, spesa nel cammino percorso dalla corrente;

il valore di questa potenza può, per questa trasformazione (e forse in generale), considerarsi come il parametro unico, che determina ciascuna struttura spettrale.

Queste conclusioni non pregiudicano la questione, tanto dibattuta, dell'origine dell'emissione; nulla infatti esse ci dicono che permetta di decidere, se la potenza necessaria per produrre una data struttura spettrale, e fornita sotto forma elettrica, si trasformi direttamente in energia luminosa, ovvero se assuma un'altra forma, per es. la termica, prima di dare origine all'emissione stessa.

Ma del resto, queste distinzioni hanno perduto oggidì gran parte dell'importanza che fu loro attribuita [1]; dopo che, nei lavori di Smithells e di Stark, si è cercato di dare un significato preciso alle incerte espressioni di *luminescenza elettrica e chimica*.

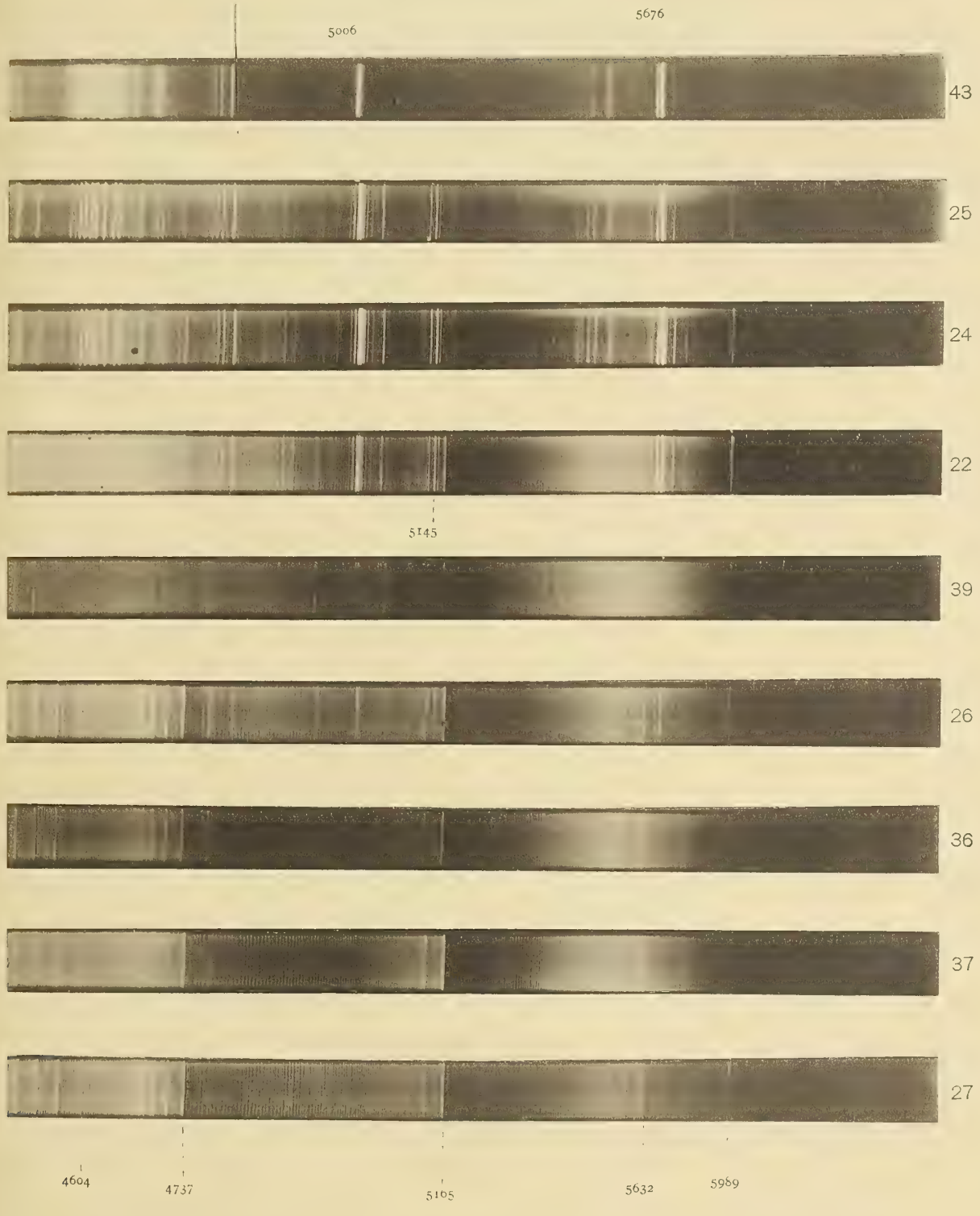
Con l'introduzione dei concetti di *temperatura elettrica e parziale*, la causa dell'emissione viene, in fondo, ad essere ricondotta alla forza viva che possiede la particella emittente (*träger*) nell'istante in cui il fenomeno luminoso si produce: cioè, alla medesima causa che produrrebbe l'emissione di natura termica. In tal modo è stato esteso, solamente, il concetto di temperatura ai träger, avvertendo che per essi si deve tenere in computo la velocità complessiva da cui sono animati abbia essa, o no, una direzione preferita.

In altri termini, l'emissione, in tutti e tre gli aspetti nei quali è stata finora distinta, avrebbe un'origine unica: *cinetica*; lo spettro emesso dovrebbe, quindi, essere un indice diretto della forza viva posseduta da quei ioni che danno luogo al fenomeno luminoso.

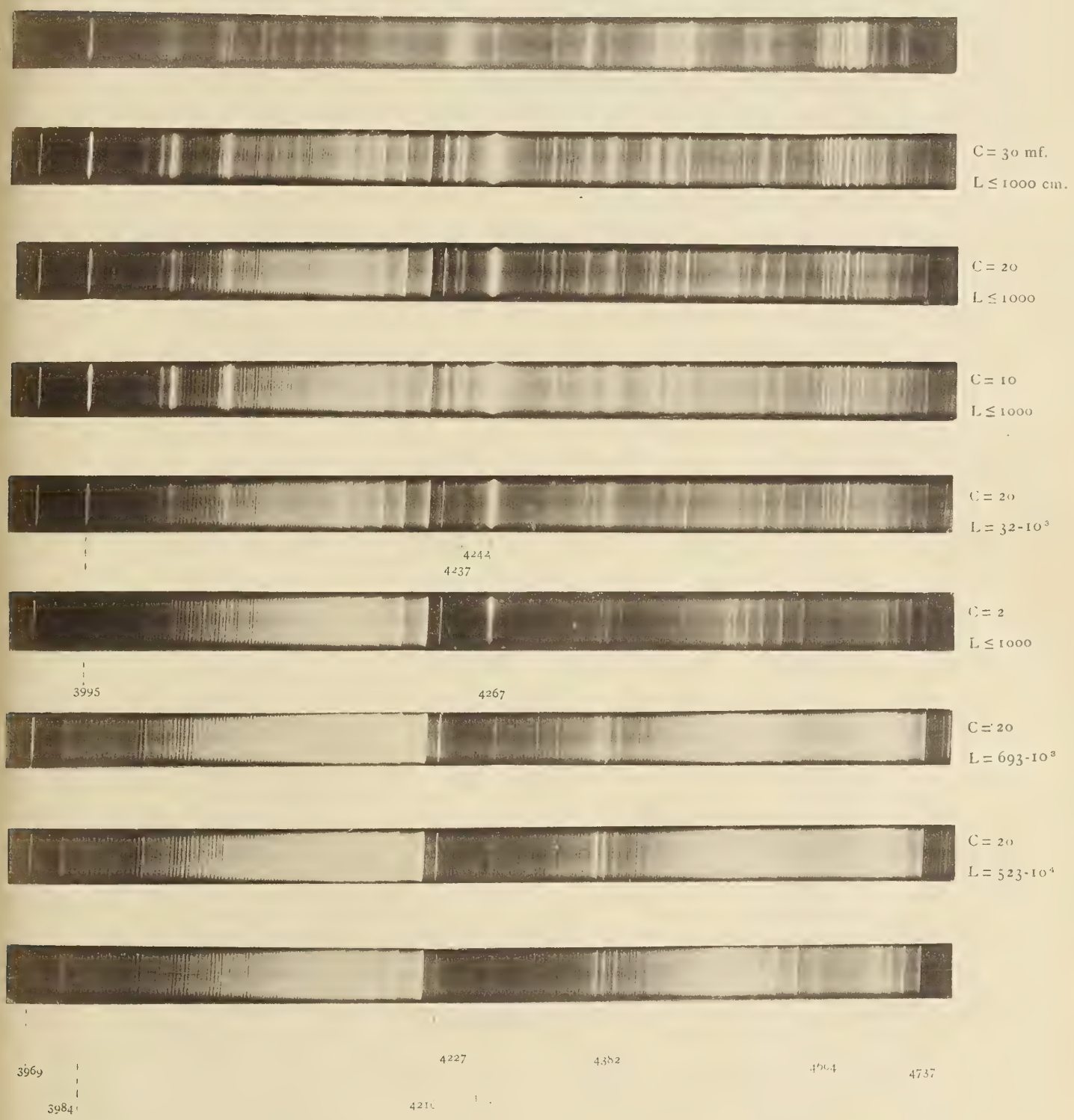
Con questi concetti armonizzano perfettamente i risultati e le vedute da noi sopra esposti.

Al ch.mo prof. Macaluso vada l'espressione della mia gratitudine, per l'opera benevola che ha speso a mio vantaggio.

(1) Cfr. Puccianti, *Degli spettri di righe*. N. Cim., ser. 5ª, vol. XV, pag. 95, 1908.



Fot. Danesi - Roma



Fot. Danesi - Roma

RELAZIONE

letta a nome dei Soci Golgi (relatore) e Grassi, nella seduta del 7 febbraio 1909, sulla Memoria del dott. A. Negri, intitolata: *Sulla morfologia e sul ciclo del parassita della rabbia* (*Neurorycte s hydrophobiae* Calkins).

È ben nota la scoperta fatta dal dott. Adelchi Negri di quei corpi che da lui prendono nome e che sono specifici dell'idrofobia. Fin da principio il Negri è stato d'avviso che si trattasse di protozoi parassiti rappresentanti quell'agente patogeno di quest'infezione, che invano era stato cercato da tanti studiosi.

Egli basava il suo giudizio, oltre che sui caratteri dei corpi in discorso, sulla conoscenza profonda delle cellule nervose, in condizioni normali e patologiche, la quale gli faceva escludere che si fosse davanti ad eventuali prodotti di degenerazione cellulare. L'opinione del Negri però non ebbe il consenso generale, perchè mancava al supposto parassita qualunque carattere che lo potesse far interpretare con certezza come un essere vivente, e perchè non se ne intravedeva il ciclo di sviluppo.

È grande merito del Negri l'aver continuato con perseveranza le sue ricerche per un quinquennio. Lunghe e pazientissime osservazioni, fatte con i più forti ed i migliori sistemi di ingrandimento su preparati coloriti con metodi assai delicati, lo hanno condotto a mettere in chiaro un complesso di fatti, i quali dimostrano che la sua opinione primitiva era ben fondata, che cioè detti corpi sono parassiti, specifici della rabbia, e precisamente protozoi.

Infatti il Negri, combinando assieme, con prudenza somma, i varî stadî da lui osservati, viene alla conclusione che questo microrganismo cresce e si riproduce per una sorta di sporulazione o conitomia che si voglia dire, preceduta da una complicata e multiforme frammentazione della cromatina. Certamente, come fa notare lo stesso autore, questo ciclo non è tutta la storia del parassita, ma è una parte notevole di essa, che spiega molti fenomeni riguardanti l'infezione rabica.

Noi abbiamo veduti e riveduti i preparati del Negri a mano a mano che le sue ricerche progredivano, e possiamo assicurare che le sue figure e le sue descrizioni sono scrupolosamente esatte.

Considerando da una parte che i « corpi del Negri », nello stato attuale delle conoscenze istopatologiche, non si possono in alcun modo interpretare come prodotti di degenerazioni cellulari; considerando d'altra parte che i nuovi particolari messi in luce dallo scopritore sulla loro fine struttura e sulle loro fasi di sviluppo depongono tutti decisamente a favore della natura di protozoo di questi caratteristici corpi endocellulari dell'infezione rabica: i sottoscritti propongono la pubblicazione della Memoria del Negri, nella quale con chiarezza ed ordine viene esposto per esteso quanto noi abbiamo qui brevemente riferito.

Sulla morfologia e sul ciclo del parassita della rabbia (Neuroryctes hydrophobiae Calkins).

Memoria del dott. ADELCHI NEGRI.

(con tre tavole)

Nel 1903 io ho reso noto che nel sistema nervoso degli animali idrofobi, nell'interno delle cellule nervose, esistono, costantemente in determinate condizioni, dei corpi caratteristici, da me interpretati come parassiti, e, più precisamente, come stadi di sviluppo di un protozoo, agente specifico dell'infezione rabica.

Nello stesso anno ho messo in evidenza l'importanza che la ricerca di queste formazioni endocellulari acquista all'atto pratico, e fin d'allora ho potuto stabilire il valore di tale metodo d'esame per la diagnosi rapida e sicura dell'infezione.

I lavori di controllo da ogni parte istituiti e che, in periodo relativamente breve, hanno raggiunto un numero considerevole, hanno portato piena conferma ai fatti da me per primo enunciati.

La specificità e la costanza; il modo di distribuzione nelle diverse parti del sistema nervoso, e nelle cellule nervose; la forma, la grandezza, il modo di presentarsi, l'epoca di comparsa ecc. di tali corpi caratteristici, tutti questi punti sono stati oggetto di studio da parte di una schiera di valenti ricercatori. I risultati confermano ampiamente i reperti che io avevo già osservato e descritto, e che perciò sono divenuti di dominio indiscusso nel campo della scienza. D'altra parte la ricerca dei « corpi della rabbia » è entrata rapidamente nella pratica di Laboratorio, costituendo un progresso sul quale da tempo non è più lecito sollevare alcun dubbio.

Sulla serie numerosa dei fatti ammessi e da tutti riconosciuti, io credo inutile intrattenermi. Articoli e riviste riassuntive a epoche varie sono apparse e rendono ora quasi superfluo un nuovo lavoro di sintesi. Ben poco io potrei invero aggiungere alla bella e accurata monografia del Frosch (1), nella quale i risultati delle nuove ricerche sull'eziologia della rabbia fino al 1907 — nel riguardo delle varie questioni or ora accennate — sono riuniti in modo che non potrebbe essere più chiaro, più preciso e, anche attualmente, più completo.

Ritornando sull'argomento, io mi limito perciò ad un solo punto, al significato di questi « corpi »; questione di importanza grande e tuttora oggetto di discussione e di riserbo.

Lo studio della minuta organizzazione dei « corpi della rabbia », con reperti di grande finezza e precisione, mi conferma che essi si devono considerare come parassiti

(1) Frosch: « Lyssa » in « Handbuch der pathogenen Mikroorganismen » pubblicato da Kolle e Wassermann, I Ergänzungsband, Heft 2, pag. 626.

unicellulari. Ciò per la loro fine struttura che corrisponde nelle grandi linee a quella di altri protozoi, ciò perchè si intravede un ciclo evolutivo che si svolge con leggi determinate e costanti.

Non è ancora uno studio completo, ma però così progredito che mi sembra possa essere sottoposto al giudizio degli studiosi. Questo mi propongo con la presente comunicazione, in cui cercherò di riunire e coordinare in breve quelle nozioni che già possediamo sulla struttura del microrganismo, con i nuovi dati di fatto che sulla sua più minuta struttura e sul suo ciclo mi hanno permesso di constatare le ulteriori pazienti ricerche (1). Sui nuovi dati di fatto, che in parte ho reso noti in due comunicazioni di carattere preventivo (1905-1907), io richiamo in modo particolare l'attenzione.

***

La grande maggioranza delle forme endocellulari della rabbia si presenta in modo caratteristico e costante.

Qualunque siano le dimensioni e la forma del parassita, nel suo interno, in condizioni opportune, si rileva la presenza di particolari formazioni (« formazioni interne ») che, in modo schematico, si possono raggruppare in due categorie: corpicciuoli piccoli, rotondeggianti, rifrangenti; corpi più grandi, meno rifrangenti, rotondeggianti od ovali o di forma irregolare, di aspetto granuloso.

Le « formazioni interne » non solo si osservano quasi sempre evidenti nelle sezioni colorate con svariati procedimenti, ma anche senza colorazione alcuna, sia nelle sezioni che nei preparati per dilacerazione; con la massima chiarezza poi si rilevano con l'esame a fresco, in soluzioni assai diluite di acido acetico, in acqua ovvero in soluzione fisiologica.

Quest'ultimo procedimento permette di escludere che si tratti di eventuali prodotti artificiali, da riferirsi all'azione dei liquidi fissatori ovvero ai metodi di colorazione adoperati, dimostra invece che le « formazioni interne » sono l'espressione di vera struttura.

L'accennata loro suddivisione è però alquanto schematica. Tra i più grossi corpi granulosi, meno rifrangenti, rotondeggianti od ovali od irregolari, ed i corpicciuoli rotondeggianti, più rifrangenti, assai più piccoli, esistono invero differenze notevoli; ma devo pure aggiungere che dall'esame di numerosi parassiti, qualche volta dello stesso parassita, risulta l'esistenza di tutta una serie di « formazioni » che conducono per gradi dall'una all'altra delle due categorie.

Sul numero, sul modo con il quale le « formazioni interne » sono raggruppate nei singoli individui non esiste alcuna legge costante. Così si possono incontrare nella stessa sezione, talvolta in una medesima cellula nervosa, parassiti, alcuni dei quali presentano una grossa formazione, di solito nel centro, talvolta verso la periferia, e, all'intorno, i corpicciuoli piccoli, rotondeggianti, in numero vario a seconda delle di-

(1) Con animo profondamente grato ricordo che la R. Accademia dei Lincei e, nel maggio 1908, l' « Elizabeth Thompson Science Fund » di Boston, mi hanno elargito generosi sussidî perchè io potessi continuare questi studi che, per il numero ingente di animali sacrificati, tra i quali numerose vacche, hanno portato a spese considerevoli.

mensioni del protozoo; accanto a questi se ne trovano altri che invece di un solo grosso corpo centrale ne contengono due, tre, quattro, meno sviluppati ed in posizione varia; altri infine fittamente ripieni di corpicciuoli piccoli, rotondeggianti, di dimensioni quasi uniformi. Tra questi tipi, una numerosa serie di forme di passaggio, che rende impossibile ogni sistematica esposizione.

Tale, nel maggior numero dei casi, il modo di presentarsi del parassita; descrizione che io ho dato fin dalla mia prima Nota e che ho ripetuto, completandola in alcuni particolari, nelle comunicazioni successive.

Come però ho già fatto osservare, le forme parassitarie caratterizzate dalla struttura ora descritta — sebbene siano quelle che più comunemente e anche con maggiore facilità si riscontrano nelle cellule nervose degli animali idrofobi — non rappresentano che una parte degli aspetti sotto i quali può presentarsi il microrganismo.

Accanto a queste forme difatti talvolta se ne trovano altre in cui, in luogo delle tipiche « formazioni interne » rotondeggianti od ovalari, bene individualizzate, riunite e disposte in modo vario (v. figg. 1-20, tav. I), si rileva un aspetto uniformemente e finemente granuloso. Su questi nuovi stadî ho richiamato l'attenzione fin dal 1905. Mentre io li aveva dapprima trovati nei bovini idrofobi, mi fu possibile, in seguito, constatarne la presenza anche in altri mammiferi (1907).

Si presentano tali forme finemente granulose per la presenza di numerosissimi minuti corpicciuoli rifrangenti che riempiono fittamente tutto il corpo del microrganismo. Talora si possono riconoscere con facilità e sicurezza, anche all'esame a fresco, per la loro forma regolare, per i contorni rigidi, netti e per l'aspetto d'insieme che corrisponde a quello delle forme parassitarie finora descritte. Altre volte non è compito facile diagnosticare a fresco i parassiti a questo stadio, perchè hanno perduto la rigidità dei contorni e sono divenuti corpi granulosi, incolori, a margini delicati, che facilmente si sottraggono all'osservazione, data la natura del tessuto nel quale si trovano.

Tali stadî però si mettono bene in evidenza e si riconoscono nelle sezioni colorate. Anche queste forme difatti si riscontrano solo negli elementi nervosi, nel corpo cellulare o nei prolungamenti, e *in nessun modo* possono essere interpretate come prodotto di degenerazione cellulare; come le altre, possono raggiungere notevoli dimensioni, presentano una grande diversità di forma a seconda della loro sede nella cellula, si colorano elettivamente in rosso con il metodo del Mann; in poche parole, eccettuata l'intima struttura e la nettezza del contorno, si comportano in modo affatto simile alle altre forme endocellulari caratteristiche, alle quali sono collegate da tutta una serie di forme di passaggio.

Alle mie precedenti descrizioni dei diversi modi di presentarsi del parassita a fresco ovvero con il metodo di colorazione del Mann, descrizioni che in grande parte sono state già controllate e riconosciute esatte e che di necessità io ho dovuto quasi per intero qui riportare, ben poco posso ora aggiungere.

Ripeterò soltanto — perchè mi sembra un punto sul quale sia opportuno l'insistere — che la distinzione delle due categorie di « formazioni interne » del parassita è affatto schematica e che in realtà fra « grandi » e « piccole formazioni interne » non vi è limite di divisione netto.

Ripetuti e diligenti esami, nelle migliori condizioni e sul materiale più adatto — a fresco cioè e sui grossi parassiti che frequenti, con « formazioni interne » bene manifeste si riscontrano nei bovini e talvolta anche nei cani — mi hanno sempre più convinto che i caratteri differenziali tra le diverse « formazioni » non si riferiscono che ai diametri.

La sostanza che le costituisce, trasparente, incolora, che può dare l'impressione di vacuoli scolpiti nella massa fondamentale del parassita, presenta in tutte le « formazioni » gli stessi caratteri e proprietà, siano esse piccole, siano invece bene ovvero notevolmente sviluppate. In queste ultime, anche a fresco, si intravedono inoltre talvolta dei granuli rifrangenti ed in numero vario.

Premesso questo, riassumendo quanto sulla struttura del parassita si rileva a fresco o con il metodo del Mann, io credo si possa ora affermare che:

Gli stadî endocellulari del microrganismo si presentano, nella grande maggioranza, come corpi bene individualizzati, a contorni molto netti, regolari.

Essi risultano di una « massa fondamentale » in cui, qualunque siano le dimensioni, la forma e la sede del parassita, si trovano costantemente dei corpi trasparenti, incolori, di solito rotondeggianti od ovalari.

Talora piccoli e tutti di grandezza uniforme, altre volte questi corpi (« formazioni interne ») sono di dimensioni diverse nell'interno dello stesso protozoo. In tal caso quelli di diametro maggiore si dispongono di regola nella porzione più centrale, i più piccoli nella porzione periferica del corpo del microrganismo. Accanto a queste forme — le più frequenti nel sistema nervoso degli animali idrofobi — se ne trovano altre uniformemente e finemente granulose, aspetto dovuto alla presenza di numerosissimi corpicciuoli rifrangenti che riempiono tutto il corpo del protozoo. Di queste ultime, alcune ancora a contorno netto, rigido; altre a margini delicati e tali che non si possono diagnosticare che nelle sezioni colorate.

Nelle figg. 1-20 della tav. I io ho cercato di rappresentare qualcuno degli innumerevoli aspetti del protozoo. Per quanto possa apparire superfluo, faccio notare che, sebbene le immagini si riferiscano a microrganismi del sistema nervoso dei bovini (corno d'Ammone), in tutti gli altri animali recettivi all'infezione si ritrovano forme affatto identiche.

A me sembra che le figure (2250 diametri) possano dare del microrganismo, quale si presenta a fresco, un'idea sufficientemente esatta; forse più rispondente al vero che non la fig. 6ª tav. I della mia prima comunicazione, che pure è stata largamente riprodotta.

Nel tracciare i contorni delle singole immagini io ho posto il maggiore scrupolo e la massima esattezza. Se, malgrado questo, esse danno l'impressione di essere alquanto schematizzate, ciò è dovuto al fatto che nei disegni io non ho potuto rappresentare con precisione che un solo piano del corpo parassitario, il mediano. È però

in questo piano che si riscontra di solito la maggiore diversità nei diametri delle « formazioni interne », quando non sono tutte di grandezza quasi uniforme come è appunto il caso nei microrganismi delle figg. 15-20.

Avrei desiderato riprodurre anche qualche parassita a struttura finemente granulosa: ho incontrato difficoltà che non sono stato capace di superare in modo soddisfacente per le immagini a fresco. Mi limito perciò a tre figure ad ingrandimento assai minore (1000 diametri) di parassiti colorati con il metodo del Mann; il primo in una sezione di corno d'Ammone, gli altri in sezioni di corteccia cerebrale di vacca; disegni (le figg. 22 e 23 sono tolte dalla mia Nota del 1905) che possono dare un concetto di tali stadî, come si osservano nelle sezioni e con i metodi adoperati.

***

Gli aspetti tipici ora descritti non sono però che l'espressione della struttura più grossolana del parassita, di quella cioè che si osserva con metodi di colorazione che dirò comuni, ovvero con l'esame a fresco.

Altri e più opportuni metodi di indagine rilevano nuovi e più fini particolari. Dal loro insieme si deduce la organizzazione e il ciclo vitale di questo essere.

Fin dal 1905, colorando il parassita nelle sezioni, io aveva potuto rilevare che in corrispondenza di ogni « formazione interna » si differenziano, con soluzioni varie di ematossilina e con adatte modalità, dei corpicciuoli, da me interpretati come nuclei per l'aspetto, la spiccata elettività al colore nucleare, il modo di comportarsi ecc.

Negli stessi preparati, nelle più grandi « formazioni » mi fu possibile inoltre osservare raggruppamenti diversi della sostanza nucleare, e di conseguenza concludere che essa va incontro a modificazioni nell'interno del protozoo.

Oltre a questi fatti nelle più comuni forme del parassita, altri ne potei stabilire negli stadî granulosi, il cui aspetto con il metodo del Mann ho cercato di riprodurre nelle figg. 21, 22, 23 della tav. I.

Colorati con l'ematossilina ferrica, sempre nelle sezioni, tali stadî risultavano dall'ammasso di numerosissimi corpicciuoli, differenziati intensamente in nero, di forma leggermente allungata o granulare, ai quali diedi il significato di spore, in senso lato, prodotto ultimo della divisione del microrganismo.

In seguito, abbandonato lo studio della struttura e del ciclo del protozoo nelle sezioni dei pezzi inclusi in paraffina, mi rivolsi quasi esclusivamente al metodo del Romanowsky, su preparati per strisciamento della sostanza nervosa degli animali idrofobi.

A questo fine metodo di ricerca, che di così valido sussidio è stato nello studio di tanti protozoi, io avevo ricorso già da tempo, ma in principio i miei risultati non furono molto soddisfacenti. Perfezionando a mano a mano la tecnica, pervenni a reperti che mi sembrò opportuno rendere noti col documento di microfotografie (1907) (1). Purtoppo queste nella riproduzione hanno perduto molto della loro nettezza.

(1) Nel frattempo il metodo del Romanowsky era stato adoperato e proposto da altri osservatori (cfr. A. Wessels Williams e M. Murray Lowden: *The etiology and diagnosis of hydrophobia.* Journal of Infectious Diseases, vol. III, n. 3, 1906).

I risultati ottenuti col metodo del Romanowsky confermavano i due fatti importanti già stabiliti: l'esistenza di parti nucleari (cromatina) che mostra processi di divisione, l'esistenza di stadî costituiti da corpicciuoli assai piccoli. Tali corpicciuoli risultavano da un granulo centrale di cromatina circondato da un involucro chiaro protoplasmatico.

Le ricerche di quest'ultimo periodo, pur modificando qualche particolare, sono una nuova, più ampia, più minuta conferma delle conclusioni generali già da me formulate.

Prima di procedere all'esame dei fatti posti in evidenza mi sembra però opportuno accennare alla tecnica che mi permette — oramai con relativa facilità e nella maggioranza dei casi — di assistere al loro ripetersi caratteristico e costante.

Come ho detto, è al metodo del Romanowsky eseguito sui preparati per strisciamento della sostanza nervosa degli animali idrofobi che io ricorro da qualche anno. Non è un metodo di riuscita sempre sicura su tale materiale, ma che però può dare con una certa regolarità risultati eccellenti e di gran lunga superiori a quelli di qualunque altro dei metodi finora adoperati.

Insistere sul modo di distensione dei preparati potrebbe apparire superfluo, tanto più che diversi Autori hanno già dato norme al riguardo: ricordo tuttavia che è questo un momento molto importante.

Qualunque siano le modalità alle quali si vuol ricorrere, ciò che si deve tener di mira anzitutto, per lo studio dell'intima struttura del microrganismo, è di distribuire la sostanza nervosa in uno strato uniforme e non troppo denso, anche a scapito dell'integrità delle cellule nervose; in secondo luogo di adoperare sostanza grigia, la sola nella quale si trovano i parassiti. L'ottenere questa sostanza isolata non è difficile, neppure nel corno di Ammone dove i rapporti fra strati di cellule e di fibre sono abbastanza complessi. È sufficiente difatti portare fra due vetrini portaoggetti una grossa sezione frontale della intera circonvoluzione ammonica, ottenuta mediante due tagli paralleli fra loro, e di comprimere con leggerezza. I diversi strati in tal modo si delineano in modo evidente, così che, distaccati i vetrini, non è difficile isolarli per procedere poi allo strisciamento.

Su questo atto è inutile che mi diffonda, in quanto nulla di speciale avrei da mettere in rilievo.

Io ho sempre disteso il materiale sul vetrino portaoggetti (dopo qualche tentativo sui coprioggetti), adoperando il lato di altro vetrino portaoggetti.

Mi sembra opportuno che lo striscio sia ampio e a tutta larghezza del vetrino, per avere poi vasto campo di osservazione; così almeno io l'ho sempre eseguito. È utile inoltre che la distensione avvenga in un solo tempo, sebbene anche ripetuti passaggi, allo scopo di ottenere l'uniformità necessaria, non apportino danno. La sostanza grigia che sopravvanza e rimane aderente ai margini del vetrino distributore viene adoperata per nuovi preparati fino a che ne rimane quantità sufficiente.

Per la fissazione, sebbene possa adoperarsi anche l'alcool metilico, io mi sono di preferenza servito dell'alcool assoluto, immergendovi i preparati, prima disseccati alla temperatura ambiente, per 20-30 minuti.

Estratti dall'alcool, asciugati tra due strati di carta bibula e poi esposti all'aria fino a evaporazione completa dell'alcool, i preparati sono pronti per la colorazione del Romanowsky; colorazione che è vantaggioso eseguire nei primi giorni dopo la fissazione.

Delle varie modalità suggerite, due mi hanno dato i migliori risultati: il noto procedimento con la soluzione del Giemsa; quello preconizzato dal Laveran, all'eosina e bleu di metilene all'ossido d'argento (1).

Per il primo ho trovato utile collocare in ampie piatte di vetro i vetrini, con il materiale rivolto in alto; su di essi si versa la miscela colorante, in quantità appena sufficiente per ricoprirli. Per riguardo a quest'ultima, sebbene l'aggiunta di una goccia di soluzione del Giemsa per ogni centimetro cubico di acqua distillata sia sufficiente, tuttavia mi sembra più vantaggioso che la proporzione della soluzione madre sia alquanto maggiore, ad es. 40-42 goccie su 35 cmc. di acqua distillata.

La miscela prima di essere versata sui preparati deve venire fortemente riscaldata: è opportuno inoltre rinnovarla ogni 10-15 minuti.

Dopo 40-50 minuti, un'ora al più, il massimo di colorazione è raggiunto. Si lavano i preparati sotto forte getto d'acqua, si asciugano con cura con la carta bibula, si lasciano essiccare all'aria e si montano in balsamo.

Per il procedimento con la miscela al bleu Borrel io mi sono pure servito di piatte. Preparata in queste la soluzione colorante, vi si immergono i preparati. La superficie che porta il materiale, rivolta in basso, non deve toccare il piano del recipiente, ciò che si ottiene tenendo sollevato il vetrino ad un'estremità per mezzo di una listerella di vetro. Dopo 40-50 minuti, senza rinnovare il colore, anche dopo un tempo più breve, la colorazione del parassita è avvenuta. Si lava sotto forte getto d'acqua, si differenzia con la soluzione di tannino al 5% per qualche minuto; si lava di nuovo, prima sotto getto d'acqua, poi in acqua distillata; asciugamento con carta bibula ecc.

Come si vede, la tecnica della colorazione (per la quale, si comprende, la pulizia scrupolosa dei recipienti è condizione indispensabile) ben poco si scosta dai precetti classici. Non sempre però, ripeto, dà risultati ugualmente soddisfacenti.

La riuscita è subordinata ad un complesso di fattori, molti dei quali non saprei indicare con sicurezza, così che, anche attenendosi sempre alle identiche norme, mentre in un animale quasi tutti i parassiti sono ben colorati, nei preparati di altro animale la differenziazione fine non è avvenuta. Ne viene il suggerimento, per chi volesse eseguire ricerche di controllo, di estenderle a materiali di provenienza diversa, e sovratutto di cominciare su quelli più adatti: sui grossi parassiti in ispecial modo dei bovini infettati sperimentalmente di rabbia di strada e morti dell'evoluzione naturale della malattia.

Ricorderò infine che la miscela del Giemsa, che pure dà talvolta delle immagini di grande chiarezza, mi si è mostrata alquanto inferiore — per riguardo alla costanza dei risultati e più particolarmente per la differenziazione degli stadî ultimi più fini del microrganismo — alla miscela di eosina e di bleu Borrel. Da questa circostanza deduco

(1) Il metodo è riportato e descritto nei particolari in « Laveran e Mesnil: Trypanosomes et Trypanosomiases », Masson, Paris, 1904, pagg. 10-11.

un altro suggerimento, di non abbandonare un materiale quando la soluzione del Giemsa non ha corrisposto, senza aver prima applicato il procedimento del Laveran; anzi è sempre opportuno ricorrere ad entrambi i metodi. I preparati poi, per ogni animale, devono essere in numero cospicuo e richiedono un esame paziente ed accurato, alla ricerca dei punti più dimostrativi, talora invero non troppo frequenti.

Di grande importanza, nel metodo al bleu Borrel, è il passaggio nella soluzione di acido tannico. I vetrini vi devono rimanere un tempo che varia da caso a caso — a seconda del materiale, a seconda della durata della colorazione — e che si può determinare a volta a volta dopo qualche tentativo.

Più precisi particolari, su entrambi i procedimenti, io non saprei aggiungere, in quanto, noti i concetti direttivi fondamentali, la loro riuscita è in grande parte subordinata a quell'esperienza che ognuno deve farsi personalmente e che si acquista solo moltiplicando ed insistendo nelle ricerche.

***

A colorazione del Romanowsky bene avvenuta, la « massa fondamentale » del microrganismo si presenta colorata in modo uniforme in azzurro più o meno pronunciato (tav. II e III, figg. 1-43).

Sul fondo azzurro del parassita risalta un numero più o meno considerevole di granuli, che hanno assunto la colorazione rossa o rosso-violacea della cromatina dei protozoi. Oltre a questi granuli, nella porzione più centrale del corpo parassitario, molte volte si vedono uno o più corpi di diametro notevole, costituiti da una sostanza in apparenza omogenea, colorata in roseo più o meno manifesto, nella quale sono contenuti granuli e blocchetti, anch'essi differenziati in rosso o rosso-violaceo intenso (tav. II, figg. 1-9, 11-21).

Evidentemente i grossi corpi rappresentano le più grandi « formazioni interne » che si osservano a fresco o con altri metodi.

I più piccoli granuli invece, distribuiti nella « massa fondamentale » e colorati in rosso intenso corrispondono alla parte centrale delle piccole « formazioni interne ». Tale rapporto non apparisce nei preparati per strisciamento perchè i contorni delle piccole « formazioni interne » sono mascherati dal colorito azzurro della « massa fondamentale », ma all'incontro risulta nei parassiti colorati nelle sezioni, in cui i contorni delle « formazioni interne », anche piccole, si conservano evidenti [con il metodo del Mann talvolta (v. fig. 1 della mia 1ª comunicazione 1903), con le ematossiline (figg. 1-10 della mia comunicazione 1905), con lo stesso metodo del Romanowsky applicato sulle sezioni (1907)].

Data questa corrispondenza tra le immagini che si osservano a fresco e con i metodi più comuni, e quelle che si ottengono col metodo del Romanowsky, si comprende come anche i parassiti trattati con quest'ultimo procedimento possano presentare gli aspetti più diversi, in rapporto alla grandezza, numero e raggruppamento delle « formazioni interne ».

Al riguardo mi sembra sufficiente il confronto tra le figure della tav. I e quelle delle tavole successive.

Analogamente poi a quanto si osserva nel parassita a fresco, per riguardo ai rapporti fra più grandi e più piccole « formazioni », nei preparati coloriti col metodo del Romanowsky, tra i più grossi corpi — costituiti da sostanza rosea omogenea e da blocchetti cromatici — ed i piccoli granuli cromatici esiste tutta una serie di forme di passaggio che talvolta si trovano anche nello stesso microrganismo (tav. II, specialmente figg. 14-21).

Nelle « formazioni », fino a che i diametri lo permettono, noi possiamo sempre differenziare le due parti costitutive su ricordate.

La sostanza che si colora in roseo, talora appena accennato tal'altra più manifesto — ciò che non è in rapporto che con la diversa intensità e durata d'azione della miscela colorante —, apparisce sempre con gli stessi caratteri. Le differenze da « formazione » a « formazione », nei riguardi di questa sostanza e per quanto si può vedere, non sono da riferirsi che al volume di detta sostanza, che anche nei preparati per strisciamento conserva forma di solito rotondeggiante od ovale.

Gli ammassi cromatici invece, che sono contenuti in questa sostanza rosea e che si colorano in modo intenso ed elettivo, presentano diametri ed aspetti diversi che meritano una particolare descrizione.

Io passo qui senz'altro all'esposizione dei fatti, facendo notare che, per brevità e chiarezza, mi limito solo a pochi cenni su quelli più caratteristici e più importanti, e che scelgo come tipo il parassita quale si presenta nei bovini.

***

Il microrganismo della rabbia nei bovini raggiunge spesso notevoli dimensioni e contiene talora delle « formazioni interne » veramente considerevoli.

È nelle più grandi formazioni che i particolari del comportamento dei blocchetti cromatici si presentano nel modo più manifesto, come si può vedere nelle figg. 1-9 della tav. II. In queste figure ho cercato di riprodurre (2250 diametri) una serie di parassiti, ognuno provvisto di una « formazione interna » di diametri ragguardevoli, tale da occupare talvolta buona parte del corpo del protozoo.

Secondo la legge generale già esposta, la più grande « formazione » dei parassiti riportati — che sola, per il momento, prendo in considerazione — risulta da due parti costitutive: una sostanza più chiara che si è colorata in rosa, ammassi e granuli cromatici che hanno assunto una tinta rossa intensa e da un parassita all'altro di numero e di grandezza varia.

Come risulta dalle figure, i blocchi cromatici sono talora relativamente grossi e di diametri pressochè uguali (figg. 1-3), talora invece di diametri i più diversi (figg. 4-5).

Nelle figg. 6-7 i grossi blocchi cromatici delle figure precedenti più non si ritrovano, si osserva invece un numero grande di granuli di cromatina di grandezza quasi uniforme; così pure numerosi granuli, ma ancora più piccoli, si rilevano nelle figg. 8 e 9.

Mentre ad ingrandimenti non troppo forti anche i più grossi blocchetti cromatici possono dare l'impressione di corpi omogenei, con i più forti ed i migliori sistemi di lenti, ad adatta e intensa illuminazione, si vede che tale aspetto non corrisponde

in realtà alla loro più fine struttura. Io non posso qui che riferirmi alle figg. 1-5 della tav. II, che meglio di ogni descrizione possono dare un concetto dei fatti che si possono mettere in evidenza.

Come si vede, nei blocchi cromatici — quando la colorazione non è troppo intensa (come ad es. nella fig. 4) — si trovano delle parti ancor più fortemente colorate e in forma di granuli rotondeggianti ovvero di piccole masse allungate. Nei blocchetti di dimensioni maggiori, di solito io ho rilevato dei granuli in numero vario, mai però troppo elevato (figg. 1-4), invece in altri blocchetti alquanto più piccoli ho osservato spesso due ammassi reniformi, paralleli fra loro, così da ricordare a un dipresso la disposizione di un diplococco.

Senza insistere in più particolareggiate esposizioni sul modo di differenziarsi della sostanza cromatica — studio oltremodo difficile data la piccolezza e il sovrapporsi delle immagini, e per il fatto che la colorazione non agisce sempre con lo stesso grado di intensità — ricorderò soltanto che le strutture or ora descritte, e che sono evidenti nei più grossi blocchetti cromatici, si ripetono anche nei blocchetti di dimensioni minori. In tutti, quando la colorazione lo permette, si assiste, in modo più o meno evidente a seconda dei casi, al ripresentarsi degli stessi aspetti, fino a che si arriva a piccoli granuli in apparenza omogenei, quelli appunto rappresentati nelle figg. 7, 8, 9.

I reperti che ho delineato nei punti principali e che, con la maggiore evidenza, si osservano nelle più grandi « formazioni », con regolarità, fin dove è possibile apprezzarli, si trovano in tutte le « formazioni interne » del protozoo (figg. 1-21, tav. II).

Qualunque sia il numero delle « formazioni » nell'interno del corpo parassitario, qualunque siano le loro dimensioni, esse risultano sempre di sostanza chiara, che ne determina la forma e l'aspetto d'insieme, e da granuli e blocchetti elettivamente differenziati. Se questi ultimi posseggono una certa grandezza, presentano i processi di ulteriore e più fine differenziazione sopra descritti.

Grossi blocchetti cromatici si possono incontrare anche in « formazioni » non molto pronunciate; in generale però la grandezza dei granuli di cromatina è in rapporto con i diametri della « formazione ». Ne risulta che nei parassiti in cui a fresco le « formazioni » interne sono corpicciuoli piccoli e di grandezza quasi uniforme, nei preparati colorati si trova un aspetto uniformemente e finemente granuloso.

Si giunge così alle immagini delle figg. 20 e 21 della tav. II e fig. 22 della tav. III.

Con tali figure, la serie dei diversi aspetti del protozoo non è però esaurita.

Accanto alle forme parassitarie nelle quali la sostanza cromatica nella sua massima parte è ridotta allo stato di granuli della stessa grandezza — al centro qua e là ancora riuniti in blocchetti di dimensioni alquanto maggiori (figg. 20 e 21, tav. II; fig. 22 tav. III) — altre se ne trovano nelle quali essa si presenta sparsa in forma di piccoli granuli, distribuiti in modo uniforme.

In questi stadî, nella « massa fondamentale » del protozoo, ed a spese di questa sostanza, si è andato delineando attorno ad ogni granulo cromatico un anello rifrangente, scolorato, così che tutto il parassita viene ad essere costituito dall'unione di corpicciuoli fittamente stipati tra loro (tav. III, figg. 23-31).

Alcuni di tali parassiti granulosi — che hanno la loro esatta corrispondenza in quelli che in modo assai meno distinto si vedono a fresco ovvero con altri metodi — possiedono ancora dei contorni regolari, netti, ben manifesti (tav. III, figg. 23-26); in altri invece in qualche punto della periferia la linea netta di demarcazione è interrotta.

In questo caso (tav. III, figg. 27-29) talvolta si assiste al distacco di minutissimi corpicciuoli — senza alcun dubbio gli stessi piccoli corpi in cui in totalità si è trasformato il parassita — che sono di grandezza uniforme e risultano da un granulo cromatico ravvolto da un involucro chiaro, a sua volta a contorni ben manifesti. Che l'insulto meccanico esercitato con l'atto dello strisciamento sia la causa che determina il distaccarsi di questi corpicciuoli, è più che probabile. Il fatto non perde però nulla della sua importanza, in quanto dimostra che il parassita in questo stadio è costituito da corpi bene individualizzati, della stessa grandezza, che si possono facilmente rendere liberi, ciò che, con tutta sicurezza, posso affermare non avviene mai nelle forme che ho sopra descritto.

Il fenomeno, nei particolari evidente nelle figg. 28-34, tav. III, non richiede ulteriori dilucidazioni. Nelle figg. 28-31 il microrganismo è ancora un corpo quasi in totalità compatto; nelle figg. 32-34 invece il suo disfacimento in una quantità di minutissimi nuovi individui è molto più avanzato e manifesto.

A queste ultime immagini, che con assoluta certezza si possono riferire al parassita della rabbia, io arresto la mia descrizione.

Sebbene io mi sia fin qui intrattenuto su forme del microrganismo notevolmente sviluppate, devo ora aggiungere che i fatti su esposti si presentano in tutti i parassiti, qualunque sia la grandezza che hanno raggiunto. Sia sufficiente al riguardo un richiamo alle figg. 35-39.

Non credo infine inutile rappresentare, colorate, alcune piccole forme parassitarie (figg. 40-42, tav. III). Sono le più piccole riconoscibili con sicurezza. A fresco e con i comuni reattivi esse presentano una sola « formazione interna », talora due, talora tre di grandezza diversa.

Il metodo del Romanowsky dimostra anche in questi piccoli parassiti la presenza di sostanza cromatica che si differenzia in modo specifico; in alcuni è un unico ammasso centrale (fig. 40-41) in cui si assiste ai processi di differenziazione già ricordati; in altri accanto al grosso ammasso centrale apparisce un granulo più piccolo (fig. 42). Progredendo i diametri del protozoo, la parte cromatica va aumentando, i blocchetti si fanno più numerosi (fig. 43); a mano a mano si passa alle immagini delle figg. 35-39 e alle altre che sono state descritte.

* * *

Fin qui i fatti.

Costanti nei parassiti del sistema nervoso dei bovini idrofobi, nei parassiti provenienti da ogni altro animale recettivo all'infezione questi fatti si presentano con altrettanta regolarità e altrettanta costanza.

Nella loro esposizione io mi sono mantenuto obbiettivo; nel riprodurre le immagini, che difficilmente le fotografie avrebbero potuto rendere con evidenza, io ho

posto il massimo scrupolo e la maggiore precisione, come hanno potuto controllare eminenti scienziati e una numerosa schiera di studiosi.

Se un appunto può avanzarsi alle figure, è che esse sono inferiori per chiarezza e finezza ai preparati. Preparati e figure furono già in grande parte oggetto di dimostrazioni individuali e collettive; ricordo l'ultima da me fatta alla Riunione della Società Italiana di Patologia, a Palermo, nel decorso aprile 1908.

* * *

A me sembra che tutti i reperti, che le ricerche a mano a mano hanno messo in evidenza, dimostrino anzitutto che nei « corpi della rabbia » ci si trova di fronte ad elementi che hanno caratteri e struttura costanti; crescono nell'interno della cellula nervosa e in seguito ad una serie di intime modificazioni, che si svolgono con leggi determinate e pure costanti, vanno incontro ad un processo di divisione per cui l'elemento primitivo si trasforma in totalità in un numero considerevole di elementi figli (spore), tutti di uguali dimensioni, che posseggono la sua struttura originaria e che possono rendersi liberi.

I diametri dei nuovi individui, in cui il microrganismo in totalità si trasforma al termine della sua vita endocellulare, porgono qui la spiegazione di alcuni fatti che dapprima potevano apparire oscuri, se non contrarî all'ipotesi della natura parassitaria.

Dimostrata l'esistenza di stadî in cui il parassita, sotto forma di spora, possiede dimensioni minime, e un aspetto tale che, isolato, non lo si può identificare con sicurezza con i mezzi che possediamo, nè differenziare dalle formazioni granulari dei tessuti che ha invaso, si comprende come non sia possibile rilevarne la presenza — sia pure sotto altra forma, ma che tuttavia deve essere sempre assai piccola — in quelle parti del sistema nervoso o di altri organi che, pur essendo virulente, non dimostrano le tipiche forme endocellulari: si comprende inoltre come tali forme piccolissime, delle quali ben poco ancora noi conosciamo, possano attraversare le candele porose.

Nessuna contraddizione quindi tra i risultati dell'esperimento e quelli che fornisce l'osservazione diretta, ma all'incontro un complesso armonico di fatti che confermano sempre più che ci troviamo di fronte a corpi che presentano un ciclo caratteristico, quale non può essere posseduto che da un essere vivente, da un protozoo.

Questo protozoo, d'altra parte, presenta le parti costitutive essenziali di ogni essere unicellulare: la « massa fondamentale » che possiamo ora omologare col protoplasma, le « formazioni interne » che si possono interpretare come nuclei. In questi ultimi vediamo differenziarsi una parte cromatica, che ha tutti i caratteri della cromatina, ed una sostanza che si colora assai debolmente e che, allo stato attuale delle nostre conoscenze sulle sostanze che compongono il nucleo, non è possibile definire.

Sono i nuclei che nei parassiti a fresco si presentano come corpi incolori, chiari, a guisa di vacuoli. È nei nuclei, e in ispecial modo nella cromatina, che avvengono le modificazioni alle quali sono subordinati i varî stadî del ciclo evolutivo.

Determinare nei particolari come questo ciclo si svolga, è difficile e forse ancora prematuro.

Ad ogni modo si può affermare che: Il nucleo del parassita dapprima è unico, come dimostrano le figg. 40-41 tav. III. A mano a mano che crescono i diametri del parassita, il nucleo cresce alla sua volta e con modalità non ancora assodate (data l'estrema piccolezza delle immagini) si frammenta in ammassi che si spargono uniformemente nel corpo del protozoo; uno o parecchi di questi ammassi nucleari possono raggiungere uno sviluppo considerevole, ovvero più manifesto. Il microrganismo assume di conseguenza gli aspetti in apparenza più diversi, il piano generale di struttura è però sempre unico ed invariato.

Quando intervengono quei fattori sconosciuti che determinano il parassita — qualunque sia la grandezza che ha raggiunto — alla sporulazione, la cromatina che in parte è già sotto forma di granuli sparsi nel protoplasma, in parte si è andata distribuendo a blocchetti in corrispondenza di ogni ammasso della sostanza più chiara nucleare (probabilmente nella porzione più periferica dei singoli ammassi), va incontro a processi di divisione che si svolgono e si ripetono con leggi determinate, fino a che è ridotta in totalità a piccoli granuli di grandezza uniforme. Sono senza dubbio processi di divisione le più fine differenziazioni dei blocchetti di cromatina da me descritte a pag. 480 e rappresentate nelle figg. 1-9, tav. II, sebbene per le ragioni che ho ricordato io non abbia potuto stabilire con tutta precisione il meccanismo di tale processo.

Da questi stadî, in cui la cromatina è ridotta a granuli piccolissimi in parte contenuti ancora negli ammassi di sostanza più debolmente colorata (tav. II, figg. 8-9), si passa poi ad altri stadi del parassita, nei quali i granuli di cromatina sono disseminati uniformemente nel protoplasma: come tale frammentazione avvenga non saprei per il momento determinare con esattezza. Mi limito a richiamare l'attenzione sul parassita rappresentato nella fig. 10 della tav. II, in cui si riceve l'impressione di una grossa «formazione» centrale, simile a quella rappresentata nei parassiti delle figure precedenti (1-9), che stia risolvendosi nell'interno del protozoo in un numero grande di granuli e blocchetti di cromatina in via di divisione.

Comunque sia, avvenuta la divisione di tutta, o di quasi tutta, la cromatina sotto forma di granuli minutissimi uniformi, il protoplasma si suddivide attorno a ciascuno di essi; il microrganismo cioè si trasforma in un ammasso di corpicciuoli assai piccoli (spore), costituiti da un granulo di cromatina circondato da una capsula od involucro bene individualizzato di sostanza chiara, poco colorabile e in apparenza omogenea.

Le spore sono dapprima riunite in una massa unica compatta, i loro rapporti reciproci si vanno poi facendo più lassi e sotto de-

terminate condizioni possono allontanarsi fra loro e assurgere alla dignità di un nuovo essere.

A favore di tale concezione generale del ciclo del parassita (di quella parte che sola si può seguire e che si svolge nell'interno della cellula nervosa) stanno i fatti da me raccolti e rappresentati, ed anche argomenti di analogia con quanto si osserva in altri protozoi.

Che altri protozoi posseggano la struttura del nucleo ora descritta, che in questi esseri in certe condizioni si abbia inoltre uno stato di nucleo frammentato (1), e accentuatissimo nello stadio che precede la sporulazione, non occorre che io mi soffermi a dimostrarlo; anche il meccanismo di produzione delle spore invero non differisce da quello che si avvera in altri protozoi.

Certamente questo microrganismo, malgrado numerosi punti di contatto con altri, presenta sempre alcunchè di caratteristico. Ciò non credo tuttavia possa essere invocato per non riconoscerne la natura parassitaria, ora che i fatti provano che nel suo piano di struttura e nel suo ciclo vitale esso segue le leggi fondamentali degli esseri unicellulari.

A questa conclusione, non è inutile lo ricordi, porta tutta un'altra serie di argomenti di grande valore, sebbene indiretto.

È nella istologia che questi ulteriori argomenti hanno il loro fondamento sicuro, in quella base anatomica che è necessaria ed indispensabile in questi studî, e di cui troppo poco conto ha tenuto qualche ricercatore.

È stato così possibile avanzare del parassita della rabbia interpretazioni che non solo non trovano alcun appoggio in quanto insegna la microbiologia, ma neppure in quelle nozioni che fornisce lo studio accurato della cellula e specialmente della cellula nervosa allo stato normale e patologico.

A queste interpretazioni puramente ipotetiche io contrappongo la serie numerosa dei dati di fatto e, come ho detto al principio di questa Nota, li sottopongo al giudizio degli studiosi.

Per questo microrganismo, da me collocato nella mia prima comunicazione tra gli sporozoi — posizione che credo poter mantenere — è stato usato dal Calkins il nome «Neuroryctes hydrophobiae», che, in omaggio alle leggi della nomenclatura zoologica, deve essere conservato.

(1) Il Calkins indica come «cromidio» questo stato del nucleo del parassita della rabbia. Che il modo di presentarsi del nucleo corrisponda allo stato cromidiale, nel senso dapprima stabilito dall'Hertwig, è molto probabile. Io però mi sono trattenuto dall'adoperare tale denominazione, per non ingenerare eventuali equivoci, perchè il concetto di cromidio è stato da alcuni autori molto allargato, comprendendo in esso tutta una serie di formazioni endocellulari che potrebbero anche avere diverso significato.

NOTE E COMUNICAZIONI DELL'AUTORE
SULL'EZIOLOGIA DELLA RABBIA

1903. « Contributo allo studio dell'eziologia della rabbia » — Bollettino della Società Medico-Chirurgica di Pavia; Zeitschrift für Hygiene und Infekt. Bd. XLIII.

1903. « Sull'eziologia della rabbia — La diagnosi della rabbia in base ai nuovi reperti » — Bollettino della Società Medico-Chirurgica di Pavia; Zeitschrift für Hygiene und Infekt. Bd. XLIV.

1904. « Sull'eziologia della rabbia — La dimostrazione del parassita specifico nell'infezione rabica degli uccelli » — Bollettino della Società Medico-Chirurgica di Pavia.

1904. « I risultati delle nuove ricerche sull'eziologia della rabbia » — Lo Sperimentale, anno LVII.

1905. « Sull'eziologia della rabbia — Note sulla morfologia e sul ciclo evolutivo del parassita specifico » — Bollettino della Società Medico-Chirurgica di Pavia.

1907. « Sulla morfologia e sul ciclo evolutivo del parassita della rabbia » — Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVI, 1° sem., serie 5ª, fasc. 9°.

1908. « Sulla morfologia e sul ciclo evolutivo del parassita della rabbia » — Atti della V Riunione della Società Italiana di Patologia, Palermo.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE.

Tavola I.

Fig. 1-20. Parassiti a fresco. Dal corno di Ammone di vacche morte di rabbia sperimentale.
Obb. 2mm apocr. Zeiss. immers. omog., apert. 1.40 — Oc. comp. 18 — Tubo 160mm.

» 21. Parassita in una cellula nervosa in una sezione di corno di Ammone di vacca morta di infezione rabica, contratta in seguito a morsicatura di cane idrofobo.
Colorazione con il metodo del Mann.
Obb. 2mm apocr. Zeiss immers. omog., apert. 1.40 — Oc. comp. 8.$\frac{5}{0}$ — Tubo 160mm.

» 22-23. Parassiti nelle cellule nervose in sezioni di corteccia cerebrale di vacca morta di rabbia sperimentale.
Colorazione con il metodo del Mann.
Obb. 2mm apocr. Zeiss immers. omog., apert. 1.40 — Oc. comp. 8 — Tubo 160mm.

Tavola II.

Fig. 1-21. Parassiti in preparati per strisciamento della sostanza grigia del corno di Ammone di vacche (rabbia sperimentale).
Colorazione del Romanowsky; con la soluzione del Giemsa nei parassiti delle figg. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17; con la soluzione eosina-bleu Borrel nei parassiti delle figg. 18, 19, 20, 21.
Obb. 2mm apocr. Zeiss immers. omog., apert. 1.40 — Oc. comp. 18 — Tubo 160mm.

Tavola III.

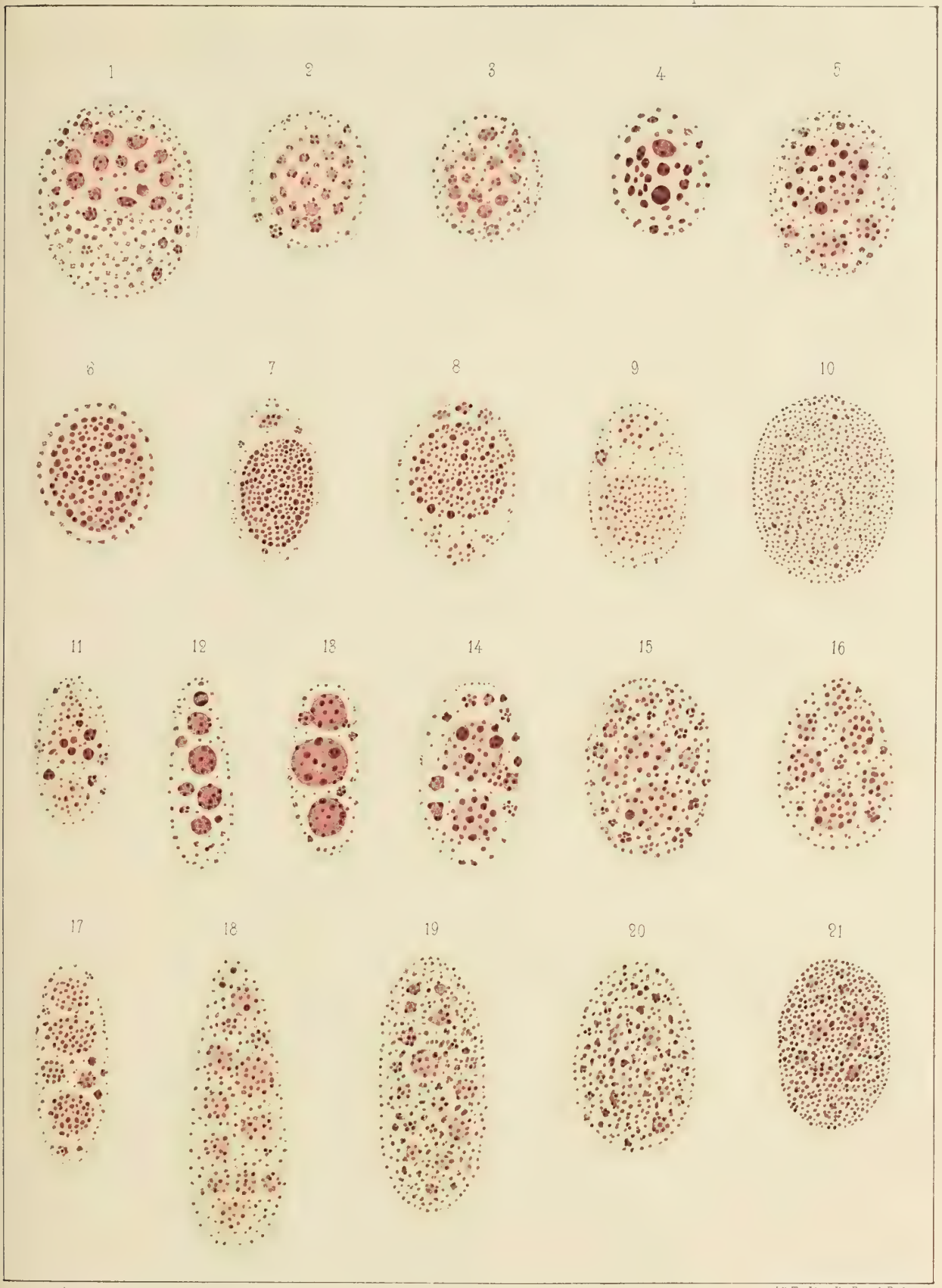
Fig. 22-43. Parassiti in preparati per strisciamento della sostanza grigia del corno di Ammone di vacche (rabbia sperimentale).

Colorazione del Romanowsky; con la soluzione del Giemsa nei parassiti delle figg. 23, 35, 40, 41, 42, 43; con la soluzione eosina-bleu Borrel negli altri parassiti.

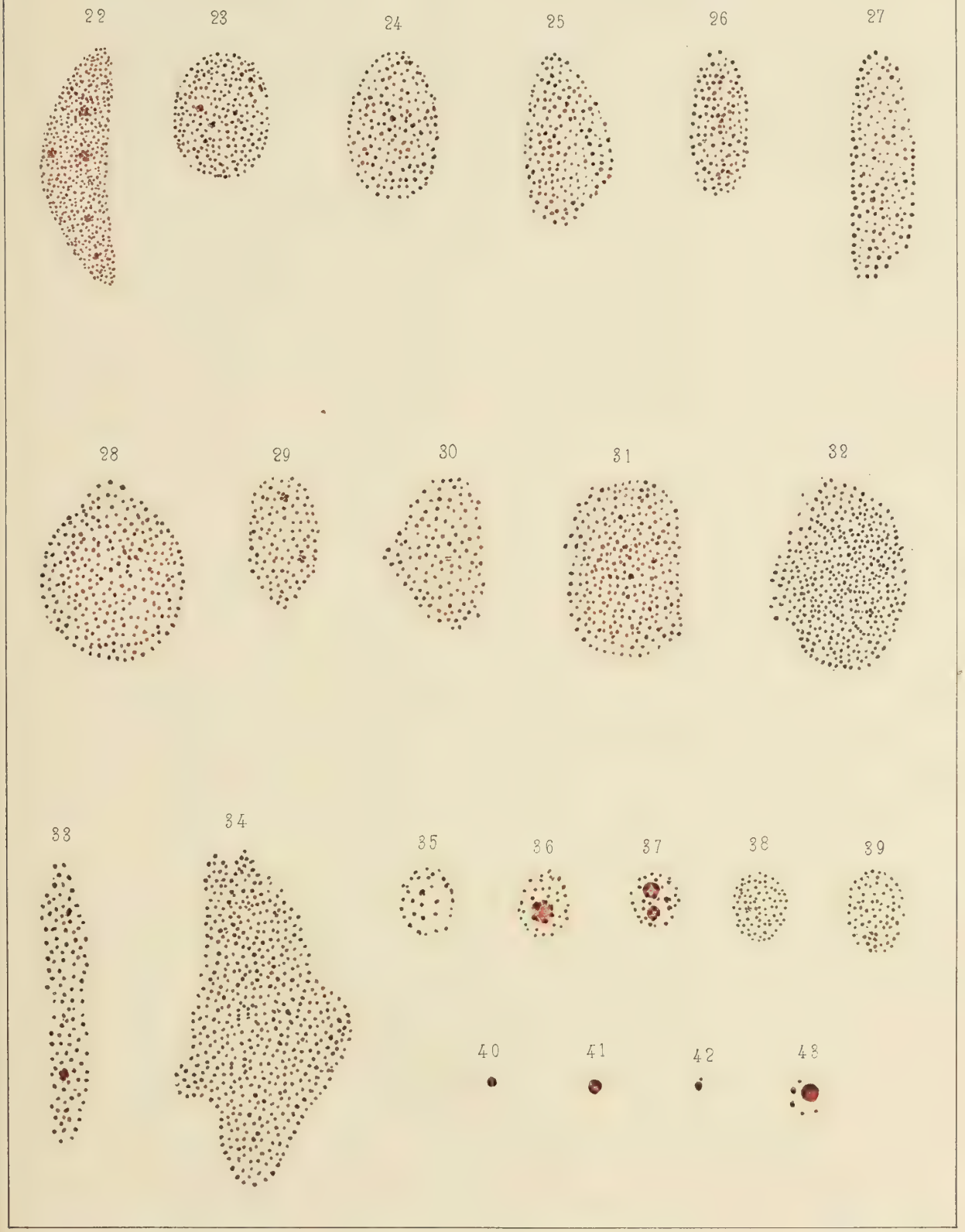
Obb. 2mm apocr. Zeiss immers. omog., apert. 1.40 — Oc. comp. 18 — Tubo 160mm.

Tutte le figure delle tre tavole vennero disegnate alla camera lucida Koristka mod. Apáthy, foglio all'altezza del preparato.

Lit. Tacchinardi e Ferrari - Pavia



Lit. Tacchinardi e Ferrari - Pavia


22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43

RELAZIONE

letta dal Socio VOLTERRA, relatore, a nome anche del Socio BLASERNA, nella seduta del 7 marzo 1909, sulla Memoria del prof. LUIGI LOMBARDI, intitolata: *Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro.*

I due primi capitoli contengono una esauriente esposizione critica dei risultati sperimentali e teorici ottenuti da altri autori sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro. L'A. si ferma più specialmente sul risultato sperimentale di Lyle e Baldwin, per il quale, eccitando con magnetizzazione alternativa il centro di una sbarra di ferro, il flusso si propaga lungo la sbarra con velocità variabile, che diviene infinita a una certa distanza, e, al di là, anche negativa. E mette in luce l'idea più o meno esplicitamente enunciata dai varî autori che il ritardo di fase del flusso sia essenzialmente da attribuire alle correnti parassite che si sviluppano nella massa metallica.

Nel capitolo III l'A. svolge sistematicamente una sua teoria relativa al caso della magnetizzazione permanente e a quello della magnetizzazione periodica, introducendo la condizione importante realizzata poi nelle esperienze, che il percorso delle linee di forza nell'aria, da un punto all'altro della sbarra, sia per la forma speciale di questa costante; e tenendo conto, per quanto era possibile, delle correnti parassite e dell'isteresi magnetica.

Infine nel capitolo IV sono esposti i particolari e i risultati delle ricerche sperimentali dall'A. eseguite per il confronto con la teoria. Ed è degno di nota l'accordo completo tra la previsione e l'esperienza, tanto dal punto di vista qualitativo, come da quello quantitativo nel caso delle magnetizzazioni costanti, come anche in quello delle magnetizzazioni variabili nei riguardi del decremento. Viene pure confermato che, qualora si evitino le correnti parassite, la velocità di propagazione del flusso è praticamente infinita: ciò si ottiene appunto con un sufficiente frazionamento del ferro.

Restano invece in disaccordo con la teoria, nei riguardi del ritardo di fase lungo il fascio e solo quantitativamente, le esperienze eseguite con fasci di fili di ferro circondati da tubi metallici; o in generale, quando intervengano delle correnti parassite.

E l'A. svolge in proposito delle interessanti considerazioni allo scopo di delucidare la contraddizione, ricercandone le cause specialmente nella isteresi magnetica di cui occorrerebbe tenere un più esatto conto attribuendo un determinato ritardo di fase al flusso nel ferro rispetto alla forza magneto-motrice che lo genera.

La Commissione è d'avviso che, per la sua importanza, il presente lavoro del prof. Lombardi sia ben meritevole di essere accolto fra le Memorie dell'Accademia.

Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro.

Memoria del prof. LUIGI LOMBARDI.

CAPITOLO I.

Rivista bibliografica dei lavori sperimentali precedenti.

La propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro ha formato oggetto di numerosi lavori sperimentali in Italia e fuori. Di essi io mi limiterò a citare qui i più importanti, e quelli che per natura loro hanno più stretta attinenza coll'argomento della mia trattazione.

Lenz e Jacobi (1) studiarono la distribuzione dei momenti magnetici unitarî in una sbarra di ferro di $13\,^1/_2$ pollici di lunghezza, eccitata da una spirale primaria di 105 spire situata al mezzo di essa. I momenti a diversa distanza venivano determinati per mezzo di una spirale secondaria. I risultati della misura vennero riassunti con sufficiente approssimazione mediante la formola:

$$\log \mathrm{M} = a - bx .$$

Jamin (2), misurando la forza necessaria per staccare da diversi punti di una elettrocalamita rettilinea di ferro, eccitata ad una sola estremità, un medesimo pezzo di ferro, confermò la medesima legge di variazione esponenziale, quando la sbarra ha lunghezza illimitatamente grande rispetto alla spirale magnetizzante, e diede, pel caso di una sbarra di lunghezza limitata l, la relazione:

$$i = \mathrm{A}\,\alpha^{-x} + \mathrm{A}\,\alpha^{-(2l-x)} .$$

Donati e Poloni (3), sperimentando mediante una spirale indotta sopra un' asta rettilinea di ferro lunga m. 2,30 e di sezione quadrata, avente il lato di mm. 18,

(1) Poggendorff' Ann., LXI, 1844, pag. 462.
(2) Comptes Rendus, 76.
(3) Nuovo Cimento, serie 2ª, tomo XIII, 1875.

magnetizzata con una spirale primaria di 50 spire collocata a 20 cm. da un'estremità, riconfermarono la stessa legge di variazione esponenziale:

$$M = \lambda e^{-\nu x}.$$

Nella 3ª parte della loro Memoria i due Autori notavano già che le divergenze del fenomeno reale da quello rappresentato con questa legge semplicissima si andavano tanto maggiormente accentuando, quanto più grande era la forza magnetizzante applicata nella sezione di mezzo, e che il parametro ν, che compare come fattore nel decremento logaritmico del momento, al crescere di essa andava lentamente diminuendo.

Non ricorderò qui in dettaglio le esperienze dei medesimi Autori e di altri sopra la variazione del momento nella fase che precede o segue lo stato di regime, alla chiusura od apertura del circuito magnetizzante. Da esse i due ultimi Autori citati hanno creduto di poter arguire che il tempo, necessario perchè i momenti magnetici nelle diverse sezioni arrivassero ad una determinata frazione dei rispettivi momenti massimi, crescesse all' incirca proporzionalmente alla distanza dal centro magnetizzante, con che si sarebbe caratterizzata una velocità limitata e sensibilmente uniforme di propagazione del magnetismo.

Rowland [1], ritrovò la legge esponenziale per la variazione del magnetismo libero alla superficie delle aste rettilinee, magnetizzate in un punto centrale con corrente continua.

Pisati [2], con esperienze eseguite sopra fasci rettilinei di fili e sopra anelli circolari di ferro, sottoposti ad una eccitazione localizzata mediante corrente continua, cercò di stabilire l'analogia del fenomeno della propagazione magnetica con quello della propagazione termica, studiato da Fourier. I decrementi logaritmici del flusso da lui misurati rivelano però in talune esperienze un carattere ondulatorio, che è certamente da attribuire a cause perturbatrici secondarie, poichè esso non ebbe conferma nei risultati di alcun altro sperimentatore.

Oberbeck [3] impiegò a magnetizzare un'asta od un fascio rettilineo di fili di ferro una breve spirale, attraversata da corrente alternata in serie colla spirale fissa di un elettrodinamometro, ed a misurare il flusso a distanza una spirale secondaria, collegata in serie colla spirale mobile dello stesso strumento, e dedusse l'ampiezza e la fase del flusso da gruppi di osservazioni effettuate con resistenze diverse nel circuito. Egli concluse che nelle variazioni periodiche del momento magnetico, originate in un punto di un lungo nucleo rettilineo di ferro, le ampiezze vanno decrescendo col crescere della distanza con una legge approssimativamente esponenziale, il cui decremento dipende esclusivamente dalle proprietà interne della massa di ferro, laddove la fase varia approssimativamente con una legge lineare. La variazione di fase per ogni unità di lunghezza appare nei fili sottili piccolissima, e grandissima in conseguenza la velocità di propagazione. Nei fili più grossi e nelle

(1) Philosophical Magazine, 50, 1876.
(2) Atti della R. Accademia dei Lincei, vol VI, fasc. 3, 5, 11, an. 1890.
(3) Wiedemann's Ann., vol. XXII, 1884.

sbarre questa risulta più o meno energicamente diminuita dalle correnti parassite, indotte per la variazione periodica del flusso.

Gerosa [1] ripetè sopra due fasci di fili di ferro, uno rettilineo ed uno circolare, le misure di Pisati con corrente continua e quelle di Oberbeck con corrente alternata. Per queste individuò le ampiezze del flusso mediante le intensità efficaci delle correnti indotte in una spirale secondaria, collegata ad apposito elettrodinamometro, e le fasi mediante i momenti creati dalle stesse correnti in un altro elettrodinamometro, il cui secondo avvolgimento era attraversato dalla corrente primaria (metodo di Galileo Ferraris).

In base ai suoi risultati, la variazione logaritmica dell'ampiezza, non meno che quella lineare della fase del flusso, non appaiono se non grossolanamente verificate. La velocità apparente di propagazione risulta dell'ordine di 250 m. al 1″ nei fili di ferro di 0,9 mm. di diametro, laddove dalle misure di Oberbeck essa scaturiva dell'ordine di 2300 m. nei fili d'acciaio di 1,8 mm., di 1330 e 890 m. nei fili di ferro dolce e duro di 2 mm., e scendeva a 490 m. nelle aste di acciaio di 6 mm., a 90 m. in quelle di ferro dolce di 8,5 mm., ed a 44 m., nelle aste di acciaio di 12 mm. La frequenza delle correnti impiegate da Gerosa era circa 50; quella di Oberbeck 66.6.

Ascoli [2], criticando i risultati del Gerosa, volle attribuire i ritardi di fase da lui constatati alla variabile permeabilità magnetica del ferro, ritenendo che questa avesse per effetto di modificare nelle diverse posizioni la selfinduzione della spirale secondaria e la fase della corrente indotta, indipendentemente da qualsiasi variazione di fase della induzione magnetica e della f. e. m.; cadrebbe così la necessità di ammettere una velocità finita di propagazione. Ancora egli ritenne il fenomeno marcatamente influenzato dalla legge di variazione della forza magnetica applicata, che egli credette divergere sensibilmente dalla forma sinusoidale.

Braun [3], eseguendo i suoi esperimenti interessanti sopra i raggi catodici deviati dalle forze magnetiche, studiò parimenti la propagazione del flusso magnetico alternativo lungo un filo di ferro di 9 mm., di diametro, e riconfermò in modo ineccepibile la variazione di fase pressochè lineare nella prima parte dell'asta, in base alla quale la velocità di propagazione appariva dell'ordine di 86 m., molto prossima a quella segnalata da Oberbeck pel ferro dolce di 8,5 mm.

Zenneck [4], ripetendo le esperienze di Braun sopra un fascio di fili di ferro di 0,4 mm. di diametro, successivamente rivestito con tubi d'ottone di diverso spessore, mostrò chiaramente la influenza delle correnti parassite nell'accrescere lo spostamento di fase e nel limitare la velocità apparente della propagazione magnetica.

Perkins [5], lavorando sopra una sbarra di ferro di 19 mm. di diametro alla frequenza di 60 periodi, e misurando con un elettrometro a quadranti le ampiezze e le fasi del flusso di induzione a differenti distanze dalla spirale magnetizzante, segnalò, in un breve intervallo di 25 cm. dal mezzo, una differenza di fase crescente

(1) L'Elettricista, vol. I, 1892, pag. 104.
(2) L'Elettricista, vol. I, 1892, pag. 123.
(3) Wiedemann's Ann., vol. LX, 1897, pag. 552.
(4) Annalen der Physik, vol. IX, 1902, pag. 516.
(5) Amer. Journ. of Science, vol. XVIII, 1904, pag. 165.

più lentamente della distanza, e ne dedusse un valore della velocità di propagazione crescente da 75 a 240 m.

Più recentemente Donati (1), esperimentando sopra un grosso fascio di fili di ferro del diametro di 1,5 mm. e della lunghezza di 8 m., eccitato verso una estremità con una spirale percorsa da corrente alternata di 42 periodi, ed utilizzando a misurare le f. e. m. indotte una spirale secondaria situata a diversa distanza e collegata con un elettrometro a quadranti, ed a caratterizzarne le fasi un metodo ingegnoso di riduzione allo zero, ritrovò ancora, come nelle sue antiche esperienze, una variazione di flusso approssimativamente esponenziale, ed una variazione di fase sensibilmente lineare, almeno nel primo tratto, pel quale egli dedusse un valore apparente della velocità di propagazione dell'ordine di 1000 m. per 1″.

Nella maggior parte delle ricerche citate, la forza magnetica applicata in un punto dell'asta era però assai limitata, impiegandosi in molti casi brevi spirali alimentate colla corrente di poche pile, o con quella fornita da piccoli generatori ad induzione. La esiguità del flusso eccitato, e sopra tutto la poca sensibilità dei mezzi di osservazione, restringevano singolarmente l'intervallo entro al quale la misura si poteva eseguire, e non permettevano perciò di scoprire con sicurezza la legge generale della propagazione. Nessuno degli osservatori poi aveva analizzato con cura sufficiente la forma di variazione del flusso periodico, e studiata la influenza che essa poteva avere sul fenomeno.

Lyle e Baldwin (2), servendosi del *tracciatore di onde* ideato da uno di essi (3), intrapresero pochi anni or sono e condussero a termine la serie di gran lunga più estesa di ricerche in questo campo, studiando sistematicamente la influenza delle variazioni dt intensità e frequenza della corrente eccitante, della permeabilità e delle dimensioni dell'asta, nonchè della sua conduttività elettrica, ed analizzando con ogni cura la forma di variazione del flusso alle diverse distanze.

I campioni esaminati furono sei:

una lunga asta di ferro Lowmoor di 6,3 mm.;
una lunga asta di acciaio legato di 6,3 mm.;
un lungo filo di ferro di 4,2 mm.;
un fascio di 185 fili di ferro dolce di 0,79 mm.;
un fascio di 46 fili della stessa qualità;
un fascio di 12 fili della stessa qualità.

Per ogni gruppo di osservazioni venne sottoposta all'analisi di Fourier la curva della corrente di eccitazione, attraversante la breve spirale del centro, e quelle del flusso alternativo prodotto al mezzo ed in diverse sezioni successive, collocate a distanze crescenti. I decrementi logaritmici dell'ampiezza e gli spostamenti di fase della prima sinusoide vennero numericamente raccolti in tabelle, e graficamente riportati in curve, la ispezione delle quali permette di studiare nel modo più com-

(1) Memorie della R. Accademia delle scienze di Bologna, tomo III, serie VI, 1906.
(2) Philosophical Magazine, vol. XII, 1906, pag. 433.
(3) Philosophical Magazine, vol. VI, 1903, pag. 549.

pendioso l'andamento generale del fenomeno. La serie delle curve e delle tabelle è completata dagli elementi relativi alla variazione del flusso, rilevata con procedimento statico, mediante il galvanometro balistico, sotto la eccitazione di corrente continua.

Il primo risultato che si ricava dalle osservazioni dei due Autori è la marcata variabilità del decremento logaritmico, il quale, in luogo di rimaner costante, come dovrebbe nella ipotesi che il flusso andasse decrescendo con legge esponenziale, nei campioni esperimentati cresce dapprima a partire dal mezzo, dove è fatta l'eccitazione, raggiunge un massimo ad una determinata distanza, variabile colla frequenza, poi diminuisce, assumendo per un certo tratto un valore pressochè costante, e presso le estremità dell'asta riprende valori nuovamente crescenti. Questo ultimo fatto ha un' importanza secondaria, essendo probabilmente da attribuire alla discontinuità dell'asta, ed al flusso disperso dalle estremità.

Il secondo risultato importante è che la fase del flusso subisce, a partire dal mezzo, un ritardo, il quale varia nel primo tratto linearmente colla distanza, ma poi raggiunge un massimo, e nel tratto ulteriore diminuisce, tendendo ad annullarsi quando l'asta ha così grande lunghezza che risulti trascurabile l'influenza delle estremità.

Tanto il ritardo di fase quanto il decremento dell'ampiezza crescono di solito al crescere della frequenza dei periodi di magnetizzazione. La distanza per la quale si realizza lo spostamento massimo della fase coincide approssimativamente con quella per cui l'ampiezza del flusso subisce il massimo decremento. Questa distanza però si modifica colla frequenza dei periodi e colla saturazione del ferro, per una medesima asta rettilinea; per aste differenti essa cambia, a parità di saturazione e di frequenza, colla suscettibilità della sostanza, e cambia del pari, a parità di dimensioni, il decremento dell'ampiezza e la grandezza assoluta dello spostamento di fase. Il valore massimo di questo raggiunse nell'asta di ferro di 6,3 mm. un centinaio di gradi; la velocità apparente di propagazione nel primo tratto crebbe da 34 a 62 m. per 1″, variando la frequenza da 20 a 50 periodi.

Dalle osservazioni fatte i due fisici dedussero già la palese contraddizione del fatto sperimentale colla ipotesi introdotta da parecchi autori, sulla esistenza di una vera e propria velocità di propagazione del flusso magnetico alternante nelle aste di ferro. Non solamente difatti apparirebbe questa velocità variabile al variare di tutte le condizioni sperimentali, in modo da non assumere alcun valore costante e ben definito: ma essa raggiungerebbe l'infinito nel breve tratto dell'asta dove la fase del flusso, in prossimità del suo massimo, si conserva costante; e nei tratti ulteriori, dove la fase subisce una diminuzione, apparirebbe affetta da segno negativo.

I due Autori pertanto notarono bene a proposito che nel fenomeno complesso dovevano avere una parte importante le correnti parassite, indotte nella massa metallica per le variazioni periodiche di flusso, la cui azione elettromagnetica doveva appunto esplicarsi ritardando la fase del flusso risultante, e diminuendone l'ampiezza.

A dimostrazione di ciò servirono le misure eseguite sopra i fasci cilindrici di fili di ferro, nelle quali i due Autori rilevarono bensì il medesimo carattere generale del fenomeno segnalato nelle aste, ossia la variabilità del decremento logaritmico dell'ampiezza, ed il ritardo della fase crescente fino ad un massimo; ma dove il

fenomeno stesso apparve considerevolmente attenuato, riducendosi il massimo spostamento di fase colle frequenze impiegate a 20 o 25 gradi, ed approssimandosi sensibilmente il medio valore del decremento logaritmico a quello constatato per la medesima saturazione e distanza colle magnetizzazioni continue. La forma stessa della curva di variazione del flusso si andava in questo caso sostanzialmente modificando colla distanza, laddove nelle aste massicce l'effetto delle correnti parassite contribuiva energicamente a deprimere le armoniche di ordine superiore. Le sinusoidi di ordine superiore presentavano ancora la massima importanza in quella regione, dove appariva massimo il decremento del flusso ed il suo ritardo di fase.

Le esperienze comparative, eseguite sopra i fasci composti con un numero diverso di fili della medesima qualità, mostrarono ancora che, al cambiare del diametro, cambia poco il massimo spostamento di fase, sebbene si modifichi la distanza alla quale esso è raggiunto, e quindi la variazione di fase per ogni unità di distanza; con ciò, se si volesse parlare di una vera e propria velocità di propagazione del flusso, si riavrebbe l'anomalia di doverla considerare variabile col numero dei fili onde il fascio è composto, pure conservando inalterata la saturazione e la frequenza. La diminuzione del diametro del fascio, al par di quella della permeabilità o sezione nelle aste massicce precedenti, aveva naturalmente per effetto di aumentare la dispersione relativa verso l'esterno, accentuando maggiormente il decremento logaritmico del flusso. Secondo le osservazioni citate il valore massimo di quel decremento apparirebbe inversamente proporzionale al diametro dei fasci. È però da notare che questa massima dispersione si verifica per i tre fasci a distanze differenti dal mezzo, e con diverse saturazioni e permeabilità, così che il confronto non può essere istituito in base alla sola variazione delle dimensioni trasversali.

Lyle e Baldwin denunciano come il risultato più notevole delle loro ricerche la constatazione del fatto, che molti degli elementi caratteristici nel fenomeno studiato acquistino ad una determinata distanza, che essi perciò chiamarono *critica*, i loro valori massimi o minimi; si dichiarano però incapaci di fornire per la esistenza di questo punto critico alcuna spiegazione, e ritengono impossibile di farlo in base alla conoscenza attuale assai imperfetta delle relazioni fondamentali, che legano le variazioni della induzione a quelle della forza magnetizzante, e dei rapporti di ampiezza e di fase che intercedono fra le diverse armoniche di una magnetizzazione periodica.

Pochi mesi or sono finalmente l'ing. J. Kühle [1] pubblicò una lunga serie di misure da lui eseguite sulla velocità di propagazione del magnetismo in aste di ferro localmente eccitate, e sopra la questione della viscosità ed inerzia magnetica. In esse l'Autore, notando che al crescere della distanza dalla sorgente magnetizzante cresce in generale il ritardo di fase del flusso rispetto alla corrente magnetizzante, enuncia il concetto che questo si debba al crescere della forza coercitiva, ossia della intensità del campo magnetico di un determinato segno, che è necessaria ad annullare la magnetizzazione di segno contrario prodotta dai campi precedenti. Questa interpretazione nasce semplicemente da un equivoco; perchè, a creare la forza magnetizzante in

[1] Tesi di dottorato presentata al Politecnico di Aachen, 1908.

una sezione dell'asta non concorre soltanto l'azione elettromagnetica della corrente che attraversa la spirale eccitante, ma ancora, ed oltre una certa distanza prevalentemente, la forza newtoniana data da tutte le masse magnetiche libere alla superficie e nell'interno del ferro.

Il Kühle adoperò a sua volta, per rilevare le fasi e ampiezze del flusso, un apparecchio di Joubert, utilizzando un elettrometro per la misura delle f. e. m. momentanee. Egli trascurò peraltro di determinare la curva di magnetizzazione del ferro, e volle, per diversi valori della induzione massima, desumere qualitativamente il comportamento del materiale nei riguardi della magnetizzazione periodica, mettendo in relazione i valori momentanei del flusso con quelli corrispondenti della corrente magnetizzante: ciò che per la ragione prima detta non ha fisicamente alcun significato, non potendosi escludere a priori che intervenga per altra ragione uno spostamento relativo di fase nella induzione che si propaga alle diverse distanze.

La sensibilità limitata del metodo impiegato dall'Autore non gli ha probabilmente permesso di estendere le sue misure di fase oltre la distanza di 1 metro dalla spirale magnetizzante, ed in tale intervallo egli ha constatato che il ritardo di fase del flusso cresce continuamente entro un fascio di fili isolati del diametro di 0.21 mm.; dapprima linearmente, e poi sempre più lentamente, in modo da raggiungere alla massima distanza osservata un massimo, che si conserva poi nelle ultime porzioni sensibilmente inalterato. I valori così desunti della velocità di propagazione appaiono, come nelle prime parti delle osservazioni di Lyle e Baldwin, continuamente crescenti, fino a raggiungere alla distanza critica il valore infinito. Dei valori negativi, che si constaterebbero al di là, l'Autore non fa cenno.

Nelle aste massiccie il ritardo di fase si pronuncia enormemente di più; l'Autore però si arresta invariabilmente a quella regione, dove il ritardo assume un valore massimo, laddove il fenomeno, anche nella parte ulteriore, offre fisicamente un grande interesse.

Dopo aver cercato di ricondurre, con un ragionamento assai poco rigoroso, la spiegazione del ritardo ben noto della magnetizzazione di fronte alla forza magnetizzante alla semplice composizione del campo interno dovuto alle correnti parassite col campo principale, non essendo riuscito a stabilire alcuna corrispondenza soddisfacente tra i risultati della teoria sviluppata da Zenneck e quelli delle sue esperienze, l'Autore finisce per attribuirne la discrepanza sostanziale al fenomeno della isteresi; ciò che le esperienze incerte dell'Autore non bastano assolutamente a giustificare.

Da queste bensì, senza averne fornita una interpretazione corretta, egli deduce una conclusione essenzialmente giusta, e cioè che il ritardo di fase, che il flusso subisce propagandosi lungo l'asta, e l'apparente limitatezza della velocità di propagazione, sono essenzialmente da attribuire alle correnti parassite che si sviluppano nella massa metallica.

CAPITOLO II.

Rivista bibliografica dei lavori teorici precedenti.

Cercando di interpretare i risultati delle sue misure, a cui la imperfezione dei mezzi aveva conferito una notevole incertezza, Pisati [1] aveva creduto di poter stabilire una completa analogia tra il fenomeno della propagazione magnetica e quello della propagazione termica in un'asta rettilinea.

G. Giorgi [2], in una sua Nota interessante sopra la *Teoria dei circuiti magnetici*, faceva già bene notare però che la legge esponenziale, approssimativamente verificata da parecchi esperimentatori per le variazioni di flusso, non basta a stabilire alcuna particolare analogia tra il fenomeno magnetico e quello termico, dal momento che essa vale, come per una verga riscaldata in un punto e soggetta a irradiamento, anche per un conduttore elettrico imperfettamente isolato. E se per una parte il fenomeno magnetico offre con quello termico una rassomiglianza per ciò, che al pari della permeabilità magnetica è variabile la conduttività termica, laddove quella elettrica suol essere costante, tra i primi intercede però una differenza per ciò, che la permeabilità magnetica è funzione della induzione, laddove la conduttività termica dipende esclusivamente dalla temperatura, la quale nel fenomeno termico ha la stessa parte del potenziale nel fenomeno magnetico.

Un' intima e sostanziale differenza intercede d'altronde fra il fenomeno termico e quello magnetico, poichè a questo presiede la equazione che caratterizza la distribuzione solenoidale della induzione, laddove l'equazione analoga non vale per i sistemi termici se non quando le temperature abbiano raggiunto lo stato di regime, e solamente nei punti ove non esistano sorgenti di calore. Le linee d' induzione magnetica seguono di necessità circuiti chiusi, laddove il flusso termico non può in alcun caso seguire naturalmente un percorso rientrante. Nel caso di una sbarra, magnetizzata da una forza centrale, le linee di flusso escono da una parte e rientrano dall'altra attraverso elementi corrispondenti, rinchiudendosi fra di essi nell' interno dell'asta, dove esse non subiscono alcuna interruzione; nel caso di un'asta riscaldata nel mezzo, le linee di flusso divergono simmetricamente dalle due parti verso i corpi esterni di temperatura più bassa, o verso l' infinito.

Malgrado ciò, la trattazione teorica del problema della propagazione magnetica offre realmente analogie di forma interessanti con quella dei problemi della propagazione termica e di quella elettrica, e può essere colle dovute restrizioni sviluppata sulle traccie di questa, almeno nel caso della magnetizzazione permanente, o pure

(1) Luogo citato.

(2) L'Elettricista, 1895, pagg. 3 e 111.

nel caso di quella periodica, qualora la fine suddivisione della massa permetta di trascurare completamente le correnti parassite.

J. J. Thomson (1) sviluppò pel primo la teoria della propagazione di onde magnetiche longitudinali lungo fili di ferro, seguendo strettamente il metodo di Maxwell, e portando in conto l'azione elettromagnetica delle correnti parassite nell'interno della massa conduttrice, e all'esterno quella delle correnti di spostamento. Il risultato della trattazione nel caso più generale è notevolmente complicato, e vale esclusivamente per un'asta rettilinea di sezione circolare uniforme. Esso si semplifica in parte quando la frequenza dei periodi è molto piccola, o molto grande, potendosi nel primo caso ritenere le correnti indotte distribuite con uniformità in tutta la sezione, e nel secondo localizzate esclusivamente nello strato superficiale.

Nel primo caso appare trascurabile lo spostamento di fase, ed il decremento logaritmico del flusso è rappresentato colle notazioni di Zenneck, che verranno introdotte in seguito, da:

$$\beta = \frac{2}{r\sqrt{\bar{\mu}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log (g^2 \bar{\mu})}}$$

dove $\bar{\mu}$ è la permeabilità dell'asta, riferita all'aria, e vale $\frac{\mu}{4\pi}$; r il raggio; $\log g$ è la costante di Gauss 0,577.

Nel secondo caso tanto il decremento dell'ampiezza, come lo spostamento di fase assumono le seguenti espressioni più complicate per ogni unità di lunghezza:

$$\beta = \frac{2}{r\sqrt{\frac{\bar{\mu}}{k\sqrt{2}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log\left(g^2 \frac{\bar{\mu}}{k\sqrt{2}}\right)}} \cos\frac{\pi}{8};$$

$$\gamma = \frac{2}{r\sqrt{\frac{\bar{\mu}}{k\sqrt{2}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log\left(g^2 \frac{\bar{\mu}}{k\sqrt{2}}\right)}} \cdot \operatorname{sen}\frac{\pi}{8}:$$

dove:

$$k = r\sqrt{\frac{\pi n \lambda \mu}{8 V^2}}$$

indicandosi con λ la conduttività elettrica della sostanza ond'è composta l'asta, con n il numero delle alternanze in ogni unità di tempo, e con V una costante dipendente dalle unità di misura, la quale, pel sistema elettromagnetico assoluto, è uguale a $\frac{1}{4\pi}$.

Così il decremento logaritmico dell'ampiezza e lo spostamento della fase per ogni unità di lunghezza apparirebbero in questo caso proporzionali tra loro, e dovrebbero aver$_e$ il rapporto:

$$\frac{\beta}{\gamma} = \operatorname{cotg}\frac{\pi}{8} = 2{,}4$$

(1) Recent Researches in Electricity and Magnetism, 1893, pag. 302.

indipendentemente dalla permeabilità magnetica, dalla conduttività elettrica e dalle dimensioni trasversali dell'asta, non meno che dalla frequenza dei periodi di magnetizzazione.

Zenneck (1) sviluppò la teoria della propagazione delle onde magnetiche nei cilindri di ferro con perfetta analogia a quella della propagazione delle onde elettriche in un conduttore dotato di resistenza ohmica e di selfinduzione. Egli dedusse per questo l'equazione differenziale del fenomeno dalla considerazione dei flussi che attraversano due sezioni infinitamente vicine, la cui differenza, che rappresenta il flusso disperso, egli pose senz'altro proporzionale al potenziale magnetico dell'elemento; il coefficiente c_m di proporzionalità o di dispersione magnetica però venne da lui erroneamente paragonato colla capacità del conduttore elettrico riferita alla unità di lunghezza, laddove esso ha strettamente analogia col coefficiente di dispersione elettrica dei conduttori imperfettamente isolati (2).

Zenneck suppone che il flusso, eccitato nell'asta dalla spirale magnetizzante attraversata da corrente alternativa, abbia nella sezione di origine ed in tutte le successive una legge di variazione sinusoidale, e lo rappresenta perciò colla espressione seguente, dove i è l'unità immaginaria:

$$Q = Q_0 \, e^{-\beta x} \, . \, e^{i(\pi n t - \gamma x)} .$$

L'equazione corretta del fenomeno stabilita da lui (1) assume la forma:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = c_m w'_m Q + c_m p_m \frac{\partial Q}{\partial t} .$$

I parametri w'_m e p_m rappresentano quelle grandezze che Zenneck definisce *resistenza magnetica ohmica* e *coefficiente di selfinduzione magnetico* per ogni unità di lunghezza. La introduzione loro non si saprebbe altrimenti giustificare, se non per la semplicità di forma che essa conferisce all'equazione, e per la analogia che tali grandezze presentano con quelle elettriche corrispondenti, atta sotto parecchi riguardi a chiarire talune analogie dei due fenomeni.

In una sua Nota posteriore sopra il medesimo argomento (3), Zenneck ha mostrato come i risultati della sua teoria si accordino in sostanza con quelli di J. J. Thomson, almeno nei casi ristretti per cui tale teoria venne svolta. Per questi essa ha il vantaggio di potersi ricondurre a principî più semplici, sebbene quella di Thomson abbia per parte sua il merito di una maggiore generalità.

(1) Annalen der Physik, vol. X, 1903, pag. 845.

(2) Lo stesso errore si trova nella nota precedente di Zenneck: Annalen der Physik, vol. IX, 1902, pag. 517, nella quale l'Autore, male interpretando l'analogia dei due fenomeni, stabiliva per quello magnetico un'equazione sbagliata.

(3) Annalen der Physik, vol. XI, 1903, pag. 867.

Quando è piccola la frequenza, Zenneck trova:

$$\beta = \sqrt{c_m w'_m}$$
$$\gamma = \frac{\pi n p_m}{2 w'_m} \sqrt{c_m w'_m} \ ;$$

e siccome in questo caso si ha, almeno per approssimazione:

$$w'_m = \frac{1}{\pi r^2 \mu} = \frac{4}{r^2 \bar{\mu}}$$

e

$$\pi n p_m = k^2 w'_m ,$$

l'espressione di β si confonde con quella di Thomson se si pone:

$$c_m = \frac{1}{\log (g^2 \bar{\mu})} .$$

Nelle formole di Thomson γ si è annullato semplicemente perchè si sono trascurate di fronte all'unità le grandezze dell'ordine k^2, laddove Zenneck ha solamente trascurate quelle dell'ordine k^4.

Anche nel secondo caso discusso da Thomson i risultati delle due teorie coincidono, se si fa:

$$c_m = \frac{1}{\log \left(g^2 \frac{\bar{\mu}}{k\sqrt{2}} \right)} .$$

Sopra il modo di calcolare i parametri introdotti da Zenneck in altri casi intermedî, rimandiamo alla trattazione originale (1).

I lavori teorici di J. J. Thomson e di Zenneck erano perfettamente noti a Lyle e Baldwin, quando nel 1906 eseguirono e pubblicarono le loro interessantissime ricerche, poichè essi ne fanno cenno nella loro Memoria originale. Tuttavia questi due Autori non parvero attribuire alle conclusioni della teoria una grande importanza, notando a priori che l'ipotesi della costante permeabilità dell'asta, dalla quale primieramente scaturisce quella del decremento costante del flusso, era troppo lontana dal vero, così che la teoria non doveva bastare da sola alla interpretazione del fenomeno complesso da essi studiato. Per vero si può bene abbandonare quella prima ipotesi, alla quale apertamente contraddice l'esperienza, senza togliere alla teoria nulla della sua semplicità, considerando nelle formole di Thomson non meno che in quelle di Zenneck la μ come variabile, non altrimenti da ciò che si fa nei problemi di propagazione termica od elettrica considerando variabile la conduttività.

(1) Annalen der Physik, vol. IX, 1902, pag. 497.

In condizioni adattate la considerazione nuova è perfettamente sufficiente a chiarire la variabilità del decremento. Nelle condizioni realizzate da Lyle e Baldwin, non meno che dalla massima parte degli sperimentatori precedenti, il concetto della permeabilità variabile, che non deve in alcun caso abbandonarsi, non è però sufficiente a dare la ragione di tutti i fenomeni osservati; bensì occorre per questo probabilmente attribuire una grandezza variabile al coefficiente di dispersione magnetica esterna, di che pochi autori sembrano essersi preoccupati finora.

E qui cade in acconcio l'acuta osservazione del Giorgi.

Nell'asta che si raffredda per trasmissione esterna, non meno che in un cavo che disperda la carica elettrica attraverso all' isolante imperfetto, noi abbiamo in generale i tubi di flusso simmetricamente distribuiti nella regione circostante, in causa della distribuzione simmetrica dei corpi che ricevono il calore, o che sono caricati di opposta elettricità. Le quantità disperse di elettricità e calore possono allora, per ogni elemento di eguale superficie, razionalmente considerarsi come proporzionali al potenziale od alla temperatura. Ma, se l'asta è magnetizzata da una forza localizzata al centro, non altrimenti da quanto accadrebbe per un conduttore polarizzato da una forza elettromotrice mediana, le linee di flusso si estendono da una parte all'altra fra gli elementi simmetrici dell'asta, e la resistenza magnetica od elettrica dei singoli tubi, che pure hanno all' inizio eguale sezione, cambia colla distanza, in modo che la dispersione non può considerarsi semplicemente proporzionale al potenziale dei punti di origine.

Il calcolo del coefficiente variabile di dispersione riesce indubbiamente complicato per i varî elementi di un'asta rettilinea, polarizzata da una forza centrale, e maggiormente per quelli di un'asta dissimmetricamente polarizzata. La distribuzione del campo dovuto alle masse libere, che si trovano alla superficie e nell' interno del ferro, è per se stessa molto complicata, e non può senza difficoltà calcolarsi anche quando si conosca per approssimazione la distribuzione del momento magnetico unitario. Risulta perciò complicata la forma dei tubi di flusso emananti da elementi corrispondenti, e laboriosissimo il calcolo della loro riluttanza.

Nel capitolo che segue io ho cercato di sviluppare la teoria della propagazione magnetica seguendo ancora sostanzialmente le traccie di Zenneck; non ne ho adottato però tutte le notazioni, poichè parecchie di esse originano esclusivamente da una analogia di forma tra il problema elettrico e quello magnetico, tra i quali in realtà esiste una differenza sostanziale. Dall'equazione del potenziale magnetico ho ricavato quella del flusso, il cui integrale generale differisce da quello della prima per un termine che non è praticamente costante. Ho dato all'asta una tale disposizione da permettere a priori il calcolo del coefficiente di dispersione, il quale assume così con sufficiente approssimazione, e per tutte le coppie di elementi corrispondenti, il medesimo valore.

Per verificare quantitativamente le conclusioni della teoria, ho finalmente istituita una lunga serie di misure sperimentali, i risultati delle quali sono sommariamente riportati nell'ultimo capitolo.

CAPITOLO III.

Teoria della propagazione magnetica.

a) *Caso della magnetizzazione permanente.*

Se l'eccitazione del flusso è fatta mediante una forza magnetica costante, in ogni sezione dell'asta la grandezza della induzione si deve considerare a regime come costante, e perciò si può prescindere da qualsiasi reazione di correnti indotte. La trattazione analitica diviene adunque semplicissima, e presenta analogia di forma completa con quella della propagazione termica studiata da Fourier.

Supponendo l'asta così sottile, da poter ritenere la distribuzione del flusso uniforme attraverso ad ogni sezione, e da poter trascurare la caduta di potenziale in direzione trasversale; contando le ascisse secondo l'asse dell'asta, ed indicando con φ_x il flusso di induzione, con S la sezione, con μ la permeabilità e con V il potenziale magnetico all'ascissa x, si avrà pel flusso la espressione:

$$\varphi_x = -\mu S \frac{\partial V}{\partial x}.$$

All'ascissa $x + dx$ sarà l'espressione del flusso:

$$\varphi_{x+dx} = -\mu S \frac{\partial}{\partial x}\left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right).$$

La differenza dei due flussi rappresenta il flusso elementare disperso verso l'esterno dalla porzione elementare dell'asta, che ha la lunghezza dx.

Tale flusso, riferito alla unità di lunghezza, assume la espressione:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\mu S \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}.$$

Se noi ammettiamo la proporzionalità del flusso disperso da ogni elemento al potenziale magnetico dell'elemento stesso, otteniamo senz'altro la equazione differenziale del problema in forma identica a quella della propagazione termica nei solidi lineari:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon}{\mu S} V.$$

Qui ε può definirsi come coefficiente di dispersione magnetica, e rappresenta il flusso

di induzione disperso per unità di lunghezza e di potenziale magnetico, analogamente al coefficiente di trasmissione esterna che compare nel problema termico di Fourier. Ritenendo ε costante, al pari di S e di μ, la equazione si può immediatamente risolvere, ed ha, com'è ben noto, per integrale generale un'espressione della forma:

$$V = A\, e^{\beta x} + B\, e^{-\beta x}$$

dove il parametro β assume la grandezza

$$\beta = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu S}}.$$

Quando l'asta è di lunghezza indefinita, si annulla il primo termine, ed il potenziale magnetico, e quindi anche il flusso di induzione, assumono una semplice espressione esponenziale.

Il significato fisico del parametro β, che caratterizza il decremento logaritmico del flusso, era già stato dal prof. Ascoli [1] chiarito in modo esauriente in una Nota critica alle considerazioni di Giorgi. Salvo che egli, fondandosi esclusivamente sopra i risultati incompleti del Pisati, ed assumendo per la permeabilità del materiale un valore pressochè costante nello stretto intervallo di magnetizzazione da lui realizzato, inclinò a credere che il coefficiente di dispersione rimanesse costante, laddove le misure molto più estese di Lyle e Baldwin lasciano con molta verisimiglianza supporre che tale ipotesi non sia che grossolanamente verificata.

Se si vuol portare in conto direttamente la variazione di ε non meno che quella di μ, la quale in particolare avrebbe una espressione assai complicata, la trattazione del problema diventa estremamente laboriosa. E tuttavia per la interpretazione dei risultati può praticamente bastare l'integrale soprascritto, nella forma classica già data da Fourier per la propagazione del calore, nello studio della quale egli introdusse analoghe ipotesi restrittive, purchè nel calcolo dei decrementi logaritmici per le successive porzioni dell'asta si introducano i valori medii della permeabilità e del coefficiente di dispersione per gli intervalli corrispondenti.

I valori della permeabilità si possono perciò dedurre dalla curva media di magnetizzazione, rilevata coi metodi di inversione o con quelli magnetometrici. Solo il calcolo del coefficiente di dispersione, colla forma generalmente adottata dell'asta, e per la distribuzione complessa delle masse magnetiche alla superficie e nell'interno del ferro, offre non lievi difficoltà.

Anche supponendo per prima approssimazione che tale distribuzione si possa confondere con una distribuzione lineare, e che la sua densità a partire dal mezzo vada decrescendo con legge esponenziale:

$$\lambda = \lambda_0\, e^{-\beta x},$$

le masse contenute nei due elementi di lunghezza dx, situati simmetricamente alle

[1] L'Etettricista, 1895, pag. 49.

distanze $+x$ e $-x$ dal punto di mezzo, esercitano sulla unità di massa collocata nel punto di coordinate a e b entro al piano di figura due forze elementari, il cui potenziale è misurato da:

$$dV = \lambda_0 e^{-\beta x}\left[\frac{1}{\sqrt{(a+x)^2+b^2}} - \frac{1}{\sqrt{(a-x)^2+b^2}}\right]dx .$$

Il potenziale dovuto a tutta la distribuzione non si può ottenere se non eseguendo l'integrale di quella espressione fra $+\infty$ e $-\infty$; e questo, anche sviluppando in serie il fattore esponenziale, si presenta in forma assai complicata.

Attesa la difficoltà di pervenire in tal modo, in base alla forma geometrica delle superficie equipotenziali, al calcolo della riluttanza dei tubi di flusso dispersi, il quale non sarebbe certamente privo di interesse nello sviluppo matematico della teoria del potenziale, io cercai piuttosto di modificare le condizioni dell'esperimento, in modo da rendere il coefficiente di dispersione accessibile ad un calcolo senza paragone più semplice.

Disposi all'uopo l'asta di ferro a guisa di una elettrocalamita a ferro di cavallo, colle due braccia rettilinee e parallele, collocate tra di loro a piccola distanza, e colla spirale eccitante sul giogo. Prescindendo dal primo tratto in contiguità del giogo, dove ha un valore apprezzabile il potenziale elettromagnetico della spirale, in tutta la regione rimanente il campo magnetico si può ritenere originato dalla sola distribuzione di masse libere alla superficie e nell'interno dell'asta. Siccome però, se le dimensioni trasversali di questa sono piccole rispetto alla distanza dei rami, e questa è piccola a sua volta di fronte alla loro lunghezza, si può trascurare nel ferro la caduta di potenziale in senso trasversale, e nello spazio d'aria interposto ritenere per approssimazione i tubi elementari di flusso ortogonali all'asta, la distribuzione del campo risulta in complesso molto semplice, e la riluttanza dei tubi si può ritenere per tutta la lunghezza dell'asta sensibilmente costante.

Si aggiunga il vantaggio di poter collegare fra loro le estremità dell'asta con un secondo giogo magnetico di riluttanza trascurabile, quando si voglia rendere trascurabile la loro differenza di potenziale magnetico, e trarre partito di questa condizione limite per la determinazione delle costanti di integrazione.

Praticamente un'asta di grande lunghezza, munita o non di giogo terminale, si può egualmente confondere con un'asta di lunghezza indefinita, perchè in questa il flusso che attraversa le porzioni più lontane è completamente trascurabile.

Riservandomi di esporre nell'ultimo capitolo i risultati delle mie esperienze, mi limito a ricordare qui come possa eseguirsi il calcolo del coefficiente di dispersione.

Ritenendo che le linee di induzione magnetica esternamente al ferro giacciano in piani ortogonali all'asta, si può loro attribuire lo stesso andamento di quelle elettriche emananti dai due rami di un conduttore egualmente disposto, e polarizzato da una forza elettromotrice centrale, quando la caduta di potenziale lungo un elemento dell'asta è piccola di fronte a quella che si manifesta fra di esso e l'elemento corrispondente, oppostamente elettrizzato.

Supponendo ognuno dei conduttori mantenuto nell'aria a potenziale costante, il flusso di forza elettrica si può calcolare senz'altro come quello che si realizza fra le opposte armature di un condensatore di forma analoga, tra le quali interceda una differenza di potenziale conosciuta. Detta 2P questa differenza, M la quantità di elettricità contenuta sopra ognuna delle armature, C la capacità, si ha per definizione:

$$M = 2CP,$$

e per il teorema di Gauss:

$$\Phi_d = 4\pi M = 8\pi CP.$$

Se il mezzo interposto non è perfettamente isolante, si produce attraverso ad esso un flusso di elettricità, ossia una corrente di dispersione, la cui intensità totale si può calcolare moltiplicando il flusso di forza per la conduttività elettrica del mezzo *c*. Si può adunque scrivere:

$$I_d = 8\pi c CP.$$

Denominando R_d la resistenza offerta alla corrente dispersa, caratterizzata dalla relazione di Ohm:

$$I_d = \frac{2P}{R_d}$$

risulta senz'altro:

$$R_d = \frac{1}{4\pi c C}.$$

Questa espressione ci rappresenta la resistenza offerta ai tubi di flusso elettrici che emanano da ogni coppia di elementi corrispondenti delle due aste polarizzate, aventi la unità di lunghezza, qualora si intenda per C la rispettiva capacità elettrostatica misurata nell'aria.

Non altrimenti, poichè la induzione magnetica nel mezzo interposto fra le due aste polarizzate è data dal prodotto della permeabilità del mezzo μ_o per la forza magnetica, indicando con 2V la differenza di potenziale magnetico fra due elementi corrispondenti, si potrà caratterizzare il flusso disperso per unità di lunghezza mediante la espressione:

$$\varphi'_d = \frac{2V}{R'},$$

e la riluttanza offerta ai tubi di induzione si potrà rappresentare con:

$$R' = \frac{1}{4\pi\mu_0 C'}.$$

Qui C' conserva ancora il medesimo significato fisico di prima, ossia rappresenta la capacità dei due rami dell'asta, considerati come le armature di un condensatore isolato nell'aria, riferita all'unità di lunghezza.

Per armature cilindriche e parallele di diametro d, collocate cogli assi alla distanza D, quando $\frac{d}{D}$ è piccolo di fronte all'unità, quella capacità vale notoriamente:

$$C' = \frac{1}{4 \log \frac{2D}{d}} .$$

La riluttanza offerta ai tubi di flusso per ogni unità di lunghezza diventa adunque:

$$R' = \frac{\log \frac{2D}{d}}{\pi \mu_0} ,$$

ed il coefficiente di dispersione, quale venne introdotto da noi a caratterizzare la proporzionalità del flusso unitario disperso al potenziale dell'asta nel punto corrispondente, assume il valore:

$$\varepsilon = \frac{2\pi\mu_0}{\log \frac{2D}{d}} .$$

Il decremento logaritmico del flusso, eccitato al mezzo dell'asta con corrente continua, deve adunque assumere la grandezza:

$$\beta = \sqrt{\frac{2\pi\mu_0}{\mu S \log \frac{2D}{d}}}$$

ed è questa la formula teorica che io ho cercato di verificare nella prima parte delle mie ricerche sperimentali.

b) *Caso della magnetizzazione periodica.*

Se il flusso al mezzo dell'asta viene eccitato mediante una spirale attraversata da corrente alternata, esso deve assumere anche nelle porzioni lontane carattere alternativo, e propagarsi da sezione a sezione con una determinata legge che qui appunto ci proponiamo di studiare.

Variando il flusso attraverso ad ogni porzione dell'asta in modo periodico, nascono in essa forze elettromotrici e correnti di induzione, le quali esercitano a loro volta un'azione elettromagnetica e modificano la distribuzione del campo.

Seguendo in sostanza le traccie di Zenneck, senza preoccuparci però di ricondurre le equazioni del problema magnetico ad una forma perfettamente analoga a quella del problema elettrico, potremo grandemente semplificare la trattazione supponendo l'asta di ferro così finemente suddivisa, da escludere completamente nel suo interno la presenza di correnti parassite, ma all'esterno circondata da una guaina

metallica conduttrice di spessore e resistenza uniformi. Attraverso ad una sezione dell'asta, alla distanza x dalla sorgente magnetizzante, prescindendo dalla regione ristretta dove è apprezzabile il potenziale di questa, la forza magnetica sarà rappresentata dalla somma della forza newtoniana dovuta alle masse libere distribuite alla superficie e nell'interno dell'asta, e di quella elettromagnetica dovuta all'azione delle correnti indotte nella guaina.

Detto V il potenziale delle masse libere, il quale soddisfa perciò alle condizioni di una funzione univoca e monodroma delle coordinate, quella prima forza si può misurare nell'interno dell'asta mediante la derivata di V rispetto all'ascissa, trascurando le componenti trasversali che hanno piccola importanza.

La valutazione esatta della seconda forza sarebbe nuovamente molto complicata, se si volesse tener conto della variazione della corrente indotta nelle successive porzioni del tubo, e supporre le dimensioni trasversali di questo comunque estese. Però, se il flusso lungo l'asta non subisce che una lenta diminuzione, e se le dimensioni trasversali dell'asta sono esigue, si potrà in via di approssimazione ritenere che la forza nell'interno abbia per ogni sezione una distribuzione uniforme, e si confonda con quella a cui darebbe luogo un sistema uniforme di correnti della stessa intensità, attraversante la parete di un cilindro di lunghezza indefinita.

Indicando pertanto con i la intensità della corrente in unità assolute elettromagnetiche, che attraversa in direzione periferica la parete del tubo per ogni unità di lunghezza, la forza elettromagnetica interna si potrà misurare con $4\pi i$, ed il flusso d'induzione, che attraversa la sezione dell'asta posta all'ascissa x, si potrà rappresentare colla espressione:

$$\varphi_x = \mu S \left[-\frac{\partial V}{\partial x} + 4\pi i \right].$$

Qui V ed i variano con x, e la μ non può essere considerata costante se non per brevi tratti dell'asta, e supponendo la magnetizzazione lentamente variabile da punto a punto.

Attraverso alla sezione di ascissa $x + dx$ si avrà analogamente:

$$\varphi_{x+dx} = \mu S \left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(V + \frac{\partial V}{\partial x}\partial x \right) + 4\pi\left(i + \frac{\partial i}{\partial x}\, dx \right) \right].$$

La differenza di questi due flussi, per il principio della continuità, rappresenta il flusso disperso dall'elemento di asta di lunghezza dx, e se, colle restrizioni già fatte a proposito della magnetizzazione continua, lo si ritiene ancora semplicemente proporzionale al potenziale magnetico dell'elemento, si potrà porre:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - 4\pi \frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{\mu S} V.$$

Si può da questa equazione eliminare senz'altro la i, osservando che essa rappresenta la intensità di corrente indotta nella porzione di tubo che ha l'unità di lun-

ghezza, per la variazione del flusso risultante φ. Poichè nella valutazione di questo s'è tenuto calcolo di tutte le azioni magnetiche ed elettromagnetiche che lo producono, risulta già portata in conto la induzione propria del circuito elettrico, e la intensità di corrente si ottiene semplicemente dividendo la f. e. m. per la resistenza:

$$i = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Si ricava così:

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{1}{r}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x . \partial t} = \frac{\varepsilon}{r}\frac{\partial V}{\partial t},$$

avendosi per la ipotesi fatta:

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \varepsilon V.$$

Sostituendo tale espressione nella equazione prima trovata, si ottiene la equazione differenziale del problema:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{4\pi\varepsilon}{r}\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{\mu S} V = 0$$

Questa presenta una completa analogia di forma colla equazione della propagazione termica in un'armilla stabilita da Fourier (1).

Da essa si può ricavare mediante semplice integrazione l'equazione simmetrica relativa ai flussi, poichè nel secondo membro di essa la costante dev'essere necessariamene nulla.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{4\pi\varepsilon}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{\mu S}\varphi = 0.$$

Supponendo il flusso eccitato da una corrente continua, ed esaurito il periodo variabile iniziale, dopo di che il flusso assume una grandezza costante, oppure supponendo mancanti le correnti parassite, scompare il secondo termine, e si ritrova come caso particolare la equazione già data nel paragrafo precedente.

Se supponiamo di applicare al mezzo dell'asta un forza magnetomotrice periodicamente variabile con legge sinusoidale, e prescindiamo dalla influenza che le variazioni della permeabilità possono avere sulla legge di variazione del flusso nelle sezioni successive, potremo senz'altro scrivere l'integrale dell'equazione nella forma già suggerita da Oberberk:

$$V = V_0 e^{-\beta x} \operatorname{sen}(2\pi n t - \gamma x).$$

Qui V rappresenta l'ampiezza del potenziale nella sezione di origine, dove per semplicità si è attribuita ad esso fase nulla; n è la frequenza dei periodi magnetici;

(1) Théorie de la Chaleur, vol. I, pag. 87.

β è il decremento logaritmico dell'ampiezza; γ lo spostamento di fase per ogni unità di lunghezza.

Questi due parametri, atti a caratterizzare completamente, nelle ipotesi fatte, la legge della propagazione, si possono determinare senza difficoltà introducendo quella espressione del potenziale nella equazione differenziale. Si ha difatti, indicando per semplicità con α_x l'angolo $2\pi nt - \gamma x$:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = - V_0 e^{-\beta x} [\beta \operatorname{sen} \alpha_x + \gamma \cos \alpha_x];$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_0 e^{-\beta x} [(\beta^2 - \gamma^2) \operatorname{sen} \alpha_x + 2\beta\gamma \cos \alpha_x];$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 2\pi n V_0 e^{-\beta x} \cos [2\pi nt - \gamma x].$$

Sopprimendo i fattori comuni, l'equazione differenziale del problema diventa:

$$\left[\beta^2 - \gamma^2 - \frac{\varepsilon}{\mu S}\right] \operatorname{sen} \alpha_x + \left[2\beta\gamma - \frac{8\pi^2 n\varepsilon}{r}\right] \cos \alpha_x = 0,$$

e questa, dovendo essere soddisfatta per ogni valore del tempo e dell'ascissa, fornisce le due equazioni separate:

$$\beta^2 - \gamma^2 - \frac{\varepsilon}{\mu S} = 0;$$

$$2\beta\gamma - \frac{8\pi^2 n\varepsilon}{r} = 0.$$

Eliminando β si ha:

$$\gamma^4 + \frac{\varepsilon}{\mu S} \gamma^2 - \left(\frac{4\pi^2 n\varepsilon}{r}\right)^2 = 0$$

e risolvendo:

$$\gamma^2 = \frac{\varepsilon}{2\mu S} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\pi^2 n\mu S}{r}\right)^2} - 1\right].$$

$$\beta^2 = \frac{\varepsilon}{2\mu S} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\pi^2 n\mu S}{r}\right)^2} + 1\right].$$

Se noi supponessimo $r = \infty$, ricaveremmo senz'altro:

$$\beta = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu S}} \; ; \; \gamma = 0;$$

ossia il potenziale conserverebbe in ogni sezione la medesima fase, e l'ampiezza subirebbe un decremento eguale a quello constatato per le magnetizzazioni permanenti.

Il flusso di induzione, per la relazione differenziale che passa fra esso ed il potenziale, assume una analoga espressione, nella quale però la fase può essere diversa da quella del potenziale. Possiamo scrivere:

$$\varphi = \Phi_0 e^{-\beta x} \operatorname{sen}(2\pi n t + \delta - \gamma x).$$

I parametri β e γ sono naturalmente gli stessi di prima, poichè la grandezza loro scaturisce dalla risoluzione di una equazione differenziale di forma identica. La differenza di fase rispetto al potenziale si deduce introducendo la espressione trovata del flusso e quella del potenziale nella relazione:

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \varepsilon V.$$

Si trova subito:

$$\Phi_0 = \frac{\varepsilon V_0}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}} \quad ; \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{\gamma}{\beta}.$$

Se le correnti parassite si annullano, si ha semplicemente:

$$\Phi_0 = \frac{\varepsilon V_0}{\beta} = \sqrt{\varepsilon \mu S}\, V_0$$

ed il flusso assume in ogni sezione la stessa fase del potenziale.

In ogni altro caso la relazione tra le ampiezze del flusso e del potenziale è più complicata, e le fasi differiscono in ogni sezione di una certa quantità, la quale, se i parametri β e γ fossero costanti, rimarrebbe a sua volta costante, e, al cambiar di questi può eventualmente cambiare.

Se si vogliono paragonare i risultati di questa con quelli della trattazione di Zenneck, basta confrontare la equazione differenziale del flusso, nella forma da me posta, con quella data da lui [1]:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - c_m p_m \frac{\partial Q}{\partial t} - c_m w'_m Q = 0.$$

In questa il coefficiente di dispersione è indicato con c_m, e non viene calcolato dall'autore; esso si confonde completamente col nostro ε, e, dal confronto colla teoria di J. J. Thomson [2], Zenneck ne deduce per le aste rettilinee il valore già ricordato:

$$c_m = \frac{1}{\log(g^2 \bar{\mu})}.$$

La w'_m è quella che Zenneck chiama resistenza magnetica ohmica per unità di lunghezza, e vale, in conformità delle nostre notazioni:

$$w'_m = \frac{1}{\mu S}.$$

[1] Annalen der Physik., vol. X, pag. 847.
[2] Annalen de Physik., vol. XI, pag. 868.

Finalmente p_m è quello che Zenneck chiama il coefficiente di selfinduzione magnetico per unità di lunghezza, e che per un fascio di fili molto sottili, contenuto entro un tubo conduttore di spessore d, raggio r, e conduttività λ, egli pone (1) sotto la forma:

$$p_m = \frac{d\lambda}{2\pi r} \frac{1}{\nu^2} .$$

Colle nostre notazioni questo si riduce a $\frac{(4\pi)^2}{r}$, laddove il 2° termine della nostra equazione contiene semplicemente il fattore $\frac{4\pi}{r}$. È però da notare che Zenneck, adottando le notazioni di Cohn, misura le grandezze in un sistema elettromagnetico assoluto, razionalizzato secondo il concetto di Heaviside, a base del quale sta a caratterizzare la grandezza della massa magnetica l'equazione di Coulomb scritta nella forma (2):

$$f = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0 l^2} .$$

Qui μ_0 rappresenta la permeabilità magnetica assoluta dell'aria, alla quale nel sistema elettromagnetico assoluto C. G. S. si viene implicitamente ad attribuire il valore $\frac{1}{4\pi}$.

Ora tale sistema irrazionale si trasforma in sistema razionalizzato prendendo la unità di potenziale magnetico 4π volte più grande, con che la grandezza del potenziale appare 4π volte più piccola, laddove la permeabilità ed il coefficiente di dispersione risultano 4π volte più grandi.

Introducendo le espressioni razionali nella nostra equazione, essa si confonde completamente con quella di Zenneck.

CAPITOLO IV.

Ricerche sperimentali.

a) *Caso della magnetizzazione permanente.*

La propagazione del flusso, eccitato da una forza magnetica costante che agisce al mezzo di un'asta rettilinea di ferro, fu già oggetto come dicemmo di molte ricerche sperimentali. La massima parte degli autori si accordò nell'ammettere per la variazione del flusso in rapporto alla distanza una legge esponenziale; nessuno di essi però riuscì a trovare tra i valori del flusso misurati a distanze equidifferenti un

(1) Annalen der Physik., vol. IX, pag. 502.
(2) Cohn, luogo cit., pag. 175.

rapporto assolutamente costante, di che a sufficienza venne già data ragione accennando alla variabilità della permeabilità interna dell'asta, e del coefficiente di dispersione esterna.

Talune ricerche, per altra parte accurate, come quelle di Pisati, condussero per questo lato a risultati incerti in causa di perturbazioni secondarie.

Ad eliminare ogni dubbio sopra la validità delle conclusioni teoriche, io ho voluto istituire una serie sistematica di ricerche sopra aste massiccie e fasci di fili di ferro, ripiegati a guisa di una elettrocalamita a lunghe braccia rettilinee e parallele, colla spirale d'eccitazione disposta sul giogo, in modo da poter ammettere con sufficiente approssimazione, oltre una certa distanza dall'origine, il coefficiente di dispersione costante. Le ipotesi restrittive, messe a base di questa trattazione, sono per sè stesse troppo imperfettamente soddisfatte, perchè il risultato sperimentale possa a sua volta esattamente corrispondere alla previsione teorica. Le linee di flusso, in causa della distribuzione complicata delle masse libere, non sono difatti collocate semplicemente in piani trasversali, e la permeabilità incostante del ferro, che rende anche in questo caso variabile il decremento logaritmico del flusso, ha certamente per effetto una deformazione complessa dei tubi, la quale basta da sè a variare il coefficiente di dispersione.

Ad ogni modo una delle cause principali di questa variazione, ossia la modifica sostanziale delle dimensioni dei tubi di flusso, la quale necessariamente si incontra nello studio del fenomeno colle aste rettilinee, qui viene a cessare, e la verifica assume il carattere di una maggiore semplicità. Anche il collegamento equipotenziale delle estremità dell'asta mediante una traversa di riluttanza magnetica convenientemente piccola non offre qui alcuna difficoltà, e potrebbe conferire all'asta in questione le proprietà di una che avesse lunghezza indefinita.

Adoperai per queste prime esperienze bastoni cilindrici di ferro di provenienza diversa e di diversa grossezza, da 4 a 13 mm. Eseguii anche talune prove con fasci di fili, altrimenti apparecchiati per le misure con corrente alternata. In ogni caso la lunghezza dei bracci paralleli era superiore ad 1 m., e la distanza trasversale inferiore o di poco superiore a 10 cm., di guisa che la caduta unitaria di potenziale per ogni unità di lunghezza nel senso dell'asse aveva piccola importanza di fronte a quella misurata fra i due rami paralleli in direzione trasversale.

Nella maggior parte dei casi mi servii per la valutazione dei flussi del metodo di inversione. Per limitare gli effetti delle correnti parassite, che nelle masse continue di ferro allungano considerevolmente il periodo di variazione del flusso, e ritardano il raggiungimento dello stato finale, impiegai per la inversione della corrente eccitante un commutatore a mercurio, suscettibile di rapida manovra, e collegai in serie colle due sottili spirali gemelle, solidariamente scorrevoli lungo i rami dell'asta e destinate alla misura delle correnti indotte, un galvanometro balistico del tipo D'Arsonval di grande modello, fornito dalla Casa Carpentier, il quale a circuito aperto presenta una durata di oscillazione di oltre 20″. La resistenza in circuito per la misura di flussi di una certa entità si manteneva per solito a parecchie decine di migliaia di ohm.; solo dove era necessaria la massima sensibilità essa si abbassava a 6000 ohm., valore prossimo a quello della resistenza critica.

Per flussi minori adoperavo un galvanometro D'Arsonval, di modello ordinario, del quale venne aumentata notevolmente la sensibilità sostituendo al filo di sospensione una spiralina sottilissima di rame, ed il momento d'inerzia dell'equipaggio mobile coll'aggiunta di masse metalliche, sostenendo il peso mediante un fascio di sottilissimi fili di seta. La durata di oscillazione realizzata così era di parecchi secondi.

Osservazioni dirette, istituite chiudendo il circuito del galvanometro a differenti intervalli dall'istante della inversione di corrente, mi permisero in ogni caso di assicurarmi che la variazione del flusso fosse praticamente esaurita, prima che l'equipaggio mobile avesse compiuta una parte apprezzabile della sua elongazione.

Mi servii per la taratura del galvanometro balistico di un campione normale di mutua induzione della fabbrica Siemens, di 0,01 henry, un avvolgimento del quale restava in permanenza incluso nel circuito delle spirali indotte e del galvanometro balistico, in modo da lasciarne completamente inalterata la resistenza. Per la verifica della costanza della corrente magnetizzante, fornita da una batteria di accumulatori e regolata per variazioni continue con un reostato a scorrimento, serviva un amperometro di precisione di Hartmann e Braun; per la misura delle correnti utilizzate nella taratura adoperavo esclusivamente un milliamperometro di precisione della casa Siemens, munito di shunt, e precedentemente verificato col potenziometro.

L'asta di ferro esaminata si trovava disposta nel piano orizzontale, in direzione ortogonale al meridiano magnetico. Le spirali indotte avevano ognuna 2000 spire in una gola di legno della lunghezza assiale di circa 2 cm., col diametro medio di circa 7 cm. Per ogni posizione di esse veniva osservata la deviazione balistica un certo numero di volte, all'atto in cui la corrente di eccitazione era bruscamente invertita. La distanza delle spirali indotte da quella primaria veniva letta ad una scala graduata, lungo la quale scorreva il corsoio di legno che serviva loro di sopporto.

Procedendo nelle misure col metodo delle subitanee inversioni, o delle variazioni repentine di forza magnetizzante, il momento del ferro risulta sempre parzialmente influenzato dalle correnti parassite che si sono sviluppate nella massa, e dalla viscosità magnetica del materiale, che lo rende diversamente atto a subire variazioni magnetiche di notevole rapidità. Esperienze interessanti vennero a tal riguardo eseguite da Gumlich e Schmidt (1) e da Rücker (2).

Nelle ordinarie misure di permeabilità si consiglia adunque di assoggettare, quando è possibile, il ferro in esame a periodi lenti di magnetizzazione, ciò che non offre difficoltà operando col magnetometro. Nei metodi d'induzione si rende inevitabile la variazione brusca del flusso, quando non è possibile il brusco spostamento della spirale di prova concatenata.

Per le attuali ricerche io avevo originariamente costruito un apparecchio verticale a caduta, mediante il quale, facendo scattare una leva di arresto, era possibile ad un determinato istante di provocare la caduta repentina di una spirale indotta, mantenuta rispetto all'asta in una posizione determinata. In tal modo però non era possibile

(1) Elektrotechnische Zeitschrift, 1900, pag. 233.
(2) Elektrotechnische Zeitschrift, 1905, pag. 905.

compensare gli effetti della componente verticale del campo terrestre, la quale conferiva all'asta una magnetizzazione permanente, e nelle regioni più lontane dalla spirale eccitante ne alterava sensibilmente la permeabilità. Non essendo agevole d'altronde ottenere in direzione orizzontale bruschi spostamenti delle spirali indotte di ampiezza adeguata io adottai nelle misure definitive con correnti continue esclusivamente il metodo dell'inversione.

La spirale magnetizzante impiegata in queste misure era composta di 1250 spire di filo di 1 mm. di diametro, bene isolato, e avvolto sopra un rocchetto di legno della lunghezza di circa 8 cm., col diametro interno di circa 3 cm. La corrente aveva la intensità di 2 ampère; la forza magnetica creata al mezzo della spirale oltrepassava così le 200 unità, ed era sufficiente a saturare in quella regione fortemente il ferro.

Le condizioni all'origine si potevano in tal modo per ogni esperienza riprodurre identicamente, e le spire indotte, trovandosi ortogonali a quelle primarie, subivano da parte di esse una induzione trascurabile, non appena la distanza loro dall'asse della spirale primaria oltrepassava i 15 o 20 cm. Per non essere obbligato a portare in conto il flusso indotto attraverso alle spirali secondarie dalla variazione del campo elettromagnetico della corrente primaria, il quale solamente in quella regione ha una intensità apprezzabile, le osservazioni corrispondenti vennero in massima trascurate.

Per le mie verifiche sperimentali era indispensabile conoscere colla maggiore esattezza il valore della permeabilità del ferro in questione, e tale determinazione offriva purtroppo gravi difficoltà.

Trattandosi in vero di aste di grossezza discreta, non era conveniente assoggettarne alle prove magnetometriche campioni i quali non avessero una considerevole lunghezza, allo scopo di ridurre la forza demagnetizzante delle masse libere ad un valore sufficientemente basso di fronte al campo esterno. Assegnando ai cilindri di prova una lunghezza pari a 100 volte il diametro, il coefficiente medio di smagnetizzazione calcolato dal Du Bois [1] assume ancora la grandezza 0,0045, e, per un ferro che abbia la suscettibilità di 100 a 200, la forza demagnetizzante raggiunge ancora 50 a 100 % della forza creata dall'esterno. In tali condizioni gli errori di osservazione assumono nel calcolo dei risultati una importanza grandissima.

Ma vi ha di più. I coefficienti di Du Bois caratterizzano con sufficiente approssimazione l'effetto medio della forza demagnetizzante, la quale però nell'interno del cilindro non ha una distribuzione uniforme, e produce perciò una disuniforme magnetizzazione di tutta la massa. Per la uniformità di questa è assolutamente indispensabile che il corpo magnetizzato sia limitato da una superficie chiusa di 2° ordine; la costruzione di un elissoide di grande eccentricità offre peraltro difficoltà meccaniche rilevanti, e richiede una lavorazione tale, per cui le proprietà magnetiche del materiale possono risultare sostanzialmente modificate.

Il metodo d'induzione non può d'altronde applicarsi a campioni aperti, i quali non abbiano forma elissoidica ovvero una grandissima lunghezza, senza incontrare le stesse o maggiori difficoltà. Per una parte si ha diatti il vantaggio, adoperando

[1] *Magnetische Kreise*, 1894, pag. 45.

sbarre cilindriche e rettilinee, che l'effetto demagnetizzante al mezzo è notevolmente più debole di quello competente alle estremità; un calcolo esatto del fattore demagnetizzante in quella regione offre peraltro le sue difficoltà, quando si voglia tener conto della distribuzione assai complicata delle masse libere interne e superficiali, e le esperienze al riguardo non forniscono peranco elementi precisi. Se si vuol chiudere il circuito magnetico col metodo dei gioghi, ovvero incurvando l'asta e saldandone le estremità, la riluttanza dei giunti non è mai completamente trascurabile, e dà ancora luogo ad una distribuzione di masse libere ed alla formazione di un campo demagnetizzante, l'effetto del quale si può bene constatare qualitativamente coll'esperienza, ma non può in alcun modo portarsi in conto esattamente.

Dopo aver eseguito con grandissima cura molte prove, i risultati delle quali, per la loro poca concordanza, costituirono in gran parte per me una vera delusione, io mi limitai ad accettare per i confronti colle misure di propagazione solamente quelli che avevo con una certa concordanza potuto ricavare con metodi diversi; ad es. con misure magnetometriche, applicando i coefficienti medii del Du Bois, e col metodo balistico, operando sopra aste rettilinee di grande lunghezza, sottoposte in quasi tutta la loro lunghezza ad un campo uniforme, ovvero ripiegate ad anello e saldate alle estremità, nel qual caso la spirale di prova veniva collocata alla massima distanza dalla regione della saldatura. Per le misure magnetometriche avevo determinato in precedenza con molta cura la componente orizzontale del campo terrestre; per quelle balistiche impiegavo gli stessi galvanometri e metodi di taratura già descritti.

Solamente per le qualità di ferro esaminate in forma di fili molto sottili i metodi accennati sembravano *a priori* dover fornire risultati più attendibili. Per una parte difatti era con essi possibile apparecchiare campioni rettilinei, di piccola sezione trasversale, raggruppando in un fascio di breve lunghezza parecchi fili per assoggettarli alle misure magnetometriche, ed introducendo nel calcolo il coefficiente medio di smagnetizzazione che competeva al cilindro di sezione equivalente; per l'altra parte era facile ricavare dalla medesima matassa, o dal fascio stesso adoperato per le misure di propagazione, una quantità di filo sufficiente per costituirne un anello circolare, su cui si disponeva una spirale magnetizzante uniforme per le misure balistiche.

E tuttavia i risultati così ottenuti non furono praticamente molto più soddisfacenti di quelli delle sbarre massiccie. Per una parte difatti i piccoli campioni sottoposti alle misure magnetometriche non sembravano possedere in ogni caso le proprietà medie di tutto il fascio, e questo è spiegabile, attesa la poca uniformità dei processi comuni di ricottura, mediante i quali talune porzioni vengono inevitabilmente sottoposte a temperature più alte o lasciate più rapidamente raffreddare; per altra parte, formando con una quantità maggiore di filo un anello magnetico, sopra il quale è facile disporre una spirale adatta a creare nell'interno un campo sensibilmente uniforme, è chiaro che la massa magnetica nella direzione delle linee di flusso non risulta perfettamente continua, dal momento che i fili di ferro assumono la forma delle spire di un'elica, laddove le linee di induzione sono in sè stesse semplicemente rientranti. Su questo fatto ha già chiamata l'attenzione il prof. Ascoli [1] criticando le osservazioni di

[1] L'Elettricista, 1902, pag. 202.

Gerosa. A me non consta però che misure quantitative siano state eseguite allo scopo di accertare l'effetto della discontinuità magnetica creata, e considerazioni ovvie mi inducono a credere che esso sia assai tenue, dal momento che alle linee di flusso emergenti da una porzione di filo magnetico si offre per l'attraversamento dello spazio d'aria circostante una superficie molto estesa, la quale deve ridurre la intensità media di campo e la caduta di potenziale magnetico ad una piccolissima grandezza.

Perciò del ferro esaminato in forma di fasci di fili sottili le proprietà magnetiche vennero da me studiate in entrambi i modi, ma il maggior peso venne attribuito ai risultati raccolti col metodo balistico. In un singolo caso il fascio stesso assoggettato alle misure di propagazione, e ricavato mediante l'inviluppo di un filo continuo sopra una sagoma rettangolare con due lati paralleli della lunghezza di circa 3 m. alla distanza uniforme di 10 cm., venne da me ricoperto con una spirale continua di 4000 spire, e sottoposto del pari a magnetizzazione pressochè uniforme con corrente continua. Nella interpretazione delle misure di propagazione nasce però una incertezza dalla caduta di potenziale magnetico che ha luogo trasversalmente nel fascio, e dalla grande difficoltà di calcolare un valore attendibile del coefficiente di dispersione. Misure di questa natura sono perciò particolarmente adatte a mostrare la concordanza del decremento del flusso, ottenuto colla magnetizzazione continua e con quella periodica; concordanza che la teoria lascia prevedere completa nel caso in cui la massa sia così finamente suddivisa, da permettere di trascurare completamente l'azione delle correnti parassite.

Nelle seguenti tabelle sono riportati a titolo di esempio i risultati numerici delle esperienze da me eseguite sopra tre qualità di ferro di provenienza diversa, e di diverse dimensioni e permeabilità.

La tabella n. I si riferisce ad un bastone di ferro commerciale del diametro di 0,80 cm., ripiegato in due rami paralleli della lunghezza di m. 1,30, aventi fra di loro la distanza uniforme di cm. 10,6. Il circuito magnetico alla parte più lontana dal giogo, che sopportava la spirale primaria, era chiuso da una breve traversa di ferro, incastrata a forza sulle estremità delle aste parallele. I valori della permeabilità sono dedotti dalla media di due serie di osservazioni eseguite, una col magnetometro, sopra un pezzo dell'asta lungo 80 cm. applicando il coefficiente medio di smagnetizzazione dato da Du Bois, $N = 0{,}0045$; e l'altra col metodo balistico sopra una delle aste impiegata nelle misure di propagazione, trascurando per la regione mediana il coefficiente di smagnetizzazione. In entrambi i casi la spirale magnetizzante aveva la lunghezza di 130 cm. ed il diametro di circa 3, 4 cm., in modo che il campo nella massima parte della sua lunghezza si poteva ritenere perfettamente uniforme. Il numero di spire per ogni centimetro di lunghezza era 10,2, e la intensità di campo dovuta alla corente di i ampère era perciò in valore assoluto:

$$N = 12{,}8\ i\ .$$

Colle dimensioni adottate il coefficiente di dispersione assume la grandezza:

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{\log \frac{2D}{d}} = 1.917\ ,$$

ed il decremento logaritmico del flusso per ogni centimetro di lunghezza diventa:

$$\beta = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu S}} = \frac{1.952}{\sqrt{\mu}} .$$

Essendo le mie osservazioni fatte a distanze eguali di 5 cm., i decrementi misurati in ogni intervallo devono intendersi 5 volte più grandi, e ritenersi perciò coi logaritmi decimali:

$$\Delta \text{Log B} = \frac{4.24}{\sqrt{\mu}} .$$

Nella tabella n. 1 sono riportati per 12 punti dell'asta, collocati a distanze uguali, i valori della induzione ricavati dalle misure di flusso; i corrispondenti valori della permeabilità, dedotti dalla media delle misure magnetometriche e balistiche mediante curve di interpolazione; i valori reciproci della permeabilità, e le medie fra i valori estremi di ogni intervallo, che si assumono per semplicità come valori medî nell'intervallo, attesa la piccola variazione che la permeabilità stessa subisce entro ad ogni porzione dell'asta; finalmente i valori calcolati e quelli direttamente misurati del rapporto tra i valori estremi della induzione.

Siccome ogni misura di permeabilità, di flusso e di distanza, è affetta da un errore, le divergenze dei valori misurati e calcolati del rapporto sono perfettamente spiegabili. L'errore medio però non appare nelle misure eccessivamente elevato, dappoichè la somma dei rapporti misurati, da quella dei rapporti calcolati in base alla teoria, non differisce che di 2 %.

La tabella n. 2 riporta i risultati analoghi delle misure eseguite sopra un'asta di ferro omogeneo, gentilmente fornitami dalla *Società per la fabbricazione di apparati e materiali elettrici,* asta che ha il diametro di cm. 1,30, e fu disposta in due rami paralleli della lunghezza di m. 2,24, ad una distanza di cm. 13,9. Anche in questo caso il circuito magnetico era chiuso con una traversa, opposta al giogo sopportante la spirale primaria; la misura della permeabilità si era effettuata col metodo balistico separatamente su entrambe le aste, collocando la spiralina di prova al mezzo, mentre il campo era creato colla lunga spirale prima citata, e trascurando per quella regione il fattore di smagnetizzazione. Ricalcolando le permeabilità in base ai risultati delle stesse misure, corrette mediante il fattore di smagnettizzazione che competerebbe ad un elissoide della stessa eccentricità, oppure ad un cilindro uniformemente magnetizzato e delle stesse dimensioni, si trovano altrettanti valori del decremento logaritmico inferiori a quelli della misura, ciò che fa ragionevolmente supporre che i valori così calcolati della permeabilità siano tutti esagerati.

Nella serie qui riprodotta la somma dei rapporti misurati tra i flussi, di fronte a quella dei rapporti calcolati in base alla teoria, non differisce che di 1 %. I valori del coefficiente di dispersione e del decremento logaritmico del flusso, in relazione alla distanza dei punti osservati, sono del pari consegnati nella tabella.

Nella tabella n. 3 finalmente sono riportati i risultati delle misure eseguite sopra un fascio di fili di ferro ricotto, del diametro di 0,4 mm., disposto secondo un profilo rettangolare della lunghezza di m. 2,90 e della larghezza di m. 0,123, avente il peso di kg. 3,395 che corrisponde ad una sezione media di cmq. 0,724, ossia ad un diametro di cilindro massiccio di cm. 0,96. Il diametro esterno del fascio appariva invece dell'ordine di cm. 1,30, ed in base a questo fu calcolato il coefficiente di dispersione magnetica, il quale assume così un valore di circa 10 % più elevato di quello del cilindro di sezione equivalente, e dà perciò un valore del decremento β di circa 5 % superiore.

Come risulta dalla tabella, i valori calcolati del decremento si accordano però assai bene con quelli della misura, poichè le due somme di rapporti non differiscono tra di loro che di 1 % circa. La serie è stata riportata qui essenzialmente come esempio di quelle per le quali la misura di permeabilità potè eseguirsi con maggiore precisione, utilizzando all'uopo un anello costituito da filo della medesima qualità, avvolto con un'elica continua e sottoposto ad un campo tangenziale uniforme.

TABELLA N. 1.

BASTONE DI FERRO COMMERCIALE OMOGENEO.

$$l = 130 \quad ; \quad d = 0.80 \quad ; \quad D = 10.6 \quad ; \quad \Delta \operatorname{Log} B = \frac{4.24}{\sqrt{\mu}} .$$

x	B	μ	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{calc}$	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{mis}$
20	10.520	1375		
25	8.350	1470	1.30	1.26
30	6.440	1425	1.29	1.30
35	4.880	1295	1.30	1.32
40	3.570	1130	1 32	1.37
45	2 500	935	1.36	1.43
50	1.712	760	1.40	1.46
55	1.151	630	1.45	1.49
60	724	515	1.51	1.59
65	451	445	1.56	1.61
70	278	400	1.61	1.62
75	170	365	1.65	1.64
			15.75	16.09

TABELLA N. 2.

BASTONE DI FERRO OMOGENEO.

$l = 224$; $d = 1.30$; $D = 13.9$; $\Delta \operatorname{Log} B = \frac{5.42}{\sqrt{\mu}}$.

x	B	μ	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{calc}$	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{mis}$
30	9.820	2030		
40	7.830	2150	1.31	1.25
50	6.190	2140	1.31	1.26
60	4.850	2080	1 31	1.28
70	3.760	1960	1.32	1.29
80	2.840	1770	1.34	1.32
90	2.120	1540	1.36	1.34
100	1.500	1330	1.39	1.41
110	1.024	1120	1.43	1.46
120	656	870	1.49	1.56
130	403	730	1.56	1.62
140	239	570	1.64	1.69
150	137	460	1.74	1.74
160	72	370	1.85	1.90
170	37	340	1.94	1.95
180	18	320	1.99	2.06
			22.98	22.13

TABELLA N. 3.

FASCIO DI FILI DI FERRO RICOTTO DI 0.4 MM.

$l = 290$; $d_{app} = 1.30$; $s = 0.724$; $D = 12.3$; $\Delta \operatorname{Log} B = \frac{3.74}{\sqrt{\mu}}$.

x	B	μ	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{calc}$	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{mis}$
15	9.420	1150		
20	7.280	1110	91.2	1.29
25	5.530	990	1.30	1.32
30	4.100	820	1.33	1.35
35	2.900	630	1.38	1.41
40	1.965	475	1.45	1.48
45	1.290	365	1.53	1.52
50	804	290	1.61	1.60
55	486	230	1.71	1.65
60	280	210	1.79	1.74
65	162	180	1.86	1.73
			15.25	15.09

Se si tiene conto della considerevole difficoltà inerente alle misure qui intraprese, e soprattutto alla esatta determinazione della permeabilità nell'intervallo in cui essa varia dal suo valore massimo al minimo che compete alle piccolissime forze, i risultati delle ricerche sembrano confermare con sufficiente esattezza quelli della teoria, parecchi dei quali per la natura stessa del fenomeno complicato, e per le ipotesi messe a base della trattazione, non possono essere che approssimati.

b) *Caso della magnetizzazione periodica.*

La propagazione del flusso magnetico, eccitato da una forza periodica agente al mezzo di un'asta rettilinea di ferro, fu del pari oggetto di molte ricerche sperimentali. La maggior parte degli autori, partendo dal concetto che al fenomeno di propagazione dovesse competere una velocità finita, si preoccupò soprattutto della possibilità di determinarne il valore numerico, misurando gli spostamenti di fase del flusso a diversa distanza dalla sorgente di forza magnetizzante, e dividendo le distanze per i tempi corrispondenti alla frazione di periodo che in valore angolare misura gli spostamenti constatati.

Al cap. III abbiamo già chiaramente mostrato che gli spostamenti di fase sono caratterizzati dal ritardo della forza magnetica risultante in ogni sezione, in causa delle correnti parassite che la variazione periodica del flusso origina nella massa metallica; così, se di una velocità finita di propagazione si vuole parlare, questa si deve ritenere strettamente subordinata alle condizioni dell'esperimento.

Una anomalia più strana si presenta d'altronde nella interpretazione del fenomeno, quando si voglia esclusivamente accogliere il concetto di una velocità di propagazione del flusso, poichè nelle condizioni ordinarie di un'asta rettilinea di ferro, sottoposta nel mezzo ad una forza magnetica periodica, per una determinata distanza dalla sorgente magnetizzante, che Lyle e Baldwin chiamarono *distanza critica*, il ritardo di fase del flusso raggiunge un massimo, e nella regione successiva esso va nuovamente diminuendo. Così per un certo tratto dell'asta la fase rimane sensibilmente costante, e la velocità si dovrebbe ritenere infinita, laddove nel tratto ulteriore essa acquisterebbe un valore negativo.

La maggior parte degli altri autori non ha scoperto il fenomeno interessante, avendo limitato le misure al primo tratto dell'asta contiguo alla spirale magnetizzante, dove la variazione della fase in relazione alla distanza è sensibilmente lineare. Nelle loro ricerche però essi segnalarono valori estremamente discrepanti della velocità nelle diverse qualità di ferro, e soprattutto nei ferri la cui massa metallica offriva discontinuità di grado diverso.

Preoccupandomi in origine essenzialmente di accertare l'importanza delle correnti parassite nel caratterizzare gli spostamenti del flusso ed i valori apparenti della velocità di propagazione, io istituii le prime mie ricerche sopra sbarre massiccie e fasci rettilinei di fili di ferro, aventi un diametro differente. Gli spostamenti di fase del flusso venivano misurati determinando con un apparecchio di Joubert le fasi delle f. e. m. indotte a diversa distanza nella spirale secondaria; in molti casi tutta la curva della f. e. m. veniva rilevata per punti, allo scopo di studiare la legge di variazione del flusso, la quale si modifica colla distanza come Lyle e Baldwin hanno

dimostrato. Io non credetti però di dover sottoporre le singole curve ad un'analisi quantitativa, come i due autori inglesi hanno fatto, utilizzando l'analizzatore di onde ideato da Lyle [1]; la relazione fra le ampiezze e le fasi delle sinusoidi successive nella serie trigonometrica che rappresenta la variazione del flusso è difatti straordinariamente complicata, e direttamente subordinata alla legge di variazione della forza magnetomotrice, ed a tutte le proprietà magnetiche del materiale.

In questa prima parte delle ricerche, prescindendo dalla valutazione numerica dei coefficienti di dispersione, appariva sufficiente dimostrare che, tendendo ad annullarsi le correnti parassite, ogni differenza misurabile di fase tra i flussi e le f. e. m. indotte a diversa distanza tendeva a scomparire, ed il decremento del flusso assumeva al limite ad ogni distanza quel medesimo valore, che nelle misure con corrente continua già era stato verificato.

Costruii perciò i fasci rettilinei con fili di ferro di diametro di più in più sottile, arrivando sino al filo capillare della grossezza di 0,16 mm. Ritenni inutile impiegare per l'isolamento elettrico dei fili alcun mezzo supplementare, poichè si trattava di fili ricotti, uniformemente ricoperti alla superficie di un sottilissimo strato di ossido, che presentava già per sè stesso una conducibilità assai limitata.

Il risultato delle misure confermò pienamente le previsioni teoriche. Nei fasci composti con fili di 0,4 mm. di diametro il decremento del flusso misurato con corrente alternata di frequenza diversa, fra 40 e 120 periodi al 1″, presentava differenze insignificanti rispetto a quello constatato con corrente continua, e lo spostamento massimo di fase, misurato in corrispondenza della distanza critica, non eccedeva 1 a 2 centesimi della durata del periodo completo.

Nei fasci composti di filo di ferro di 0,16 mm., non solo non era possibile rilevare con sicurezza alcuna divergenza del decremento con corrente continua e alternata, ma gli spostamenti massimi di fase non eccedevano 1 centesimo del periodo completo, e lasciavano con ogni verisimiglianza prevedere che un frazionamento ulteriore della massa li avrebbe resi completamente evanescenti.

A titolo di esempio riporto nella tabella seguente i valori misurati della fase della f. e. m. indotta a distanze diverse in un fascio rettilineo di fili di ferro del diametro di 0,16 mm., avente la lunghezza di 3 m. ed il peso di kg. 1,656, corrispondente ad una sezione media dell'ordine di 0,70 cmq.; nonchè i decrementi del flusso di 10 in 10 cm., rilevati fino ad una distanza di 1 m. dalla spirale magnetizzante, collocata al mezzo del fascio, e percorsa rispettivamente da corrente continua e da corrente alternata.

La spirale primaria aveva 342 spire, e quella secondaria 2000. La corrente di eccitazione aveva in un caso la intensità continua di 10 ampère; nell'altro quella efficace di 8,4 ampère, colla frequenza di 100 periodi al 1″. In questo caso essa era fornita da un piccolo alternatore di Thury a semplice ferro rotante, il quale possiede 6 sporgenze polari, in guisa che gli spostamenti di fase sperimentalmente misurati al disco di Joubert devono essere moltiplicati per 6 per essere espressi in gradi sessagesimali del periodo intero.

[1] Philosophical Magazine, vol. IV, 1903.

Delle piccole incertezze relative alle misure di decremento del flusso con corrente alternata si trova giustificazione sufficiente, quando si pensi che ogni valore del flusso scaturisce dall'integrazione grafica di una curva completa di f. e. m., rilevata per punti e misurata col planimetro, tenendo conto delle indispensabili variazioni di sensibilità introdotte nel rilievo delle ordinate, allo scopo di avere figure di dimensioni convenienti. Le due somme di rapporti misurati non differiscono tra loro, malgrado ciò, che di 2 % circa. Lo spostamento massimo di fase, a partire dal mezzo, è ridotto sul disco a 45′, ossia in valore sessagesimale a 4° e $^1/_2$, che, per la lunghezza di 50 cm. e la durata di periodo di 0″,01, corrisponderebbero ad una velocità media apparente di propagazione dell'ordine di 4 km. per 1″ circa. Il valore minimo della velocità nel primo tratto, dove la variazione di fase è sensibilmente lineare, apparirebbe dell'ordine di 2 km. al 1″.

TABELLA N. 4.

x	Fase	Magnetizzazione continua		Magnetizzazione alternata	
		B	$\frac{B}{B'}$	B	$\frac{B}{B'}$
10	178°10′	15.700		15.430	
20	178 20	9.420	1.67	9.580	1.61
30	178 30	5.400	1.74	5.200	1.84
40	178 40	2.780	1.94	2.920	1.78
50	178 45	1.220	2.28	1.340	2.18
60	178 40	493	2.47	580	2.31
70	178 32	220	2.24	257	2.26
80	178 28	112	1.96	126	2.04
90	178 25	63	1.78	72	1.75
100	178 20	41	1.54	45	1.60
			17.62		17.37

Il fenomeno complesso del decremento di ampiezza e del ritardo di fase del flusso al crescere della distanza dalla sorgente della forza magnetomotrice presenta adunque ancora qui tutti i caratteri osservati da Baldwin e Lyle, salvochè, essendo per il più sottile frazionamento del ferro grandemente attenuate le correnti parassite, anche gli spostamenti di fase risultano di gran lunga minori, e maggiore apparisce la velocità di propagazione. Verso gli estremi dell'asta, dove la intensità di magnetizzazione diventa evanescente, anche il ritardo di fase rispetto alla regione centrale tende asintoticamente ad annullarsi.

Sovrapponendo al fascio rettilineo di fili un tubo di ottone di diversa grossezza, come già aveva operato Zenneck nelle sue esperienze qualitative, io ottenni ancora la riproduzione del medesimo fenomeno. Saturando egualmente il ferro all'origine, ed aumentando lo spessore del tubo, il decremento del flusso rapidamente aumenta, e

crescono gli spostamenti di fase in guisa che nel primo tratto dell'asta la velocità di propagazione appare radicalmente diminuita.

Così col primo fascio composto di fili di 0,4 mm., avviluppato con un tubo di ottone dello spessore di circa 1 mm. e del diametro esterno di 24, il quale alla temperatura ordinaria presentava parallelamente all'asse una resistenza di circa 9 diecimillesimi di ohm. per metro, eccitando il flusso con una corrente alternata della frequenza di 100 periodi, lo spostamento di fase nel primo tratto del fascio contiguo alla spirale magnetizzante era di circa 5° sessagesimali per ogni centimetro di lunghezza, ciò che corrisponde ad una minima velocità di propagazione dell'ordine di 72 m. per 1″. Lo spostamento massimo di fase in corrispondenza della regione critica appariva dell'ordine di $^1/_3$ del periodo. Al crescere della distanza il ritardo di fase nuovamente diminuiva, tendendo a scomparire verso gli estremi. Il valor medio del rapporto tra le ampiezze del flusso, misurate a distanza di 10 cm., era dell'ordine di 5 unità, triplo circa di quello misurato senza l'involucro d'ottone.

Risultati perfettamente simili si ottennero col secondo fascio di fili di 0,16 mm.

La interpretazione quantitativa di questi risultati, non meno che di quelli analoghi già ottenuti dagli esperimentatori precedenti, è però complicata da tutte le circostanze che rendono incerta e laboriosa la valutazione dei coefficienti di dispersione per le aste rettilinee.

Allo scopo di paragonare i risultati della teoria con quelli dell'esperimento, io adottai perciò l'altra disposizione già descritta, ripiegando il fascio in due rami paralleli, collocati a piccola distanza, ed avviluppati mediante due tubi d'ottone lungo i quali potevano scorrere solidariamente le due spirali secondarie.

La spirale primaria era, come al solito, disposta sul giogo, in corrispondenza del quale apparve opportuno di lasciar mancare l'involucro, allo scopo di non aumentare inutilmente le correnti parassite, e la intensità della corrente di eccitazione necessaria per la saturazione del ferro. Questo aveva naturalmente per effetto una discontinuità nella distribuzione del flusso; siccome però il primo tratto delle aste, contiguo alla sorgente di forza magnetomotrice, presentava in generale una distribuzione magnetica complicata dalla rapida variazione del potenziale della corrente primaria, le misure non si potevano utilmente iniziare che ad una certa distanza, oltre alla quale anche la influenza della discontinuità dell'involucro perdeva qualsiasi importanza.

Misure analoghe vennero del resto eseguite da me anche sopra aste massiccie di ferro ripiegate nella medesima forma, in modo da conferire alla sostanza in ogni elemento le stesse proprietà elettriche. La interpretazione di queste misure però diventa per un altro riguardo maggiormente complicata, dovendosi nella equazione differenziale del fenomeno tener conto delle correnti parassite che acquistano una diversa intensità a profondità diversa nell'asta, e dànno un campo di reazione variabile colla distanza dell'asse.

Anche la misura della conduttività elettrica dell'asta nel senso tangenziale offre difficoltà, poichè il ferro commerciale, profilato in aste cilindriche al laminatoio od alla filiera, non ha mai una struttura perfettamente omogenea; bensì esso presenta nella massa delle superficie di discontinuità longitudinali, le quali creano in direzione tras-

versale una resistenza elettrica ed una riluttanza magnetica che non hanno le corrispondenti in direzione longitudinale. Qualitativamente i risultati ottenuti colle aste massiccie, sottoposte a magnetizzazione alternata, si accordano perfettamente con quelli dei fasci circondati da involucro metallico, e contribuiscono perciò alla conferma dei risultati della teoria.

Coll'asta od il fascio ripiegati in rami paralleli, il coefficiente di dispersione si può trattare con sufficiente approssimazione come costante, e le variazioni dell'ampiezza e della fase del flusso devono risultare esclusivamente subordinate al valore calcolabile di questo coefficiente, oltre che alla permeabilità del ferro, vaviabile colla saturazione.

Giova per la verifica sperimentale ricorrere a quelle condizioni per le quali è possibile adottare talune ipotesi semplificative. Assumendo per es. un involucro metallico di resistenza relativamente grande, ed una forza magnetomotrice di piccola frequenza, alcuni termini nello sviluppo dei parametri β e γ assumono di fronte agli altri una piccola importanza.

Io ho all'uopo utilizzato i due fasci già citati, e composti rispettivamente di fili di ferro ricotti, del diametro di 0,4 e 0,16 mm., e della lunghezza complessiva di m. 3; essi vennero ripiegati in due rami paralleli, e questi mantenuti ad una distanza prestabilita mediante ganci e funi di ancoraggio; la lunghezza dei due rami risultava così poco minore di un metro e mezzo.

Il tubo di ottone, impiegato a costituire l'involucro metallico attorno ai rami paralleli in parecchie di queste misure, è lo stesso già adoperato per le ricerche qualitative sopra i fasci rettilinei, e possiede il diametro esterno di 24 mm. e lo spessore medio di 0,95. La sua resistenza alla temperatura ordinaria per ogni metro di lunghezza è stata trovata di 0,000894 ohm., in modo che la resistenza specifica si può ritenere dell'ordine di 6,13 microhm cm., e la resistenza periferica per ogni porzione di tubo avente la lunghezza di 1 cm. appare dell'ordine di 0,000466 ohm., ossia di unità assolute 466000.

Per realizzare una forza magnetomotrice periodica di frequenza relativamente esigua, mi servii della corrente alternata fornita da una macchina tetrapolare della fabbrica Gadda, costruita come generatrice di corrente continua con eccitazione in parallelo, ma provvista anche di un collettore separato a quattro anelli derivati da punti fissi dell'indotto, in modo da poterla impiegare come generatrice di corrente alternata monofase o trifase, oppure come macchina convertitrice. La macchina era comandata mediante una cinghia da un motore sincrono a corrente alternata, ad una velocità costante di 1080 giri, alla quale corrisponde per le correnti alternate una frequenza

$$n = 36.$$

Per il rilievo delle curve di variazione delle grandezze alternate la macchina è munita di un apparecchio di Joubert della solita forma, costruito nel nostro laboratorio. Per lo scopo di queste misure però, e per le ordinarie ricerche che si eseguiscono sopra i campioni di ferro industriale assoggettati a magnetizzazione periodica, l'apparecchio è stato trasformato, applicando sulla fronte del cilindro di ebanite che ruota

solidariamente coll'armatura, due settori metallici occupanti uno spazio di 90°, e collegati metallicamente tra loro e con un anello continuo sul quale si appoggia la prima spazzola dell'apparecchio di Joubert. Fra questa ed una seconda spazzola, appoggiata alla fronte del cilindro dove sono fissati i settori, e mobile lungo una scala graduata, si trovavano in serie collegate le due spirali secondarie, scorrevoli lungo i rami paralleli dell'asta, ed un galvanometro magnetoelettrico a campo radiale sensibilmente uniforme, munito di un shunt universale.

L'apparecchio costituiva così un interruttore periodico sincrono, del tipo ideato da Sahulka (1), il quale manteneva chiuso per la metà di ogni periodo il circuito indotto, lasciando sviluppare attraverso al galvanometro altrettante correnti istantanee dovute alla periodica variazione del flusso concatenato colle spire. Siccome la fase del flusso all'inizio ed alla fine del mezzo periodo di chiusura può essere modificata spostando la seconda spazzola lungo la scala graduata, quando questa percorre l'angolo π, corrispondente ad un periodo completo dell'alternatore, la fase medesima si modifica di 2π, e le deviazioni del galvanometro, convenientemente corrette, forniscono le ordinate di una curva che caratterizza proporzionalmente la variazione del flusso durante un intero periodo. I punti d'inversione della corrente indotta individuano sulla curva la inversione del flusso; quelli di ordinata massima corrispondono al valore massimo positivo e negativo del flusso, il quale in base agli elementi della misura può essere immediatamente calcolato.

Per questo, se indichiamo con N_2 il numero delle spire secondarie, con r_2 la resistenza in ohm del circuito, con $i_{2\,max}$ la intensità massima della corrente indotta in ampère, con n la frequenza dei periodi magnetici, e con φ_{max} il valore massimo del flusso, si ha evidentemente:

$$i_{2.max} = \frac{2n\,\varphi_{max}\,N_2}{r_2} \cdot 10^{-8}\,.$$

Tarando il galvanometro come voltometro con tutta la resistenza del circuito ad esso collegato, e denominando $e_{2\,max}$ il valore massimo della f. e. m. indotta, si ha più semplicemente:

$$e_{2.max} = 2n\,N_2\,\varphi_{max}\,.\,10^{-8}\,.$$

Procedendo in questo modo si ha il vantaggio di poter rilevare con una sola lettura di deviazione permanente il valore massimo del flusso di cui si studia la propagazione, laddove col metodo seguìto in precedenza questo si doveva ricavare mediante l'integrazione di tutta la curva della *f. e. m.* Anche le fasi del flusso si ritrovano qui più speditamente, movendo lungo la scala graduata il corsoio che porta la seconda spazzola, fino a trovare le posizioni di inversione della corrente, laddove nel metodo precedente la inversione del flusso corrispondeva ai massimi della f. e. m., i quali nella curva risultano individuati con minore esattezza. Leggendo le deviazioni del galvanometro in molte posizioni intermedie del corsoio, si ottiene con estrema rapidità e grande esattezza l'andamento della curva del flusso per tutta la durata del periodo.

(1) Elektrotechnische Zeitschrift, 1907, pag. 987.

In sostanza l'apparecchio descritto presenta una grande analogia con quello ideato da Lyle (1) per il rilievo e l'analisi delle curve di variazione dei flussi alternativi, il quale venne adoperato dai due esperimentatori inglesi nelle loro ricerche già citate. La differenza consiste nel fatto che l'apparecchio di Sahulka funziona da semplice interruttore periodico, mentre quello di Lyle è un vero commutatore, il quale inverte periodicamente la direzione della corrente secondaria di un trasformatore ad aria, il cui circuito primario è collegato colla spirale esploratrice. Se il numero dei segmenti del commutatore è scelto in modo da produrre la inversione due volte in ogni periodo, la curva rilevata individua la variazione periodica completa del flusso, laddove scegliendo un numero di segmenti triplo, quintuplo, etc., si otterranno le ordinate delle armoniche successive di ordine 3°, 5°, ecc.

Le osservazioni eseguite col mio apparecchio sopra i due fasci di fili ripiegati in rami paralleli, e privi di involucro metallico, confermarono pienamente il risultato delle esperienze già eseguite sul fascio rettilineo. La fase del flusso, oltre una certa distanza dal giogo, presso il quale la ripiegatura del ferro e la presenza della spirale magnetizzante creano elementi di eterogeneità nel fenomeno, si conserva con tutta l'approssimazione costante nel fascio di fili più sottili, ed in quello di fili di 0,4 mm. presenta piccolissime variazioni, da attribuirsi con ogni verosimiglianza alle correnti parassite che nella massa metallica, non frazionata con sufficiente finezza, non risultano del tutto eliminate.

Il decremento dell'ampiezza del flusso a distanze diverse, misurato col metodo di Sahulka sotto l'azione di forze magnetizzanti alternate, non presenta alcuna divergenza apprezzabile rispetto a quello misurato col metodo dell'inversione sotto l'azione di forze continue. Non solamente il coefficiente di dispersione appare così identico nei due casi, ciò che si poteva facilmente supporre *a priori*; ma la dispersione magnetica si può con sufficiente sicurezza calcolare, attribuendo al ferro per ogni tronco dell'asta la permeabilità media che gli compete fra i limiti della induzione che corrispondono ai valori istantanei massimi realizzati nel periodo, anzichè fra il valore massimo della magnetizzazione e quello nullo; ciò che non si poteva forse prevedere con eguale sicurezza.

Per il fascio di fili di 0,4 mm. di diametro furono già riportati nella tabella n. 3 (pag. 518) i risultati di un gruppo di osservazioni eseguite nell'aprile 1908 con magnetizzazione continua, quando il fascio stesso era stato da poco allestito dopo la ricottura dei fili. In quelle esperienze il fascio era sdoppiato in due rami paralleli, situati alla distanza di 12,3 cm. ed aventi ognuno una sezione di 0,724 cmq., un diametro apparente di cm. 1,30, ed una lunghezza complessiva di circa 3 m. A distanza di parecchi mesi (dicembre 1908), dopo aver utilizzato il fascio in molte prove di diversa natura, e riunito i due rami originarî a costituire un fascio unico di sezione doppia 1,45 cmq., venne rilevata nuovamente la curva di magnetizzazione, che non presenta di fronte alla prima divergenze sostanziali, e poi istituita una serie nuova di misure comparative mediante magnetizzazioni continue ed alternate.

Il fascio, che possedeva ora un diametro apparente di 2 centimetri, venne ripiegato in due rami paralleli della lunghezza di m. 1,50 circa, collocati alla distanza

(1) Philosophical Magazine, vol. VI, 1903, pag. 549.

di 11 cm., in modo da presentare le estremità aperte. La spirale magnetizzante, composta di 1250 spire, era disposta sul giogo; le spirali esploratrici gemelle, mobili solidariamente lungo i due rami paralleli, contenevano ognuna 2000 spire.

L'ampiezza del flusso a diversa distanza colle magnetizzazioni alternate si rilevò col metodo di Sahulka; per le magnetizzazioni continue si adoperò il solito metodo balistico con inversione della corrente.

Malgrado la sufficiente concordanza dei risultati sperimentali con quelli della teoria, ottenuti in precedenza introducendo nel calcolo della dispersione il coefficiente ε che competerebbe ad un cilindro massicio dello stesso diametro apparente, preferii in questo caso di dedurre il coefficiente medesimo dall'esperienza, considerando come nota la permeabilità ed il decremento logaritmico del flusso.

La serie eseguita con magnetizzazione continua ha fornito i risultati contenuti nella seguente tabella. I coefficienti di dispersione, in base ai decrementi logaritmici della induzione entro ai tronchi della lunghezza di 10 cm., sono calcolati con la formula:

$$\varepsilon = 0{,}01 \,.\, \mu S \,.\, [\Delta \log_n B]^2 = [0{,}23\, \Delta \log_{10} B]^2 \, \mu S \,.$$

Alla μ sono attribuiti semplicemente i valori medî aritmetici fra quelli che competono ai valori estremi della induzione nel tronco, per evitare la complicazione di una integrazione parziale dell'area della curva corrispondente ad ogni intervallo.

TABELLA N. 5.

x	B	μ	μ_m	$\Delta \log_{10} B$	ε
20	9.030	1015			
			992	0.189	2.72
30	5.850	970			
			865	221	3.24
40	3.510	760			
			645	260	3.34
50	1.930	530			
			440	324	3.54
60	915	350			
			300	355	2.90
70	404	250			
			230	390	2.68
80	165	210			
					3.07

Una serie analoga, eseguita con magnetizzazione alternata, ha fornito analoghi risultati: il valore medio di ε, da essa dedotto fra gli stessi limiti di magnetizzazione, è 3,03. Il valore di ε, calcolato per un cilindro massiccio di diametro equivalente a quello apparente del fascio è 2,63. Le misure di flusso e di permeabilità, dalle quali il coefficiente di dispersione è dedotto, sono però troppo complesse, e suscettibili di una approssimazione troppo limitata, per permettere di affermare con sicurezza che la piccola divergenza constatata corrisponda esattamente al vero. Sarebbe del pari arrischiato dedurre da questi soli risultati dell'esperienza che in un fenomeno così compli-

cato, nel quale certamente deve avere una influenza la caduta di potenziale magnetico in senso radiale internamente al fascio, il coefficiente ε assuma veramente una variazione graduale come quella che appare dalla tabella, sebbene per un certo riguardo appaia verosimile che, al decrescere di μ, ε abbia a decrescere.

Per lo scopo di queste misure è ritenuta sufficiente l'approssimazione che si può avere introducendo nei calcoli il valore medio trovato, l'errore del quale, se per avventura scaturisse dalla inesatta valutazione della permeabilità, non avrebbe grande effetto nei calcoli successivi, dove compare a fattore delle espressioni β e γ il quoziente $\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$.

Ora nella tabella seguente sono raccolti i risultati delle misure di decremento eseguite sul medesimo fascio, quando esso era munito dei due tubi di ottone, di cui furono già indicate le dimensioni e la resistenza, eccitando il flusso con corrente alternate della frequenza di 36 periodi.

Secondo le formole del cap. III si deve avere:

$$\beta^2 = \frac{\varepsilon}{2\mu S}\left[1 + \sqrt{\left(\frac{8\pi^2 n S \mu}{r}\right)^2 + 1}\right].$$

TABELLA N. 6.

x	B	μ	μ_m	10β	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{calc}$	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{mis}$
10	8870	1000				
			890	1.028	2.79	2.42
20	3660	780				
			605	1.058	2.88	2.63
30	1390	430				
			345	1.133	3.10	3.17
40	438	260				
			233	1 219	3.38	3.23
50	135.5	206				
			196	1.269	3.56	3.60
60	37.6	186				
			184	1.290	3.63	4.24
70	8.86	182				
					19.34	19.29

Prescindendo dalle piccole divergenze dei valori singoli, le quali sono ampiamente giustificate dalle ragioni già dette, l'accordo tra i valori medî non potrebbe desiderarsi più perfetto, riducendosi la loro differenza a $^3/_{1000}$.

Un accordo altrettanto soddisfacente non sono però riuscito a stabilire tra i valori misurati dello spostamento di fase e quelli calcolati colla formola teorica:

$$\gamma^2 = \frac{\varepsilon}{2\mu S}\left[-1 + \sqrt{\left(\frac{8\pi^2 n S \mu}{r}\right)^2 + 1}\right].$$

pure tenendo conto dello spostamento di fase tra il potenziale magnetico ed il flusso, il quale varia a sua volta colla legge indicata a suo tempo:

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{\gamma}{\beta}.$$

Nella seguente tabella sono riportate le fasi del flusso lette direttamente all'apparecchio di Sahulka φ, ed i valori di γ e δ calcolati in base a quelli assunti di ε e di μ.

TABELLA N. 7.

x	φ	$\Delta\varphi$	$10\,\gamma$	δ
10	336°			
20	315	21° × 2	0.905 = 51°.9	41°.4
30	296	19	879 = 50. 4	39. 6
40	280	16	821 = 47. 0	36. 0
50	266	14	763 = 43. 7	32. 0
60	254	12	733 = 42. 0	30. 0
70	243	11	721 = 41. 3	29. 1

Gli spostamenti di fase misurati nei successivi tronchi della lunghezza di 10 cm. vanno con una certa regolarità decrescendo da 42° a 22°; quelli previsti dalla teoria, tenendo conto della variazione concomitante del termine positivo γx e di quello negativo δ, variano da 53° a 42° circa. Un accordo migliore non si ebbe nemmeno nelle altre numerose serie di osservazioni da me eseguite e calcolate per il medesimo fascio di fili. Nè le misure eseguite sopra il fascio di fili più sottili condussero per questo riguardo a migliori risultati. In esso si verificava anzi, pel flusso, malgrado la nuova disposizione a rami paralleli, un ritardo di fase gradualmente crescente fino ad una determinata distanza, dove questo raggiungeva un massimo, e dopo nuovamente diminuiva.

Il timore che la resistenza elettrica periferica del tubo d'ottone, desunta dalle misure di quella longitudinale, non corrispondesse al vero per la eventuale presenza di una discontinuità nella parete saldata di metallo, venne in questo caso eliminato sostituendo al primitivo involucro un tubo di piombo trafilato, che offriva una resistenza tangenziale assolutamente uniforme, ma col sussidio del quale non vennero rimosse le anomalie prima osservate. Per la più sottile divisione della massa il calcolo del coefficiente di dispersione offriva qui ancora maggiori incertezze.

Il fatto che lo spostamento di fase, come nelle esperienze di Lyle e Baldwin, possa crescere dapprima sino a raggiungere un massimo, e dopo di esso nuovamente diminuire, non si esclude *a priori* nella teoria analitica, perchè, mentre l'ascissa x va crescendo, decresce la permeabilità, e γ diminuisce, laddove l'angolo negativo δ va

lentamente diminuendo pel decrescere di γ e pel crescere di β, così che la somma $\gamma x - \delta$ potrebbe per avventura raggiungere un massimo, e dopo nuovamente diminuire. I tentativi da me eseguiti per mettere d'accordo i risultati della teoria con quelli dell'esperienza riuscirono peraltro in ogni caso infruttuosi; gli spostamenti di fase calcolati eccedono tutti considerevolmente quelli misurati.

Ora però parecchie ragioni possono intervenire a dar ragione almeno in parte della divergenza che si è qui verificata, mentre in parte essa origina forse dal fenomeno di imperfetta polarizzazione magnetica che noi abbiamo completamente lasciato fuori di considerazione.

E prima di tutto è da notare che la variazione periodica del flusso in ogni sezione, la quale si può rilevare facilmente col disco di Joubert o coll'apparecchio di Sahulka, segue in verità con tutta l'approssimazione la legge sinusoidale, risultando le armoniche superiori energicamente smorzate dalle correnti parassite, come dimostrano le numerose curve da me rilevate pel fascio in questione a distanze diverse dal giogo, quando la magnetizzazione era prodotta con corrente alternata, ed il fascio avviluppato dai due tubi di ottone.

La legge di variazione della forza magnetica in una sezione qualunque non ci è però nota, poichè essa dipende sostanzialmente dalle correnti parassite, delle quali noi non abbiamo portato in conto se non quelle di frequenza fondamentale. Noi non conosciamo perciò nemmeno la legge di variazione della permeabilità in questo caso, ed i risultati della teoria, per la quale si è messa a base la costanza di μ, appaiono affetti da un certo grado di arbitrarietà.

Si deve ancora osservare che, mediante l'apparecchio di Sahulka, non altrimenti che coll'analizzatore di Lyle, le fasi del flusso sono essenzialmente desunte dagli incontri delle curve rispettive coll'asse delle ascisse, in corrispondenza dei quali il ferro si trova in condizioni di piccolissima saturazione, la permeabilità assume i minimi valori, e minimi diventano gli spostamenti unitarî γ e l'angolo δ. Se per es. noi introducessimo nella valutazione degli angoli γ i valori minimi della permeabilità, troveremmo nel 1° fascio l'angolo 10γ ridotto per tutti i tronchi ad una quarantina di gradi e, sebbene β vada crescendo, e peciò δ diminuisca costantemente al diminuire del flusso e della permeabilità, ci accosteremmo colla previsione teorica discretamente al risultato dell'esperienza.

Non è nemmeno da escludere che ε al decrescere di μ vada decrescendo, come sembrano mostrare i risultati della tabella n. 5 nè finalmente è da tacere che da piccoli errori sono certamente affetti i valori trovati della permeabilità, atteso che non era possibile costituire coi fili in questione un corpo di prova magneticamente chiuso in modo perfetto, e gli errori di μ si rendono per la natura algebrica della espressione assai più sensibili nella valutazione delle γ che non in quella delle β.

CONCLUSIONE.

I risultati acquisiti concordano con quelli della teoria perfettamente, per quanto riguarda il decremento dell'ampiezza del flusso, nella valutazione del quale si può perciò con completa fiducia introdurre il coefficiente di dispersione da me calcolato,

attribuendo alla permeabilità in ogni tronco il valore medio realizzato fra i limiti rispettivi della induzione, tanto per la magnetizzazione continua quanto per quella alternata. La isteresi magnetica non sembra avere sulla dispersione del flusso alcuna influenza marcata, all'infuori di quella che si può prevedere in ogni circuito magnetico, non completamente chiuso entro al ferro, per cui, a seconda della variabile riluttanza dello interferro, si viene a caratterizzare uno spostamento di fase variabile tra la forza magnetomotrice applicata ed il flusso che origina da essa.

La fase del flusso si può ritenere inalterata in ogni sezione, sempre che la massa del ferro sia convenientemente frazionata, in modo da rendere trascurabile la intensità e la reazione delle correnti parassite, ed in tale condizione non è il caso di parlare di una velocità finita di propagazione, poichè le misure eseguite inducono a ritenere questa velocità indefinitamente grande, od almeno superiore ad ogni limite che i nostri mezzi sperimentali permettano di accertare.

Quando intervengono le correnti parassite, la cui reazione elettromagnetica ha per effetto di smorzare efficacemente tutte le armoniche superiori nella variazione periodica del flusso, le ampiezze decrescono più rapidamente, ed in una misura che la teoria di Zenneck permette di calcolare con grande approssimazione. La isteresi magnetica non sembra nemmeno qui avere un'influenza marcata, laddove la resistenza elettrica offerta dai circuiti interni assume la massima importanza.

La fase del flusso varia però con una legge più complicata, della quale probabilmente la teoria di Zenneck non basta a fornire tutti gli elementi quantitativi. Forse la isteresi magnetica assume qui una parte importante nel fenomeno, che nessuno ha chiarito finora. Per portarla in conto converrebbe scrivere la equazione del circuito magnetico attribuendo un determinato ritardo di fase al flusso rispetto alla forza magnetomotrice che si impiega a vincere la riluttanza del ferro. Siccome però tutte le linee di induzione si chiudono attraverso all'aria, la riluttanza della quale è vinta da una componente della forza magnetomotrice in fase col flusso, e variabile da sezione a sezione, la differenza di fase tra il flusso e la forza magnetomotrice totale varia a sua volta, ed introduce nel fenomeno un elemento ulteriore di complicazione, di cui non è agevole prevedere la influenza quantitativa.

La questione interessante segnalata da Lyle e Baldwîn resta adunque, almeno in parte, ancora aperta. Alla conoscenza generale dei fenomeni inerenti alla propagazione magnetica le ricerche attuali hanno peraltro, dopo quelle degli osservatori precedenti, in tanto portato un nuovo contributo, in quanto per esse si è più chiaramente confermata la importanza esclusiva delle correnti parassite nel caratterizzare gli spostamenti di fase del potenziale magnetico e del flusso da una sezione all'altra dell'asta, importanza già segnalata da Oberbeck e da Zenneck; per la prima volta inoltre si è stabilita, almeno pei casi più semplici, mediante la disposizione nuova dell'asta, la concordanza completa dei risultati teorici con quelli dell'esperienza.

Abbandonando il concetto di una vera e propria velocità finita di propagazione del flusso magnetico nelle aste esperimentate, non si vuol certo intendere che questa propagazione abbia luogo, in qualsiasi direzione e mezzo, con una vetocità infinita; ma solamente si esclude che la velocità intrinseca di tale propagazione abbia valori così limitati, da potersi rilevare mediante misure di fase istituite sopra campioni

di breve lunghezza, come quelli che si sogliono adoperare nelle ordinarie esperienze di laboratorio.

L'ing. Giorgi, trattando il problema da un punto di vista più generale, e portando in conto, oltre alle correnti di conduzione sviluppate nella massa metallica, anche quelle di spostamento originate nel mezzo circostante, ha dimostrato che, pure al cessare delle prime, le quali nel fenomeno pratico sogliono avere la maggiore importanza, le seconde intervengono a caratterizzare una velocità finita di propagazione della induzione nelle sostanze magnetiche. Salvochè questa velocità, per l'ordine di grandezza, si accosta a quella con cui le perturbazioni elettromagnetiche e la luce si propagano attraverso ai mezzi coibenti, per cui nei limiti delle esperienze ordinarie essa si può per approssimazione considerare come infinita.

RELAZIONE

letta a nome dei Soci MAGGI (relatore) e PIZZETTI, nella seduta del 7 febbraio 1909, sulla Memoria del dott. S. ENA, intitolata: *Intorno alla rotazione dei corpi muniti di movimenti ciclici stazionarii.*

Il lavoro del dott. Silvio Ena si connette intimamente colle ben note ricerche di Volterra *Sul movimento di rotazione di un corpo con movimenti ciclici stazionarii.* L'A. si è proposto di arrecare a queste ricerche il contributo di un complemento collo studio delle proprietà del movimento del corpo nello spazio fisso: lato del problema da Volterra non particolarmente indagato, come meno interessante per le questioni fisiche da lui prese in considerazione.

Muove quindi dal richiamo di proprietà e di formola stabilite da Volterra (§ 1). E, passando alla proposta questione, nel caso generale, trova la proprietà che la sviluppabile inviluppo dei piani dello spazio fisso, che toccano l'ellissoide d'inerzia relativo al punto fisso nelle successive posizioni del polo, tocca una certa quadrica di rotazione, avente per asse l'asse del piano invariabile descritto dal punto fisso, secondo l'intersezione di detta quadrica colla superficie conica luogo degli assi della quantità di moto areale, rispetto al punto fisso, del movimento interno, condotti pel punto fisso medesimo (§ 2). Procedendo poi alla ricerca dell'*erpolodia*, trova che questa deve anche giacere sopra una certa superficie algebrica di rotazione, avente per asse il suddetto asse del piano invariabile, da lui chiamata *sostegno* dell'erpolodia (ibid.). Di qua in avanti specializza il problema, riducendolo al caso che l'asse della quantità di moto areale rispetto al punto fisso del movimento interno sia uno degli assi principali d'inerzia del corpo relativi al punto fisso. Comincia col trasformare le equazioni differenziali del movimento, valendosi in sostanza del metodo di Volterra (§ 3); e poi, distinguendo i varii casi dipendenti dalle diverse ipotesi sugli assi principali d'inerzia e sulle condizioni iniziali, le integra, in generale, colle funzioni ellittiche di Jacobi e di Weierstrass (§§ 4, 5) e colle funzioni circolari nei casi degeneri (§ 6). Determina e studia, in questi singoli casi, la polodia (§ 7), e il sostegno dell'erpolodia, che risulta una quadrica (§ 8). Delle quali nozioni si vale in seguito per la determinazione e lo studio della stessa erpolodia, in determinati casi speciali, fornendo così, in codesti casi, una completa descrizione del proposto movimento.

La Commissione reputa questi risultati abbastanza notevoli per proporne la pubblicazione negli Atti dell'Accademia.

Intorno alla rotazione dei corpi muniti di movimenti ciclici stazionarii.

Memoria del dott. SILVIO ENA.

I.

Introduzione — Generalità.

A spiegare la variazione delle latitudini, Volterra ha emesso una nuova teoria (*Sur la variation des latitudes*, Acta Mathematica, t. 22), la quale fa dipendere il movimento del polo terrestre dalle correnti aeree e marine, ed anche dal passaggio della materia da uno stato di aggregazione all'altro: precipitazioni atmosferiche ecc.

Egli ha dovuto perciò studiare in teoria il movimento dei corpi muniti di *movimenti ciclici*, cioè di corpi non rigidi, aventi nel loro interno, od alla loro superficie, movimenti particolari di materia omogenea tali da non alterare la distribuzione iniziale delle masse del corpo.

Fermandosi in ispecial modo a considerare la rotazione di un sistema siffatto attorno ad un punto fisso, nella completa assenza di forze esterne, Volterra ha mostrato come si possa ad essa applicare immediatamente il metodo della rappresentazione geometrica del Poinsot.

Quello però che non è immediato è lo studio del movimento del corpo nello spazio assoluto, ciò che appunto costituisce una delle maggiori eleganze della teoria del Poinsot sopra la rotazione dei corpi perfettamente rigidi.

Io credo, in queste pagine, di avere fatto almeno il primo passo nella soluzione di questo problema.

Richiamiamo le cognizioni indispensabili al nostro scopo (vedi luogo citato).

Consideriamo un corpo perfettamente rigido, ed ammettiamo nel suo interno, od alla sua superficie, la esistenza di alcune parti mobili rispetto alle altre senza che venga alterata col loro movimento la distribuzione delle masse del corpo. Per fissare le idee, immaginiamo uno o più tori di rotazione, costituiti di materia omogenea, moventisi nella propria cavità: evidentemente con ciò, il corpo, senza esser rigido,

non perde la distribuzione iniziale delle masse. Generalmente potremo ammettere la esistenza nell'interno del corpo di tante correnti incanalate di sostanze omogenee, anche in questo caso, pur non esistendo la rigidità del corpo, la distribuzione delle masse non è alterata da siffatti movimenti.

Ciò posto, supponiamo il corpo animato da un movimento di rotazione attorno ad un punto fisso ed assumiamo come assi mobili (ξ, η, ζ) la terna degli assi principali d'inerzia uscenti da esso. Evidentemente essi saranno assi principali d'inerzia del corpo per tutta la durata del movimento, poichè la distribuzione delle masse, che li caratterizza, non viene alterata. Indichiamo, allora, con A, B, C, i momenti d'inerzia del corpo rispetto agli assi ξ, η, ζ; con p, q, r, le componenti, rispetto ai medesimi, della velocità istantanea di rotazione per effetto del moto d'insieme del corpo, e finalmente, indichiamo con m_1, m_2, m_3 le componenti, prese sempre nelle direzioni ξ, η, ζ dell'asse della coppia delle quantità di moto, dovute ai soli movimenti interni. Allora, le componenti dell'asse della coppia risultante delle quantità di moto relative agli assi principali d'inerzia, uscenti dal punto fisso, hanno per espressione:

$$Ap + m_1 \qquad Bq + m_2 \qquad Cr + m_3 .$$

Dopo ciò, si assuma nello spazio assoluto una terna di assi fissi ortogonali x, y, z, ai quali riferiamo il corpo in movimento, e si indichi, coi simboli che risultano dal seguente quadro, i coseni della terna degli assi mobili rispetto a quella degli assi fissi:

(1)
$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline \xi & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \eta & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \zeta & \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{array}$$

Per il principio della conservazione delle aree, possiamo assumere l'asse delle z coincidente con l'asse della coppia risultante delle quantità di moto, ed indicare con H la lunghezza costante di tale asse; in tal caso, abbiamo evidentemente:

(2)
$$\begin{cases} (Ap + m_1)\,\alpha_1 + (Bq + m_2)\,\alpha_2 + (Cr + m_3)\,\alpha_3 = 0, \\ (Ap + m_1)\,\beta_1 + (Bq + m_2)\,\beta_2 + (Cr + m_3)\,\beta_3 = 0, \\ (Ap + m_1)\,\gamma_1 + (Bq + m_2)\,\gamma_2 + (Cr + m_3)\,\gamma_3 = H; \end{cases}$$

onde, anche:

(3)
$$\begin{cases} Ap + m_1 = H\gamma_1, \\ Bq + m_2 = H\gamma_2, \\ Cr + m_3 = H\gamma_3 . \end{cases}$$

Sostituendo ora, nelle note relazioni del Poisson:

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\gamma_1}{dt} = \gamma_2 r - \gamma_3 q\,, \\ \dfrac{d\gamma_2}{dt} = \gamma_3 p - \gamma_1 r\,, \\ \dfrac{d\gamma_3}{dt} = \gamma_1 q - \gamma_2 p\,, \end{cases}$$

abbiamo:

$$(5)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\gamma_1}{dt} = \mathrm{H}\left(\dfrac{1}{\mathrm{C}} - \dfrac{1}{\mathrm{B}}\right)\gamma_2\gamma_3 - \dfrac{m_3}{\mathrm{C}}\gamma_2 + \dfrac{m_2}{\mathrm{B}}\gamma_3\,, \\ \dfrac{d\gamma_2}{dt} = \mathrm{H}\left(\dfrac{1}{\mathrm{A}} - \dfrac{1}{\mathrm{C}}\right)\gamma_3\gamma_1 - \dfrac{m_1}{\mathrm{A}}\gamma_3 + \dfrac{m_3}{\mathrm{C}}\gamma_1\,, \\ \dfrac{d\gamma_3}{dt} = \mathrm{H}\left(\dfrac{1}{\mathrm{B}} - \dfrac{1}{\mathrm{A}}\right)\gamma_1\gamma_2 - \dfrac{m_2}{\mathrm{C}}\gamma_1 + \dfrac{m_1}{\mathrm{A}}\gamma_2\,. \end{cases}$$

Queste sono precisamente le equazioni differenziali del movimento quando le forze esterne sieno nulle.

Noi supporremo, ora, che le quantità m_1, m_2, m_3 sieno costanti, cioè che i movimenti che hanno luogo nell'interno della figura mobile sieno *stazionarî*. In questa ipotesi, le equazioni differenziali (5), oltre il solito integrale

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1\,,$$

ammettono un secondo integrale algebrico immediato:

$$(6)\qquad \frac{1}{\mathrm{A}}\left(\gamma_1 - \frac{m_1}{\mathrm{H}}\right)^2 + \frac{1}{\mathrm{B}}\left(\gamma_2 - \frac{m_2}{\mathrm{H}}\right)^2 + \frac{1}{\mathrm{C}}\left(\gamma_3 - \frac{m_3}{\mathrm{H}}\right)^2 = \mathrm{cost} = \frac{h}{\mathrm{H}^2}$$

avendo messo la costante arbitraria sotto la forma $\dfrac{h}{\mathrm{H}^2}$.

Orbene, l'esistenza di queste due relazioni algebriche che legano tra loro i coseni γ_1, γ_2, γ_3, ci permettono di rappresentare geometricamente il movimento del corpo con lo stesso metodo adoperato dal Poinsot per la rotazioue dei corpi perfettamente rigidi.

Mettiamo, a tale scopo, in virtù delle (3), gli integrali algebrici del movimento sotto la forma:

$$(6)^{bis}\qquad \begin{cases} (\mathrm{A}p + m_1)^2 + (\mathrm{B}q + m_2)^2 + (\mathrm{C}r + m_3)^2 = \mathrm{H}^2 \\ \mathrm{A}p^2 + \mathrm{B}q^2 + \mathrm{C}r^2 = h\,. \end{cases}$$

Evidentemente gli ellissoidi che hanno, rispetto agli assi mobili, le equazioni

$$(7)\qquad \begin{cases} \mathrm{A}\xi^2 + \mathrm{B}\eta^2 + \mathrm{C}\zeta^2 = 1\,, \\ \left(\mathrm{A}\xi + \dfrac{m_1}{\sqrt{h}}\right)^2 + \left(\mathrm{B}\eta + \dfrac{m_2}{\sqrt{h}}\right)^2 + \left(\mathrm{C}\zeta + \dfrac{m_3}{\sqrt{h}}\right)^2 = \dfrac{\mathrm{H}^2}{h} \end{cases}$$

hanno le equazioni medesime costantemente soddisfatte dal sistema dei valori seguenti:

$$(8)\qquad \begin{cases} \xi = \dfrac{p}{\sqrt{h}}, \\ \eta = \dfrac{q}{\sqrt{h}}, \\ \zeta = \dfrac{r}{\sqrt{h}}, \end{cases}$$

terna di coordinate di un punto appartenente all'asse istantaneo di rotazione. Pertanto, siccome il primo degli ellissoidi (7) coincide con l'ellissoide d'inerzia del corpo, si conclude che le intersezioni dell'asse istantaneo di rotazione con l'ellissoide d'inerzia costituiscono una quartica chiamata, col Poinsot, *polodia*, perchè traiettoria dei poli di rotazione.

Il luogo delle rette della figura mobile che vanno, durante il movimento, a coincidere successivamente con gli assi di rotazione è un cono col vertice nell'origine degli assi e con la polodia per direttrice. Noi però ammetteremo, per facilità di linguaggio, che durante il movimento, l'asse istantaneo di rotazione si muova d'istante in istante, insieme col polo, descrivendo l'uno il cono e l'altro la polodia.

L'immagine del movimento non sarebbe però completa se non si potesse avere una idea della traiettoria descritta nello spazio assoluto dal polo istantaneo di rotazione.

Come gl'integrali algebrici del movimento possono condurci alla determinazione di questo luogo è quello che vedremo un po' più lontano; però si può fin d'ora osservare che esso non è sempre, come nel caso della rotazione dei corpi perfettamente rigidi, una curva piana, nè il piano tangente all'ellissoide d'inerzia nei punti della polodia è un piano fisso dello spazio, e neppure normale all'asse invariabile del movimento.

Infatti, in virtù delle (7) ed (8) l'equazione di tale piano è:

$$(9)\qquad \frac{Ap}{\sqrt{h}}\xi + \frac{Bq}{\sqrt{h}}\eta + \frac{Cr}{\sqrt{h}}\zeta = 1,$$

e la sua distanza dal centro dell'ellissoide d'inerzia:

$$\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2}}.$$

Orbene, se si pensa al segmento che congiunge la estremità dell'asse della coppia risultante delle quantità di moto con l'estremità del vettore rappresentante in grandezza e direzione l'asse della coppia di quantità di moto, dovuta ai soli movimenti interni, *asse dei movimenti interni*, si riconoscerà immediatamente che le sue componenti rispetto agli assi mobili, sono:

$$Ap\ ,\quad Bq\ ,\quad Cr;$$

per la qual cosa si conclude che il piano tangente all'ellissoide d'inerzia in un punto della polodia è in ogni istante normale al segmento considerato, e la sua distanza dal centro dell'ellissoide varia in ragione inversa del segmento stesso.

II.

Inviluppo dei piani polari. — Sostegno della erpolodia.

Riprendiamo a considerare il piano tangente all'ellissoide d'inerzia in un punto della polodia. Abbiamo testè riconosciuto che esso è in ogni istante normale al piano formato dall'asse della coppia risultante delle quantità di moto con l'asse dei movimenti interni: orbene, una proprietà notevole dell'insieme di tutti qnesti piani, proprietà che ci fa conoscere immediatamente come essi sieno situati nello spazio assoluto, si ha riferendo in ogni istante la loro posizione a quella dei due assi ora nominati.

Infatti, la equazione del piano tangente riferito agli assi fissi è:

$$(\mathrm{A}p\alpha_1 + \mathrm{B}q\alpha_2 + \mathrm{C}r\alpha_3)\,x + (\mathrm{A}p\beta_1 + \mathrm{B}q\beta_2 + \mathrm{C}r\beta_3)\,y + \\ + (\mathrm{A}p\gamma_1 + \mathrm{B}q\gamma_2 + \mathrm{C}r\gamma_3)\,z = \sqrt{h}\,,$$

od anche in virtù delle (2):

$$\mathrm{H}z - m_1(\alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z) - m_2(\alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z) - m_3(\alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z) = \sqrt{h}\,,$$

ossia brevemente:

$$\mathrm{H}z - (m_1\xi + m_2\eta + m_3\zeta) = \sqrt{h}\,. \tag{10}$$

S'introduca ora la quantità:

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2},$$

con che si può mettere anche:

$$m_1\xi + m_2\eta + m_3\zeta = m\left(\frac{m_1}{m}\xi + \frac{m_2}{m}\eta + \frac{m_3}{m}\zeta\right) = mz_1\,. \tag{11}$$

La eguaglianza:

$$\mathrm{H}z - mz_1 = \sqrt{h}\,, \tag{12}$$

che si ottiene dalla (10), mediante la (11), esprime la relazione che lega le projezioni ortogoneli di un punto generico del piano tangente sopra l'asse della coppia risul-

tante delle quantità di moto, e quello dei movimenti interni. E potrebbe anzi esprimere la equazione dello stesso piano riferito opportunamente ai medesimi assi.

Ciò posto, il piano individuato dall'asse dei movimenti interni e dall'asse della coppia risultante delle quantità di moto varia evidentemente d'istante in istante, ma niente impedisce di ammettere che si tratti di un piano unico trascinato dalla figura mobile a ruotare attorno all'asse invariabile del movimento, e contenente in ogni istante l'asse dei movimenti interni.

Assumiamo, quindi, sopra questo piano un sistema di assi cartesiani ortogonali costituito dall'asse z della coppia risultante delle quantità di moto e dalla sua intersezione col piano invariabile, assunta come asse delle x. Allora, se indichiamo con θ l'inclinazione dell'asse dei momenti interni sopra l'asse delle z, ed indichiamo con x_1 un quarto asse tale che il sistema (x_1, z_1) abbia la stessa origine del sistema (x, z) e sia congruente con esso, si ottiene:

$$z_1 = x \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta$$

sicchè sostituendo, la (12) diviene:

$$(13) \qquad (\mathrm{H} - m \cos \theta) z - m \operatorname{sen} \theta x = \sqrt{h}$$

È questa evidentemente l'equazione della traccia del piano tangente all'ellissoide d'inerzia nei punti della polodia sopra il piano formato dall'asse della coppia risultante delle quantità di moto con quello dei movimenti interni. E poichè la sua equazione dipende da un solo parametro, θ, sarà facile la determinazione dell'inviluppo della retta medesima. L'equazione di tale inviluppo si ottiene eliminando dalla (13) il parametro θ mediante la relazione:

$$\frac{x}{z} = \operatorname{tg} \theta$$

onde si ha:

$$(14) \qquad m^2 x^2 - (\mathrm{H}^2 - m^2)\left(z - \frac{\sqrt{h}}{\mathrm{H} + m}\right)\left(z - \frac{\sqrt{h}}{\mathrm{H} - m}\right) = 0,$$

ed è questa l'equazione di una conica, di cui uno degli assi coincide con l'asse della coppia risultante delle quantità di moto.

Si conclude pertanto, che « i piani dello spazio assoluto che vanno successivamente a coincidere con i piani tangenti all'ellissoide d'inerzia nei punti della polodia sono collocati in modo che il piano passante per l'asse invariabile e l'asse dei movimenti interni li taglia ad angolo retto e le intersezioni su questo medesimo piano appartengono ad un inviluppo di seconda classe ». La costruzione di questo inviluppo, in virtù della (12), è immediata quando si abbiano le misure lineari di $\frac{\sqrt{h}}{\mathrm{H}}$ e $\frac{\sqrt{h}}{m}$.

Siano O l'origine, Ox, Oz gli assi coordinati. Parallelamente all'asse delle x si conduca la retta CM alla distanza $OC = \frac{\sqrt{h}}{H}$, e col centro in O si descriva una circonferenza di raggio $OA = \frac{\sqrt{h}}{m}$. Preso un diametro qualunque AB, si conducano per le sue estremità le tangenti alla circonferenza fino ad incontrare in N, N′ l'asse delle x, e per il suo centro s'innalzi la perpendicolare fino a tagliare in M la retta $z = \frac{\sqrt{h}}{H}$; le rette MN, MN′ sono due rette dell'inviluppo.

L'asse AB, dei movimenti interni, nel nostro sistema di riferimento, ha evidentemente per equazione:

$$\frac{x}{z} = \operatorname{tg} \theta ;$$

onde si conclude che i punti in cui esso incontra MN, MN′ sono punti di contatto dell'inviluppo, e l'origine O degli assi risulta polo della retta $z = \frac{\sqrt{h}}{H}$, rispetto alla conica (14). Tutto ciò significa, inoltre, che questa conica è la trasformata del cerchio di raggio $OA = \frac{\sqrt{h}}{m}$ mediante l'omologia che abbia il centro in O, l'asse di omologia coincidente con Ox, e una delle rette limiti con $z = \frac{\sqrt{h}}{H}$.

Supponiamo ora, costruite tutte le rette dell'inviluppo e condotto per ciascuna di esse il piano normale al piano stesso dell'inviluppo; evidentemente, allora, durante il movimento, tutti od in parte questi piani andranno successivamente a coincidere coi piani dello spazio assoluto che riescono d'istante in istante tangenti all'ellissoide d'inerzia nei punti della polodia, ed in pari tempo la conica (14) andrà descrivendo una quadrica di rotazione attorno all'asse invariabile del movimento.

Possiamo pertanto concludere, manifestamente, che « i piani dello spazio assoluto cha vanno d'istante in istante a coincidere coi piani tangenti allo ellissoide d'inerzia nei punti della polodia appartengono ad un inviluppo di seconda classe ».

Essi sono precisamente costituiti in virtù della (14) dai piani tangenti alla quadrica:

$$(15) \qquad m^2(x^2 + y^2) - (H^2 - m^2)\left(z - \frac{\sqrt{h}}{H - m}\right)\left(z - \frac{\sqrt{h}}{H + m}\right) = 0 ,$$

superficie di rotazione attorno all'asse della coppia risultante delle quantità di moto, lungo i punti d'intersezione di questa quadrica medesima con l'asse dei movimenti interni.

Fissiamo, allora, il moto del corpo in un dato istante e la posizione nello spazio assoluto dell'asse (orientato) dei movimenti interni, e consideriamo la sua intersezione con la quadrica (15).

Nei tempi successivi l'asse dei movimenti interni si andrà spostando, e la detta intersezione andrà descrivendo sopra la quadrica (15) una curva, in generale trascendente, che va alternativamente toccando due paralleli della medesima quadrica, in corrispondenza dei valori estremi tra i quali varia l'angolo θ. I piani tangenti alla quadrica lungo i punti di questa curva costituiscono, con le successive intersecazioni, una superficie sviluppabile, essa pure in generale trascendente, la quale tocca in ogni momento l'ellissoide d'inerzia del corpo nel polo istantaneo di rotazione.

Pertanto « la rotazione di un corpo, avente nel suo interno dei movimenti ci-
« clici stazionarî, attorno ad un punto fisso, nella completa assenza di forze esterne,
« può concepirsi generato dal moto del suo ellissoide d'inerzia relativo al medesimo
« punto, che vada rotolando, senza strisciare, con una certa legge, sopra la superficie
« inviluppo dei piani tangenti alla quadrica (15) lungo la linea delle intersezioni
« della quadriga stessa con l'asse dei movimenti interni ».

Si osservi che la quadrica (15) è la trasformata della sfera di raggio $R = \frac{\sqrt{h}}{m}$ nella omologia che ha il centro nell'origine degli assi, il piano di omologia coincidente col piano invariabile ed uno dei piani limiti col piano $Z = \frac{\sqrt{h}}{H}$.

In particolare per $m = 0$ (movimento alla Poinsot) la sfera si riduce al piano all'infinito ed ha, quindi, per omologo il piano $z = \frac{\sqrt{h}}{H}$.

Trovato così il luogo fisso sopra il quale rotola, senza strisciare, l'ellissoide di inerzia, durante il movimento, resta a concepirsi, affinchè l'immagine del movimento stesso sia completa, la traiettoria descritta, sopra lo stesso ente, dal polo istantaneo di rotazione.

Questa curva svolgentesi, evidentemente, attorno all'asse invariabile del movimento, ed in generale trascendente, sarà chiamata, seguendo la denominazione del Poinsot per la curva analoga nella rotazione dei corpi perfettamente rigidi, *erpolodia*, poichè sopra di essa si svolge, durante il movimento, la polodia.

Orbene, si può immediatamente riconoscere la esistenza di una superficie algebrica sopra la quale giace il luogo dei punti dello spazio assoluto che sono successivi poli istantanei di rotazione. A tal uopo consideriamo le coordinate del polo di rotazione, rispetto agli assi fissi dello spazio. In virtù delle (1), (3) e (8) si ha immediatamente

$$(16)\qquad \begin{cases} x = \frac{H}{\sqrt{h}}\left[\frac{\alpha_1}{A}\left(\gamma_1 - \frac{m_1}{H}\right) + \frac{\alpha_2}{B}\left(\gamma_2 - \frac{m_2}{H}\right) + \frac{\alpha_3}{C}\left(\gamma_3 - \frac{m_3}{H}\right)\right], \\ y = \frac{H}{\sqrt{h}}\left[\frac{\beta_1}{A}\left(\gamma_1 - \frac{m_1}{H}\right) + \frac{\beta_2}{B}\left(\gamma_2 - \frac{m_2}{H}\right) + \frac{\beta_3}{C}\left(\gamma_3 - \frac{m_3}{H}\right)\right], \\ z = \frac{H}{\sqrt{h}}\left[\frac{\gamma_1}{A}\left(\gamma_1 - \frac{m_1}{H}\right) + \frac{\gamma_2}{B}\left(\gamma_2 - \frac{m_2}{H}\right) + \frac{\gamma_2}{C}\left(\gamma_3 - \frac{m_3}{H}\right)\right]. \end{cases}$$

Allora, tenendo conto dell'integrale (6) e delle sei relazioni indipendenti che legano tra di loro i coseni:

$$\alpha_s, \beta_s, \gamma_s \qquad (s = 1, 2, 3),$$

veniamo ad avere dieci equazioni, indipendenti tra di loro, dove figurano come parametri variabili, i nove coseni medesimi. Sarà perciò possibile di eliminare completamente le quantità α, β, γ, e ridurci ad una sola relazione in cui figurino x, y, z come variabili indipendenti: è questa appunto la equazione di una superficie algebrica sopra la quale giace il luogo dei punti dello spazio assoluto che sono successivi poli istantanei di rotazione, e che perciò chiameremo brevemente: *sostegno* della erpolodia. Essa è una superficie di rotazione attorno all'asse della coppia risultante delle quantità di moto; infatti, quadrando e sommando le (16) si ottiene una relazione in cui figurano soltanto $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$; le quali poi in virtù della terza delle (16) medesime, dell'integrale (6) e dell'ulteriore condizione:

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1,$$

si esprimeranno in funzione della sola z. L'equazione della superficie risulta, perciò, della seguente forma:

$$f(x^2 + y^2, z) = 0,$$

ciò che prova appunto la nostra affermazione. La erpolodia può quindi essere concepita come intersezione della superficie *sostegno* con l'inviluppo dei piani polari.

III.

Caso dei movimenti ciclici stazionarii attorno ad uno degli assi principali d'inerzia.

La effettiva applicazione dei procedimenti algebrici per esprimere i coseni γ_1, γ_2, γ_3 in funzione della sola z presenta, però, degli ostacoli insormontabili, poichè basta eliminare una sola delle γ dalla (6), mediante la relazione

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1,$$

per cadere sopra un'equazione del quarto grado nelle rimanenti γ. A voler quindi mantenerci nel campo della più assoluta generalità si perderebbe il potente soccorso della intuizione derivante dalla conoscenza della superficie sostegno dell'erpolodia.

Noi vogliamo, perciò, fin d'ora, limitare la cerchia delle nostre investigazioni, e considerare soltanto il caso in cui i movimenti ciclici stazionarî avvengono attorno ad uno degli assi principali di inerzia della figura mobile, relativi al punto fisso. Lo studio completo della rotazione del corpo, in questo caso, di cui molti risultati

sono suscettibili della maggiore estensione, non sarà dunque se non il primo passo per la trattazione del caso più generale.

Supponiamo adunque, che l'asse dei movimenti interni coincida, per fissare le idee, con l'asse ζ, e per conseguenza si abbia:

$$m_1 = m_2 = 0 \qquad m_3 = m . \tag{17}$$

Ammetteremo costantemente che sia $m > 0$ poichè ove non lo fosse basterebbe invertire il segno alle direzioni degli assi ξ, η, ζ. In quanto poi ai momenti principali d'inerzia A, B, C supporremmo $A \geqq B$ poichè, in caso contrario, basterebbe evidentemente scambiare le due lettere tra di loro e tutti gli elementi che si riferiscono all'asse ξ con gli elementi corrispondenti relativi all'asse η.

Distingueremo, perciò, tre casi principali del problema secondo che C è il massimo, il medio od il minimo dei momenti principali d'inerzia, e cioè:

$$A \geqq B \geqq C ,$$
$$A \geqq C \geqq B ,$$
$$C \geqq A \geqq B .$$

Ciò posto andiamo a determinare nei differenti casi la espressione in funzione del tempo dei coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ studio che ci sarà utile per riconoscere la forma di cui sono suscettibili la polodia, e la erpolodia nei casi corrispondenti.

Si può d'altronde osservare che questo studio riesce anche interessante per se stesso poichè le formole che il prof. Volterra assegna riescono in questo caso indeterminate avendo egli supposto esplicitamente m_1, m_2, m_3 sempre differenti da zero.

In virtù delle (17) le equazioni differenziali del movimento (5) divengono:

$$\begin{cases} \dfrac{d\gamma_1}{dt} = H\left(\dfrac{1}{C} - \dfrac{1}{B}\right)\gamma_2\gamma_3 - \dfrac{m}{C}\gamma_2 , \\ \dfrac{d\gamma_2}{dt} = H\left(\dfrac{1}{A} - \dfrac{1}{C}\right)\gamma_3\gamma_1 + \dfrac{m}{C}\gamma_1 , \\ \dfrac{d\gamma_3}{dt} = H\left(\dfrac{1}{B} - \dfrac{1}{A}\right)\gamma_1\gamma_2 . \end{cases} \tag{18}$$

Il criterio fondamentale per la integrazione di queste equazioni differenziali è dovuto, salvo qualche lieve modificazione, al prof. Volterra (vedi luogo citato). Noi infatti, cercheremo di ridurre le (18) alla forma delle equazioni differenziali di Eulero per la rotazione dei corpi assolutamente rigidi attorno ad un punto fisso, nella completa assenza di forze esterne; equazioni che ragionevolmente si devono ritenere come più semplici delle precedenti.

Consideriamo, a tal uopo, gli integrali algebrici delle (18):

$$\begin{cases} \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 , \\ \dfrac{\gamma_1^2}{A} + \dfrac{\gamma_2^2}{B} + \dfrac{\gamma_3^2}{C} - \dfrac{2m\gamma_3}{HC} = \dfrac{h}{H^2} - \dfrac{m^2}{CH^2} , \end{cases} \tag{19}$$

e facciamo:

$$\gamma_1 = \frac{x_1}{ix_4} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{x_2}{ix_4} \quad , \quad \gamma_3 = \frac{x_3}{ix_4}, \quad (i = \sqrt{-1} \ , \ x_4 \neq 0);$$

allora, posto per brevità

$$a) \qquad \mathrm{U} = \frac{m}{\mathrm{CH}} \quad , \quad \mathrm{V} = \frac{h}{\mathrm{H}^2} - \frac{m^2}{\mathrm{CH}^2} - \frac{1}{\mathrm{C}}$$

i due integrali divengono:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0 \, ,$$

$$\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \frac{1}{\mathrm{A}}\right) x_1^2 + \left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \frac{1}{\mathrm{B}}\right) x_2^2 + 2i\mathrm{U}x_3x_4 - \mathrm{V}x_4^2 = 0 \, .$$

Abbiamo così due forme quadratiche omogenee di quattro variabili, delle quali la prima non è altro se non la somma dei quadrati delle variabili medesime; per conseguenza, la trasformazione lineare ortogonale, perfettamente determinata, che riduce la seconda quadrica a forma canonica, lascia inalterata la prima. È questa la sola ragione che ci ha fatto partire dalle equazioni differenziali del movimento nei coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ piuttosto che da quelle nelle componenti della velocità angolare di rotazione p, q, r sopra gli assi principali di inerzia.

La trasformazione lineare in questione è la seguente:

$$(20) \qquad \begin{cases} x_1 = y_1 \, , \\ x_2 = y_2 \, , \\ x_3 = a_4 y_3 - a_3 y_4 \, , \\ x_4 = a_3 y_3 - a_4 y_4 \, ; \end{cases}$$

dove

$$(21) \qquad \begin{cases} a_3^2 + a_4^2 = 1 \\ i\mathrm{U}(a_4^2 - a_3^2) - \mathrm{V}a_3 a_4 = 0 \, . \end{cases}$$

È bene osservare subito che le condizioni (21) risultano tra di loro incompatibili nel caso speciale di $\mathrm{V}^2 - 4\mathrm{U}^2 = 0$ e che perciò la riduzione degli integrali (19) a forma canonica fallisce allora completamente. Noi supporremo pertanto che sia

$$\mathrm{V}^2 - 4\mathrm{U}^2 \gtrless 0 \, ,$$

tralasciando per il momento il caso particolare di $\mathrm{V}^2 - 4\mathrm{U}^2 = 0$ che formerà l'oggetto di uno studio a parte, poichè la forma che assumono i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ in virtù della nostra trasformazione, non è più atta, in quel caso, a darci la loro espressione in funzione del tempo.

Per effetto della trasformazione lineare (20) gli integrali algebrici del movimento assumono adunque la forma:

$$(22)\qquad \begin{cases} y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = 0 \\ \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \lambda_3 y_3^2 + \lambda_4 y_4^2 = 0 \,; \end{cases}$$

dove è:

$$(23)\qquad \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{1}{C} - \dfrac{1}{A}\,, \\ \lambda_2 = \dfrac{1}{C} - \dfrac{1}{B}\,, \\ \lambda_3 = 2iU a_3 a_4 - V a_3^2\,, \\ \lambda_4 = -2iU a_3 a_4 - V a_4^2\,. \end{cases}$$

In quanto poi alla effettiva determinazione dei coefficienti $a_3, a_4, \lambda_3, \lambda_4$ le (23), in forza delle (21), forniscono immediatamente:

$$b)\quad \lambda_3 + \lambda_4 = -V \quad , \quad \lambda_3\lambda_4 = U^2 \quad , \quad (\lambda_3 - \lambda_4)^2 = V^2 - 4U^2\,;$$

talchè:

$$\lambda_3\,, \lambda_4 = \frac{-V \pm \sqrt{V^2 - 4U^2}}{2}\,.$$

D'altronde, le (21) e le (23) dànno luogo al sistema

$$iU(a_3^2 - a_4^2) + V a_3 a_4 = 0\,,$$
$$-V(a_3^2 - a_4^2) + 4iU a_3 a_4 = \lambda_3 - \lambda_4\,,$$

il quale fornisce in virtù delle b),

$$a_3^2 - a_4^2 = \frac{\lambda_3 + \lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_4}\,,$$

$$a_3 a_4 = \frac{i\sqrt{\lambda_3\lambda_4}}{\lambda_3 - \lambda_4}\,;$$

sicchè, avuto riguardo a $a_3^2 + a_4^2 = 1$ si ottiene:

$$a_3^2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_4} \quad , \quad a_4^2 = \frac{-\lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_4}\,;$$

e sono così calcolati i coefficienti delle forme trasformate (22) e gli elementi della trasformazione (20).

Con le due successive trasformazioni operate non ne è stata fatta, in ultima analisi, che una sola:

$$(24)\qquad \begin{cases} \gamma_1 = \dfrac{y_1}{ia_3y_3 + ia_4y_4}\,, \\ \gamma_2 = \dfrac{y_2}{ia_3y_3 + ia_4y_4}\,, \qquad (i = \sqrt{-1}) \\ \gamma_3 = \dfrac{a_4y_3 - a_3y_4}{ia_3y_3 + ia_4y_4}\,. \end{cases}$$

applicabile soltanto nel caso di

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 \gtrless 0$$

e tale da ridurre le (19) alla loro forma canonica (22).

Orbene, di qual natura debbono essere le quantità y_1, y_2, y_3, y_4 perchè i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ risultino essenzialmente reali?

Per rispondere alla questione bisognerà tener distinti i due casi:

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0 \quad , \quad (\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0\,.$$

IV.

Integrazione delle equazioni differenziali per $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0$.

Sia dapprima:

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0\,.$$

Essendo, allora, λ_3, λ_4 quantità reali esse hanno lo stesso segno, contrario a quello di V, ed i coefficienti a_3, a_4 risultano, perciò, uno reale e l'altro puramente immaginario. Perchè dunque $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ risultino, in questo caso, reali basta che nelle (24) tutte le quantità che vi figurano sieno reali, all'infuori di a_3 e y_4 o di a_4 e y_3 che debbono essere puramente immaginarie. Noi supporremo senz'altro che avvenga il primo caso, sia cioè:

$$a_3^2 < 0 \quad , \quad y_4^2 < 0\,.$$

In questa ipotesi poniamo:

$$y_1 = u_1u_4 \quad , \quad y_2 = u_2u_4 \quad , \quad y_3 = u_3u_4 \quad , \quad iy_4 = u_4$$

essendo u_1, u_2, u_3, u_4 quantità reali e $u_4 \neq 0$. Allora le (24) e le (22) diventano ordinatamente:

$$(25)\qquad \begin{cases} \gamma_1 = \dfrac{u_1}{ia_3u_3 + a_4}, \\ \gamma_2 = \dfrac{u_2}{ia_3u_3 + a_4}, \\ \gamma_3 = \dfrac{a_4u_3 + ia_3}{ia_3u_3 + a_4}; \end{cases}$$

$$(26)\qquad \begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1, \\ \lambda_1u_1^2 + \lambda_2u_2^2 + \lambda_3u_3^2 = \lambda_4. \end{cases}$$

Le funzioni reali del tempo u_1, u_2, u_3 alle quali ci siamo ridotti per potere esprimere in funzione del tempo medesimo i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ soddisfano evidentemente in virtù delle (18), (25) e (26), alle equazioni differenziali:

$$(27)\qquad \begin{cases} \dfrac{du_1}{dt} = \mathrm{H}(\lambda_2 - \lambda_3)\, u_2u_3, \\ \dfrac{du_2}{dt} = \mathrm{H}(\lambda_3 - \lambda_1)\, u_3u_1, \\ \dfrac{du_3}{dt} = \mathrm{H}(\lambda_1 - \lambda_2)\, u_1u_2, \end{cases}$$

che sono precisamente del tipo delle equazioni differenziali di Eulero per la rotazione, attorno ad un punto fisso, di un corpo perfettamente rigido, nella completa assenza di forze esterne.

La sostituzione (25) riconduce sempre, almeno quando le (21) sieno tra di loro compatibili le equazioni differenziali (18) alle (27). Senonchè, per $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0$, essendo allora $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ quantità reali, le (27) definiscono un vero e proprio movimento alla Poinsot (vedi Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, t. II, c. II), e le u_1, u_2, u_3 sono funzioni reali doppiamente pediodiche del tempo; invece per $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0$, essendo allora λ_3, λ_4 quantità complesse, le (27) non definiscono più un vero e proprio movimento e le u_1, u_2, u_3 sono in generale funzioni complesse del tempo; vedremo allora se e quando i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ risultano quantità essenzialmente reali

Si può qui osservare incidentalmente che il fatto di aver ricondotto alla forma (27) le equazioni differenziali della rotazione, non solo è possibile nel caso particolare che ci occupa, in cui si è supposto che i movimenti interni avvengano attorno ad uno degli assi principali d'inerzia, ma altresì nel caso dei movimenti stazionarî più generali. E basta, infatti, ricordare che i due integrali algebrici del movimento anche allora si possono ricondurre alla forma canonica espressa dalle (22), subordinatamente alla risoluzione di una equazione di quarto grado che ha per radici $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$. Sopra di ciò ritorneremo però in un prossimo lavoro.

Siamo così condotti alla integrazione delle equazioni differenziali (27), di cui le (26) sono i due integrali algebrici immediati. La condizione $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0$ porta:

$$\{hC - (H - m)^2\}\{hC - (H + m)^2\} > 0;$$

onde

$$hC < (H - m)^2 \quad , \quad \text{oppure} \quad hC > (H + m)^2 .$$

Ciò posto, sia $A > B > C$; allora, poichè la distanza dal centro dello ellissoide d'inerzia del piano tangente all'ellissoide medesimo nel polo istantaneo di rotazione deve essere minore del maggiore degli assi, si ha:

$$\frac{h}{H^2 + m^2 - 2Hm\gamma_3} \leqq \frac{1}{C}$$

talchè, a maggior ragione,

$$hC \leqq (H + m)^2 .$$

Resta così possibile per $A > B > C$ il solo caso di:

$$hC < (H - m)^2 < H^2 + m^2$$

onde:

$$V = \frac{hC - (H^2 + m^2)}{CH^2} = -(\lambda_3 + \lambda_4) < 0 .$$

In virtù poi della ipotesi $a_3^2 > 0$ si ha subito:

$$\lambda_4 > \lambda_3 > 0;$$

mentre la condizione $A > B > C$ fornisce ancora direttamente:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > 0 .$$

D'altronde le (26) mostrano come la λ_4, in conseguenza della realtà delle funzioni u_1, u_2, u_3, non può essere la maggiore delle λ. Si conclude pertanto che nel caso di

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0 \quad , \quad A > B > C$$

possono aver luogo le seguenti relazioni di disuguaglianza tra le λ:

I) $\quad 0 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1 ,$

II) $\quad 0 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_2 < \lambda_1 ,$

III) $\quad 0 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1 .$

I) Se Sussiste la relazione I), in virtù delle (26) deve essere

$$u_1 \gtrless 0 ,$$

e per conseguenza, tenuto conto dei segni dei secondi membri delle (27), dovremo porre:

$$u_1 = a \,.\, \mathrm{dn}(v , k) \quad , \quad u_2 = b \,.\, \mathrm{cn}(v , k) \quad , \quad u_3 = c \,.\, \mathrm{sn}(v , k) .$$

Come è noto si ha allora immediatamente:

$$a^2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad , \quad b^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad , \quad c^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} ;$$

e

$$\mathrm{mod}\, k^2 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_3 - \lambda_2)}{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} \quad , \quad v = \mathrm{H} \sqrt{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}\,(t - t_0) ,$$

indicando con t il tempo e con t_0 una costante arbitraria reale.

II) Se ha invece luogo la relazione II) bisognerà porre:

$$u_1 = a \,.\, \mathrm{cn}\,(v , k) \qquad u_2 = - b \,.\, \mathrm{sn}\,(v , k) \qquad u_3 = c \,.\, \mathrm{dn}\,(v , k)$$

dove:

$$a^2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \quad , \quad b^2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3} \quad , \quad c^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} ,$$

e

$$\mathrm{mod}\, k^2 = \frac{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)} \quad , \quad v = \mathrm{H} \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4)}\,(t - t_0) .$$

III) Se finalmente è verificata la relazione III) bisognerà mettere:

$$u = a\, \mathrm{dn}\,(v , k) \qquad u = - b\, \mathrm{sn}\,(v , k) \qquad u = c\, \mathrm{cn}\,(v , k) ;$$

ove:

$$a^2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \quad , \quad b^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad , \quad c^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} ,$$

$$\mathrm{mod}\, k^2 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad , \quad v = \mathrm{H} \sqrt{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0) .$$

***

Per la stessa via si ottengono i seguenti risultati relativi ai casi di $A > C > B$, $C > A > B$:

IV) $\lambda_2 < 0 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1$ (Vedi I))

V) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3 < 0 < \lambda_1$

$$\begin{cases} u_1 = a \cdot \mathrm{cn}(v,k) \ , \ u_2 = b \cdot \mathrm{dn}(v,k) \ , \ u_3 = c \cdot \mathrm{sn}(v,k) ; \\ a^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \ , \ b^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} \ , \ c^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} ; \\ \mathrm{mod}\, k^2 = \dfrac{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_4)} \ , \ v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_4)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

VI) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_1 < 0$ (Vedi V))

VII) $\lambda_2 < \lambda_1 < \lambda_4 < \lambda_3 < 0$

$$\begin{cases} u_1 = a \cdot \mathrm{sn}(v,k) \ , \ u_2 = -\, b \cdot \mathrm{cn}(v,k) \ , \ u_3 = c \cdot \mathrm{dn}(v,k) ; \\ a^2 = \dfrac{\lambda_3 - \lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_1} \ , \ b^2 = \dfrac{\lambda_3 - \lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_2} \ , \ c^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} ; \\ \mathrm{mod}\, k^2 = \dfrac{(\lambda_3 - \lambda_4)(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)} \ , \ v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

VIII) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1 < \lambda_3 < 0$

$$\begin{cases} u_1 = -\, a \cdot \mathrm{sn}(v,k) \ , \ u_2 = b \cdot \mathrm{dn}(v,k) \ , \ u_3 = c \cdot \mathrm{cn}(v,k) ; \\ a^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} \ , \ b^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \ , \ c^2 = \dfrac{\lambda_3 - \lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_2} ; \\ \mathrm{mod}\, k^2 = \dfrac{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_4)} \ , \ v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_3 - \lambda_4)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

V.

Integrazione delle equazioni differenziali per $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0$.

Abbiamo già osservato che la forma (25) sotto la quale abbiamo posto i coseni $\gamma_1 , \gamma_2 , \gamma_3$ è atta a darci la loro espressione in funzione del tempo quando si supponga:

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0 .$$

Però, essendo allora λ_3 , λ_4 quantità complesse coniugate, il discriminante delle funzioni ellittiche di cui si tratta è negativo e per conseguenza le funzioni u_1 , u_2 , u_3

risultano esse stesse quantità complesse; si tratta perciò di vedere quando, ciò non ostante, i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ risultano quantità essenzialmente reali.

Indichiamo per brevità con μ e ν la parte reale ed il coefficiente dell'immaginario di λ_3, λ_4 e supponiamo, per fissar le idee, che sia precisamente:

$$\lambda_4 = \mu + i\nu \quad , \quad \lambda_3 = \mu - i\nu \quad , \quad \nu > 0 .$$

Allora, si ha senz'altro (vedi 3):

$$a_3 a_4 = \frac{-\sqrt{\mu^2+\nu^2}}{2\nu} < 0 \quad , \quad a_3^2 = \frac{1}{2} + i\frac{\mu}{2\nu} \quad , \quad a_4^2 = \frac{1}{2} - i\frac{\mu}{2\nu} ;$$

talchè:

$$a_3 = \alpha + i\beta \quad , \quad a_3 = -\alpha + i\beta ,$$

avendo posto:

$$\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{1+\sqrt{\frac{\mu^2+\nu^2}{\nu^2}}} \quad , \quad \beta = \frac{1}{2}\sqrt{-1+\sqrt{\frac{\mu^2+\nu^2}{\nu^2}}} .$$

Si metta inoltre:

$$u_1 = a \,.\, \mathrm{dn}\,(v, k) \quad , \quad u_2 = b \,.\, \mathrm{sn}\,(v, k) \quad , \quad u_3 = c \,.\, \mathrm{cn}\,(v, k),$$

dove:

$$a^2 = \frac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} = \frac{2i\nu}{(\lambda_1 - \mu) + i\nu} ,$$

$$b^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{(\lambda_1 - \mu) - i\nu}{\lambda_1 - \lambda_2} ,$$

$$c^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} = \frac{(\lambda_1 - \mu) - i\nu}{(\lambda_1 - \mu) + i\nu} ,$$

$$\mathrm{mod}\, k^2 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_3)} = \frac{\{(\lambda_1 - \mu) - i\nu\}\{(\lambda_2 - \mu) + i\nu\}}{2i\nu(\lambda_1 - \lambda_2)} ,$$

$$v = \mathrm{H}\sqrt{2i\nu(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0) .$$

Allora, introducendo le quantità:

$$e_1 = -\,{}^1/_3\,\{(\lambda_1 - \mu)(\lambda_2 - \mu) + \nu^2\} + i\nu(\lambda_1 - \lambda_2) ,$$
$$e_2 = \quad {}^2/_3\,\{(\lambda_1 - \mu)(\lambda_2 - \mu) + \nu^2\} ,$$
$$e_3 = -\,{}^1/_3\,\{(\lambda_1 - \mu)(\lambda_2 - \mu) + \nu^2\} - i\nu(\lambda_1 - \lambda_2) ,$$

si ha:

$$u_1^2 = \frac{2iv}{(\lambda_1 - \mu) + iv} \cdot \frac{p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_2}{p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_3},$$

$$u_2^2 = \frac{(\lambda_1 - \mu) - iv}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \frac{e_1 - e_3}{p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_3},$$

$$u_3^2 = \frac{(\lambda_1 - \mu) - iv}{(\lambda_1 - \mu) + iv} \cdot \frac{p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_1}{p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_3},$$

indicando con p la funzione di Weierstrass che è evidentemente una quantità reale, essendo reale il suo argomento.

Chiamando, ciò posto, θ l'argomento della quantità complessa $p[\mathrm{H}(t - t_0)] - e_3$ e $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ gli argomenti dei complessi u_1, u_2, u_3, si ha:

$$\theta_1 = {}^1/_2 \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{v}{\lambda_1 - \mu} - \theta \right) + l_1 \pi \qquad (l_1 = 0, 1),$$

$$\theta_2 = {}^1/_2 \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{v}{\lambda_1 - \mu} - \theta \right) + l_2 \pi \qquad (l_2 = 0, 1),$$

$$\theta_3 = - \operatorname{arctg} \frac{v}{\lambda_1 - \mu} - \theta + l_3 \pi \qquad (l_3 = 0, 1).$$

Analogamente indichiamo con $\theta_{\gamma_1}, \theta_{\gamma_2}, \theta_{\gamma_3}$ gli argomenti delle quantità $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, espresse dalle (25), ed osserviamo che il modulo di u_3 è l'unità, onde:

$$u_3 = \cos \theta_3 + i \operatorname{sen} \theta_3 .$$

Allora, ricordando che:

$$a_3 = \alpha + i\beta \quad , \quad a_4 = - \alpha + i\beta ,$$

avremo:

$$\theta_{\gamma_1} = \theta_1 - \operatorname{arctg} \frac{\beta(1 - \operatorname{sen} \theta_3) + \alpha \cos \theta_3}{- \alpha(1 + \operatorname{sen} \theta_3) - \beta \cos \theta_3} = \theta_1 + \operatorname{arctg} \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\theta_3}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\theta_3}{2}}$$

$$= \theta_1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\theta_3}{2} = \pi \left(\frac{1}{2} + l_1 - \frac{l_3}{2} \right),$$

$$\theta_{\gamma_2} = \pi \left(\frac{1}{2} + l_2 - \frac{l_3}{2} \right),$$

$$\theta_{\gamma_3} = \operatorname{arctg} \frac{\alpha(1 - \operatorname{sen} \theta_3) + \beta \cos \theta_3}{- \beta(1 + \operatorname{sen} \theta_3) - \alpha \cos \theta_3} - \operatorname{arctg} \frac{\beta(1 - \operatorname{sen} \theta_3) + \alpha \cos \theta_3}{- \alpha(1 + \operatorname{sen} \theta_3) - \beta \cos \theta_3} \equiv 0 .$$

Appare di qui manifesto che nel caso in cui è $(\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0$ i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ espressi dalle (25), sono quantità essenzialmente reali soltanto quando si assuma la determinazione corrispondente a $l_3 = 1$.

VI.

Integrazione nelle equazioni differenziali per $(\lambda_3 - \lambda_4) = 0$.

Casi di degenerazione.

Abbiamo già osservato che la forma sotto la quale abbiamo posto i coseni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ sia atta a darci la loro espressione in funzione del tempo soltanto quando si supponga $(\lambda_3 - \lambda_4) \gtrless 0$.

Vogliamo ora passare a discutere il caso in cui si abbia:

$$\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda .$$

È mestieri pertanto di ritornare agli integrali (19) per modificarli convenientemente. Essi possono mettersi sotto la forma:

$$\begin{aligned} &\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 , \\ &\lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 + 2U\gamma_3 + V = 0 ; \end{aligned}$$

e poichè nel caso attuale è:

$$2U = \pm V \text{ secondo che } \lambda \lessgtr 0$$

così si ha:

$$(19)' \qquad \begin{cases} \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 , \\ \lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 + V(1 \pm \gamma_3) = 0 \qquad (\lambda \lessgtr 0) . \end{cases}$$

Effettuando allora la trasformazione:

$$\begin{aligned} &\gamma_1^2 = 4u_1^2 u_3^2 , \\ &\gamma_2^2 = 4u_2^2 u_3^2 , \\ &\gamma_3 = \pm (1 - 2u_3^2) , \qquad (\lambda \gtrless 0) \end{aligned}$$

dove u_1, u_2, u_3 sono quantità reali, si ottiene:

$$\begin{aligned} &u_3^2 (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - 1) = 0 , \\ &u_3^2 (\lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 - \lambda) = 0 , \end{aligned}$$

essendo $\lambda = -\frac{V}{2}$. Una soluzione è intanto data da $u_3 = 0$ cioè:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0 \quad , \quad \gamma_3 = \pm 1 \qquad (\lambda \gtrless 0).$$

Ciò mostra che la polodia si compone costantemente di un punto, in generale isolato, e di una seconda orbita che potrebbe in qualche caso mancare ed in qualche altro passare ancora per quel punto.

I valori di u_1 , u_2 , u_3 corrispondenti a questo secondo ramo della polodia soddisfano, in virtù delle nostre posizioni al sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= -H\lambda_2 u_2 u_3^2 , \\ \frac{du_2}{dt} &= \quad H\lambda_1 u_1 u_3^2 , \\ \frac{du_3}{dt} &= \quad H(\lambda_2 - \lambda_1) u_1 u_2 u_3 , \end{aligned}$$

ed agli integrali algebrici:

$$\begin{aligned} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 &= 1 \\ \lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 &= \lambda ; \end{aligned}$$

dunque affinchè le funzioni u_1 , u_2 , u_3 sieno reali, la quantità λ non può essere minore contemporaneamente di λ_1 , λ_2 per $\lambda < 0$, e non può essere maggiore per $\lambda > 0$.

Per integrare il sistema precedente porremo ancora, essendo v_1 , v_2 , v_3 quantità reali:

$$u_1 = \frac{v_1}{v_3} \quad , \quad u_2 = \frac{v_2}{v_3} \quad , \quad u_3 = \frac{1}{v_3} ;$$

onde, in ultima analisi, si ha:

$$\gamma_1^2 = \frac{4v_1^2}{v_3^4} \quad , \quad \gamma_2^2 = \frac{4v_2^2}{v_3^4} \quad , \quad \gamma_3 = \pm\left(1 - \frac{2}{v_3^2}\right) \quad , \quad (\lambda \gtrless 0) ;$$

$$(28) \qquad \begin{cases} \dfrac{dv_1}{dt} = \quad H(\lambda - \lambda_2) v_2 , \\ \dfrac{dv_2}{dt} = -H(\lambda - \lambda_1) v_1 , \\ \dfrac{dv_3^2}{dt} = \quad 2H(\lambda_1 - \lambda_2) v_1 v_2 ; \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_3^2 - v_1^2 - v_2^2 = 1 , \\ \lambda v_3^2 - \lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2 = 0 . \end{cases}$$

Per λ esterno all'intervallo (λ_2, λ_1) si ha dunque:

$$a) \quad \begin{cases} v_1 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\lambda_1 - \lambda}} \cos[n(t - t_0)], \\ v_2 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda}} \operatorname{sen}[n(t - t_0)], \\ v_3^2 = \dfrac{\lambda(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)} \operatorname{sen}^2[n(t - t_0)] + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda}, \end{cases}$$

avendo posto:

$$n = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)}.$$

Bisogna osservare che il prodotto dei coefficienti di v_1 e v_2 ha lo stesso segno di λ, e che per conseguenza, essi debbono avere segno contrario per $\lambda < 0$.

Invece, se la quantità λ è interna all'intervallo (λ_2, λ_1), si ottiene:

$$b) \quad \begin{cases} v_1 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\lambda_1 - \lambda}} \cosh[n(t - t_0)], \\ v_2 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\lambda - \lambda_2}} \operatorname{senh}[n(t - t_0)], \\ v_3^2 = \dfrac{\lambda(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda)(\lambda - \lambda_2)} \operatorname{senh}^2[n(t - t_0)] + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda}, \end{cases}$$

$$n = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_1 - \lambda)(\lambda - \lambda_2)}.$$

Occorre osservare anche qui che le formole precedenti non valgono per $\lambda < 0$ finchè la costante t_0 si ritenga reale; bisogna, in tal caso, aggiungere ad essa $\log\sqrt{-1}$, il che equivale a mutare cosh in $i\,\mathrm{senh}$ e senh in $i\cosh$.

Resta per ultimo da osservare che nei casi limiti in cui si abbia:

$$\lambda = \lambda_1 \quad , \quad \lambda = \lambda_2$$

le quantità v_1, v_2, v_3 sono in generale funzioni razionali del tempo come si vedrebbe immediatamente, sia passando al limite in *a*) e *b*), oppure integrando direttamente in quei casi particolari le equazioni differenziali (28).

È questo un primo caso in cui le equazioni differenziali del movimento s'integrano mediante le trascendenti ordinarie. Le soluzioni corrispondenti agli altri casi di degenerazione si ricavano, come è noto, direttamente dalle formule generali. Noi abbiamo qui raccolti i risultati corrispondenti ai casi principali perchè qualcuno di

essi avremo occasione di richiamarlo in seguito.

$$0 \gtrless \lambda_1 = \lambda_2 \begin{cases} u_1 = a \,.\, \cos v \;\;,\;\; u_2 = a \,.\, \operatorname{sen} v \;\;,\;\; u_3 = c \\ a^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \;\;,\;\; c^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} \;\;,\;\; v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_1 - \lambda_3)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

$$\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1 = \lambda_3 < 0 \begin{cases} u_1 = a \,.\, \cos v \;\;,\;\; u_2 = b \;\;,\;\; u_3 = a \,.\, \operatorname{sen} v \\ a^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \;\;,\;\; b^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} \;\;,\;\; v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

$$\lambda_1 = \lambda_4 < \lambda_3 < 0 \begin{cases} u_1 = \pm \operatorname{tgh} \,.\, v \;\;,\;\; u_2 = \mp \dfrac{b}{\cosh \,.\, v} \;\;,\;\; u_3 = \dfrac{c}{\cosh \,.\, v} \\ b^2 = \dfrac{\lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_2} \;\;,\;\; c^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} \;\;,\;\; v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

$$0 < \lambda_2 = \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1 \begin{cases} u_1 = a \;\;,\;\; u_2 = b \cos v \;\;,\;\; u_3 = b \,\operatorname{sen} v \\ a^2 = \dfrac{\lambda_4 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \;\;,\;\; b^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_2} \;\;,\;\; v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

$$0 < \lambda_3 < \lambda_2 = \lambda_4 \begin{cases} u_1 = \dfrac{a}{\cosh \,.\, v} \;\;,\;\; u_2 = -\operatorname{tgh} \,.\, v \;\;,\;\; u_3 = \dfrac{c}{\cosh \,.\, v} \\ a^2 = \dfrac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_3} \;\;,\;\; c^2 = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_3} \;\;,\;\; v = \mathrm{H}\sqrt{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0). \end{cases}$$

VII.

La Polodia.

In questo paragrafo studieremo la polodia, e riconosceremo la forma di cui essa è suscettibile nei differenti casi.

A causa delle [*b*) , III)] le [*a*) , III)] divengono:

$$c) \qquad m = \mathrm{HC}\sqrt{\lambda_3 \lambda_4} \;\;,\;\; \frac{h}{\mathrm{H}^2\mathrm{C}} = \left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_4\right)$$

perciò, sostituendo nelle [(7) , 1)], ed in virtù delle (17) si ha:

$$\frac{\xi^2}{\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_1} + \frac{\eta^2}{\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_2} + \frac{\zeta^2}{\frac{1}{\mathrm{C}}} = 1 \,,$$

$$\frac{\xi^2}{\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_1\right)^2} + \frac{\eta^2}{\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda^2\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{\mathrm{C}}\right)^2}\left\{\zeta + \sqrt{\frac{\lambda_3 \lambda_4}{\mathrm{C}\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_4\right)}}\right\}^2 =$$

$$= \frac{1}{\mathrm{C}\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{\mathrm{C}} - \lambda_4\right)} \,,$$

ed anche ponendo per brevità:

$$\Delta(\lambda_1) = (\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4) \quad , \quad \Delta(\lambda_2) = (\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4):$$

$$(29)\quad \begin{cases} \xi^2 = \dfrac{C^2\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)^2}{\lambda_1 - \lambda_2}\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4} + \frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_2)}}{\lambda_2\sqrt{C\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)}}\right\} \times \\ \qquad\qquad \times\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4} - \frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_2)}}{\lambda_2\sqrt{C\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)}}\right\}, \\ \eta^2 = -\dfrac{C^2\lambda_1\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)^2}{\lambda_1 - \lambda_2}\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4} + \frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_1)}}{\lambda_1\sqrt{C\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)}}\right\} \times \\ \qquad\qquad \times\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4} - \frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_1)}}{\lambda_1\sqrt{C\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)}}\right\}. \end{cases}$$

La polodia è dunque una quartica che ha i piani $\xi = 0$, $\eta = 0$ per piani di simmetria e sui quali si proietta mediante due coniche. La curva può quindi risultare composta o da due orbite disuguali (una delle quali può anche essere immaginaria) dimezzate dai piani di simmetria, oppure da due orbite uguali collocate simmetricamente rispetto ad uno di essi e dimezzate dall'altro.

Ciò posto, se indichiamo con $f_{\lambda_2}(\zeta)$ ed $f_{\lambda_1}(\zeta)$ i secondi membri delle (29) perchè la polodia incontri realmente i piani $\xi = 0$, $\eta = 0$ occorre ordinatamente che le radici delle equazioni

$$f_{\lambda_2}(\zeta) = 0 \quad , \quad f_{\lambda_1}(\zeta) = 0$$

sieno reali e comprese nell'intervallo $\left(-\frac{1}{\sqrt{C}} , \frac{1}{\sqrt{C}}\right)$.

Ora, a meno di fattori positivi, abbiamo:

$$f_{\lambda_2}\left(\mp\frac{1}{\sqrt{C}}\right) = \frac{1}{C^2} - \left(\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)} \mp \sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2 \quad , \quad f_{\lambda_2}(\mp\infty) = \lambda_2 ;$$

$$f_{\lambda_1}\left(\mp\frac{1}{\sqrt{C}}\right) = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)} \mp \sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2 - \frac{1}{C^2} \quad , \quad f_{\lambda_1}(\mp\infty) = -\lambda_1 ;$$

e di più, indicando con S_{λ_1} , S_{λ_2} le somme delle radici delle equazioni precedenti:

$$\frac{1}{2}S_{\lambda_2}=\frac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4}}{\lambda_2\sqrt{C\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right)}} \quad , \quad \frac{1}{2}S_{\lambda_1}=\frac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_1\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_4}}{\lambda_1\sqrt{C\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right)}}$$

nella ipotesi sempre ammessa di (A > B) $\lambda_1 > \lambda_2$.

Ciò posto, si abbia dapprima

$$(\lambda_3-\lambda_4)^2>0 \ ;$$

allora è:

$$(\lambda_3-\lambda_4)^2=C^2\left\{\left(\frac{1}{C}+\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2-\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right)\right\}\times$$
$$\times\left\{\left(\frac{1}{C}+\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2-\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right)\right\}>0;$$

e poichè i due fattori del secondo membro sono quadrati perfetti, si conclude:

$$\left(\frac{1}{C}+\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2>\left(\frac{1}{C}-\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2>\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right) \quad \text{per} \quad 0<\lambda_4<\lambda_3 \ ,$$
$$\left(\frac{1}{C}-\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2<\left(\frac{1}{C}+\sqrt{\lambda_3\lambda_4}\right)^2<\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_4\right) \quad \text{per} \quad 0>\lambda_3>\lambda_4 \ .$$

Considerando in primo luogo il caso di

I) $$0<\lambda_2<\lambda_3<\lambda_4<\lambda_1<\frac{1}{C}$$

avuto riguardo alle disuguaglianze precedenti, si ottiene:

$$\Delta(\lambda_1)>0 \quad , \quad \Delta(\lambda_2)>0 \ ;$$
$$f_{\lambda_1}\left(\mp\frac{1}{\sqrt{C}}\right)<0 \quad , \quad f_{\lambda_1}(\mp\infty)<0 \ ;$$
$$f_{\lambda_2}\left(\mp\frac{1}{\sqrt{C}}\right)>0 \quad , \quad f_{\lambda_2}(\mp\infty)>0 \ ;$$

mentre:

$$0<\frac{1}{2}S_{\lambda_1}<\frac{1}{\sqrt{C}}<\frac{1}{2}S_{\lambda_2} \ .$$

Le intersezioni della polodia sono adunque tutte reali e distinte col piano $\eta=0$; sono invece immaginarie col piano $\xi=0$: la coordinata ξ non si annulla mai. In virtù delle (29) si ha perciò:

La proiezione della curva sopra il piano $\eta=0$ è costituita da due archi di iperbole, il cui asse trasverso coincide con l'asse ζ ed i cui vertici reali cadono esternamente alla sezione principale $\eta=0$ dell'ellissoide d'inerzia, dalla banda delle $\zeta>0$; mentre le intersezioni delle due coniche sono tutte reali e distinte.

La proiezione sopra il piano $\xi = 0$ è invece una ellisse intiera i cui vertici cadono tutti internamente alla sezione principale (η, ζ) dell'ellissoide d'inerzia.

La polodia si compone pertanto di due orbite, a doppia curvatura, collocate simmetricamente rispetto al piano $\xi = 0$ e dimezzate dal piano $\eta = 0$.

Per la stessa via si tirano senz'altro le seguenti conclusioni:

II) $0 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_2 < \lambda_1$ — La polodia ha per proiezioni due archi di ellisse sopra il piano $\xi = 0$ e sopra il piano $\eta = 0$ due archi d'iperbole di cui l'asse trasverso coincide con l'asse ζ. Essa è così composta di due orbite dimezzate dai piani di simmetria.

III) $0 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1$ — La polodia si proietta su $\eta = 0$ in due archi d'iperbole che ha l'asse non trasverso coincidente con ζ, e sopra $\xi = 0$ in una ellisse intera. La curva si compone dunque di due orbite collocate simmetricamente rispetto al piano $\xi = 0$ e dimezzate da $\eta = 0$.

IV) $\lambda_2 < 0 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1$ — La curva si proietta sopra il piano $\eta = 0$ in due archi di ellisse e sopra il piano $\xi = 0$ in una ellisse intera, onde risulta ancora composta di due orbite collocate simmetricamente rispetto al piano $\xi = 0$ e dimezzate da $\eta = 0$.

V) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3 < 0 < \lambda_1$ — La polodia si proietta su $\xi = 0$ in due archi di ellisse, mentre si proietta in una ellisse intera sopra il piano $\eta = 0$. La curva si compone di due orbite collocate simmetricamente rispetto al piano $\eta = 0$ e dimezzate da quello $\xi = 0$.

VI) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_1 < 0$ — La curva si proietta sopra il piano $\xi = 0$ in due cerchi di iperbole, di cui ζ è l'asse trasverso, ed in una ellisse intera sopra il piano $\eta = 0$. Essa è perciò composta di due orbite a doppia curvatura collocate simmetricamente rispetto al piano $\eta = 0$ e dimezzate da $\xi = 0$.

VII) $\lambda_2 < \lambda_1 < \lambda_4 < \lambda_3 < 0$ — La curva che si proietta su $\xi = 0$ in due archi di iperbole, con ζ per asse trasverso, e su $\eta = 0$ in due archi di ellisse, è costituita di due orbite dimezzate dai piani di simmetria.

VIII) $\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1 < \lambda_3 < 0$ — La curva si proietta sopra il piano $\xi = 0$ in due archi di iperbole di cui l'asse non trasverso coincide con ζ, e sopra $\eta = 0$ in una ellisse intera. Essa è così composta di due orbite collocate simmetricamente rispetto al piano $\eta = 0$ e dimezzate da quello $\xi = 0$.

Supponiamo ora che si abbia:

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 < 0;$$

allora:

$$\left\{\frac{1}{C^2} - \left(\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)} + \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\right)^2\right\} \times$$
$$\times \left\{\frac{1}{C^2} - \left(\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)} - \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\right)^2\right\} < 0;$$

e per conseguenza:

$$f_{\lambda_1}\left(-\frac{1}{\sqrt{C}}\right) < 0 \ , \ f_{\lambda_1}\left(+\frac{1}{\sqrt{C}}\right) > 0 \ ; \ f_{\lambda_2}\left(-\frac{1}{\sqrt{C}}\right) , \ f_{\lambda_2}\left(+\frac{1}{\sqrt{C}}\right) < 0.$$

Inoltre, poichè λ_3 , λ_4 sono quantità complesse coniugate, si ha senz'altro:

$$\Delta(\lambda_1) > 0 \quad , \quad \Delta(\lambda_2) > 0 .$$

Ciò basta per concludere che la polodia è allora costituita da una *sola* orbita dimezzata dai piani di simmetria $\xi = 0$, $\eta = 0$.

Per finire, ci sia permesso di osservare ancora che per $\lambda_3 = \lambda_4$, quantunque le funzioni ellittiche con cui s'integra il problema, sieno in quel caso degeneri, pure la polodia è constituita da una linea a *doppia curvatura* (e da un punto, in generale, isolato); mentre negli altri casi di degenerazione, la polodia si spezza in due ellissi collocate simmetricamente rispetto ad un piano di simmetria e dimezzate dall'altro, od in particolare ($\lambda_1 = \lambda_2$) due cerchi dimezzati dai piani di simmetria.

VIII.

La erpolodia. — Il sostegno.

Riconosciute così le differenti forme che può assumere il luogo descritto dal polo istantaneo di rotazione nella figura mobile, passiamo a studiare la natura della traiettoria che lo stesso polo descrive nello spazio assoluto. Abbiamo dimostrato come in generale questo luogo possa pensarsi situato sopra una superficie algebrica di rotazione attorno all'asse della coppia risultante delle quantità di moto.

È facile ora vedere come « il sostegno della erpolodia, quando i movimenti « interni hanno luogo attorno ad uno degli assi principali d'inerzia, sia una superficie « del secondo ordine ».

In virtù delle nostre posizioni e di ovvie relazioni fra i coseni le [(18), II)] assumono la forma:

$$\lambda_1 \alpha_1 \gamma_1 + \lambda_2 \alpha_2 \gamma_2 + \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \alpha_3 = - x \frac{\sqrt{h}}{H},$$

$$\lambda_1 \beta_1 \gamma_1 + \lambda_2 \beta_2 \gamma_2 + \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \beta_3 = - y \frac{\sqrt{h}}{H},$$

$$\lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 + \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \gamma_3 = \frac{1}{C} - z \frac{\sqrt{h}}{H}.$$

Analogamente gl'integrali (19) divengono:

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1,$$
$$\lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 + 2\sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \gamma_3 = \lambda_3 + \lambda_4.$$

Per procedere alla eliminazione dei coseni fra queste cinque relazioni quadriamo e sommiamo le tre prime, e confrontiamo l'ultima di esse col secondo integrale; avremo il sistema:

$$\begin{cases} \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1, \\ \lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 = - (\lambda_3 + \lambda_4) - 2 \dfrac{\sqrt{h}}{H} \left(z - \dfrac{H}{C\sqrt{h}} \right), \\ \lambda_1^2 \gamma_1^2 + \lambda_2^2 \gamma_2^2 = - \lambda_3 \lambda_4 + \dfrac{h}{H^2} \left\{ x^2 + y^2 + \left(z - \dfrac{H}{C\sqrt{h}} \right)^2 \right\}, \\ \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \gamma_3 = (\lambda_3 + \lambda_4) + \dfrac{\sqrt{h}}{H} \left(z - \dfrac{H}{C\sqrt{h}} \right). \end{cases}$$

Eliminando i coseni γ_1, γ_2, γ_3, abbiamo:

$$\lambda_3 \lambda_4 (x^2 + y^2) = \{ \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4 \{ \left(z - \frac{H}{C\sqrt{h}} \right)^2 +$$
$$+ 2 \frac{H}{\sqrt{h}} \{ \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_3 + \lambda_4) - \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2) \{ \left(z - \frac{H}{C\sqrt{h}} \right) +$$
$$+ \frac{H^2}{h} (\lambda_3 + \lambda_4) \{ \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_3 + \lambda_4) - \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2) \{ -$$
$$- \frac{H^2}{h} \lambda_3 \lambda_4 \{ \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4 \{,$$

che è precisamente la equazione della superficie sostegno della erpolodia: quadrica di rotazione attorno all'asse della coppia risultante delle quantità di moto.

Per dare però all'equazione della superficie una forma più adatta alla discussione, distingueremo nettamente il caso in cui la superficie sostegno è una quadrica

a centro ($\lambda_1\lambda_2 \gtrless \lambda_3\lambda_4$) da quello in cui si tratta di un paraboloide ($\lambda_1\lambda_2 = \lambda_3\lambda_4$); e riferiremo i suoi punti ad un sistema di assi ortogonali (X , Y , Z) uscenti dal centro nel primo caso, e nell'altro dal vertice del paraboloide e che abbia l'asse Z coincidente con l'asse stesso della superficie.

Ora, per il caso di una quadrica a centro, si ha:

$$(30) \qquad X^2 + Y^2 = \left\{\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_3\lambda_4} - 1\right\} Z^2 - \frac{H^2}{h}\,\frac{\Delta(\lambda_1)\,\Delta(\lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2 - \lambda_3\lambda_4},$$

$$\lambda_1\lambda_2 \gtrless \lambda_3\lambda_4 ,$$

$$z = \frac{\frac{\sqrt{h}}{H}\left\{\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_3\lambda_4} - \frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)}\right\}}{\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_3\lambda_4} - 1} + Z.$$

Nel caso invece del paraboloide, abbiamo:

$$(31) \qquad X^2 + Y^2 = 2\frac{H}{\sqrt{h}}\{(\lambda_3 + \lambda_4) - (\lambda_1 + \lambda_2)\}Z$$

$$\lambda_1\lambda_2 = \lambda_3\lambda_4 .$$

E sotto questa forma non solo è facile di assegnare immediatamente la natura del sostegno della erpolodia che compete a ciascuno dei casi che noi abbiamo distinti, ma altresì di determinare in coordinate polari la equazione della erpolodia medesima, nei casi in cui non è necessario l'impiego delle trascendenti ellittiche per la integrazione delle equazioni differenziali del movimento. A ogni modo la erpolodia può essere concepita come una linea, in generale trascendente, che va riproducendosi per archi di eguale ampiezza, e toccando successivamente due paralleli determinati del sostegno, in corrispondenza dei valori estremi tra i quali varia Z.

La semplice ispezione delle (30) e (31) dà luogo alle seguenti conclusioni riguardanti la forma che può assumere il sostegno della erpolodia:

$$(\lambda_3 - \lambda_4)^2 > 0$$

$0 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1$

- $\lambda_1\lambda_2 < \lambda_3\lambda_4$: . . . . . ellissoide;
- $\lambda_1\lambda_2 = \lambda_3\lambda_4 (\lambda_1 + \lambda_2 > \lambda_3 + \lambda_4)$: paraboloide con la concavità rivolta verso $Z < 0$;
- $\lambda_1\lambda_2 > \lambda_3\lambda_4$: . . . . . iperboloide a due falde;

$0 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_2 < \lambda_1$: . . . . . iperboloide a due falde;

$0 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1$: . . . . . iperboloide ad una falda;

$\lambda_2 < 0 < \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1$: . . . . . ellissoide;

$\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3 < 0 < \lambda_1$: . . . . . ellissoide;

$\lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1 < \lambda_3 < 0$: . . . . . iperboloide ad una falda;

. . . . . iperboloide a due falde;

$\lambda_2<\lambda_4<\lambda_3<\lambda_1<0$ $\begin{cases} \lambda_1\lambda_2>\lambda_3\lambda_4: \ldots\ldots \text{ iperboloide a due falde;} \\ \lambda_1\lambda_2=\lambda_3\lambda_4(\lambda_1+\lambda_2<\lambda_3+\lambda_4): \text{ paraboloide con la concavità rivolta verso } Z>0; \\ \lambda_1\lambda_2<\lambda_3\lambda_4: \ldots\ldots \text{ ellissoide.} \end{cases}$

$$\lambda_3=\lambda_4=\lambda$$

$0<\lambda_2<\lambda<\lambda_1$: ellissoide ($\lambda_1\lambda_2<\lambda^2$); paraboloide ($\lambda_1\lambda_2=\lambda^2$); iperboloide a due falde ($\lambda_1\lambda_2>\lambda^2$);

$0<\lambda<\lambda_2<\lambda_1$: iperboloide a due falde,

$\lambda_2<0<\lambda<\lambda_1$: ellissoide;

$\lambda_2<\lambda<0<\lambda_1$: ellissoide;

$\lambda_2<\lambda_1<\lambda<0$: iperboloide a due falde;

$\lambda_2<\lambda<\lambda_1<0$: ellissolide, paraboloide, iperboloide a due falde.

$$(\lambda_3-\lambda_4)^2<0$$

Ellissoide, paraboloide o iperboloide a due falde.

Degenerazione:

$0<\lambda_3<\lambda_2=\lambda_4<\lambda_1$: cono di rotazione;

$0<\lambda_2=\lambda_3\leqq\lambda_4<\lambda_1$: cono di rotazione;

$\lambda_2<\lambda_1=\lambda_4\leqq\lambda_3<0$: cono di rotazione;

$\lambda_2<\lambda_4<\lambda_3=\lambda_1<0$: cono di rotazione.

IX.

Erpolodia a sostegno conico.

Andiamo ora a determinare la equazione della erpolodia nei casi precedenti di degenerazione, in cui il sostegno è un cono rotondo attorno all'asse invariabile del movimento. Sono questi casi appunto che hanno in questo studio il maggior interesse, poichè per essi determineremo la natura e la forma della erpolodia, fornendo così la completa descrizione del movimento. Noi riferiremo costantemente i punti della curva ad un sistema di coordinate polari col polo nel vertice del cono, ad asse polare coincidente con l'asse stesso del cono.

Ciò posto, sia dapprima:

$$0<\lambda_3<\lambda_2=\lambda_4<\lambda_1;$$

allora le (29) divengono:

$$(32)\qquad \begin{cases} \xi^2 = \dfrac{C^2\lambda^2\left(\frac{1}{C}-\lambda_1\right)^2}{\lambda_1-\lambda_2}\left\{\zeta - \sqrt{\dfrac{\lambda_3\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)}}\right\}^2, \\ \eta^2 = -\dfrac{C^2\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)^2}{\lambda_1-\lambda_2}\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_1\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_2}+\frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_1)}}{\lambda_1\sqrt{C\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right\}\times \\ \qquad\qquad \times\left\{\zeta - \dfrac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_1\right)\sqrt{\lambda_3\lambda_2}-\frac{1}{C}\sqrt{\Delta(\lambda_1)}}{\lambda_1\sqrt{C\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right\} \end{cases}$$

mentre la (30) fornisce:

$$(33)\qquad X^2+Y^2=\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}-1\right\}Z^2.$$

E siccome nel caso attuale si ha

$$(34)\qquad Z = C\sqrt{\lambda_3\lambda_2}\left\{\zeta - \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)}}\right\}$$

ed il polo istantaneo di rotazione non può mai attraversare il piano

$$\zeta = \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)}}$$

contenente i punti doppî della polodia, così per tutta la durata del movimento sarà

$$Z \gtrless 0.$$

Significa questo che il polo istantaneo di rotazione non potrà mai uscire fuori della falda del cono (33) sulla quale si trova nell'istante iniziale del movimente, e che la erpolodia si comporrà pertanto di due rami giacenti ciascuno sopra una falda del cono medesimo.

Indicando con ϱ e θ il vettore e la colatitudine di un punto generico del cono, si ha:

$$\varrho = \varepsilon\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}}Z \quad , \quad (\varepsilon = \pm 1\ ,\ Z \gtrless 0);$$

$$\cos\theta = \varepsilon\sqrt{\frac{\lambda_3}{\lambda_1}};$$

ed in virtù della (34):

$$(35) \qquad \varrho = \varepsilon C \sqrt{\lambda_1}\lambda_2 \left\{ \zeta - \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}} \right\}.$$

Ciò posto, le (32) mediante differenziazione, forniscono:

$$d\xi^2 = \frac{C^2\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)^2 d\zeta^2}{\lambda_1 - \lambda_2},$$

$$d\eta^2 = -\frac{C^2\lambda_1\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)^2}{\lambda_1 - \lambda_2} \times$$

$$\times \frac{\left\{ \zeta - \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\lambda_1 C \sqrt{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}} \right\}^2 d\zeta^2}{\left\{ \zeta - \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\lambda_1 C \sqrt{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}} \right\}^2 - \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}{C^3\lambda_1^2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}},$$

ed anche in virtù della (35);

$$d\xi^2 = \frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)^2}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} d\varrho^2,$$

$$d\eta^2 = -\frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)^2}{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)} \cdot \frac{\left\{ \varepsilon\varrho + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}} \right\}^2 d\varrho^2}{\left\{ \varepsilon\varrho + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}} \right\}^2 - \frac{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}{C^3\lambda_1^2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}},$$

$$d\zeta^2 = \frac{d\varrho^2}{C^2\lambda_1\lambda_2}.$$

Data poi la identità dell'elemento lineare della polodia con qnello della erpolodia, indicandolo con ds abbiamo:

$$ds^2=\left[\frac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_1\right)^2}{\lambda_1(\lambda_1-\lambda_2)}+\frac{1}{C^2\lambda_1\lambda_2}-\frac{\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)^2}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)}\right.\cdot$$

$$\left.\cdot\frac{\left\{\varepsilon\varrho+\frac{(\lambda_1-\lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right\}^2}{\left\{\varepsilon\varrho+\frac{(\lambda_1-\lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right\}^2-\frac{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_2)}{C^3\lambda_1^2\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right]d\varrho^2.$$

D'altra parte, indicando con φ la longitudine del polo istantaneo di rotazione a partire da un conveniente piano polare, si ottiene:

$$ds^2=d\varrho^2+\varrho^2\frac{\lambda_1-\lambda_3}{\lambda_1}d\varphi^2.$$

Confrontando queste due espressioni di ds, abbiamo

$$d\varphi^2=\frac{\frac{1}{C}-\lambda_2}{C\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)}\frac{1}{\frac{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_2)}{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}-\left\{\varepsilon\varrho+\frac{(\lambda_1-\lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}\right\}^2}\frac{d\varrho^2}{\varrho^2},$$

ed anche, ponendo per brevità:

$$n^2=\frac{\frac{1}{C}\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}{\frac{1}{C}-\lambda_3},\quad b^2=\frac{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_2)}{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)},\quad a^2=\frac{(\lambda_1-\lambda_2)\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{C\lambda_1\left(\frac{1}{C}-\lambda_3\right)\left(\frac{1}{C}-\lambda_2\right)}}$$

ed eseguendo il seguente cambiamento di variabile:

$$\varepsilon\varrho+a=b\frac{1-u^2}{1+u^2}$$

onde:

$$\varepsilon\varrho=\frac{b-a-(b+a)u^2}{1+u^2} \tag{36}$$

abbiamo:

$$d\varphi^2=\frac{4n^2du^2}{\{(b-a)-(b+a)u^2\}^2}. \tag{37}$$

Afine d'integrare questa equazione differenziale osserviamo che

$$b^2 - a^2 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)}{C\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)} > 0:$$

onde sempre

$$b > a.$$

Ciò posto, se

$$\zeta \gtrless \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}}$$

si ha:

$$Z \gtrless 0 \quad , \quad \varepsilon = +1;$$

e per consegnenza, in virtù di (36):

$$(b - a) - (b + a)u^2 > 0.$$

La equazione differenziale (37) fornisce allora:

$$d\varphi = 2n \frac{du}{(b - a) - (b + a)u^2}$$

onde, integrando:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{n}{\sqrt{b^2 - a^2}} \log \frac{\sqrt{b - a} + \sqrt{b + a}\, u}{\sqrt{b - a} - \sqrt{b + a}\, u}.$$

Sostituendo nella (35), questa fornisce l'equazione polare di quel ramo della erpolodia che giace sopra la falda superiore ($Z > 0$) del suo sostegno:

$$\varrho = \frac{b^2 - a^2}{b \cosh\left[\frac{\varphi - \varphi_0}{\nu}\right] + a} \quad , \quad \nu = \frac{n}{\sqrt{b^2 - a^2}}$$

ed è la equazione di una curva a spirale giacente sopra la falda superiore del cono (33) e tendente indefinitamente verso il vertice.

Se invece

$$\zeta \leqq \sqrt{\frac{\lambda_3\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)}{C\lambda_2\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}}$$

si ha:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{n}{\sqrt{b^2 - a^2}} \log \frac{u\sqrt{b + a} - \sqrt{b - a}}{u\sqrt{b + a} + \sqrt{b - a}}.$$

Sostituendo nella (35) questa fornisce:

$$\varrho = \frac{b^2 - a^2}{b \cosh\left[\frac{\varphi - \varphi_0}{\nu}\right] - a} \quad , \quad \nu = \frac{n}{\sqrt{b^2 - a^2}}$$

equazione polare di quel ramo della erpolodia che giace sopra la falda inferiore ($Z < 0$) del suo sostegno e che è costituita da una seconda spirale tendente verso il vertice del sostegno medesimo senza mai raggiungerlo.

In entrambe queste due equazioni figura la costante arbitraria φ_0; ma evidentemente possiamo fare $\varphi_0 = 0$, il che equivale ad assumere come piano polare per ciascuno dei due rami della erpolodia il piano passante per il punto cui, in ciascun ramo, corrisponde il vettore massimo

$$\varrho = b - a \qquad \text{(per la falda superiore)}$$
$$\varrho = b + a \qquad \text{(per la falda inferiore)}$$

i quali punti, d'altra parte, corrispondono al passaggio del polo istantaneo di rotazione per il piano $\eta = 0$.

Si vede ancora che i valori di ϱ in cui sia fatto $\varphi_0 = 0$, non cambiano col mutare φ in $-\varphi$ di modo che le due curve stendono a destra ed a sinistra della loro sommità due rami perfettamente uguali.

« La erpolodia si compone dunque, in realtà, di due spirali doppie, giacenti cia-
« scuna sopra una falda del cono (33), ed i cui rami formano, in senso inverso, una
« infinità di spire, tendendo indefinitamente verso il vertice del cono senza mai rag-
« giungerlo ».

È bene osservare che questo punto non è, a rigore, un punto asintotico, nel senso cioè che esso non si può considerare come un cerchio di raggio infinitamente piccolo che le spirali tendono a toccare tangenzialmente, Infatti, indicando con ω l'inclinazione dell'erpolodia sui paralleli del sostegno, si ha:

$$d\varrho^2 = \varrho^2 \frac{\lambda_1 - \lambda_3}{\lambda_1} d\varphi^2 \operatorname{tg}^2 w;$$

e poichè

$$d\varphi^2 = \frac{n^2}{b^2 - \{\varepsilon\varrho + a\}^2} \cdot \frac{d\varrho^2}{\varrho^2}$$

ricaviamo

$$\operatorname{tg}^2 w = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{b^2 - \{\varepsilon\varrho + a\}^2}{n^2}$$

onde per $\varrho = 0$ certamente $\omega \gtrless 0$.

Osserviamo d'altra parte, che il massimo valore di $tg^2\omega$ si ha per $\varepsilon\varrho + a = 0$, ossia quando il polo istantaneo di rotazione attraversa il parallelo mediano della zona entro cui si svolge la erpolodia, ed è dato da

$$\frac{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)}{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)^2} = \frac{(B - C)(A - B)}{AC} < 1,$$

inoltre $tg\omega$ diviene nulla per

$$\varrho = b + a \quad , \quad \varepsilon = -1$$

$$\varrho = b - a \quad , \quad \varepsilon = +1.$$

Si conclude quindi, che « i due rami della erpolodia riescono tangenti ai pa- « ralleli estremi entro i quali la curva si svolge, ed incontrano gli altri paralleli « intermedî sotto un angolo inferiore a $\frac{\pi}{4}$, raggiungendo il valore massimo della in- « clinazione sopra il parallelo mediano ».

Riconosciuta la natura della erpolodia, andiamo a determinare la velocità con la quale il pelo istantaneo di rotazione la percorre. Il procedimento diretto potrebbe ancora essere adoperato, tuttavia, siccome è nota la espressione di γ_3 in funzione del tempo, si può immediatamente ricavare, in funzione del tempo medesimo, la espressione di ϱ. Si ha, infatti, con pochi calcoli:

$$\varrho = \frac{b^2 - a^2}{b \cosh v \pm a}$$

$$v = H\sqrt{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}\,(t - t_0)$$

onde, confrontando con le precedenti equazioni polari della erpolodia, ricaviamo:

$$\frac{\varphi - \varphi_0}{\frac{1}{C} - \lambda_2} = H(t - t_0),$$

e per conseguenza

$$\frac{d\varphi}{dt} = H\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right) = \frac{H}{B}:$$

« la velocità angolare di rotazione del polo mobile, attorno all'asse invariabile del « movimento è dunque costante ».

Per esprimere poi la velocità effettiva con la quale il polo si muove, abbiamo:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}\frac{1}{\cos w} = \frac{H}{B}\frac{1}{\cos w},$$

essendo ω l'angolo d'inclinazione dell'erpolodia sopra i paralleli di sostegno. Si conclude, adunque, che la velocità con cui si muove il polo istantaneo di rotazione, va crescendo da un valore minimo alla sommità dei due rami della erpolodia fino ad un massimo nell'attraversare il parallelo mediano della zona entro la quale si svolge la curva.

Un secondo caso di degenerazione si ha per

$$0 < \lambda_2 = \lambda_3 < \lambda_4 < \lambda_1 ;$$

evidentemente però tutte le formole relative a questo secondo caso si ricaveranno dalle analoghe del caso precedente, colla semplice sostituzione di λ_4 al posto di λ_3.

In tal modo si arriva ai seguenti risultati:

$$Z < 0 \quad , \quad \varepsilon = -1 \quad , \quad a > b$$

$$\varrho = \frac{a^2 - b^2}{b \cos\left[\dfrac{\varphi - \varphi_0}{\nu}\right] + a} \quad , \quad \nu = \frac{n}{\sqrt{a^2 - b^2}} > 1 .$$

La erpolodia è così una curva ad onde di eguale ampiezza che si va svolgendo tra due paralleli della falda inferiore ($Z < 0$) del sostegno.

Come nel caso precedente, si può ritenere $\varphi_0 = 0$, il che equivale ad assumere il piano polare passante per quel punto della erpolodia, cui corrisponde il valore minimo del vettore ϱ.

Analogamente si può concludere per il caso attuale che l'erpolodia riesce tangente ai paralleli estremi

$$\varrho = a + b \quad , \quad \varrho = a - b ,$$

tra i quali si svolge, e che la velocità angolare di rotazione del polo mobile attorno all'asse invariabile del movimento è costante, mentre l'inclinazione della erpolodia sopra i paralleli del sostegno e la velocità effettiva con cui il polo mobile la percorre, crescono da un minimo sopra i paralleli estremi, fino ad un massimo sul parallelo mediano.

Ciò che differenzia questo secondo caso dal primo, è che, mentre in questo sparisce ogni carattere di periodicità per il vettore ϱ, e l'erpolodia fa un numero infinito di spire, tendendo al vertice del sostegno, nel caso attuale, invece, la erpolodia conserva il suo carattere generale della periodicità. Infatti, il vettore ϱ si riproduce periodicamente col periodo angolare

$$2\nu\pi > 2\pi ;$$

e d'altra parte, il valore del vettore non si altera quando si attribuisca a φ l'uno o l'altro dei due valori

$$\nu\pi \pm \psi$$

sicchè si conclude che i piani per l'asse del sostegno ed i punti della erpolodia che hanno i raggi vettori massimi e minimi, sono piani di simmetria per la curva medesima, e che il vettore ϱ percorre in senso inverso ad ogni mezzo intervallo angolare $\nu\pi > \pi$ la successione indefinita dei valori compresi tra i suoi estremi massimo e minimo.

La erpolodia si riproduce quindi periodicamente, quanto a grandezza ed al tempo, per archi successivi; un arco completo è descritto mentre φ varia nell'intervallo di un periodo, ed è compreso, ad esempio, tra due raggi vettori massimi e minimi consecutivi.

Ad evitare ambiguità, dipendenti da analogia di linguaggio, osserveremo che la denominazione di arco completo non corrisponde qui alla medesima denominazione che dà Halphen nei *Mouvements à la Poinsot*. Infatti, nel caso attuale, durante il tempo

$$T = \frac{2\nu\pi B}{H}$$

il polo istantaneo di rotazione percorre interamente la polodia; i coseni γ_1 , γ_2 , γ_3 riprendono alla fine del periodo gli stessi valori che avevano allo inizio; l'asse invariabile del movimento ha compiuto, relativamente agli assi mobili supposti fissi, una intera rivoluzione. Nel caso invece dei Movimenti alla Poinsot, a causa della simmetria della polodia rispetto al piano $\zeta = 0$, l'arco completo della erpolodia è descritto mentre il polo istantaneo di rotazione percorre soltanto metà della polodia, l'asse invariabile del movimento ha compiuto in quel tempo soltanto mezza rivoluzione; l'arco corrispondente ad una rivoluzione intera è doppio (Halphen, *Traité des Fonctions elliptiques*, II volume).

Finalmente nel caso particolare di

$$0 < \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 < \lambda_1 ,$$

si ha:

$$Z \leqq 0 \quad , \quad \varepsilon = -1$$

$$\varrho = \frac{2a}{\frac{a^2}{n^2}(\varphi - \varphi_0)^2 + 1} .$$

La erpolodia risulta così composta di una doppia spirale estendentesi sopra la falda inferiore del sostegno tra il parallelo $\varrho = 2a$, al quale riesce tangente ed il vertice verso cui tende in modo asintotico; esso, cioè, deve ritenersi come un parallelo di raggio infinitamente piccolo, al quale la erpolodia riesce tangente.

I risultati corrispondenti agli altri casi di degenerazione, non sono essenzialmente diversi dai precedenti, dai quali si possono ricavare con semplice sostituzione di lettere; vi è differenza solo nel modo come i rami della erpolodia sono situati rispetto alle falde del sostegno, poichè la falda superiore ($Z > 0$) è sostituita dalla falda inferiore ($Z < 0$), e viceversa.

X.

Espressione delle coordinate polari della erpolodia.

Abbiamo così visto come nel caso in cui non si debba ricorrere alle funzioni ellittiche per la integrazione delle equazioni differenziali del movimento sia agevole determinare la natura e la forma della erpolodia indipendente dalla integrazione stessa del problema.

Andiamo ora a ricavare la espressione generale delle coordinate polari della erpolodia.

Riprendiamo a tal uopo le equazioni del Poisson:

$$(4)\quad \frac{d\alpha_1}{dt} = \alpha_2 r - \alpha_3 q \ , \ \frac{d\alpha_2}{dt} = \alpha_3 p - \alpha_1 r \ , \ \frac{d\alpha_3}{dt} = \alpha_1 q - \alpha_2 p \ , \text{ ed analoghe;}$$

le coordinate del polo istantaneo di rotazione relative agli assi mobili espresse mediante i coseni $\gamma_1 , \gamma_2 , \gamma_3$:

$$(38)\quad \begin{cases} \xi = \dfrac{p}{\sqrt{h}} = \dfrac{H}{\sqrt{h}}\left(\dfrac{1}{C} - \lambda_1\right)\gamma_1 , \\ \eta = \dfrac{q}{\sqrt{h}} = \dfrac{H}{\sqrt{h}}\left(\dfrac{1}{C} - \lambda_2\right)\gamma_2 , \\ \zeta = \dfrac{r}{\sqrt{h}} = \dfrac{H}{\sqrt{h}} \cdot \dfrac{1}{C}\left(\gamma_3 - C\sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\right) ; \end{cases}$$

e finalmente la relazione algebrica che lega i coseni $\gamma_1 , \gamma_2 , \gamma_3$ in virtù delle equazioni differenziali del movimento:

$$(39)\quad \lambda_1 \gamma_1^2 + \lambda_2 \gamma_2^2 + 2\sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \gamma_3 = \lambda_3 + \lambda_4 .$$

Inoltre indichiamo con X , Y , Z , come si è sempre fatto, le coordinate di un punto della erpolodia rispetto agli assi cui è riferito il sostegno e poniamo per brevità:

$$A_s = \alpha_s + i\beta_s \quad , \quad B_s = \alpha_s - i\beta_s \qquad (s = 1 , 2 , 3);$$

sicchè:

$$(40)\quad \begin{aligned} X + iY &= \xi A_1 + \eta A_2 + \zeta A_3 = \Sigma \xi A_1 \\ X - iY &= \xi B_1 + \eta B_2 + \zeta B_3 = \Sigma \xi B_1 . \end{aligned}$$

Le sommatorie si intenderanno estese a tutti i termini che si ricavano da quello scritto, permutando circolarmente le lettere se esse non sono affette da indici, e soltanto gli indici nel caso contrario.

Ciò posto, passiamo ad esprimere in funzione del tempo il raggio vettore della erpolodia, limitandoci al solo caso in cui essa ha per sostegno una quadrica a centro, potendosi gli stessi calcoli ripetere per il caso del paraboloide.

La (30) fornisce subito:.

$$\varrho^2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_3 \lambda_4} Z^2 - \frac{H^2}{h} \frac{\Delta(\lambda_1)\,\Delta(\lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4}$$

$$\Delta(\lambda_1) = (\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_4) \quad , \quad \Delta(\lambda_2) = (\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4) \, ,$$

ove Z deve essere pensata come una certa funzione del tempo.

Abbiamo infatti:

$$\frac{\sqrt{h}}{H} Z = \sqrt{\lambda_3 \lambda_4}\, \gamma_3 - \lambda_3 \lambda_4 \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) - (\lambda_3 + \lambda_4)}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4} \, ,$$

onde, elevando al quadrato, avuto riguardo alle (39):

$$(41) \qquad \frac{h}{H^2} Z^2 = \frac{\lambda_3 \lambda_4}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4} \left\{ \frac{\Delta(\lambda_1)\,\Delta(\lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4} + \Delta(\lambda_1)\,\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\,\gamma_2^2 \right\} .$$

Per il vettore abbiamo dunque la espressione:

$$(42) \qquad \frac{h}{H^2} \varrho^2 = \frac{\lambda_3 \lambda_4\, \Delta(\lambda_1)\,\Delta(\lambda_2)}{(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4)^2} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4} \{ \Delta(\lambda_1)\,\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\,\gamma_2^2 \} \, ,$$

mentre la colatitudine θ è definita da:

$$(43) \qquad \cos^2\theta = \frac{\lambda_3 \lambda_4\, \Delta(\lambda_1)\Delta(\lambda_2) + \lambda_3 \lambda_4 (\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4) \{ \Delta(\lambda_1)\,\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\,\gamma_2^2 \}}{\lambda_3 \lambda_4\, \Delta(\lambda_1)\Delta(\lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3 \lambda_4) \{ \Delta(\lambda_1)\,\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\,\gamma_2^2 \}} \, .$$

Ricordiamo ora che per $(\lambda_2 - \lambda_4)^2 \gtrless 0$, si ha

$$\gamma_1 = \frac{u_1}{i a_3 u_3 + a_4} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{u_2}{i a_3 u_3 + a_4} \, ,$$

ove u_1 , u_2 , u_3 sono proporzionali alle tre funzioni ellittiche di Legendre di argomento v reale e lineare nel tempo t.

Orbene, se la funzione u_3 è espressa da *delta-amplitudine*, ϱ^2 e $\cos^2\theta$ si riproducono, nello stesso ordine, ad ogni periodo 2K dell'argomento v, essendo K l'integrale ellittico completo di prima specie. Mentre invece se u_3 è espressa dalla funzione *seno* o *coseno-amplitudine*, quelle due quantità si riproducono ancora periodicamente ma ad ogni doppio periodo 4K dell'argomento. Ciò dipende evidentemente

dal fatto che nel primo caso la polodia è dimezzata dai piani di simmetria $\xi = 0$, $\eta = 0$ e per conseguenza ϱ e θ devono riprodursi necessariamente nel tempo che il polo istantaneo di rotazione percorre metà della polodia. Nel secondo caso, invece, le due orbite onde risulta questa curva, sono dimezzate da uno dei due piani di simmetria, e collocate simmetricamente rispetto all'altro, sicchè ϱ e θ non possono riprodursi se non quando il polo istantaneo di rotazione abbia percorsa tutta intiera la polodia.

Ad ogni modo, indicando in generale con $\widetilde{K}$ il semiperiodo col quale si riproducono ϱ^2 e $\cos^2\theta$, il loro valore non si altera, evidentemente, quando in luogo dell'argomento ellittico v sostituiamo l'uno o l'altro dei due valori $\widetilde{K} \pm v_1$. Si conclude pertanto che ciascuno di essi riprende ad ogni mezzo periodo $\widetilde{K}$, in ordine inverso, la successione indefinita di valori compresi tra i due limiti estremi, corrispondenti evidentemente ai passaggi successivi del polo istantaneo di rotazione per i piani di simmetria della polodia.

Indicando ora con φ la longitudine si ha:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{Y'X - X'Y}{X^2 + Y^2},$$

ove gli apici denotano l'ordine di derivazione rispetto al tempo.

In virtù delle (41) e (42) abbiamo intanto:

$$\frac{h}{H^2}(X^2 + Y^2) = \Delta(\lambda_1)\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\gamma_2^2 .$$

D'altronde derivando le (40) si ottiene:

$$X + iY' = \Sigma(\xi A_1' + A_1\xi')$$
$$X - iY' = \Sigma(\xi B_1' + B_1\xi')$$

e quindi:

$$\begin{aligned} 2i(Y'X - X'Y) = {} & \Sigma\xi^2(B_1A_1' - A_1B_1') \\ & + \Sigma\xi\eta(B_1A_2' - A_1B_2' + B_2A_1' - A_2B_1') \\ & + \Sigma(\xi\eta' - \eta\xi')(A_2B_1 - B_2A_1) . \end{aligned}$$

Ma in virtù delle (4) si ha:

$$\begin{aligned} B_1A_1' - A_1B_1' &= 2i(\gamma_2 q + \gamma_3 r) \\ B_1A_2' - A_1B_2' + B_2A_1' - A_2B_1' &= -2i(\gamma_2 p + \gamma_1 q) \\ A_2B_1 - B_2A_1 &= 2i\gamma_3 ; \end{aligned}$$

ed in conseguenza, mediante le (38):

$$\Sigma\xi^2(B_1A_1' - A_1B_1') + \Sigma\xi\eta(B_1A_2' - A_1B_2' + B_2A_1' - A_2B_1') =$$
$$= \frac{2i}{h}\Sigma p^2(\gamma_2 q + \gamma_3 r) - \frac{2i}{h}\Sigma pq(p\gamma_2 + q\gamma_1) \equiv 0 .$$

Resta pertanto:

$$Y'X - X'Y = \Sigma \gamma_3 (\xi\eta' - \eta\xi'),$$

e quindi, in virtù delle (38) e (4):

$$Y'X - X'Y = \frac{1}{h}\Sigma\gamma_3\left(p\frac{dq}{dt} - q\frac{dp}{dt}\right) = \frac{1}{h}\Sigma\frac{dp}{dt}(\gamma_2 r - \gamma_3 q) = \frac{1}{h}\Sigma\frac{dp}{dt}\frac{d\gamma_1}{dt} =$$

$$= \frac{H^2}{h}\left\{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\left(\frac{d\gamma_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\left(\frac{d\gamma_2}{dt}\right)^2 + \frac{1}{C}\left(\frac{d\gamma_3}{dt}\right)^2\right\} =$$

$$= \frac{H^3}{h}\left\{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\gamma_2^2(\lambda_2\gamma_3 - \sqrt{\lambda_3\lambda_4})^2 + \left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)(\lambda_1\gamma_3 - \sqrt{\lambda_1\lambda_4})^2 + \frac{1}{C}(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma_1^2\gamma_2^2\right\}.$$

Talchè, infine, avuto riguardo alla (39):

$$Y'X - X'Y = \frac{H^3}{h}\left\{\left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\gamma_2^2[\Delta(\lambda_2) + \lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma_1^2] + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\gamma_1^2[\Delta(\lambda_1) - \lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)\gamma_2^2] + \frac{1}{C}(\lambda_1 - \lambda_2)^2\gamma_1^2\gamma_2^2\right\} =$$

$$= \frac{H^3}{h}\left\{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\Delta(\lambda_1)\gamma_1^2 + \left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\Delta(\lambda_2)\gamma_2^2\right\}.$$

Abbiamo dunque:

$$(44) \qquad \frac{d\varphi}{dt} = H\frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\Delta(\lambda_1)\gamma_1^2 + \left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\Delta(\lambda_2)\gamma_2^2}{\Delta(\lambda_1)\gamma_1^2 + \Delta(\lambda_2)\gamma_2^2} =$$

$$= H\frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_2\right)\Delta(\lambda_1)u_1^2 + \left(\frac{1}{C} - \lambda_1\right)\Delta(\lambda_2)u_2^2}{\Delta(\lambda_1)u_1^2 + \Delta(\lambda_2)u_2^2}.$$

Ciò posto, sostituendo per u_1, u_2 i loro valori (p. es., nella ipotesi I), 4)), abbiamo:

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{1}{\sqrt{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right) - \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_4}\left(\frac{1}{C} - \lambda_4\right)\mathrm{sn}^2(v)}{1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_4}\mathrm{sn}^2(v)};$$

cioè, ponendo:

$$\frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_4} = K^2\,\mathrm{sn}^2(\alpha) = \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\lambda_3 - \lambda_2)}{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}\mathrm{sn}^2(\alpha),$$

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}{\sqrt{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}} - i\frac{K^2\,\mathrm{sn}(\alpha)\,\mathrm{cn}(\alpha)\,\mathrm{dn}(\alpha)\,\mathrm{sn}^2(v)}{1 - K^2\,\mathrm{sn}^2(\alpha)\,\mathrm{sn}^2(v)}.$$

Abbiamo dunque:

$$\varphi = \frac{\left(\frac{1}{C} - \lambda_3\right)}{\sqrt{(\lambda_4 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)}} v - i\Pi(v, \alpha),$$

essendo Π l'integrale ellittico di terza specie.

La (44) mostra che la derivata della longitudine si riproduce in tutti i casi col periodo 2K dell'argomento ellittico v, ed inoltre che essa non muta valore quando in luogo di v si sostituisca l'uno o l'altro dei due valori $K \pm v_1$.

Confrontando queste osservazioni con le analoghe già fatte per il vettore e la colatitudine si può concludere che la erpolodia si riproduce periodicamente in quanto a grandezza e tempo per archi successivi, un arco completo è descritto mentre l'argomento v varia nell'intervallo di un periodo 2K o di un doppio periodo 4K, secondo che lo polodia è dimezzata da tutte e due i piani di simmetria, e da uno solo. I piani meridiani corrispondenti al passaggio del polo istantaneo di rotazione per i piani $\xi = 0$, $\eta = 0$ sono piani di simmetria della curva; un mezzo arco completo è così, ad esempio, compreso tra due piani di simmetria successivi.

Per completare questo studio osserveremo ancora che per $\lambda_3 = \lambda_4$, si ha

$$\gamma_1^2 = \frac{4v_1^2}{v_3^2}, \quad \gamma_2^2 = \frac{4v_2^2}{v_3^2},$$

ove v_1^2, v_2^2, v_3^2 sono espresse mediante i quadrati del seno e del coseno circolare od iperbolico. Nel primo caso, adunque, i valori espressi da (42) (43) (44) si riproducono ancora periodicamente col periodo $\frac{\pi}{2}$ del loro argomento, mentre nel secondo essi perdono ogni carattere di periodicità. In questo ultimo caso, perciò, la erpolodia ha un andamento a spirale e tende indefinitamente verso una delle estremità dell'asse del sostegno.

Sul problema statico di Maxwell.
Memoria del Socio CARLO SOMIGLIANA

I.

In una Nota pubblicata nel vol. XVI dei Rendiconti di questa Accademia (1) ho chiamato *problema statico di Maxwell* il problema di rappresentare mediante tensioni elastiche, secondo il concetto maxwelliano, un campo di forza non variabile col tempo, e ne ho indicato una soluzione generale, come caso speciale di un'altra relativa al caso, in cui il campo può variare col tempo. La validità di questa soluzione più generale risultava da una verifica, di cui ho indicato le linee generali, mostrando che bastava fosse eseguita nel caso statico.

Mi propongo ora di studiare in modo completo e da un punto di vista generale questa soluzione del caso statico, che è anche, sotto un certo aspetto, la più interessante, come quella che unicamente fu considerata da Maxwell; ed eseguirne le corrispondenti verifiche con metodi semplici, conformi alla necessità della Fisica matematica, cercando di evitare quelle discussioni minuziose, relative alle discontinuità di funzioni rappresentate da integrali definiti, le quali hanno spesso una complicazione eccessiva rispetto al contributo utile che portano alle quistioni fisiche. A tal uopo occorre naturalmente supporre che le funzioni arbitrariamente date che compaiono sotto gli integrali, siano sempre regolari; ma ciò non costituisce, come è ben noto, una limitazione, poichè noi non dobbiamo considerare che quantità aventi un significato fisico.

La soluzione del problema statico di Maxwell, quale risulta dalla Nota sopracitata, si può rappresentare nel modo seguente. Indichiamo con

$$X d\mathrm{S} \quad , \quad Y d\mathrm{S} \quad , \quad Z d\mathrm{S}$$

le componenti della forza del campo agente sull'elemento di volume $d\mathrm{S}$ e con

$$\mathrm{L} d\sigma \quad , \quad \mathrm{M} d\sigma \quad , \quad \mathrm{N} d\sigma$$

(1) *Sulla teoria Maxwelliana delle azioni a distanza.* Rend. 2° sem., 1907.

le componenti delle forze del campo, agenti sopra l'elemento superficiale $d\sigma$. I campi S e σ siano dati e determinati in modo qualsiasi, ma di dimensioni finite. Inoltre indichiamo con U , V , W le componenti delle discontinuità (che eventualmente possano esistere lungo certe superficie τ) nella deformazione del mezzo elastico, le cui tensioni debbono riprodurre il campo dato.

Si costruiscano ora i seguenti potenziali biarmonici:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A} &= -\frac{1}{8\pi k}\int_{\mathrm{S}} \mathrm{X} r d\mathrm{S} - \frac{1}{8\pi k}\int_{\sigma} \mathrm{L} r d\sigma + \frac{b^2}{4\pi}\int_{\tau} \mathrm{U}\frac{\partial r}{\partial n}\, d\tau \\
\mathrm{B} &= -\frac{1}{8\pi k}\int_{\mathrm{S}} \mathrm{Y} r d\mathrm{S} - \frac{1}{8\pi k}\int_{\sigma} \mathrm{M} r d\sigma + \frac{b^2}{4\pi}\int_{\tau} \mathrm{V}\frac{\partial r}{\partial n}\, d\tau \qquad (1) \\
\mathrm{C} &= -\frac{1}{8\pi k}\int_{\mathrm{S}} \mathrm{Z} r d\mathrm{S} - \frac{1}{8\pi k}\int_{\sigma} \mathrm{N} r d\sigma + \frac{b^2}{4\pi}\int_{\tau} \mathrm{W}\frac{\partial r}{\partial n}\, d\tau
\end{aligned}
$$

ove

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

ed A , B , C si considerano come funzioni di x', y', z'.

In queste formule k rappresenta la densità del mezzo, b la velocità di propagazione in esso delle onde trasversali, n la normale alla superficie τ presa positivamente nel senso in cui si verificano gli incrementi U , V , W per le componenti u, v, w dello spostamento nel mezzo elastico.

Costruiamo inoltre i potenziali armonici o newtoniani,

$$
\begin{aligned}
\varphi &= \frac{1}{4\pi}\int_{\tau}\left(\mathrm{U}\frac{\partial x}{\partial n} + \mathrm{V}\frac{\partial y}{\partial n} + \mathrm{W}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\frac{d\tau}{r}\,, \\
\psi_1 &= \frac{1}{4\pi}\int_{\tau}\left(\mathrm{V}\frac{\partial z}{\partial n} - \mathrm{W}\frac{\partial y}{\partial n}\right)\frac{d\tau}{r}\,, \quad \psi_2 = \frac{1}{4\pi}\int_{\tau}\left(\mathrm{W}\frac{\partial x}{\partial n} - \mathrm{U}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\frac{d\tau}{r}\,, \qquad (2) \\
\psi_3 &= \frac{1}{4\pi}\int_{\tau}\left(\mathrm{U}\frac{\partial y}{\partial n} - \mathrm{V}\frac{\partial x}{\partial n}\right)\frac{d\tau}{r}\,.
\end{aligned}
$$

Poniamo inoltre

$$\Omega = \frac{\partial \mathrm{A}}{\partial x'} + \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial y'} + \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial z'}\,,$$

ed indicando con a la velocità di propagazione delle onde longitudinali, si consideri la deformazione le cui componenti di spostamento in un punto (x', y', z') sono rappresentate dalle formole seguenti:

$$
\begin{aligned}
u &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial x'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 \mathrm{A} - \frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'}\,, \\
v &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial y'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 \mathrm{B} - \frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial \varphi}{\partial y'} + \frac{\partial \psi_1}{\partial z'} - \frac{\partial \psi_3}{\partial x'}\,, \qquad (3) \\
w &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial z'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 \mathrm{C} - \frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial \varphi}{\partial z'} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x'} - \frac{\partial \psi_1}{\partial y'}\,.
\end{aligned}
$$

Noi dimostreremo che questa deformazione soddisfa a tutte le condizioni del problema statico di Maxwell, quali furono indicate nella Nota citata, vale a dire essa, qualora si verificasse in un mezzo elastico indefinito, le cui costanti di elasticità siano a, b, riprodurrebbe il campo di forza dato.

Cominciamo ad osservare che questa deformazione si decompone in tre dipendenti separatamente dalle forze di volume X, Y, Z, dalle forze superficiali L, M, N e dalle discontinuità U, V, W. Noi faremo le verifiche separatamente su ciascuna di esse, il che ci porterà anche a concludere, che la soluzione generale del problema di Maxwell non è che la sovrapposizione di tre deformazioni speciali, ciascuna delle quali può esistere separatamente nel mezzo, e risolve un problema particolare di rappresentazione di un campo di forza mediante tensioni elastiche.

I. *Forze di volume.* Tenendo conto soltanto delle forze di volume del campo, i potenziali (1), si riducono ai seguenti:

$$(4)\qquad A_1 = -\frac{1}{8\pi k}\int_S X r dS \quad , \quad B_1 = -\frac{1}{8\pi k}\int_S Y r dS \quad , \quad C_1 = -\frac{1}{8\pi k}\int_S Z r dS$$

ed indicando con Ω_1 la funzione corrispondente ad Ω in questo caso, la deformazione (3) diviene

$$(5)\qquad \begin{aligned} u_1 &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 A_1 , \\ v_1 &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 B_1 , \\ w_1 &= \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega_1}{\partial z'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 C_1 . \end{aligned}$$

I secondi membri di queste formole si comportano come funzioni potenziali armoniche di spazio; quindi sono sempre finiti e continui insieme alle loro derivate prime e si annullano all'infinito. Inoltre si ha per la dilatazione cubica corrispondente alla deformazione (5)

$$\theta_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x'} + \frac{\partial v_1}{\partial y'} + \frac{\partial w_1}{\partial z'} = \frac{1}{a^2}\Delta_2 \Omega_1$$

e quindi si ha negli spazî S

$$(6)\qquad (a^2 - b^2)\frac{\partial \theta_1}{\partial x'} + b^2 \Delta_2 u_1 = \Delta_2 \Delta_2 A = \frac{1}{k} X$$

ed altre due relazioni analoghe. Poichè l'equivalenza fra tensioni elastiche e forze di volume risulta da relazioni che non sono altro che le equazioni d'equilibrio, quando in esse alle forze si sostituiscono le componenti del campo mutate di segno, la (6) e le analoghe ci provano che questa equivalenza sussiste negli spazi S ove agiscono le forze di volume del campo dato.

All'esterno degli spazî S, si ha:

$$\Delta_2 \Delta_2 A_1 = 0 \quad , \quad \Delta_2 \Delta_2 B_1 = 0 \quad , \quad \Delta_2 \Delta_2 C_1 = 0$$

e quindi le tensioni elastiche non hanno alcuna risultante.

Le verifiche relative alle forze di volume, sono così esaurite. Le (5) dànno la soluzione generale del problema statico di Maxwell nel caso di un campo in cui agiscono soltanto forze di volume, e nella ipotesi che la deformazione del mezzo sia ovunque continua.

II. *Forze di superficie.* In questo caso i potenziali A, B, C si riducono ai potenziali biarmonici di superficie

$$(6) \qquad A_2 = -\frac{1}{8\pi k}\int_\sigma L r d\sigma \quad , \quad B_2 = -\frac{1}{8\pi k}\int_\sigma M r d\sigma \quad , \quad C_2 = -\frac{1}{8\pi k}\int_\sigma N r d\sigma$$

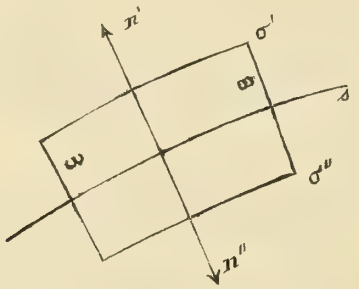
e la corrispondente deformazione diviene

$$(7) \qquad u_2 = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega_2}{\partial x'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 A_2 \, , \ldots$$

con

$$\Omega_2 = \frac{\partial A_2}{\partial x'} + \frac{\partial B_2}{\partial y'} + \frac{\partial C_2}{\partial z'} \, .$$

Per eseguire le verifiche in questo caso cominciamo ad osservare che un calcolo perfettamente analogo a quello eseguito per la deformazione precedente (5) porta su-



bito a concludere che le tensioni dovute a questa deformazione non hanno alcun effetto sopra gli elementi di volume del mezzo. Inoltre la deformazione è continua in tutto lo spazio, si annulla all'infinito; perciò le verifiche si riducono al modo di comportarsi delle tensioni nel passaggio attraverso le superficie σ.

A questo scopo scegliamo sopra una superficie σ una porzione σ_1 qualunque abbastanza piccola, limitata da un unico contorno chiuso, e consideriamo lo spazio Σ limitato da due superficie parallele a σ_1, condotte ad una distanza ε dall'una e dall'altra delle due faccie di σ_1, e dalla superficie, sensibilmente cilindrica, luogo delle

normali al contorno di σ_1. Supponiamo che ciascun elemento di volume $d\Sigma$ di questo spazio sia soggetto a certe forze di componenti $Xd\Sigma$, $Yd\Sigma$, $Zd\Sigma$, e che sia stato risolto, per riguardo a queste forze il corrispondente problema di Maxwell mediante le formole (5). Gli integrali A_1, B_1, C_1 saranno in questo caso dati da

$$A_1 = -\frac{1}{8\pi k}\int_{\Sigma} X d\Sigma = -\frac{1}{8\pi k}\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} d\varepsilon \int_{\sigma_1} X r d\sigma_1 ,$$

e formole analoghe per B_1, C_1.

Ora supponiamo che le forze X, Y, Z, per le quali non abbiamo fatto alcuna supposizione, siano tali che all'avvicinarsi indefinitamente a σ delle due superficie σ', σ'' i loro integrali presi lungo una normale tendano rispettivamente ad L, M, N, cioè si abbia:

$$\lim_{\varepsilon=0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} X d\varepsilon = L \quad , \quad \lim_{\varepsilon=0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} Y d\varepsilon = M \quad , \quad \lim_{\varepsilon=0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} Z d\varepsilon = N .$$

In questo caso gli integrali A_1, B_1, C_1 ora considerati tenderanno, per ε evanescente, a coincidere con quella parte degli integrali A_2, B_2, C_2 che è estesa alla superficie σ_1.

Ora, prima del passaggio al limite, le equazioni analoghe alle (6) saranno soddisfatte in Σ, e tali equazioni si potranno scrivere anche sotto la forma

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} = X , \text{ ecc.} \tag{8}$$

introducendo le componenti delle tensioni.

Da esse integrando allo spazio Σ, e indicando con n', n'', ν le normali esterne alle tre parti del contorno di Σ, si ottiene:

$$\int_{\sigma'} X_{n'} d\sigma' + \int_{\sigma''} X_{n''} d\sigma'' + \int_{\omega} X_\nu d\omega = \int_{\sigma_1} d\sigma \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} X d\varepsilon$$

ed altre due formole analoghe. Passando al limite per ε evanescente, ed osservando che il campo ω si annulla, troviamo

$$\int_{\sigma_1} (X_{n'} + X_{n''}) d\sigma_1 = \int_{\sigma_1} L d\sigma_1 .$$

Di qui osservando che σ_1 può essere scelto arbitrariamente piccolo, ed ammessa la continuità di L, M, N sopra σ_1 troviamo

$$X_{n'} + X_{n''} = L \tag{9}$$

per tutti i punti di σ_1 e quindi anche di σ. Analogamente si troverebbe

$$Y_{n'} + Y_{n''} = M \qquad Z_{n'} + Z_{n''} = N . \tag{9}$$

Sono queste appunto le condizioni che debbono essere soddisfatte sopra le susuperficie σ, affinchè le tensioni elastiche del mezzo deformato producano sopra ogni elemento superficiale un'azione identica a quella delle forze L , M , N del campo.

Il procedimento ora seguìto per arrivare a questa conclusione avrebbe forse bisogno di qualche maggiore specificazione per essere al riparo da qualsiasi obiezione analitica. Ma esso ha il vantaggio di condurci assai rapidamente allo scopo e con un procedimento intuitivo.

Ne deriva anche la conseguenza che, una volta risoluto il problema di Maxwell per forze di volume, la soluzione per forze agenti sopra superficie non implica nuove difficoltà, ogni qualvolta queste forze possano considerarsi come limiti di forze di volume nel modo indicato. È questo appunto il caso che si verifica per le forze del campo elettrostatico. Perciò la verifica fatta da Maxwell delle sue celebri formole pel caso di distribuzioni elettriche superficiali (*Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. I, cap. V) che a prima vista può sembrare una brillante conferma di quelle formole, non è in ultima analisi che una conseguenza necessaria delle prime verifiche relative alle distribuzioni di volume, e si potrebbe ripetere per qualsiasi altro sistema di tensioni (e ne esistono effettivamente infinite) riproducenti il campo elettrostatico corrispondente ad una distribuzione elettrica in tre dimensioni.

III. *Discontinuità.* La deformazione dipendente dalle discontinuità U, V, W si compone di due parti. La prima è formata colla stessa legge delle due precedentemente considerate mediante i potenziali biarmonici di doppio strato

$$A_3 = \frac{b^2}{4\pi}\int U\frac{\partial r}{\partial n}\,d\tau \quad , \quad B_3 = \frac{b^2}{4\pi}\int V\frac{\partial r}{\partial n}\,d\tau \quad , \quad C_3 = \frac{b^2}{4\pi}\int W\frac{\partial r}{\partial n}\,d\tau$$

e cioè è data dalle formole

$$u_3' = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega_3}{\partial x'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 A_3$$

ed analoghe, ove

$$\Omega_3 = \frac{\partial A_3}{\partial x'} + \frac{\partial B_3}{\partial y'} + \frac{\partial C_3}{\partial z'}\,.$$

La seconda è data dalle formole

$$u_3'' = -\frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'}\,, \text{ ecc.}$$

ove $\varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ sono i potenziali armonici (2). Che entrambe queste deformazioni soddisfacciano alle equazioni della statica elastica per forze di volume nulle, è evidente. La seconda si decompone in due deformazioni l'una longitudinale e l'altra transversale, le cui componenti di rotazione sono le derivate di una stessa funzione

$$\Psi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_2}{\partial y'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial z'}\right).$$

Tutte le condizioni relative alla continuità a distanza dalle superficie τ sono parimenti soddisfatte, ed il modo di comportarsi all'infinito è quello voluto.

Considerando poi le componenti delle tensioni relative ad elementi superficiali appartenenti alle τ, si può osservare che un ragionamento analogo a quello usato nel caso precedente, ci porta a concludere che queste tensioni sono continue attraverso le τ. Difatti, essendo in questo caso soddisfatte le (8) con secondi membri nulli, possiamo dedurne delle relazioni analoghe alle (9), ma coi secondi membri nulli.

Segue di qui che gli elementi superficiali di τ sono soggetti a tensioni uguali e contrarie e quindi aventi una risultante nulla. Notiamo anche che per elementi superficiali passanti per punti di τ, ma non coincidenti con queste superficie, potranno esistere per le corrispondenti tensioni delle discontinuità. Ma tali discontinuità non turbano le nostre condizioni d'equilibrio.

La questione è quindi ridotta a verificare che la deformazione $u_3' + u_3''$, $v_3' + v_3''$, $w_3' + w_3''$ è discontinua attraverso le τ, e che le componenti di spostamento subiscono dei bruschi incrementi uguali rispettivamente ad U, V, W quando si attraversano le superficie τ nel senso positivo della normale n.

Cominciamo ad osservare che si può scrivere

$$u_3'' = \left\{ 2b^2 \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) + 1 \right\} \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'}$$

e che quindi ponendo

$$\Phi = \Omega_3 + 2b^2 \varphi$$

si ha

$$u_3' + u_3'' = u_3 = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x'} + \frac{1}{b^2} \Delta_2 A_3 + \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'} .$$

Ora è facile verificare la identità

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'} = \frac{1}{4\pi} \int_\tau \left(- \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} U + \Omega_{xy} V + \Omega_{xz} W \right) d\tau$$

dove è posto

$$\Omega_{xy} = \frac{\partial x}{\partial n} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial n} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} , \text{ ecc.}$$

Inoltre

$$\Delta_2 A_3 = \frac{2b^2}{4\pi} \int_\tau U \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\tau ;$$

per cui sostituendo nella formola precedente si ha

$$u_3 = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x'} + \frac{1}{4\pi} \int_\tau \left(U \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} + V \Omega_{xy} + W \Omega_{xz} \right) d\tau .$$

La discontinuità del termine che dipende da U nell'integrale del secondo membro è quella che deve esisiere per u_3; i due integrali

$$\int_\tau V\Omega_{xy}\,d\tau \quad , \quad \int_\tau W\Omega_{xz}\,d\tau$$

sono continui, sia perchè possono essere considerati come potenziali armonici, in virtù di note formole di trasformazione, sia perchè risulta dalle formole di discontinuità per le derivate dei potenziali armonici di superficie che le discontinuità dei due termini che li compongono hanno una somma nulla.

La quistione è dunque ridotta a dimostrare la continuità di $\frac{d\Phi}{dx'}$. Ora essendo

$$\Omega_3 = \frac{b^2}{4\pi}\int\left(U\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial x'} + V\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial y'} + W\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial z'}\right)d\tau$$

$$2b^2\varphi = \frac{2b^2}{4\pi}\int\left(U\frac{\partial x}{\partial n} + V\frac{\partial y}{\partial n} + W\frac{\partial z}{\partial n}\right)\frac{d\tau}{r},$$

si ha

$$\Phi = -\frac{b^2}{4\pi}\int\left\{U\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial x} - \frac{2}{r}\frac{\partial x}{\partial n}\right) + V\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial y} - \frac{2}{r}\frac{\partial y}{\partial n}\right) + \right.$$
$$\left. + W\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial z} - \frac{2}{r}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\right\}d\tau$$

da cui derivando

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x'} = \frac{b^2}{4\pi}\int_\tau\left\{U\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} - 2\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right) + V\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y} - 2\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}\right) + \right.$$
$$\left. + W\left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial z} - 2\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)\right\}d\tau.$$

Questa espressione può decomporsi in due.

L'una

$$I = \int_\tau\left(U\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + V\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y} + W\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial z}\right)d\tau$$

le cui discontinuità si possono determinare mediante le formole generali che dànno le discontinuità delle derivate seconde dei potenziali biarmonici di doppio strato, formole le quali possono ricavarsi facilmente applicando il metodo Neumann-Beltrami (1);

(1) Neumann C., *Neue Sätze über das Newton'sche Potential.* Math. Annalen, t. XVI; Beltrami E., *Intorno ad alcuni nuovi teoremi del sig. C. Neumann sulle funzioni potenziali.* Ann. di Mat., ser. II, t. X.

ma che anche direttamente si possono avere applicando le identità

$$\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = 2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + r\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial n} + r\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x\,\partial y},$$

identità che si dimostrano facilmente. Queste formole riconducono la determinazione delle discontinuità dell'integrale I, a quelle delle derivate prime dei potenziali armonici di superficie, poichè i termini contenenti il prodotto $r\frac{dr}{dn}$ dànno luogo a integrali continui. Si trova così per la discontinuità dell'integrale I attraverso la superficie τ

(10) $$I_n - I_{n'} = 2.4\pi\alpha(U\alpha + U\beta + W\gamma)$$

indicando con α, β, γ i coseni di direzione della normale n'.

L'altra espressione da prendere in considerazione è

$$I = -2\int_\tau \left(U\frac{\partial x}{\partial n} + V\frac{\partial y}{\partial n} + W\frac{\partial z}{\partial n}\right)\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\,d\tau,$$

la cui discontinuità per le formole poc'anzi ricordate è

10') $$I_n - I_{n'} = -2.4\pi\alpha(U\alpha + V\beta + W\gamma).$$

Da queste formole (10) (10') risulta la continuità di $\frac{d\Phi}{dx'}$. E quindi per una osservazione precedente

$$u_{3n} - u_{3n'} = U$$

ed analogamente

$$v_{3n} - v_{3n'} = V \qquad w_{3n} - w_{3n'} = W.$$

Con ciò tutte le verifiche richieste sono eseguite, e possiamo quindi concludere che *il problema statico di Maxwell, come è stato da noi posto, è in via generale e senza fare alcuna ipotesi sulle proprietà elastiche del mezzo, risolubile, e la sua risoluzione null'altro richiede che il calcolo dei tre potenziali biarmonici* A, B, C *e dei quattro potenziali armonici* $\varphi, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ *definiti rispettivamente dalle formole* (1), (2).

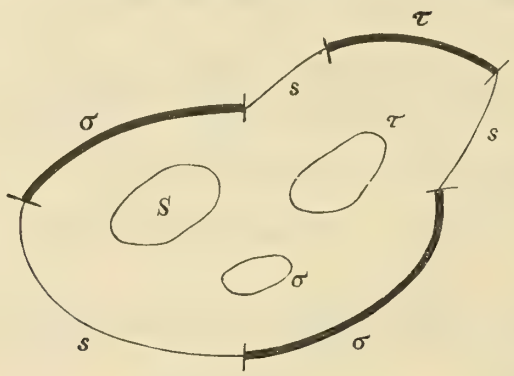
Riguardo alle precedenti verifiche relative alle superficie σ, τ, quando queste sono aperte conviene osservare che esse valgono pei punti a distanza finita dal loro contorno. Su questi contorni non è escluso in generale che possano effettivamente presentarsi delle singolarità. Però con metodi analoghi a quelli che ho indicato in una Comunicazione all'ultimo Congresso dei Matematici (Roma, 1908) si può vedere che se le funzioni arbitrarie che compaiono sotto i segni d'integrazione si annullano in-

sieme ad alcune loro derivate su tali contorni, le singolarità vengono a scomparire. Potremo allora immaginare (senza alterare sensibilmente il problema fisico) che le superficie σ, τ aperte vengano estese con striscie superficiali sottilissime sulle quali, senza interrompere la continuità, si assegnino alle funzioni arbitrarie, ed alle loro derivate, valori che si riducono a zero sul nuovo contorno. Con ciò siamo ricondotti alle condizioni dianzi accennate.

Con una modificazione di questo genere possiamo considerare come continue e regolari le funzioni arbitrarie date sopra le superficie chiuse che si possono ottenere aggiungendo alle σ e τ aperte degli opportuni lembi di altre superficie. Di questa considerazione avremo bisogno nel paragrafo seguente.

II.

Le formole che, come ora abbiamo dimostrato, risolvono il problema di Maxwell, sono presentate nel capitolo precedente, come anche nella Nota da principio citata, in una forma che può dirsi *aprioristica*. Resta ora a vedersi come ad esse necessa-



riamente si pervenga quando si studi da un punto di vista generale la quistione proposta. Questa ricerca ci porterà anche ad un risultato assai interessante, a dimostrare cioè che il problema, quale fu posto da noi, *non ammette che una soluzione unica*.

Fra le superficie σ, τ che noi abbiamo precedentemente considerate ve ne possono essere, come si è visto, alcune chiuse ed altre aperte. Immaginiamo prolungate tutte le superficie σ, τ che sono aperte in modo da costituire un'unica superficie chiusa (che chiameremo s) la quale comprenda nel suo interno tutti gli spazî S, nei quali agiscono le forze X, Y, Z di volume e tutte quelle superficie σ, τ che sono chiuse, Non è qui il caso di discutere intorno alla possibilità di una tale costruzione, ma possiamo notare che in via generale la ordinaria intuizione ci mostra che essa non presenta difficoltà nei casi che più ovviamente si presentano alla nostra osservazione, e di ciò dobbiamo accontentarci, quando si tenga conto della grande generalità della quistione che stiamo trattando.

Questa superficie s dividerà lo spazio indefinito in due regioni: l'una esterna ad s, che si estende all'infinito, l'altra interna e finita. Distinguiamo in questa gli spazî che sono interni alle σ e τ chiuse, e chiamiamo Σ' la somma di questi spazî e di quello esterno ad s. Per ricostruire tutto lo spazio indefinito Σ_∞, basterà aggiungere a Σ' lo spazio finito limitato esternamente da s ed internamente dalle σ, τ chiuse. Chiamando Σ questo spazio avremo

$$\Sigma' + \Sigma = \Sigma_\infty .$$

Se esiste una deformazione di Σ_∞ la quale riproduca il campo di forza dato, questa deformazione, tenuto conto della considerazione fatta alla fine del numero precedente, dovrà essere *regolare* tanto in Σ che in Σ' separatamente, chiamando *regolare* una deformazione che non abbia singolarità nè per le u, v, w, nè per le sei componenti di tensione. Le singolarità di una tale deformazione non potranno aversi che attraversando la superficie s. Se inoltre ammettiamo che le u, v, w debbano annullarsi all'infinito come la distanza inversa di un punto a distanza finita $\frac{1}{r}$, e le componenti di tensione come $\frac{1}{r^2}$, potremo concludere che le due deformazioni considerate in Σ ed Σ' saranno separatamente rappresentabili mediante le formole fondamentali della statica elastica (Cfr. la mia Memoria: *Sulle equazioni dell'elasticità*, Annali di Mat. 1888).

Nello spazio finito Σ la deformazione potrà considerarsi come quella generata da forze di volume

$$-\mathrm{X}\,d\mathrm{S} \quad , \quad -\mathrm{Y}\,d\mathrm{S} \quad , \quad -\mathrm{Z}\,d\mathrm{S}$$

e da forze superficiali

$$-\mathrm{X}_n\,ds \quad , \quad -\mathrm{Y}_n\,ds \quad , \quad -\mathrm{Z}_n\,ds ;$$

se con $\mathrm{X}_n, \mathrm{Y}_n, \mathrm{Z}_n$ indichiamo le componenti della tensione prodotta dalla deformazione generale, di cui abbiamo ammessa l'esistenza, sopra l'elemento ds della superficie s, intendendo che n sia la normale diretta verso l'interno di Σ.

Indichiamo allora con u_n, v_n, w_n le componenti dello spostamento u, v, w sopra la faccia di normale n della s; le formole sopra ricordate ci dànno per u, v, w in un punto qualunque (x', y', z') interno a Σ

$$\begin{aligned} u(x', y', z') = &-\int_{\mathrm{S}} (\mathrm{X}u_1 + \mathrm{Y}v_1 + \mathrm{Z}w_1)\, d\mathrm{S} - \int_s (\mathrm{X}_n u_1 + \mathrm{Y}_n v_1 + \mathrm{Z}_n w_1)\, ds \\ &- \int_s (\mathrm{L}_1 u_n + \mathrm{M}_1 v_n + \mathrm{N}_1 w_n)\, ds , \end{aligned} \tag{11}$$

e formole analoghe per $v(x', y', z')$, $w(x', y', z')$; dove

$$u_1 = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{1}{4\pi b^2}\frac{1}{r} \quad , \quad v_1 = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial^2 r}{\partial x\, \partial y} ,$$

$$w_1 = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial^2 r}{\partial x\, \partial z} ,$$

ed L_1, M_1, N_1, rappresentano le forze che, applicate sopra gli elementi di s, farebbero equilibrio alla deformazione u, v, w. Per queste forze si ha

$$L_1 = -\frac{b^2}{4\pi}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} - 2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right\} - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n},$$

$$M_1 = -\frac{b^2}{4\pi}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y} - 2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}\right\} - \Omega_{xy},$$

$$N_1 = -\frac{b^2}{4\pi}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial z} - 2\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right\} - \Omega_{xz}.$$

Ora, supponiamo che il punto (x', y', z') conservi la sua posizione nell'interno di Σ; ma consideriamo le due deformazioni

$$u, v, w \quad ; \quad u_1, v_1, w_1$$

nello spazio Σ'. Queste due deformazioni sono entrambe regolari in Σ', quindi l'applicazione del teorema di Betti ci dà, osservando che in Σ' non agiscono forze di massa,

$$(11') \quad 0 = -\int_s (X_{n'}u_1 + Y_{n'}v_1 + Z_{n'}w_1)\,ds + \int_s (L_1 u_{n'} + M v_{n'} + N w_{n'})\,ds,$$

ove $u_{n'}, v_{n'}, w_{n'}$ sono i valori delle u, v, w sulla faccia di s rivolta dalla parte dello spazio Σ'.

Aggiungendo membro a membro le due relazioni (11), (11') troviamo

$$\begin{aligned} u(x', y', z') = &-\int_S (Xu_1 + Yv_1 + Zw_1)\,dS - \\ &-\int_s \{(X_n + X_{n'})u_1 + (Y_n + Y_{n'})v_1 + (Z_n + Z_{n'})w_1\}\,ds - \\ &-\int_s \{L_1(u_n - u_{n'}) + M_1(v_n - v_{n'}) + N_1(w_n - w_{n'})\}\,ds. \end{aligned} \tag{12}$$

Ma per ipotesi sopra le superficie σ si aveva

$$\begin{array}{lll} X_n + X_{n'} = L & Y_n + Y_{n'} = M & Z_n + Z_{n'} = N \\ u_n - u_{n'} = 0 & v_n - v_{n'} = 0 & w_n - w_{n'} = 0 \end{array}$$

e sopra le superficie τ

$$\begin{array}{lll} X_n + X_{n'} = 0 & Y_n + Y_{n'} = 0 & Z_n + Z_{n'} = 0 \\ u_n - u_{n'} = U & v_n - v_{n'} = V & w_n - w_{n'} = W, \end{array}$$

mentre su quelle porzioni di s, che non appartengono nè a σ nè a τ, entrambe le terne dei primi membri delle equazioni precedenti dovevano avere valori nulli. Da ciò segue che l'espressione precedente si può scrivere

$$
\begin{aligned}
u(x', y', z') = &- \int_S (Xu_1 + Yv_1 + Zw_1)\, dS - \\
&- \int_\sigma (Lu_1 + Mv_1 + Nw_1)\, d\sigma - \int_\tau (L_1U + M_1V + N_1W)\, d\tau .
\end{aligned} \tag{13}
$$

Un ragionamento perfettamente analogo quando si consideri il punto (x', y', z') come appartenente a Σ', e si tenga conto del modo secondo cui abbiamo supposto che debbano comportarsi le u, v, w a distanza infinita, porta ad una formola di rappresentazione per la $u(x', y', z')$, la quale, per ragioni di simmetria come si vede facilmente osservando la formola (12), risulta identica alla (13) ora trovata. Formole simili naturalmente si possono stabilire per $v(x', y', z')$ e $w(x', y', z')$ e possiamo quindi concludere che la rappresentazione data dalla (13) e dalle altre due formole analoghe, che per brevità non trascriviamo, *vale per tutto lo spazio* Σ_∞. Cioè *ammesso che esista una deformazione che soddisfaccia a tutte le condizioni stabilite da noi per risolvere il problema di Maxwell, essa è rappresentata necessariamente dalle formole* (13).

Ora, un confronto abbastanza facile, e che risulta anche da formole da me stabilite in diverse occasioni, fa vedere che le formole (13) coincidono con quelle stabilite da principio per risolvere il problema di Maxwell, cioè colle (3). Possiamo quindi concludere che queste formole hanno, rispetto al problema di Maxwell carattere di *sufficienza* e di *necessità*.

Inoltre le formole (13), ed il modo con cui furono stabilite, ci portano anche alla conclusione che non possono esistere due soluzioni differenti del problema di Maxwell. Se esistessero infatti la loro differenza sarebbe una deformazione con caratteri analoghi a quelli stabiliti per entrambe, e per la quale inoltre si avrebbe

$$X = Y = Z = 0 \quad , \quad L = M = N = 0 \quad , \quad U = V = W = 0 .$$

Ma essa potrebbe parimenti essere rappresentata mediante le formole (13), quindi sarebbe dovunque nulla.

Queste conclusioni ci mostrano anche la ragione per cui il problema di equilibrio elastico, al quale abbiamo ricondotto il problema di Maxwell, è risolubile, in via generale, completamente. Questa ragione sta nel fatto che nel problema statico per uno spazio indefinito, quale è quello che noi abbiamo considerato, possono essere assegnati arbitrariamente i valori delle forze di spazio ed i valori delle discontinuità superficiali delle tensioni e degli spostamenti. Per uno spazio finito, invece, quando sono noti i valori delle forze di spazio, si danno ancora i valori delle tensioni o degli spostamenti superficiali, ma queste due serie di valori, come è ben noto, non sono fra loro indipendenti.

Del resto tutto il procedimento seguìto non è che una estensione di considerazioni perfettamente simili che si possono fare relativamente alla integrazione dell'equazione

$$\Delta_2 V = k(x, y, z) \tag{14}$$

in uno spazio indefinitamente esteso, quando la funzione $k(x, y, z)$ è differente da zero, solo in una regione finita S dello spazio, e V ha delle discontinuità assegnate sopra certe superficie τ, cioè

$$V_n - V_{n'} = g_\tau \qquad \text{sopra } \tau$$

e inoltre la sua derivata normale ha parimenti delle discontinuità conosciute sopra certe altre superficie σ, cioè

$$\frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial n'} = h_\sigma \qquad \text{sopra } \sigma.$$

In tal caso l'integrazione della (14) è un problema a soluzione unica, e questa è data dalla formola

$$V = \frac{1}{4\pi}\int_\tau g_\tau \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\tau - \frac{1}{4\pi}\int_\sigma h_\sigma \frac{d\sigma}{r} - \frac{1}{4\pi}\int_S k \frac{dS}{r}.$$

Il ragionamento che ci ha portato alle formole (13) non è sostanzialmente diverso da quello usato da Beltrami nel trattare il problema ora enunciato, nella Memoria: *Intorno ad alcuni punti della Teoria del Potenziale* (Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ser. III, t. IX, 1878).

III.

Poichè scopo finale delle presenti ricerche è di trovare una distribuzione di tensioni elastiche nello spazio, che riproduca un dato campo di forza, e che, nel caso di campi elettro-magnetici, possa essere sostituita a quella di Maxwell, senza andare soggetta allo stesse obiezioni ben note, è conveniente dedurre dalle formole stabilite le espressioni delle corrispondenti tensioni.

Consideriamo separatamente nelle (3) la parte che dipende dai potenziali biarmonici A, B, C, da quella che dipende dai potenziali armonici $\varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3$.

Indicherò con lettere semplicemente accentate le quantità relative alla prima, con lettere doppiamente accentate quelle relative alla seconda.

Abbiamo dalle (3)

$$u' = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial \Omega}{\partial x'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 A, \tag{15}$$

$$u'' = -\frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \frac{\partial \psi_3}{\partial y} - \frac{\partial \psi_2}{\partial i} \tag{16}$$

e formole analoghe per le altre componenti. Di qui si ricavano per le sei componenti di deformazione, che indicheremo colle notazioni $x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y$, le espressioni

$$x'_x = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2} + \frac{1}{b^2}\Delta_2 \frac{\partial A}{\partial x'},$$

$$y'_z = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y' \partial z'} + \frac{1}{b^2}\Delta_2\left(\frac{\partial B}{\partial z'} + \frac{\partial C}{\partial y'}\right), \text{ ecc.}$$

$$x'_x + y'_y + z'_z = \theta' = \frac{1}{a^2}\Delta_2 \Omega.$$

Per le sei componenti di tensione, che indicheremo colle solite notazioni X_x, $Y_y, \ldots, X_y$, in base alle formole

$$X_x = k(a^2 - 2b^2)\,\theta + 2kb^2 x_x$$
$$Y_z = kb^2 y_z$$

si trova, con qualche semplice riduzione,

$$\begin{aligned}
X'_x &= \frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z'^2}\right) + k\Delta_2\left(\frac{\partial A}{\partial x'} - \frac{\partial B}{\partial y'} - \frac{\partial C}{\partial z'}\right)\\
Y'_y &= \frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2}\right) + k\Delta_2\left(\frac{\partial B}{\partial y'} - \frac{\partial C}{\partial z'} - \frac{\partial A}{\partial x'}\right)\\
Z'_z &= \frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2}\right) + \Delta_2 k\left(\frac{\partial C}{\partial z'} - \frac{\partial A}{\partial x'} - \frac{\partial B}{\partial y'}\right)\\
Y'_z &= -\frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y\,\partial z} + k\Delta_2\left(\frac{\partial B}{\partial z'} + \frac{\partial C}{\partial y'}\right)\\
Z'_x &= -\frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z\,\partial x} + k\Delta_2\left(\frac{\partial C}{\partial x'} + \frac{\partial A}{\partial z'}\right)\\
X'_y &= -\frac{k}{a^2}(a^2 - b^2)\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y\,\partial z} + k\Delta_2\left(\frac{\partial A}{\partial y'} + \frac{\partial B}{\partial x'}\right).
\end{aligned} \tag{17}$$

Queste tensioni si compongono di due parti. Quella formata con Ω, che è una forma generale di tensioni considerata da Maxwell (*On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Forces*, Scient. Papers, vol. 2) e ritrovata da Beltrami (1). Componendo con queste tensioni il trinomio $\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_x}{\partial y} + \frac{\partial Z_x}{\partial z}$ si vede che esso si annulla e perciò tali tensioni non dànno luogo ad alcuna azione risultante sull'elemento di volume. L'altra parte delle tensioni precedenti formata con gli integrali A, B, C produce da sola l'azione risultante equivalente alla forza X, Y, Z del campo.

(1) V. Beltrami, *Sulla soluzione più generale delle equazioni indefinite dell'equilibrio di un corpo continuo*; e Morera, *Soluzione generale delle equazioni* ecc. Rend. Acc. dei Lincei, 1892.

Il caso più interessante da considerarsi è quello in cui la deformazione è continua in tutto lo spazio; essa è la più semplice ed è sempre completamente determinata, senza bisogno di altre considerazioni, essendo in tal caso $U = V = W = 0$. Le tensioni che entrano in giuoco sono allora rappresentate in modo completo dalle (17), in cui anche i potenziali A, B, C hanno la forma ridotta

$$
\begin{aligned}
A &= -\frac{1}{8\pi k}\int_S X r dS - \frac{1}{8\pi k}\int_\sigma L r d\sigma \\
B &= -\frac{1}{8\pi k}\int_S Y r dS - \frac{1}{8\pi k}\int_\sigma M r d\sigma \qquad (18) \\
C &= -\frac{1}{8\pi k}\int_S Z r dS - \frac{1}{8\pi k}\int_\sigma N r d\sigma
\end{aligned}
$$

mentre la deformazione è rappresentata dalle (15). Le tensioni risultano indipendenti dalla densità del mezzo.

Le formole (15) (17) (18) *rappresentano quindi la soluzione più generale e completa del problema statico di Maxwell per un mezzo a deformazione continua.*

È notevole che queste formole conservano un significato determinato anche quando si supponga $a = \infty$. In tal caso la dilatazione cubica è nulla in ogni punto e la deformazione può dirsi *trasversale.* Questo risultato è interessante, quando si voglia considerare il mezzo elastico trasmettente le azioni del campo come avente proprietà analoghe a quelle dell'etere luminoso. Ne risulta infatti che noi possiamo attribuire al mezzo le proprietà dell'etere, senza che la nostra soluzione del problema di Maxwell cessi di avere valore.

Nell'ipotesi, in certo modo opposta, $b = 0$, le formole delle tensioni (17) conservano pure un significato e risultano indipendenti dalla velocità a delle onde longitudinali. In tal caso il mezzo trasmette solo onde longitudinali, si comporta cioè come un fluido. Ma le componenti dello spostamento divengono in generale infinite, come risulta dalle (15). Possiamo quindi concludere:

Esiste sempre una deformazione continua a dilatazione cubica nulla, o deformazione trasversale, che risolve il problema statico di Maxwell. Non esiste invece in generale una deformazione priva di rotazione, o longitudinale, sebbene anche in questo caso le tensioni si conservino finite.

Tutto ciò si accorda coll'ipotesi che più naturalmente si presenta come ovvia, quella cioè di ammettere che il mezzo trasmettente le azioni a distanza sia l'etere stesso.

Passiamo ora a considerare la seconda parte delle nostre formole generali, quella rappresentata dalle (16). Essa esiste naturalmente solo nel caso che si tratti di una deformazione con discontinuità. Si ha in questo caso

$$
\begin{aligned}
x''_x &= -\frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial \psi_3}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_2}{\partial z'}\right) \\
y''_z &= -2\,\frac{a^2 - 2b^2}{a^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y' \partial z'} + \frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial \psi_2}{\partial y'} - \frac{\partial \psi_3}{\partial z'}\right) + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2}
\end{aligned}
$$

e formole analoghe. Essendo in questo caso

$$\theta'' = -\frac{a^2 - 2b^2}{a^2} \Delta_2 \varphi = 0$$

le componenti di tensione sono proporzionali alle componenti di deformazione. Si ha cioè

$$X''_x = 2b^2 k x''_x \qquad Y''_y = 2b^2 k y''_y \qquad Z''_z = 2b^2 k z''_z ,$$
$$Y''_z = b^2 k y''_z \qquad Z''_x = b^2 k z''_x \qquad X''_y = b^2 k x''_y .$$

In queste espressioni la parte che dipende da φ ha la forma maxwelliana già considerata, come si vede facilmente osservando che invece di $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2}$ possiamo scrivere $-\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2}\right)$; gli altri termini dipendenti da ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 dànno luogo a tensioni, che parimenti soddisfanno, alle condizioni

$$\frac{\partial X_x}{\partial x'} + \frac{\partial X_y}{\partial y'} + \frac{\partial X_z}{\partial z'} = 0 , \quad \text{ecc.}$$

a cagione dell'armonicità delle funzioni ψ_1 , ψ_2 , ψ_3.

IV.

In un lavoro, che verrà prossimamente pubblicato nel Nuovo Cimento [1] ho applicato le formole generali precedentemente stabilite alla rappresentazione del campo di forza prodotto da una sfera omogenea che gravita sopra se stessa, e del campo prodotto da una sfera conduttrice uniformemente elettrizzata. I risultati a cui si arriva sono assai semplici e dànno un'idea chiara delle corrispondenti distribuzioni delle tensioni elastiche.

Nel caso della sfera gravitante su se stessa la deformazione è data dalle formole

(19) $$u = x\,S(\varrho) \qquad v = y\,S(\varrho) \qquad w = z\,S(\varrho)$$

dove la funzione $S(\varrho)$ (ϱ essendo il raggio vettore uscente dal centro della sfera) pei punti interni alla sfera ha per espressione

$$S_i(\varrho) = \frac{2\pi h^2}{3a^2}\left(\frac{R^2}{3} - \frac{\varrho^2}{5}\right)$$

e pei punti esterni

$$S_e(\varrho) = \frac{4\pi h^2}{5 \cdot 9a^2}\frac{R^5}{\varrho^3} .$$

[1] *Sopra una rappresentazione meccanica di alcuni campi di forza* (Comunicazione fatta alla Sezione di Fisica nel Congresso tenuto in Firenze, nell'ottobre 1908, dalla Società Italiana per il progresso delle Scienze).

In queste formole, R rappresenta il raggio della sfera, h la sua densità. La deformazione può quindi considerarsi come un allungamento di tutte le linee di forza, a partire dal centro, nel senso positivo dei raggi vettori.

Nel caso della sfera elettrizzata la deformazione è ancora rappresentata da formole della stessa forma delle (19), come è naturale per ragioni di simmetria, ma la funzione $S(\varrho)$ è data invece dalle espressioni

$$S_i(\varrho) = -\frac{4\pi\varepsilon^2}{3a^2} \quad , \quad S_e(\varrho) = -\frac{4\pi\varepsilon^2}{3a^2}\frac{R^3}{\varrho^3} \, ,$$

ove ε indica la densità elettrica. Abbiamo quindi, considerando il centro come fisso, un accorciamento generale di tutte le linee di forza. Non riprodurrò i risultati corrispondenti alla distribuzione delle tensioni, che sono ampiamente svolti nel lavoro dianzi citato.

Mi sembra invece opportuno di aggiungere qualche considerazione circa la estensione che può avere la teoria generale che abbiamo esposto. Essa è immediatamente applicabile a tutti i campi di forza dovuti ad azioni di gravitazione newtoniana, qualunque sia la forma dei corpi attraenti e la distribuzione in essi della densità. Parimenti è applicabile ai campi di forza elettrostatici, e in generale a tutti quei campi, come quelli dovuti ad azioni elettrodinamiche, in cui ogni elemento dei corpi agenti è o può considerarsi come soggetto unicamente all'azione di una forza determinata.

Si presenta invece la necessità di una estensione della teoria allorchè gli elementi dei corpi del sistema che si considera sono soggetti anche ad azioni orientatrici, od a coppie, come avviene per le azioni magnetiche. La cagione ne è facilmente intuibile.

Nella ordinaria teoria dell'elasticità le tensioni si considerano unicamente come effetto della deformazione molecolare. Una variazione di orientazione della molecola non dà luogo a reazioni elastiche. Reciprocamente quindi è naturale che mediante le ordinarie deformazioni di un mezzo elastico non è possibile produrre delle azioni orientatrici, come, ad esempio, sono quelle esercitate da forze magnetiche sopra gli elementi dei corpi magnetizzati.

Ne viene quindi la necessità di una estensione della teoria dell'elasticità nel senso di tener conto delle possibili reazioni elastiche dovute ad azioni orientatrici. Nella ordinaria teoria le equazioni della statica si possono stabilire scrivendo le sei equazioni d'equilibrio per un elemento di volume, considerato come rigido e soggetto unicamente ad una data forza. Le tre equazioni relative all'annullarsi della coppia risultante o, come si sogliono chiamare, dei momenti portano alle ben note relazioni

$$Y_z - Z_y = 0 \qquad Z_x - X_z = 0 \qquad X_y - Y_x = 0 \, .$$

Noi dovremo invece ammettere che sull'elemento di volume possa agire anche una coppia, le cui componenti siano P, Q, R. In tal caso le tre equazioni precedenti sono sostituite dalle altre

$$Y_z - Z_y + P = 0 \qquad Z_x - X_z + Q = 0 \qquad X_y - Y_x + R = 0$$

e dobbiamo ammettere che le componenti di tensione dipendano anche dagli elementi che determinano l'orientazione della molecola. Tale è l'estensione che dobbiamo prendere in considerazione.

Nè essa è completamente nuova. Poichè il prof. W. Voigt cercando di stabilire dei fondamenti generali della teoria dell'elasticità è appunto arrivato ad equazioni della forma di quelle ora indicate (1). Tutto ciò poi concorda col modo di vedere a cui Maxwell è stato condotto, quando ha tentato una rappresentazione mediante tensioni elastiche dei campi elettro-magnetici. Infatti nelle formole che egli stabilisce nel Cap. XI del tomo II del suo classico Trattato, si hanno per le tensioni elastiche delle espressioni, in cui le differenze $Y_z - Z_y$, $Z_x - X_z$, $X_y - Y_x$ non sono nulle.

La estensione della teoria della statica elastica nel senso ora indicato e la conseguente applicazione al problema, in certo modo inverso, della rappresentazione dei campi di forza, costituiscono così la questione che naturalmente si presenta nello svolgimento della teoria, da noi studiata, e l'obiettivo a cui dovremo in seguito mirare.

(1) W. Voigt, *Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Krystalle.* Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Bd. XXXIV, 1887.

Sulle scariche oscillatorie.

Memoria del Socio A. BATTELLI e di L. MAGRI

(Con tre tavole).

La scintilla.

1. Nei due nostri precedenti lavori sulle scariche oscillatorie (1), abbiamo avuto soprattutto di mira lo studio del moto della elettricità nel circuito di scarica, avendo riguardo anche al caso che questo fosse di materiale magnetico e contenesse del ferro nel campo oscillante creato dalla corrente. Ci siamo quindi dovuti occupare della scintilla, sia perchè l'esame di questa nello specchio rotante ci forniva i dati per la misura del periodo e per la nozione dello smorzamento, sia perchè facendo essa parte del circuito, avevamo bisogno di conoscere l'energia in essa dissipata e la sua resistenza apparente. Ora vogliamo descrivere accuratamente i particolari che presenta l'aspetto di queste scintille oscillanti, con lo scopo di chiarire e riordinare le notizie che si hanno attualmente sul meccanismo della scarica nell'aria.

Lo studio della scarica elettrica nei gas, come ognun sa, ha fin da tempi lontani attirato l'attenzione degli sperimentatori, ma il caso della comune scintilla oscillatoria nell'aria ambiente, offre ancora largo campo d'esame.

In due gruppi specialmente si possono dividere le ricerche fatte fin qui: al primo gruppo appartengono le analisi della scintilla con lo specchio rotante, iniziate dal Feddersen; al secondo gli studî spettroscopici sulla luce emessa dalla scintilla.

Tanto nell'uno che nell'altro gruppo sono state moltissime le ricerche, ma si può asserire che l'analisi della scintilla nello specchio rotante è stata fatta con lo scopo di dedurre da questa il valore del periodo dello smorzamento della scarica, e l'analisi spettrale ha avuto più che altro un indirizzo puramente spettroscopico: nè intanto il meccanismo della scintilla oscillatoria e le ragioni dei suoi multiformi aspetti luminosi sono ancora chiariti.

Hanno trattato l'argomento con qualche ampiezza, lo Schuster, l'Hemsalech, il Trowbridge, lo Schenck, il Néculcéa ed altri; incidentalmente, ed occupandosi di questioni particolari, un numero grandissimo di studiosi. Così troviamo molto materiale sperimentale su questo soggetto, numerose osservazioni isolate su questa o su quella questione, ma quando si vogliono riunire tutte questo osservazioni sparse, si trovano

(1) *Nuovo Cimento*, ser. V, vol. III, pag. 177 e 257 (1902); Id., ser. V, vol. VII, pag. 193 (1906); Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino, serie II, tomo LI (1902).

tali incertezze, tali lacune e qualche volta tali contraddizioni, da rendere impossibile di arrivare ad una conclusione sicura.

Per ciò abbiamo intrapreso questo studio su larga scala, ripetendo anche all'occorrenza esperienze già eseguite, con l'intento che da questa raccolta ordinata e accurata di fatti possa derivare qualche nuova luce sull'argomento, od almeno una chiara e particolareggiata descrizione degli aspetti ordinarî della scarica oscillatoria.

2. Cominciamo appunto col ricordare succintamente i principali caratteri della scintilla.

Proiettiamo sopra uno schermo l'immagine di una ordinaria scintilla oscillatoria, ingrandendola convenientemente. Se la scintilla è dovuta alla scarica di un condensatore di notevole capacità, con un circuito di piccolissima autoinduzione e di piccola resistenza vediamo un tratto luminoso, bianco, splendente, che va dall'uno all'altro elettrodo circondato da una larga e luminosissima aureola, che ha tutto l'aspetto di una grande e irregolare nube luminosa, e si estende a grande distanza da questo tratto bianco presentando colore diverso a seconda del metallo di cui sono costituiti gli elettrodi. Le regioni in immediata vicinanza di questi sono più luminose di tutto il resto dell'aureola, e spessissimo diversamente colorate; questa poi, in tali condizioni del circuito, può addirittura mascherare ogni altro fenomeno.

La fig. 1 (tav. I) riproduce appunto l'immagine ingrandita di una di queste scintille, ottenuta con elettrodi di cadmio, usando un condensatore di 98100 cm. di capacità, un circuito formato dalle bacchette dello spinterometro, da due corti tubi di ottone di 2 cm. di diametro e da un breve filo di rame.

L'esame della negativa mostra con evidenza che questa aureola è formata da una grande moltitudine di sottilissimi ciuffi luminosi.

Aumentando l'autoinduzione e la resistenza del circuito, il tratto bianco si assottiglia, ma resta più facilmente visibile per il diminuito splendore dell'aureola che si raccorcia avvicinandosi agli elettrodi.

Nella fig. 2 per es., si vede una di queste scintille, ottenute con lo stesso condensatore di 98100 cm., con piccola autoinduzione e con una resistenza in circuito di oltre 20 Ohm. In questo caso l'aureola è brevissima e raccolta in immediata vicinanza degli elettrodi.

Se aumentiamo l'autoinduzione, il tratto luminoso bianco che va dall'uno all'altro elettrodo si fa sempre più sottile e finisce col divenire un esilissimo filo luminoso, l'aureola invece può cambiare colore pur mantenendosi estesa e splendente; essa finisce per prendere decisamente l'aspetto di un insieme di ciuffi larghi staccati dagli elettrodi e proiettati nello spazio. Questi ciuffi sono diversamente colorati nelle loro varie parti, hanno il loro massimo splendore in vicinanza degli elettrodi, ed emettono luci diverse a seconda dei metalli di cui questi sono costituiti.

Le figg. 3, 4 e 5 mostrano alcune di queste scintille ottenute con grandi valori della auto-induzione in circuito, e con piccola resistenza. Diminuendo la capacità del condensatore, diminuisce la grandezza dell'aureola e la quantità di luce emessa, i ciuffi colorati si allontanano meno dagli edettrodi, si vede più nettamente il filamento luminoso bianco.

Con capacità piccolissime questi ciuffi colorati divengono molto brevi anche con valori minimi dell'autoinduzione e si riducono in immediata vicinanza degli elettrodi. In tal caso non si vede quasi più altro che il tratto bianco che li unisce.

A tutto ciò si aggiunga che, specialmente con valori grandi della capacità del condensatore, la scintilla si trova tutta circondata da vere e proprie fiamme, rosso-giallastre, facilmente visibili ad occhio, ma che non lasciano sempre sufficiente impressione sulla negativa fotografica.

3. Osserviamo più intimamente il fenomeno servendoci dello specchio rotante. Se prendiamo in esame una scintilla del genere di quelle rappresentate dalla fig. 1, per quanto rapidamente ruoti lo specchio, poco ci è dato di vedere sulla sua costituzione per la indecisione dei contorni di tutte le sue parti luminose. Essa dà sul vetro smerigliato una immagine che si può rassomigliare a un nastro luminoso, solcato da linee curve molto indecise, terminato agli orli da punti alternativamente oscuri e luminosi. Essi sono la sola cosa che possa permettere con qualche sicurezza una misura del periodo di oscillazione della scarica sulle negative fotografiche, che si possono ottenere sostituendo la lastra sensibile al vetro smerigliato. La scintilla comincia bruscamente in tutta la sua lunghezza con un tratto largo e bianco di grande splendore; poi nello spazio fra gli elettrodi vien lanciato il vapore, diversamente colorato coi diversi metalli. Questo nastro luminoso finisce poi con una o più code a punta, evidentemente dovute a masse di vapore metallico che restano luminose e incandescenti nello spazio tra gli elettrodi anche dopo che è cessata la scarica, finchè si assottigliano e spariscono. Queste code luminose si hanno in generale con tutte le scintille oscillanti.

Col crescere dell'autoinduzione e col diminuire della capacità, i fenomeni luminosi si fanno sempre più netti, così che arriviamo presto a vedere chiaramente le varie parti della scintilla separate dalla rotazione dello specchio.

Le figure dalla 10 alle 15 (tav. II) mostrano appunto queste fotografie così nette; in esse sono ben visibili nelle prime oscillazioni i tratti luminosi quasi diritti che uniscono l'uno all'altro elettrodo e le proiezioni di sostanze luminose che partendodosi dagli elettrodi si muovono nello spazio tra essi interposto, disegnando sul vetro smerigliato o sulla negativa delle curve ben visibili. Queste, a seconda delle condizioni, possono arrivare solo nel mezzo della scintilla, oppure superarlo e qualche volta anche portarsi fuori dell'intervallo di scarica al di là dell'elettrodo opposto a quello da cui sono partite.

Queste curve luminose sono in generale diversamente colorate non soltanto per i diversi metalli che costituiscono gli elettrodi, ma anche per uno stesso metallo, a seconda del periodo e della fase di scarica. Quasi sempre hanno in vicinanza degli elettrodi un colore diverso da quello che presentano agli estremi.

Oltre a ciò, si vedono poi ben nettamente dei piccoli segmenti orizzontali, aderenti agli elettrodi e che corrispondono ai punti nei quali via via si imposta la scintilla.

Con capacità e autoinduzione assai grandi, e con distanze esplosive piccole, nello specchio rotante non si vedono quasi più altro che i tratti luminosi vicini agli

elettrodi e i ciuffi dei vapori metallici; la scarica si mostra avviata da una piccola scintilla *pilota*, poi comincia subito una produzione abbondantissima di vapore, e l'aspetto della scintilla è quello che si può vedere nelle figg. 16, 17 e 18 (tav. II).

Riassumendo:

Queste prime osservazioni con lo specchio rotante ci fanno vedere:

1) Che l'aria tra gli elettrodi all'inizio della scarica diviene luminosa e di color bianco, poi può seguitare ad essere luminosa cambiando di colore e divenendo rosso-azzurrastra, o può spegnersi rapidamente.

2) Che i vapori metallici si staccano dagli elettrodi e si muovono con moto ritardato e per vie diverse senza sembrare influenzati dal procedere della scarica, hanno colore diverso vicino agli elettrodi rispetto a quello che assumono lontano da questi, possono restare luminosi anche quando la scarica è cessata.

Riepilogati così brevemente i fatti fondamentali, vogliamo ora analizzare un po' minutamente quali siano le apparenze luminose dell'aria eccitata dalla corrente (che noi chiameremo al solito *scintilla d'aria*), e quali i fatti dovuti ai vapori. Cominciamo dalle prime.

Le scintille d'aria.

4. La scintilla d'aria è forse la parte meno studiata nei suoi aspetti luminosi, soprattutto per il fatto che l'osservazione degli sperimentatori è stata quasi sempre portata su scintille di pochi millimetri di lunghezza e dovute a condensatori di assai notevole capacità; in questo caso lo spazio tra gli elettrodi si arricchisce rapidamente di vapori, e sia perchè la luminosità di questi arriva quasi a coprire quella dell'aria, sia perchè la conduzione elettrica procede per la massima parte nell'atmosfera da essi creata, poco ci mostrano le analisi con lo specchio rotante e l'ordinaria analisi spettroscopica.

Ma gli aspetti caratteristici di queste scintille d'aria si possono osservare con grande facilità quando si ricorra a scariche di un condensatore di capacità assai piccola (quello da noi usato per questo scopo era di 0,0015 microfaraday) e quando si aumenti notevolmente la distanza esplosiva portandola a qualche centimetro (a 3 o 4 cm.). In questo caso i vapori staccati dagli elettrodi non possono invadere tutto l'intervallo di scarica, la quantità di elettricità che prende parte al fenomeno è grande per il valore elevato della differenza di potenziale esplosiva, quindi le scintille d'aria risultano molto luminose anche in confronto del grande splendore dei vapori metallici.

Così nella fig. 6 (tav. I) potremo vedere l'immagine ingrandita di una di queste scintille ottenuta con elettrodi di cadmio e con piccola autoinduzione in circuito. La scintilla in questo caso è molto brusca, luminosa e splendente; un largo tratto bianco, di splendore abbagliante congiunge gli elettrodi, che appariscono circondati da due piccole nubi di vapore metallico intensamente colorite. Il tratto bianco è qualche volta solcato nel mezzo da un tratto oscuro, che lo percorre in tutta la sua lunghezza. Quest'ultimo che è nettissimo nella negativa, e pochissimo visibile nella riproduzione fattane

nella tavola I, potrebbe esser dovuto al fatto che questa striscia luminosa sia cava nella sua parte assiale o sia doppia; non si può attribuirlo ad una inversione fotografica, perchè così apparisce anche all'osservazione diretta.

Aumentando il valore dell'autoinduzione, la scintilla perde in sonorità e in splendore, il tratto bianco che riunisce gli elettrodi si assottiglia e finisce per ridursi alla sua sola pilota, che spicca in bianco sul tratto largo e sfumato di color rosso-azzurrastro, dovuto alle successive oscillazioni (fig. 7). Dai due elettrodi si staccano i ciuffi di vapore, simili a linguette di fuoco, assai diverse nel loro aspetto dalle nubi visibili nella fig. 6. Quasi sempre per lo smorzamento della scarica, essi sono più lunghi e vivaci ad uno che all'altro elettrodo.

Di queste scintille possiamo distinguere con grande chiarezza i varî aspetti luminosi; il percorso della scarica è segnato dalla pilota e dalle successive scintille rosse d'aria, mentre i vapori metallici si allontanano molto da questa strada pur conservando viva gran parte della loro luminosità, anche indipendentemente da ogni altra eccitazione elettrica del fenomeno.

5. Vediamo ora che cosa ci può mostrare lo specchio rotante, giovandoci tanto della riproduzione fotografica che dell'osservazione diretta fatta sul vetro smerigliato collocato al posto della lastra.

Se l'autoinduzione del circuito è minima (come nel caso della fig. 6), noi vediamo che la scintilla si risolve in un breve nastro; cioè ha corta durata, si inizia con un tratto bianco e largo, luminosissimo, che va rapidamente scomparendo col procedere della scarica, mentre nello spazio fra gli elettrodi si avanzano rapidamente le nebbie luminose dovute ai vapori metallici. Esse dànno immagini incerte e confuse, tranne in vicinanza del catodo dove i ben noti tratti più luminosi sono spesso distinti. Nella negativa della fig. 19, tav. II, per es., essi permetterebbero anche una misura del periodo; son però così sottili e vicini che la riproduzione fotomeccanica non può farli vedere.

Se aumentiamo un poco l'autoinduzione il fenomeno si fa più chiaro, si vede nettamente che la scarica è preceduta da un'esile pilota, alla quale tien dietro una prima scintilla d'aria bianchiccia, seguìta dalle successive rosse-azzurrastre. Ad ogni mezzo periodo partono dal catodo i ciuffi di vapore; tra questi ciuffi e l'elettrodo resta spesso ben visibile un piccolo tratto oscuro. I punti degli elettrodi sui quali si imposta la scintilla sono poi molto luminosi, specialmente al catodo (fig. 20).

Aumentando ancora più l'autoinduzione vedremo molto nettamente, la pilota, tutte le successive scintille rosse, e il moto dei vapori metallici, variamente colorati in vicinanza degli elettrodi e verso il mezzo della scintilla (fig. 21 a 25).

6. Dall'esame dei fatti ora accennati potremmo trarre senz'altro alcune conclusioni; ma portiamo piuttosto più innanzi ancora l'analisi di questi fenomeni aggiungendo ai mezzi già usati anche quelli che ci può fornire la spettroscopia, sia osservando lo spettro della scintilla col metodo di Lockyer, sia togliendo la fenditura e ponendo al suo posto lo spinterometro.

Per questo scopo abbiamo disposto uno spettrografo a tre prismi di vetro uviol, con le lenti obiettiva e collimatrice di 96 cm. di distanza focale, del diametro di cm. 6,5.

La montatura di questo apparecchio è molto robusta. Consiste di un solido treppiede triangolare di ghisa sorretto da tre viti calanti. Su questo treppiede si eleva un alto un robustissimo cono di ghisa, al quale è affidato un lungo braccio girevole portato da un cono cavo, esso pure di ghisa, accuratamente smerigliato in modo da adattarsi perfettamente al cono pieno. Questo braccio sorregge la camera fotografica che è di legno per la maggior parte della sua lunghezza ed è sorretta da un'opportuna montatura girevole intorno ad un asse verticale. L'obbiettivo è affidato ad un tubo di ottone che è per qualche centimetro scorrevole nella parte anteriore della camera fotografica. La piattaforma che sorregge i prismi è anch'essa girevole sulla parte superiore del cono pieno di ghisa.

I prismi sono protetti da opportune montature in ottone, fissate con cera alla piattaforma dopo che essi erano stati disposti in posizione conveniente.

Il collimatore è sorretto da un braccio di ghisa fissato al treppiede, ed è girevole anch'esso intorno ad un asse verticale. Opportune viti di pressione fermano la camera e il collimatore nelle posizioni volute, dopo aver compiuto l'aggiustamento e la messa in fuoco, che sono delicatissime e richiedono molto tempo e molta cura.

Ci siamo giovati della osservazione diretta dello spettro sul vetro smerigliato e della fotografia. Con le dimensioni delle nostre lenti e dei nostri prismi si aveva in generale quantità di luce sufficiente per poter eseguire una fotografia di spettro senza fenditura con una sola scintilla.

L'esame delle scintille lunghe fatto sopprimendo la fenditura nello spettroscopio, fa vedere subito quali sono le immagini dovute all'eccitazione dell'aria per il passaggio della scintilla elettrica e quali sono quelle dovute invece ai vapori metallici. Le prime sono tratti luminosi che congiungono gli elettrodi, le altre hanno l'aspetto di nubi o ciuffi, a seconda delle condizioni della scarica, con figure molto diverse tra loro per la forma e l'estensione.

Occupiamoci per ora delle scintille d'aria.

I lavori di Schuster ed Hemsalech (1) e sopra tutto le ricerche dell' Hemsalech (2), hanno messo in chiaro che con piccoli valori dell'autoinduzione le scintille di aria dànno spettro di righe, con valori grandi dell'autoinduzione l'aria dà talora uno spettro di bande che dipende un poco dalla natura del metallo che costituisce gli elettrodi e che con certi metalli può anche mancare.

Più recentemente l'Hemsalech (3) ha messo in pratica un suo metodo ingegnoso per risolvere la scintilla elettrica nelle sue varie parti, facendola avvenire fra gli orli ravvicinati e quasi paralleli di due lastrine metalliche costituenti gli elettrodi dello spinterometro e facendola scorrere lungo di essi mediante un veloce getto d'aria. Ora, proiettando l'immagine della scintilla così risolutà nelle sue parti elementari, sulla fenditura di uno spettrografo ha potuto facilmente ottenere la fotografia dello spettro nelle fasi successive di queste fenomeno luminoso. Ha così chiaramente osservato che la prima ed esile scintilla pilota dà uno spettro di righe e che le succes-

(1) Schuster ed Hemsalech, Ph. Trans., serie A, vol. 193, pag. 189 (1900).

(2) Hemsalech, *Recherches expérimentales sur les spectres d'étincelles* (Hermann, Paris 1901).

(3) Hemsalech, C. R., t. 141, pag. 1227 (1905).

sive oscillazioni dànno uno spettro di bande. Questa osservazione si riferisce al caso di periodi lenti con valore grande dell'autoinduzione nel circuito di scarica.

Torneremo più tardi su quello che l'Hemsalech riferisce in quest'ultima Nota a proposito dei vapori metallici; ora vogliamo descrivere i risultati ottenuti dalle nostre esperienze, che completano e illustrano maggiormente quelli che abbiamo ora riferiti.

7. Se prendiamo in esame lo spettro dell'aria proiettando l'immagine della scintilla sulla fenditura e se partiamo da valori piccoli dell'autoinduzione aumentandoli continuamente, vediamo dapprima vivissimo lo spettro di righe dell'aria che va poi mano mano e gradualmente diminuendo col crescere dell'autoinduzione finchè sparisce per dar luogo ad uno spettro di bande.

Togliamo ora la fenditura e mettiamo al suo posto lo spinterometro: se l'autoinduzione è piccola i tratti luminosi congiungenti gli elettrodi, larghi e splendenti, si vedranno distribuiti per tutta la lunghezza dello spettro e partirà da loro la maggior copia di luce che si ha in tutto il fenomeno della scintilla. Ciò si vede bene nella fig. 26 (tav. III) ottenuta in queste condizioni, tra elettrodi di magnesio: le nubi luminose intorno agli elettrodi, e delle quali tratteremo più tardi, sono appunto dovute al vapore di magnesio.

Aumentando l'autoinduzione le immagini monocromatiche delle scintille d'aria vanno diventando sempre più sottili e più deboli, finchè si riducono a quelle dell'esile pilota. Ciò si può vedere nelle figg. 28 e 29. In quest'ultima non si scorgono le immagini della pilota che sono nettissime quando si osservi ad occhio sul vetro smerigliato, perchè si perdono per sottoesposizione.

Lo spettro di bande che è nettissimo se si pone la fenditura, sparisce naturalmente con questo modo di osservazione, per la moltitudine e la vicinanza delle righe che le costituiscono e per la larghezza e per l'indecisione dei contorni delle scintille d'aria.

Lasciamo a più tardi l'esame delle immagini dovute ai vapori metallici.

Il passaggio da uno spettro come quello della fig. 26 a quello del genere della fig. 29 è però graduale; cioè, non si passa tutt'a un tratto col variare dell'autoinduzione da una scarica che dia spettro di righe d'aria ad una che non lo dia, anzi in tutte quante le scariche questo spettro di righe esiste sempre almeno nell'esile pilota, ma può esistere (come ben lo mostra l'esame allo specchio rotante) anche nella prima oscillazione e talvolta anche in quelle immediatamente successive, a seconda delle condizioni del circuito e della capacità del condensatore (fig. 27).

8. Raccogliamo quello che ci mostrano queste osservazioni e aggiungiamo alcune considerazioni.

La scintilla è iniziata, come sappiamo, da un fenomeno esplosivo di ionizzazione per urti: *la scintilla pilota*; dato il piccolissimo volume occupato da questa esile scintilla, la sua brevissima durata, la notevole differenza di potenziale esplosivo, la potenza media specifica in essa consumata è grandissima malgrado la piccola quantità di elettricità che in essa si muove, ed il fenomeno è accompagnato nell'aria da un'emissione di luce biancastra che produce uno spettro di righe. Questa prima scintillina libera

certamente un gran numero di ioni. Ora, possono darsi due casi: o la rapidità con la quale affluisce l'elettricità agli elettrodi nella prima mezza oscillazione non supera un certo limite e in conseguenza il campo fra di essi non raggiunge valori elevati, ed allora gli ioni messi in libertà da questo primo processo esplosivo costituiranno un conduttore gassoso di dimensioni sufficienti per stabilire una corrente tra gli elettrodi con un consumo di potenza media specifica relativamente piccolo, un notevole volume d'aria verrà riscaldato e lo spettro della luce emessa sarà quello dell'arco; o invece il campo fra gli elettrodi andrà molto rapidamente crescendo, tanto che possa superare un certo valore: ed allora si ripeterà il processo esplosivo, con conseguente aumento di potenza specifica consumata, e torneranno ad apparire le righe d'aria.

Così se la scarica attraversa un circuito di minima autoinduzione, il processo esplosivo dovrà durare senza interruzione per molta parte della prima mezza oscillazione, potrà ripetersi in misura molto minore nella seconda e forse anche nella terza, finchè gli ioni messi in libertà, l'innalzamento di temperatura subìto dall'aria circostante, le reazioni chimiche provocate tutto all'intorno non abbiano prodotto tra gli elettrodi un volume di gas sufficientemente conduttore perchè la scarica, che ha ormai molto ridotti i valori massimi della sua intensità, avvenga con piccolo dispendio di potenza in ogni unità di volume. Va quindi da sè che in questo caso la maggior parte dell'emissione luminosa dell'aria si avrà nella prima mezza oscillazione.

Se aumentiamo un poco l'autoinduzione del circuito, allora potrà darsi che il numero degli ioni liberati al principiare del fenomeno esplosivo sia sufficiente per costruire il conduttore per una frazione del periodo fino a che col crescere dell'intensità della corrente nella prima mezza oscillazione non si renda necessario il ripetersi del fenomeno esplosivo stesso, e noi vedremo allo specchio rotante un'esile pilota seguìta da un breve spazio relativamente oscuro, a cui tien dietro la prima scintilla d'aria, che emette anche essa questo spettro di righe, seguìta talvolta da altre scintille d'aria capaci di dare anch'esse un debole spettro di righe, finchè divenuto lo spazio fra gli elettrodi caldo e ionizzato lo spettro si fa decisamente di bande.

Se poi l'autoinduzione diviene grande, allora si arriva al caso studiato dall'Hemsalech [1]. Essendo molto lente le variazioni dell'intensità può darsi che la quantità di ioni messi in moto dalla pilota risulti sufficiente per stabilire la corrente, talchè appena iniziato il fenomeno, le scintille danno tutte spettri di bande.

L'Hemsalech, studiando questa scarica iniziale, trova che esiste per l'autoinduzione un certo punto critico al di là del quale la scarica è iniziata da un'esile scintilla pilota seguìta da oscillazioni che dànno scintille d'aria molto luminose, mentre al di sotto di questo valor critico la scarica è iniziata da una intensissima scintilla e le successive oscillazioni sono poco luminose e molto smorzate. Egli chiama scintille di capacità quelle ottenute con autoinduzione minore del valor critico e *scintilla di autoinduzione* le altre. Ritiene questo valore critico indipendente dalla capacità del condensatore, dalla lunghezza della scintilla, e lo trova di 0,01 Henry.

Ora noi vogliamo osservare che queste due distinzioni riguardano i due casi estremi, e che tra questi due casi estremi abbiamo tutte le gradazioni intermedie.

[1] L. cit.

L'aver separato nella fotografia il tratto esile e bianco dal resto della prima mezza oscillazione dipende non soltanto dall'autoinduzione, ma anche dalla potenza dei mezzi sperimentali adoperati per risolvere la scintilla, poichè se l'immagine della scintilla non è abbastanza dilatata sulla lastra fotografica, la pilota resterà coperta dalla luminosità della prima mezza oscillazione e non potrà vedersi per questo.

Del resto noi abbiamo avuto nettissime queste esili scintille pilote anche con valori dell'autoinduzione che sono appena la decima parte di quello che Hemsalech ritiene il valor critico (vedi fig. 15).

9. Il tratto luminoso bianco nel quale avviene il fenomeno esplosivo si può considerare come la traccia di una propagazione di movimento. Esso si conserva sensibilmente inalterato in campi magnetici anche intensissimi ed anche sotto l'azione d'un getto d'aria molto veloce.

Le successive scintille d'aria rossastre si comportano invece per certi rispetti analogamente a quello che farebbero dei conduttori flessibili ed estendibili, tesi fra gli elettrodi e attraversati dalla corrente.

Miste alle particelle derivanti dall'aria, che istante per istante vengono a costituire questi conduttori, vi potranno essere anche quelle dovute ai vapori metallici, in quantità variabili nelle varie parti della scintilla, nelle sue diverse fasi e dipendentemente dalla sua lunghezza, dalla capacità del condensatore e dall'autoinduzione del circuito.

Guardiamo quale è l'azione di un getto molto veloce d'aria lanciato da un ampio serbatoio dove è compressa a 5 o 6 atmosfere sopra scintille lunghe ottenute nelle stesse condizioni di quelle già esaminate allo spettroscopio.

Se l'autoinduzione è piccola e quindi il periodo è breve, per quanto si forzi il soffio non è possibile vedere nessuna azione palese, se si eccettui il fatto che la scintilla diviene più rumorosa e brillante.

Se invece l'autoinduzione è molto grande, e quindi è lento anche il periodo, la scintilla verrà facilmente decomposta nelle sue varie parti, che potremo osservare direttamente con molta chiarezza, in grazia della notevole diversità dei colori. Vedremo, cioè, la pilota bianchiccia, che — come abbiamo detto — scocca ancora tra gli elettrodi insensibile al soffio; vedremo le successive scintille d'aria spostate e deformate dal soffio stesso, disegnare delle curve irregolari rossastre, impostate sugli elettrodi e via via crescenti in lunghezza, e vedremo infine i vapori metallici trasportati via secondo traiettorie in gran parte affatto diverse da quelle percorse dalla corrente.

Le figg. 8 e 9 rappresentano appunto alcune di queste scintille dilatate, ma la fotografia non dà in questo caso che una imperfetta idea di ciò che si può comodamente osservare ad occhio, perchè mancano in essa le differenze di colore così spiccate fra vapori metallici, scintille d'aria e pilota.

Questa mobilità della catena conduttrice era del resto nota, ed aveva già servito in ricerche di molti sperimentatori quali il Lehemann [1], il Kligenfus, lo Zender ed altri, ed infine ha servito all'Hemsalech nella ricerca di cui abbiamo ora parlato.

[1] O. Lehmann, *Die elecktrischen Lichterscheinugen oder Entladungen*, pag. 238 (1898).

Nella descrizione che egli dà di questo fenomeno (1) dopo aver accennato brevemente che la pilota ionizza l'aria, che quest'aria ionizzata trascinata dal soffio serve come ponte conduttore alle successive oscillazioni, che il vapore metallico non sembra prender parte al trasporto della scarica, afferma che l'inclinazione che nel suo modo di operare assumevano le scintille d'aria, dà modo di misurare la velocità delle particelle di azoto (ioni) che trasportano la corrente elettrica. Egli trova che questa velocità diminuisce con l'aumento della capacità e che è direttamente proporzionale alla frequenza delle oscillazioni.

Ora, non è possibile immaginare la scarica come un trasporto di particelle cariche moventisi liberamente da un elettrodo all'altro, anzi, dato il breve percorso del loro cammino libero, possiamo quasi considerarle come immobili; e quindi la configurazione che assumono sotto l'azione del soffio le successive scintille d'aria dipende dalla coesione del conduttore gasoso e dalla sua durata.

Analogamente, se si pone una scintilla oscillatoria a lento periodo in un campo magnetico molto intenso, in modo che la scintilla stessa avvenga perpendicolarmente alle linee di forza del campo, potremo notare un'azione simile a quella del soffio, e cioè immobile la pilota e le successive scintille d'aria piegate in forma di semicirconferenze di diametri via via crescenti.

Anche in questo caso lo spostamento sul campo magnetico sarà tanto più ampio quanto più lungo sarà il periodo d'oscillazione della scarica e quanto più intenso sarà il campo magnetico.

La scintilla pilota, che avvia la scarica, si stabilisce quando l'intensità del campo ha raggiunto o superato il limite necessario perchè l'ionizzazione per certo avvenga su tutta una linea congiungente gli elettrodi: la pilota disegnerà dunque press'a poco l'andamento di una linea di forza, Gli ioni moventisi nell'aria prima della pilota per l'azione combinata del campo elettrico e del campo magnetico descriverebbero una cicloide qualora fossero liberi di muoversi, ma essi hanno invece un brevissimo percorso libero e quindi il loro spostamento risulta insensibile anche in campi magnetici intensi. Tutt'altro accade però appena scoccata la scintilla, il conduttore gassoso che allora si è stabilito — per essere costituito da ioni di specie diversa e per avere fra i suoi vari strati potenziale diverso — acquista una certa coesione, l'azione del campo non può più considerarsi su ciascun ione separatamente, ma poichè questi sono collegati fra loro dovrà considerarsi su tutto l'insieme, e l'azione del campo risulterà necessariamente identica a quella che si avrebbe su di un conduttore elastico teso tra gli elettrodi e percorso dalla corrente. La deviazione dipende dal tempo per cui dura il passaggio della corrente e dalla coesione del conduttore.

Insomma, tanto per ciò che riguarda il trascinamento delle scintille nell'aria rapidamente corrente, quanto per ciò che riguarda il loro moto in campi magnetici intensi, il loro modo di comportarsi ha molte analogie con quello che avrebbe un conduttore flessibile, estensibile, contrattile, con gli estremi scorrevoli sugli elettrodi.

Ciò che del resto è stato studiato per le scariche nei gas rarefatti dal Villard (2)

(1) L. cit.

(2) *Journal de Physique*, S. 4, vol. VII, pag. 325 (1908).

e messo in chiaro e rettamente interpretato nei lavori sull'arco elettrico dell'Occhialini [1].

10. Possiamo così riepilogare le principali conseguenze dei fatti ora esposti:

1) La scarica si inizia con un processo esplosivo che richiede una notevole spesa di potenza media specifica e che può avere una brevissima durata, o può invece mantenersi per quasi un mezzo periodo, e può talvolta anche riprodursi nelle prime mezze oscillazioni.

L'aria per tutta la durata di questo processo emette uno spettro di righe.

2) A questo processo esplosivo di ionizzazione ne segue un altro che ha molti caratteri a comune con l'arco.

La luce emessa in questo caso dà uno spettro di bande.

I vapori metallici.

11. Passando a trattare dei vapori, riepilogheremo dapprima brevemente le idee espresse dai principali sperimentatori che si sono occupati dell'emissione luminosa dei vapori metallici nella scintilla e della loro funzione nel trasporto della scarica.

Schuster ed Hemsalech [2] che per i primi hanno intrapreso lo studio regolare e accurato dei cambiamenti dello spettro in dipendenza dell'autoinduzione del circuito, osservando, come abbiamo già visto, che le righe dell'aria scompariscano col crescere dell'autoinduzione e come esse esistano solo nella scintilla iniziale; hanno spiegato questo fatto ammettendo che ciò avvenga perchè la prima scintilla, che si apre la via nell'aria, nelle condizioni ordinarie riscalda questa a così alta temperatura da farle emettere uno spettro di righe, ma contemporaneamente libera una tal quantità di vapore, che questo invade tutto lo spazio tra gli elettrodi; e la scarica prosegue allora in una atmosfera metallica e non più in seno all'aria. Facendo accrescere l'autoinduzione del circuito fino a portarla a valori molto grandi, la scarica iniziale si prolunga notevolmente e non riscalda più l'aria tanto da farle emettere uno spettro di righe, ma basta a liberare il vapore che invade subito lo spazio tra gli elettrodi. Così che la scintilla ottenuta con piccola autoinduzione nel circuito, sarebbe di più alta temperatura della scintilla di periodo lento.

L'Hemsalech prosegue questo studio con larga abbondanza di esperienze osservando nei più minuti particolari i cambiamenti subìti dallo spettro dei vapori metallici al variare dell'autoinduzione. Prende in esame un gran numero di metalli e classifica in tre gruppi le varie righe di ciascun metallo a seconda del loro comportamento rispetto all'induttanza del circuito:

1) Righe che diminuiscono di intensità col crescere dell'autoinduzione [3]; sono righe corte, di alta temperatura e compariscono soltanto nella scintilla.

2) Righe che si indeboliscono lentamente col crescere dell'autoinduzione, che sono visibili nella scintilla e nell'arco, e sono spesso invertite in quest'ultimo.

(1) *Nuovo Cimento*, serie V, vol. XVIII, pag. 63, luglio 1909.

(2) L. cit.

(3) In questa prima categoria l'Hemsalech mette anche le righe d'aria.

3) Righe che da principio diminuiscono di intensità col crescere dell'autoinduzione raggiungono un minimo, aumentano poi nuovamente di splendore, toccano un massimo e tornano a diminuire daccapo. Son deboli nella scintilla di breve periodo; sono nette e brillanti nell'arco.

L'Hemsalech spiega il procedere di questi cambiamenti dello spettro metallico al crescere dell'autoinduzione come conseguenza da un lato della diminuzione di temperatura nella scintilla, che abbasserebbe l'intensità di tutte le righe, dall'altro della maggiore quantità di vapore che si produce, e che tenderebbe invece ad aumentare l'intensità luminosa dello spettro.

A conclusioni in qualche parte diverse arriva lo Schenck [1] nel suo ampio lavoro sullo spettro del cadmio e del magnesio nella scintilla oscillante, studio che egli estende a condizioni di scarica molto diverse e conduce con larghi mezzi sperimentali, analizzando il fenomeno con lo spettroscopio e con lo specchio rotante. Egli nota che i vapori metallici non sembrano prender parte attiva al trasporto della corrente, che l'eccitazione luminosa di alcune righe par dovuta alle oscillazioni, quella di altre righe a qualche altra cosa che non sono le oscillazioni.

Divide le righe del cadmio in gruppi, con criterî diversi da quelli seguìti dall'Hemsalech, e cioè:

Gruppo *A*: costituito dalle così dette righe dell'arco, comuni anche alla scintilla; qualcuna di queste righe è debole nella scintilla e forte nell'arco. Sono righe lunghe e la loro luminosità dura lungamente.

Gruppo *B*: righe mancanti o deboli nell'arco e forti nella scintilla, non invertite, corte. Diminuiscono di intensità col crescere dell'autoinduzione, la durata della loro emissione luminosa è minore della metà di quella delle righe del gruppo *A*.

Gruppo *C*: righe ad orli sfumati, che hanno tutto l'aspetto delle righe d'aria, ma che tali non sono perchè non appariscono con gli altri metalli. Sono corte, mai invertite, mancano nell'arco e tendono a sparire col crescere del periodo. Sono le righe *B* che, secondo lo Schenck, dipendono dalle oscillazioni; le righe *A*, quelle che persistono anche indipendentemente dalle oscillazioni.

Egli ritiene che l'aumento dell'autoinduzione innalzi la temperatura media dei vapori nella scintilla e per temperatura media intende una media del tempo, presa per l'intervallo durante il quale i vapori metallici rimangono luminosi nella scintilla. In questa conclusione è dunque in aperto contrasto con le idee dello Schuster e dell'Hemsalech.

Il Puccianti [2], dall'esame delle nostre fotografie fu portato a ritenere che la luminosità dei vapori metallici, come si può osservare così in blocco nello specchio rotante, sia dovuta a eccitazione per temperatura, potendo questi vapori restar luminosi fuori del tragitto della scarica e indipendentemente dal variare di essa.

Ultimamente il Neculcéa [3], in un'ampia trattazione sugli spettri ultravioletti delle scintille oscillanti, rende conto di numerose e accurate esperienze che egli ha

(1) Astroph. Journ. vol. 14, pag. 116 (1901).

(2) *N. C.*, serie V, tomo IX, pag. 393 (1905).

(3) *Rechérches théoriques et expérimentales pour la constitution des spectres ultraviolets.* Paris, A. Hermann, 1908.

condotto sul cambiamento degli spettri metallici nella scintilla col variare dell'autoinduzione, e trova nell'ultravioletto risultati non dissimili da quelli trovati dall'Hemsalech nella parte visibile. Nel riepilogo che egli fa delle cose note, accetta senz'altro tutte le conclusioni dell'Hemsalech, ora da noi riferite.

Da quanto si vede, non appare ancora chiaramente quale sia la funzione dei vapori metallici nella scintilla: l'ipotesi dello Schuster e dell'Hemsalech, che la scarica avviata nell'aria prosegua nel vapore riscaldato dalle successive oscillazioni, potrà tutt'al più adattarsi al caso particolare di scintille molto corte, tra elettrodi di metalli facilmente volatili, e per il caso in cui siano in giuoco nella scarica grandi quantità di elettricità che si muovano attraverso a circuiti di piccola autoinduzione e di piccola resistenza. Ma in generale, il fenomeno è più complesso, e nella maggior parte dei casi il ponte conduttore si forma e si mantiene proprio nell'aria tra gli elettrodi, come bene lo mostra la presenza dello spettro di bande che segue quello di righe. La permanenza di questo spettro di bande nella scintilla era già stata del resto notata dall'Hemsalech nel lavoro di cui abbiamo parlato a pag. 602.

Lo Schenk descrive accuratamente gli aspetti della scintilla analizzata nello specchio rotante; ma non possiamo convenire nella sua ipotesi che la temperatura della scintilla vada crescendo col crescere dell'autoinduzione. Le misure che noi abbiamo eseguite nella prima parte di questo lavoro ([1]), hanno chiaramente dimostrato che l'energia spesa in ogni scintilla cresce col crescere della frequenza quando resti la stessa la capacità del condensatore e varii l'autoinduzione del circuito; si aggiunga che la durata di una scintilla è più breve coi più brevi periodi, si vedrà perciò come necessariamente si debba avere una temperatura media molto minore nella scintilla di lento periodo che in quelle di grande frequenza. E non ci pare possibile ammettere che questi fatti possano essere compensati da una ipotetica diminuzione di volume del gas occupato dalla scarica nei periodi lenti, perchè l'osservazione diretta della scintilla mostra tutt'intorno al filamento luminoso che si scorge nelle scariche di bassa frequenza, come ad es. quella della fig. 7, una larga atmosfera caldissima, sede di vive reazioni chimiche, che per l'alta ionizzazione è molto verisimilmente attraversata anch'essa da una parte rilevante della corrente; così che il volume del conduttore gassoso non appare più piccolo di quando si ha un'alta frequenza, ma anzi spesso più grande. Nella fotografia questa parte della scintilla non si vede per la sua poca luminosità.

Per riordinare un po' meglio le idee sulla funzione dei vapori metallici e sul loro modo di emissione, bisogna approfondire ancora l'analisi dei loro varî aspetti.

12. Esaminando le fotografie di scintille fatte con lo specchio rotante e riportate in questo lavoro, possiamo facilmente vedere che la disgregazione dell'elettrodo e l'emissione luminosa del vapore metallico cominciano subito appena iniziata la scarica. Le particelle metalliche vengono staccate in quantità crescente col crescere dell'intensità della corrente; sono più luminose all'elettrodo negativo che al positivo; hanno velocità diverse tra loro, e diverse per i varî metalli. L'emissione di queste piccole masse di vapore cessa nei minimi della corrente, ma la loro abbondanza, la loro velo-

([1]) Loc. cit.

cità, la direzione del loro cammino sono siffattamente influenzate da circostanze accidentali da render difficili ricerche quantitative a questo proposito.

Schuster e Hemsalech (loc. cit.) hanno cercato di istituire misure sulla velocità che assumono le particelle luminose dei diversi metalli nella scintilla; hanno ottenuto risultati, come era prevedibile, per la natura dei fenomeni, un poco discordi, ma hanno potuto stabilire con sicurezza che i vapori dei diversi metalli vengono proiettati con velocità diverse, e precisamente i più leggeri sono quelli che vengono lanciati con maggiore velocità. Hanno poi notato che le particelle luminose di uno stesso metallo (bismuto), che dànno luogo a righe diverse nello spettro, non hanno la medesima velocità; ciò che li porta alla supposizione che le diverse luci siano dovute a vibratori di massa tra loro diversa.

Ricordiamo che Schuster ed Hemsalech proiettavano l'immagine della scintilla sulla fenditura dello spettrografo e fotografavano lo spettro così ottenuto su di una pellicola rotante. L'uso di questa fenditura che limitava così ad una sottile striscio-lina la parte della scintilla esaminata, era consigliato dalla piccolezza del potere risolutivo dello spettrografo e della piccola velocità della pellicola rotante; ciò però conduceva al grave inconveniente di nascondere il fenomeno nel suo complesso, così che può nascere il dubbio che le differenze di velocità osservate fra i portatori delle diverse particelle emittenti non siano piuttosto dovute ad un diverso modo di accensione del vapore. Con ciò non vogliamo negare la possibilità che questa differenza esista, solo vogliamo dire che merita un più sicuro esame.

Torneremo tra poco su questo argomento, trattando del legame che passa tra il fenomeno elettrico della scarica e le sue manifestazioni luminose.

Del resto, anche lo Schenck trova, ad es., che la riga 3830 del magnesio sembra avere una più piccola velocità della 4481.

Tanto lo Schuster e l'Hemsalech, quanto lo Schenck, sono poi d'accordo nel trovare che le varie righe spettrali metalliche hanno durata diversa nella scintilla.

13. Rammentiamo che questi vapori si muovono con grande velocità e con moto ritardato, che a seconda della distanza esplosiva, delle condizioni del circuito possono superare la distanza tra gli elettrodi e andare al di là dell'intervallo di scarica, restando ancora luminosi, possono arrivare soltanto nel mezzo della scintilla, e possono anche non arrivarci, lasciando così uno spazio libero da vapori metallici.

L'esame accurato delle negative, ottenute con lo specchio rotante, ci mostra anche che questa emissione non è continua e costante, ma irregolare; le particelle non vengono staccate da un sol punto, ma da punti diversi dell'elettrodo; ciascuna di esse si muove indipendentemente dalle altre e talora in direzione e con velocità notevolmente diverse. Tutto ciò si può vedere con grande chiarezza esaminando le negative ottenute con lo specchio rotante, al quale sia stata data una velocità opportuna, specialmente quando si sia avuto cura di non portare troppo avanti lo sviluppo della negativa, in modo che le immagini dei vapori luminosi siano restate abbastanza trasparenti.

Le figg. 16, 17 e 18 mostrano bene tutto questo. In queste fotografie si scorge con evidenza come le masserelle metalliche comincino a staccarsi appena stabilita la pilota, come siano in copia maggiore quando maggiore è l'intensità; come nel

muoversi con una certa reciproca indipendenza disegnino quei fasci di traiettorie luminose che costituiscono nel loro insieme le immagini dei vapori metallici, che sono sempre più luminose all'elettrodo negativo. Le immagini che si hanno all'elettrodo positivo non mostrano affatto questa discontinuità; ciascuna di esse dà piuttosto l'idea di un sol ciuffo luminoso continuo che si parta dall'anodo allungandosi e ingrossandosi al crescere della corrente. La discontinuità di queste immagini luminose non è ugualmente manifesta in tutte le mezze oscillazioni che costituiscono la scintilla; per lo più si nota con evidenza molto maggiore nelle prime, quantunque non abbia un andamento regolare nemmeno allora. Del resto, già le immagini ottenute dal Feddersen mostravano delle discontinuità di questo genere, ed erano state dal Feddersen stesso notate, specialmente in alcuni casi (1). Questa discontinuità nella proiezione delle particelle luminose è visibile nelle nostre fotografie, tanto nelle scintille a periodo breve quanto in quelle di lungo periodo; però è sempre più facile osservarla in quest'ultimo caso per la maggiore facilità di ottenere un'ottima risoluzione dell'immagine, senza indebolire troppo l'impressione fotografica per la necessità di imprimere allo specchio rotante una velocità eccessiva.

14. Ricordiamo ancora brevemente quanto abbiamo accennato al principio di questo scritto pei varî aspetti presentati dalla scintilla: con periodi brevi e autoinduzione piccola i vapori metallici dànno l'idea di un pulviscolo luminoso lanciato via rapidamente dagli elettrodi, agitato da moti irregolari, diversamente splendente e diversamente luminoso nelle sue varie parti, Questo vapore luminoso circonda, come una piccola nube, le scintille di breve periodo dovute a condensatori di grande capacità, per uno spazio talora estesissimo intorno alla scintilla vera e propria. Questa aureola, col diminuire della quantità di elettricità e della intensità massima di scarica, si raccoglie in uno spazio sempre più piccolo e finisce per accostarsi a brevissima distanza dagli elettrodi. Col crescere dell'autoinduzione la scintilla perde via via il carattere esplosivo, aumenta la sua durata ed i vapori metallici si vanno mano mano avvicinando alla forma di ciuffi luminosi, stretti in base, larghi e sfumati al loro esterno. Le figure 1 e 3 già citate, fanno chiaramente vedere l'aspetto caratteristico delle due forme di aureola.

Il fatto che questi vapori metallici sono luminosi anche a notevole distanza dal tratto verosimilmente percorso dalla corrente di scarica e nei minimi di questa, fa sospettare che la loro eccitazione luminosa non sia prodotta soltanto dal passaggio della corrente elettrica, ma che possa per esempio esser mantenuta anche

(1) L'Hemsalech [*C. R.*, t. 144, pag. 741 (1907)], proiettando l'immagine della scintilla sopra una fenditura e fotografando questa su di una pellicola rotante, trovò che la scarica ha degli armonici che vengono rilevati da abbassamenti e da riaccensioni nella luce emessa dal vapore. Noi [Atti della R. Accademia dei Lincei, vol. 16, pag. 12 (1907)], ripetendo queste esperienze, non trovammo questi armonici e attribuimmo la presenza delle strie osservate dall'Hemsalech alle irregolarità nell'emissione delle particelle metalliche. Ultimamente l'Hemsalech [*C. R.*, t. 146, p. 1903 (1908)] chiarisce meglio i fatti ai quali aveva molto succintamente accennato nella prima Nota, mostrando come per la forma particolare dei circuiti da lui adoperati, e per la loro notevole capacità si trovasse nel caso di avere realmente molto forti questi armonici nella scarica, e come i fatti da lui accennati fossero una cosa diversa dalla irregolarità dell'emissione dei vapori metallici. Ciò è anche confermato dal Léauté [*C. R.*, t. 146, pag. 1209 (1908)].

dalle azioni chimiche che si manifestano nelle fiamme, ben visibili ad occhio, che circondano ogni scintilla nell'aria. Di ciò meglio ci convinceremo osservando i particolari che ci possono mostrare lo specchio rotante e lo spettroscopio. Cominciamo dall'esaminare il caso in cui la capacità e l'autoinduzione abbiano valori mediocri: quello di cui trattiamo si può press'a poco osservare anche con valori notevolmente grandi, ma si può vedere molto più chiaramente in questo caso in cui non è troppa l'abbondanza e la diffusione dei vapori e non è tale il loro splendore dal rendere difficile la registrazione fotografica del fenomeno.

Noteremo allora facilmente che la superficie degli elettrodi è fortemente luminosa là dove si imposta la scintilla e specialmente al negativo; al di sopra di questo straterello luminoso il vapore metallico è talvolta quasi oscuro, ma dopo aver percorso una breve distanza dall'elettrodo divien subito luminoso. Esiste insomma intorno al catodo un piccolissimo spazio relativamente oscuro (figg. 10, 11, 13 e 14). Sembra, cioè, che esista un'intensa attività luminosa in immediata vicinanza dell'elettrodo, là dove questo vien disgregato dalla scarica, e che i vapori metallici partenti dall'elettrodo non conservino questa loro luminosità, ma l'acquistino nell'attraversare la scintilla. Questo spazio oscuro intorno al catodo potrà dunque derivare dal fatto che il vapore metallico debba impiegare un certo tempo (e cioè percorrere un tragitto prima di divenir luminoso), oppure potrà dipendere da una condizione particolare di quel tratto dell'arco di scarica che si trova in immediata vicinanza del catodo per cui venga in esso a mancare questa eccitazione, mentre essa può esistere nel resto della scintilla e specialmente (come mostrerebbero le figg. 12 e 13) in un breve strato che si trova ad una sensibile distanza dal catodo. Si potrebbe anche spiegar questo fatto nell'ipotesi di una eccitazione per riscaldamento, pensando al tempo necessario per riscaldare il vapore e al contatto dell'estremo dell'arco conduttore gassoso con l'elettrodo freddo, ma ci pare che la regolarità con cui si vede talvolta disegnarsi questo spazio oscuro e la nettezza del breve strato decisamente più luminoso del resto della scintilla che lo limita indichino piuttosto che in quel tratto dell'arco di scarica si trova una regione di più forte eccitazione luminosa. E ciò si troverebbe in perfetto accordo col fatto che in un arco od in una scintilla vi è sempre in vicinanza degli elettrodi uno strato nel quale varia più rapidamente la caduta del potenziale e dove quindi è più grande l'ionizzazione e il consumo di energia.

In qualunque modo poi si faccia l'esame della scintilla si nota sempre che i vapori metallici staccati dall'elettrodo in parte proseguono il loro moto nell'interno di essa, e cioè nello spazio attraversato dalla corrente, in parte passano all'esterno nelle fiamme che la circondano.

15. Facciamoci ora a ricercare come questi vapori metallici possano emettere luci di diversa lunghezza d'onda secondo il luogo dove si trovano, la fase di scarica e le condizioni di circuito, dando luogo a quegli aspetti così svariati che abbiamo tentato di descrivere sommariamente. Per questo ricorreremo all'uso dello spettroscopio senza fenditura.

Per maggiore intelligenza del lettore riportiamo nella tav. III alcune riproduzioni delle fotografie ottenute con cadmio e magnesio.

Premettiamo subito che nel caso presente la fotografia ci ha dato dei risultati imperfetti, perchè nella negativa si perdono per sottoesposizione molti particolari che si vedono chiaramente ad occhio e non ci è riuscito aumentare la posa facendo scoccare più di una scintilla per il fatto che le scintille scoccano in punti diversi dell'elettrodo, percorrono strade diverse nell'aria e non si sovrappongono. Ognuna delle immagini spettrali qui riprodotte è stata quindi ottenuta con una sola scintilla; ciò non ostante la mobilità delle successive oscillazioni componenti la scarica porta qualche volta un po' di difficoltà nella interpretazione dell' immagine.

La riproduzione fotomeccanica poi rende meno ancora della negativa così che molte immagini luminose, nelle figure hanno una forma e una estensione diversa da quello che si può comodamente e meglio osservare ad occhio in un discreto spettroscopio. Ad ogni modo, cercheremo di aiutare con la descrizione ciò che soltanto imperfettamente riescono a mostrare le riproduzioni fotografiche (1).

Delle varie immagini monocromatiche che si possono osservare così, possiamo subito fare tre categorie principali (2):

1) Tratti lunghi e spesso tortuosi che riuniscono tra loro gli elettrodi. Di questi abbiamo già fatto parola al § 7 trattando delle scintille d'aria e sappiamo già che corrispondono allo spettro di righe emesso da queste.

2) Ciuffi lunghi che sono dovuti ai vapori luminosi e corrispondono alle righe metalliche lunghe.

3) Ciuffi luminosi corti, dovuti essi pure ai vapori, ma corrispondenti a quelle luci che dànno luogo nello spettro della scintilla a righe corte (3).

Queste due ultime categorie di immagini si distinguono facilmente tra loro per alcuni caratteri: i ciuffi lunghi si protendono a grande distanza dagli elettrodi, hanno talvolta le forme di nubi, più spesso quella di nappe luminose con la parte stretta e più splendente attaccata all'elettrodo e la parte più larga sfumata e indecisa. I ciuffi corti invece restano sempre più vicini agli elettrodi, qualche volta hanno la forma di piccole nubi raccolte, più spesso sono larghi in base, più stretti in cima, risalgono la scintilla, terminano quasi bruscamente con contorni netti.

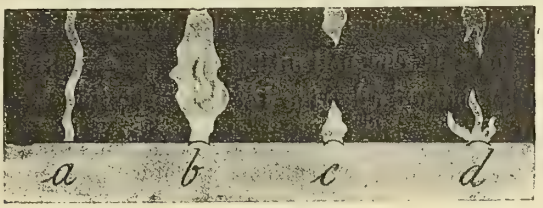


Fig. 32.

Nella fig. 32 abbiamo cercato di rappresentare schematicamente le tre apparenze diverse delle immagini monocromatiche della scintilla; *a* ci rappresenta la forma delle scintille d'aria, *b* i ciuffi lunghi, *c* e *d* quelli brevi.

(1) Per le considerazioni già esposte abbiamo creduto conveniente servirci di scintille un po' lunghe (da 2 a 3 cm. e qualche volta anche 4) con lo scopo di avere distintamente separate le apparenze dovute all'aria, ai vapori ecc.

(2) A. Battelli e L. Magri, Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. XVII, pag. 391 (1908).

(3) In questa classificazione non si tien conto delle immagini corrispondenti a quelle righe che per il cadmio lo Schenck ha classificato nel gruppo C.

Ciuffi lunghi e brevi cambiano però notevolmente di aspetto col variare delle condizioni in cui avviene la scarica: per seguir bene questi cambiamenti esaminiamo ad una ad una le fotografie riprodotte nella tav. III. La fig. 26 è stata ottenuta usando un condensatore di 0,0015 microfaraday di capacità, una piccolissima autoinduzione nel circuito ed elettrodi di magnesio. L'aspetto della scintilla ottenuta in queste condizioni è già stato descritto al § 4; esso mostra una luminosissima scintilla d'aria bianca abbagliante che unisce gli elettrodi, e intorno a questi due piccole nubi di vapore che si estendono fuori della scintilla, azzurre all'interno, verdi nella parte esterna. In corrispondenza di ciò nella fotografia vediamo vivacissimo lo spettro delle righe d'aria, costituito da un gran numero di righe, così forti che quasi coprono le immagini dei vapori metallici. Questi poi tanto per i ciuffi lunghi che per i brevi, disegnano molto chiaramente l'aspetto delle nubi di vapore raccolte intorno agli elettrodi, i ciuffi brevi quello delle piccole nubi azzurre, i ciuffi lunghi quello delle più estese nubi verdi. I ciuffi brevi sono al loro contorno più netti dei ciuffi lunghi. Di questi ultimi sono ben visibili ad occhio e molto ampî quelli corrispondenti alle tre righe 5168, 5173, 5184 che vivecersa sono risultati pochissimo visibili nelle negative per la loro debole attività fotografica, gli altri e cioè quelli corrispondenti alle righe 4352 e 4703 sono deboli e diffusi. Sono molto forti nelle negative quelli corrispondenti alle righe 3829, 3832, 3838 che sono naturalmente invisibili ad occhio nudo. Ciuffi brevi sono soltanto quelli corrispondenti alla luce $l = 4481$, che in questo caso dànno immagini molto intense.

L'aspetto di nubi che presentano i ciuffi lunghi e brevi è naturalmente caratteristico di queste scintille di brevissimo periodo ottenute senza autoinduzione in circuito; ma via via che l'autoinduzione cresce, e cresce per conseguenza la durata della scintilla, diminuendo in essa i caratteri esplosivi, le nubi di vapore acquistano sempre più sicuramente l'aspetto di lingue luminose partenti dagli elettrodi. Lo spettro d'aria diminuisce e scompare, le immagini dei vapori metallici appariscono per conseguenza sempre più chiaramente sul fondo, via via più oscuro dell'immagine. Ma mentre i ciuffi lunghi crescono, quelli corti si abbreviano sempre più, diminuiscono di splendore. Così passiamo gradatamente per gli stati rappresentati nelle figure 27, 28 e 29 e vediamo che nell'ultimo caso le scintille d'aria sono scomparse, il ciuffo di vapore corrispondente alla riga 4481 si è ridotto a brevissima distanza dagli elettrodi. Le figg. 30 e 31 sono la riproduzione di due spettri ottenuti con scintille fra elettrodi di cadmio, la prima con piccola autoinduzione e la seconda con autoinduzione grande.

Sono ciuffi corti le immagini corrispondenti alle righe 5379, 5338 e 4416, tutte le altre numerate sulla tavola sono ciuffi lunghi. La 5086 è sfumata e un po' debole all'esterno e per questo ha lasciato poca impressione sulla negativa.

16. Aggiungiamo ora allo spettrografo lo specchio rotante e analizziamo il comportamento delle varie immagini monocromatiche.

Prendiamo prima in esame scariche di periodo breve. Sappiamo già quello che accade per le righe corrispondenti alla scintilla d'aria: esse conservano, qualunque sia la velocità dello specchio, la stessa forma che presenta la scintilla osservata diret-

tamente, e cioè si stabiliscono ad un tratto per tutta la sua lunghezza e ad un tratto spariscono; i ciuffi lunghi e i brevi disegnano invece quelle linee curve partenti dagli elettrodi e di cui abbiamo già tanto discorso. Per i ciuffi lunghi non abbiamo altro di nuovo da osservare: la loro luminosità dura a volte qualche periodo, non sembra in generale influenzata dall'andamento della corrente, può aversi assai lontana dalla scintilla. Essi corrispondono alle linee di più bassa eccitazione ed è quindi agevole pensare che la loro luminosità possa esser prodotta e mantenuta dalla temperatura elevata dell'ambiente circondante le scintilla e dalle reazioni vive che esistono sempre nell'aria intorno ad essa. Riteniamo che queste ultime abbiano una notevole importanza sulla produzione di alcune di queste luci, che nell'idrogeno si affievoliscono molto. Questi ciuffi sono, come abbiamo già detto, molto più abbondanti e luminosi all'elettrodo negativo che al positivo.

I ciuffi brevi (e noi consideriamo specialmente quelli corrispondenti alle righe 4481 del magnesio) meritano una osservazione accurata. Il carattere che li ha distinti da quelli lunghi nell'osservazione spettroscopica è stata la loro piccolezza e la nettezza dei contorni che gli altri non presentano. Osservati allo specchio rotante mostrano anch'essi tutte le caratteristiche di una proiezione di vapore luminoso muoventesi nella scintilla. Se il periodo di oscillazione è breve ed è grande l'abbondanza del vapore, non si vede ad occhio e sulle fotografie una grande differenza di comportamento tra ciuffi brevi e ciuffi lunghi. Si avanzano gli uni e gli altri lontani dagli elettrodi, I ciuffi brevi però sono sempre più sottili e raccolti; nei primi periodi partono spesso anche dal positivo, ma finiscono presto per presentarsi solo al negativo.

Col crescere dell'autoinduzione i ciuffi brevi si avvicinano sempre più agli elettrodi, si assottigliano, compariscono per una breve frazione di periodo, sembrano confinati nell'asse della scintilla. Comunque sia, la loro luminosità sembra collegata col passaggio della corrente e la durata della loro emissione è molto più breve di quella dei ciuffi lunghi.

L'osservazione ci ha mostrato che, quando la corrente di scarica è molto intensa e molto breve il periodo, anche i ciuffi brevi si allontanano un po' dall'asse della scintilla: ciò che può dipendere dal fatto che la loro emissione luminosa non cessi immediatamente al cessare della causa che l'ha prodotta, ma che possa durare anche per qualche brevissimo tempo dopo. Il che del resto sembra accadere anche per le righe d'aria: nelle fotografie con brevi periodi sono spesso ben distanziati tra loro i tratti alternativamente più scuri e luminosi vicino agli elettrodi che ci dànno i segni del cambiamento di corrente e non si vedono altrettanto ben separate le scintille d'aria, che anzi talvolta fanno nella fotografia, allo specchio rotante, una sola striscia luminosa e continua.

Ma se esaminiamo delle scintille a periodo più lento, in cui i vapori si muovano con minore velocità e in cui i ciuffi brevi sian più raccolti e più netti e non piccole nubi di vapore, allora li vedremo benissimo nello specchio rotante in vicinanza sopra tutto del *catodo*, in una certa frazione del periodo di *scarica*, nell'*asse della scintilla* e vedremo come si accendano al passaggio della corrente, tutto ad un tratto se nello spazio attraversato dalla scintilla si trova già il vapore, e come subito si spengano al cessare della corrente. La loro luminosità è dunque dovuta ad una rapida accensione prodotta dalla corrente elettrica nell'attraversarli, alla stessa maniera come lo

spettro di righe dell'aria può esser prodotto dalla corrente in dipendenza dalla fase di scarica e dalla rapidità della sua variazione.

17. Riepilogando i risultati sulle scariche oscillanti nei vapori metallici, possiamo dire che raggiunto il valore esplosivo del campo tra gli elettrodi metallici si inizia la scarica con un processo di ionizzazione per urto: in questo primo periodo la potenza media specifica dissipata è grande. Agli elettrodi comincia subito a staccarsi il vapore che viene lanciato nell'intervallo di scarica. Il processo esplosivo libera un gran numero di ioni, tanto che ad esso segue un altro modo di scarica che è quello dell'arco. Il vapore si muove nell'aria che trasporta la corrente elettrica nell'uno e nell'altro caso; ma nell'uno come nell'altro caso, la potenza media specifica dissipata è molto diversa, ed è molto diversa l'emissione luminosa dell'aria.

In una bella Memoria, il sig. Michele La Rosa [1] ha ultimamente dimostrato con elegantissime esperienze sull'arco cantante, che la trasformazione graduale da spettro di scintilla a quello d'arco — che può farsi avvenire nella luce da esso emessa variando le condizioni del circuito — dipende essenzialmente dalle variazioni della potenza media specifica spesa nel cammino percorso dalla corrente, e che il valore di questa potenza può considerarsi come l'unico parametro che determina in questo caso ciascuna struttura spettrale.

Alle stesse precise conclusioni ci porta l'esame spettroscopico della scintilla nelle sue varie fasi, non soltanto per l'emissione dell'aria ma anche per quella del vapore.

18. Per tutto ciò che abbiamo esposto si vede che la scintilla avviene in una atmosfera costituita in parte dai vapori che in essa si muovono.

Il violento processo esplosivo di ionizzazione per urto che è quello che consuma la maggior potenza media specifica, che si ha sempre nella pilota e spesso nelle prime oscillazioni della scarica, quando avviene nell'aria dà luogo alle righe d'aria, quando avviene nel vapore metallico dà luogo alle righe metalliche di alta eccitazione che noi abbiamo visto nei ciuffi brevi.

Quando il passaggio della corrente nella scintilla avviene press' a poco come nell'arco, allora l'aria e il vapore che sono attraversati dalla corrente emettono le luci corrispondenti a quel minore grado di eccitazione dovuto a una minor spesa di potenza media specifica dissipata e si hanno rispettivamente lo spettro di bande per l'aria e le righe lunghe corrispondenti ai ciuffi lunghi per il vapore.

Ma per rendere e mantenere luminoso il vapore metallico per le luci di bassa eccitazione basta l'alta temperatura che esiste sempre nello spazio della scintilla e negli strati d'aria che la circondano e bastano le reazioni chimiche che avvengono intorno ad essa fra l'azoto e l'ossigeno, fra questo e il vapore metallico. In corrispondenza di ciò noi vedremo allungarsi i ciuffi lunghi tutt'all' intorno nell' intervallo di scarica e mantenersi nei minimi della corrente e anche dopo che questa è cessata.

Lo spazio oscuro intorno al catodo, il piccolo strato luminoso che lo segue, la presenza dei ciuffi brevi intorno agli elettrodi trovano tutti la loro spiegazione con

[1] Michele La Rosa, Memoria della R. Accademia dei Lincei, serie V, vol. VII, pag. 452 (1908).

questo modo di vedere quando si pensi alla ineguale distribuzione di potenza dissipata lungo l'arco di scarica e al valore più elevato del campo in vicinanza degli elettrodi stessi e specialmente del catodo.

In conclusione *ogni particella dell'aria o del vapore ad un dato istante emette quelle luci che competono al grado di eccitazione che si trova in quel momento e in quel punto della scintilla occupato dalla particella in discorso.*

I vapori muovendosi nella scintilla e nello spazio che la circonda acquistano dunque punto per punto, istante per istante, la luce che compete al grado di eccitazione che per le condizioni elettriche, o di temperatura, essi trovano; e queste sembrano dipendere soltanto dalla potenza specifica dissipata in quel momento.

Il vapore metallico, lanciato velocemente nell'intervallo di scarica, esce ben presto dalla scintilla, si ossida se è di un metallo ossidabile, ma vien rinnovato da un nuovo vapore che si stacca specialmente dal negativo. I moti di questi vapori dipendono dalle condizioni di scarica, ma non prendono parte affatto a *convezione* elettrica.

Arrivati alla fine del nostro lavoro vogliamo dividere le responsabilità di ciascuno di noi.

L'andamento generale della ricerca fu sempre discusso insieme, l'esecuzione fu in gran parte affidata ad uno di noi cioè al Magri.

Nella prima parte di questo studio fu quasi sempre necessaria la cooperazione di tutti e due, specialmente nella misura dell'energia dissipata nella scintilla e nel circuito, ad ogni modo i risultati riferiti nelle fabelle dalla I alla VI sono stati curati dal Battelli. Sono pure state eseguite dal Battelli le ricerche sulla variazione della resistenza e dell'autoinduzione dei solenoidi al variare della frequenza.

Fu eseguita e redatta dal Magri la parte riguardante le misure del periodo di oscillazione, e sono stati da lui ottenuti i risultati riferiti nelle tabelle, dalla VII alla XI.

La parte riguardante il moto della scarica nei fili di ferro e le ricerche teoriche sulla scarica nei solenoidi con anima di ferro sono di A. Battelli; sono di L. Magri le ricerche sperimentali sui solenoidi con anima di ferro e sui cicli di isteresi.

Per ciò che riguarda quest'ultima Memoria, sono di A. Battelli le ricerche sulla scintilla d'aria e di L. Magri quelle sui vapori metallici.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

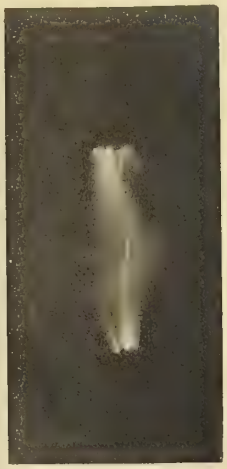


Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

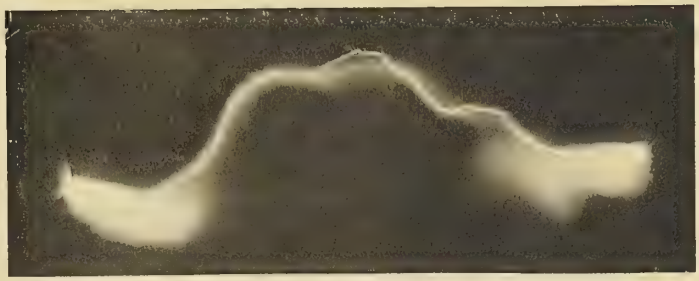
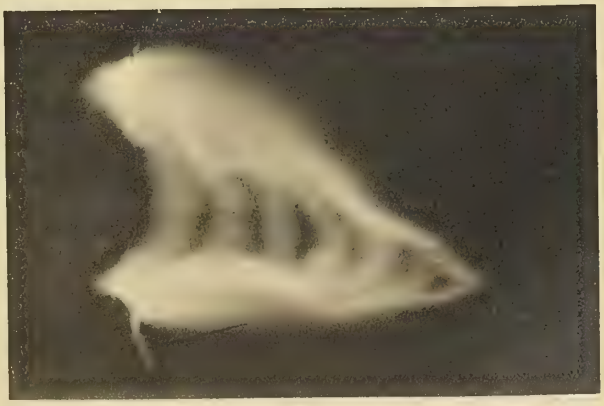


Fig. 8

Fig. 9



Fot. Danesi - Roma

Fig. 10

Fig. 11

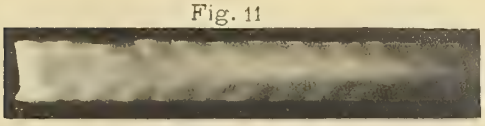


Fig. 12

Fig. 13

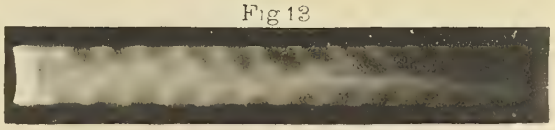


Fig. 14

Fig. 15

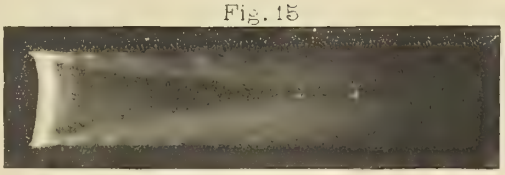


Fig. 16

Fig. 17

Fig. 18

Fig. 19

Fig. 20

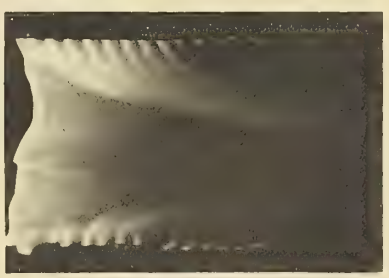


Fig. 21

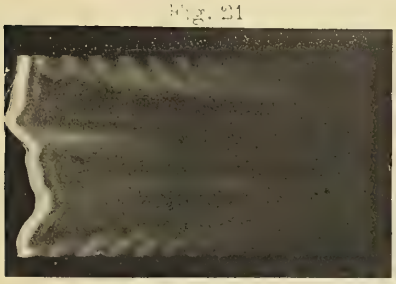


Fig. 22

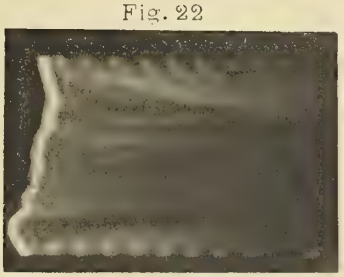


Fig. 23

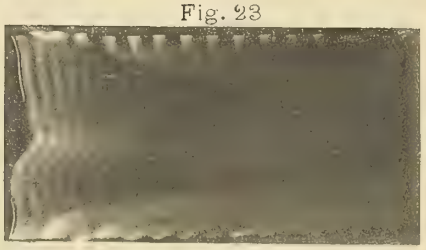


Fig. 24

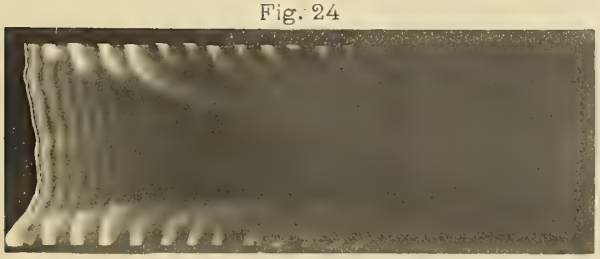
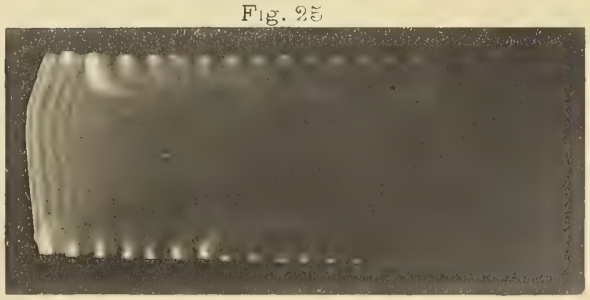


Fig. 25



Fot. Danesi - Roma

Fig. 26

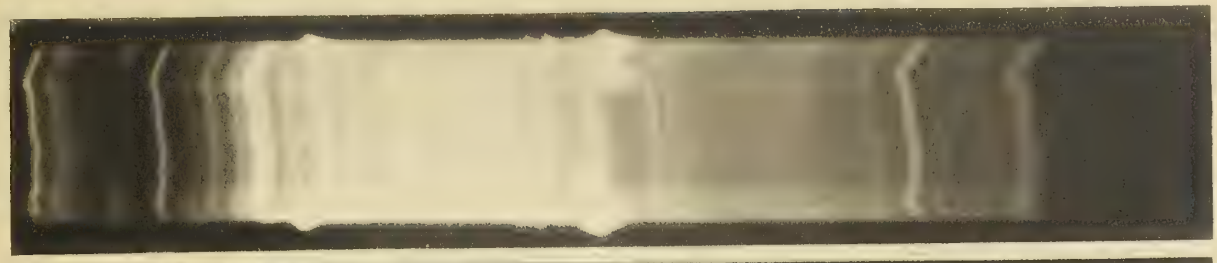


Fig. 27

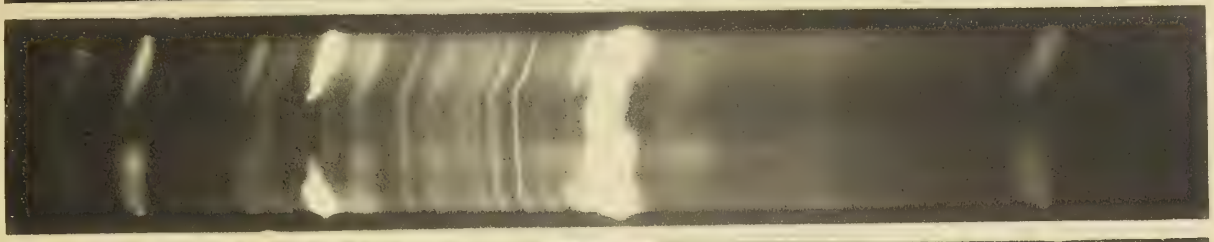


Fig. 28

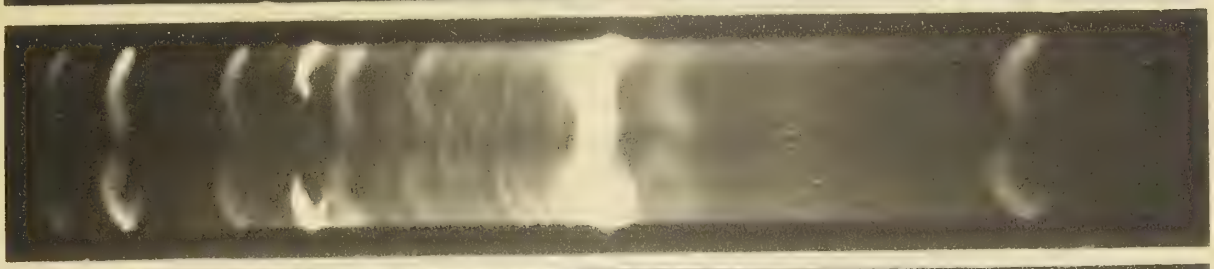


Fig. 29

5184
5173
5168

4703

4481

4352

3838
3832
3829

3337
3332
3330

Fig. 30

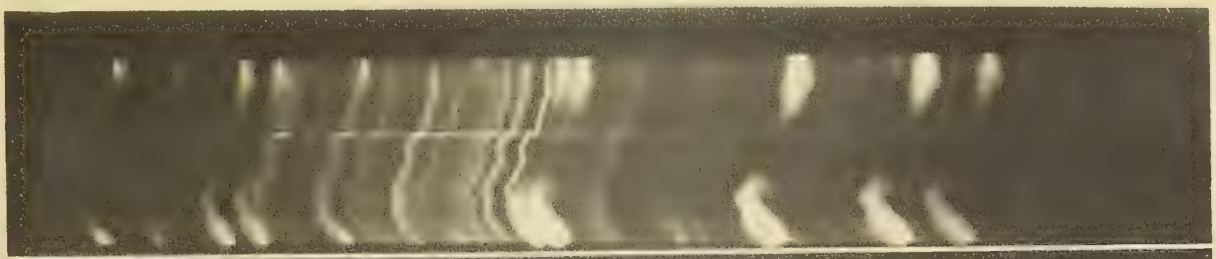


Fig. 31

5379
5338

5086

4799

4678

4416

3612

3468

3404

Fot. Danesi - Roma

RELAZIONE

letta dal Socio STRUEVER, relatore, a nome anche del Corrisp. VIOLA, sulla Memoria di G. PONTE, *Il diabase di Paraspora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati*, nella seduta del 2 maggio 1909.

Il dott. Ponte ha sottoposto ad accurato esame microscopico e chimico il diabase trovato di recente dai professori G. Di Stefano e S. Scalia, ad est del M. Scalpello, sulle pendici settentrionali delle colline di Paraspora nelle Madonie (Sicilia). I risultati ottenuti presentano particolare interesse per la deformazione constatata nei cristallini di plagioclasio a contatto colla clorite, formatasi per alterazione profonda dell'augite. L'autore attribuisce, e ci sembra a ragione, tali piegamenti del feldspato a movimenti interni prodotti dal cambiamento di volume che accompagnò la trasformazione del pirosseno in clorite, e non a deformazione subìta dalla massa intera del diabase: nel quale ultimo caso il fenomeno dovrebbe essere generale, mentre è limitato al contatto colla clorite. La breve Memoria è corredata da una tavola.

Proponiamo che sia inserita, per esteso, nei volumi dell'Accademia.

Il diabase di Paraspora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati.

Memoria di G. PONTE

(con una tavola)

I sollevamenti ed i corrugamenti delle masse mesozoiche e terziarie, avvenuti nell'Appennino verso la fine dell'eocene, furono accompagnati da numerose intrusioni di magma gabro-diabasico-peridotitico, chè in seguito ai complicati movimenti orogenici, i dicchi e le espansioni rimasero in gran parte intercalati fra gli strati sedimentarî sotto forma di lenti (1).

Queste rocce, note comunemente sotto il nome di *pietre verdi*, sono abbondanti e potenti in quella zona compresa tra l'Appennino pavese e la Spezia (2) e compariscono pure in masse amigdalari nel *Flysch* eocenico dell' Italia meridionale (3).

Anche in Sicilia nelle Madonie, ove in parte si continuano gli stessi terreni, queste rocce si trovano intercalate amigdaloidamente nel *Flysch* e recentemente i professori G. Di Stefano e S. Scalia hanno trovato l'affioramento di un diabase ad est del M. Scalpello, sulle pendici settentrionali delle colline di Paraspora, a poca distanza dalla sponda destra del Dittaino.

La roccia s'erge appena un metro fra i sedimenti eocenici e molti frammenti se ne trovano sparsi tutt' intorno.

S. Scalia ritiene che questo diabase attraversi i galestri, le argille, le marne variegate ed i calcari nummulitici ed orbitoidici del Bartoniano ben distinti dai terreni triassici pure a *facies* di *Flysch*, che più a sud contengono una ricca fauna del S. Cassiano-Raibl (4), e perciò la sua intrusione dovette avvenire verso la fine dell'eocene, oppure posteriormente.

La roccia trovasi in istato di grande disfacimento; varî pezzi staccati dai blocchi più grossi hanno un colore verde-giallastro cupo e mostrano la struttura ofitica caratteristica del diabase. Ad occhio nudo si distinguono cristallini di feldspato intramezzati da una sostanza cloritica, la quale spesso forma piccoli moduli e venature (Vedi fot. I e II).

Il *plagioclasio* è l'elemento essenziale della roccia; al microscopio si presenta in listerelle idiomorfe lunghe fino a 3 millimetri, le quali mostrano un piccolo nu-

(1) G. De Lorenzo, *Geogr. fisica dell'Italia meridionale*, Bari, 1904, pp. 112-120.

(2) C. De Stefani, *Le rocce eruttive dell'eocene sup. nell'Appennino*, Boll. Soc. Geol. It., 1889; T. Taramelli, *Sulla formazione serpen. dell'App. pavese*, Mem. R. Acc. Lincei, 1878.

(3) Loc. cit.

(4) S. Scalia, *I fossili del Trias superiore dell'Acquanova e di Paraspora* (Monte Scalpello), Bull. Acc. Gioenia di Catania, fasc. XCV, nov. 1907; *La fauna del Trias superiore del gruppo montuoso di Judica* (II Nota prel.), ibid., fasc. 4°, ser. 2ª, 1908.

mero di lamelle geminate generalmente secondo la legge dell'albite. Rarissime sono le sezioni limpide; alcune abbondano di sottili e lunghi aciculi di tremolite, altre sono torbide di prodotti secondarî polverulenti probabilmente di caolino, di sostanza cloritica e di calcite, i quali colorati dalla limonite formano spesso delle chiazze di colore rosso-giallognolo.

A causa del grado avanzato di alterazione in cui si trovano i feldspati riesce assai difficile di studiarne le proprietà ottiche.

È facile trovare qualche sezione perpendicolare a P(001) e a M(010) la quale mostra la struttura zonata e dà una estinzione di circa + 31° misurata nell'angolo acuto P/M. Alcuni frammenti, i più limpidi, separati meccanicamente, oscillano nella soluzione di Thoulet di p. s. 2,690 e 2,720.

Questi dati fanno riferire il plagioclasio ad un miscuglio un po' ricco di anortite di composizione variabile confermata dal diverso peso specifico dei piccoli frammenti limpidi e dalla struttura zonata che hanno alcuni cristalli.

Non di rado si osservano listerelle piegate e rotte con estinzione ondulosa (vedi fot. III). La causa di questo fenomeno di deformazione meccanica deve ricercarsi in un periodo posteriore alla consolidazione della roccia.

Nei terreni soggetti a pieghe e a rotture le deformazioni meccaniche sono frequenti tanto negli elementi delle rocce stratificate quanto in quelli delle massicce. Però nel diabase in esame le pieghe e le rotture dei feldspati non possono essere di natura orogenetica perchè se tali fossero stati le deformazioni si sarebbero estese in tutta la roccia, anche nella sostanza cloritica verso la quale i feldspati avrebbero dovuto piegarsi con più facilità. Invece si osserva che i cristalli deformati si trovano disposti attorno o vicino ad un granulo di sostanza cloritica (vedi fot. III) e piegati o rotti verso l'esterno. Ciò fa ritenere che il fenomeno sia avvenuto per la pressione esercitata dalla sostanza che man mano andava cloritizzandosi ed aumentando di volume.

Così ai fenomeni di deformazione meccanica dei cristalli nelle rocce si può aggiungere quello delle pieghe e rotture prodotte per l'aumento di volume degli elementi che tendono a trasformarsi in sostanze secondarie.

La *sostanza cloritica*, probabilmente prodotto di alterazione dell'augite basica, riempie tutti i vani della roccia, spesso in forma di noduli grossi fino a 5 mm. e in vene lunghe parecchi centimetri (vedi fot. II); nella sezione sottile essa si vede innestata fra le listerelle del plagioclase in forma di scaglie ed in aggregati a rosetta di colore verde-giallastro d'aspetto sferolitico, i quali a nicol + dànno la croce di interferenza.

Le scaglie presentano un pleocroismo appena apprezzabile, cioè, quelle tagliate normalmente al piano di sfaldatura mostrano un colore verde-giallognolo quando le lamine si trovano = al piano del raggio vibrante e giallo-bruno quando sono ⊥.

La sostanza cloritica viene disciolta lentamente dall' HCl lasciando un residuo di silice; al cannello fonde in un globulo nero non magnetico.

Per determinare il peso specifico di questa sostanza è necessario procedere prima alla separazione meccanica con l'aiuto della soluzione di Thoulet, perchè i granuli

contengono spesso della pirite. Il peso specifico che ne risulta è 2,617. L'analisi chimica dà i seguenti risultati:

SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	CaO	MgO	H_2O	CO_2	P_2O_5	Summa	
34,444	14,017	12,908	10,425	1,337	17,919	8,800	0,089	0,011	99,950	+ 0,96%

di acqua igroscopica.

La sostanza cloritica del diabase in esame, per le sue proprietà e per la composizione si avvicina molto alla Euralite, minerale di natura secondaria trovato da Wiik nelle cavità del diabase dell' Eura-Kirchspiel (1).

La *magnetite* non è visibile macroscopicamente; al microscopio si presenta in granuli irregolari, qualche volta disposti lungo un asse raffigurando una spina di pesce e spesso aggruppati attorno ai feldspati o sparsi in tutta la roccia; raramente si osservano sezioni triangolari e quadrate. Alcuni granuli incominciano ad alterarsi e presentano un'aureola di limonite.

La presenza del TiO_2 nell'analisi complessiva della roccia appresso riportata e l'assenza completa nell'analisi della sostanza cloritica, fanno ritenere che solo la magnetite sia titanifera, cioè una parte del $(Fe_2)O_3$ sostituita da $(FeTi)O_3$.

Un elemento accessorio assai scarso è l'*apatite* in colonnine ed in granuli microscopici.

La *pirite*, in aggregati a rosetta grossi fino a 3 mm., è in gran parte limonitizzata e si riscontra soltanto fra i granuli della sostanza cloritica.

Fra i prodotti secondarî accessorî si osservano: la *calcite*, la quale è generalmente scarsa, ma in alcuni blocchi riempie tutte le venature e le cavità tanto abbondantemente da diventare l'elemento prevalente della roccia; la *tremolite* in sottili e lunghi aciculi e le *zeoliti* in sferoliti microscopici.

L'analisi del diabase dà:

SiO_2	46,224
Al_2O_3	22.726
Fe_2O_3	5,356
FeO	3,154
CaO	6,055
MgO	5,283
Na_2O	3,588
K_2O	0,817
H_2O	5,381
CO_2	1,308
TiO_2	0.120
P_2O_5	0,025
S	0.083
	100,120 + 0,21 % d'acqua igroscopica.

Il peso specifico determinato col metodo della boccetta risulta 2,773.

I rapporti molecolari e le formole empiriche che si potrebbero ricavare da quest'analisi darebbero risultati falsi per la classificazione chimica di questa roccia profondamente alterata. Un più avanzato disfacimento dei feldspati, avrebbe cancellato ogni traccia della struttura del diabase, mostrando una roccia del tutto secondaria.

(1) F. J. Wiik, *Mittheilungen ü. finnische Min.* N. Jahrbuch, 1869, 357.

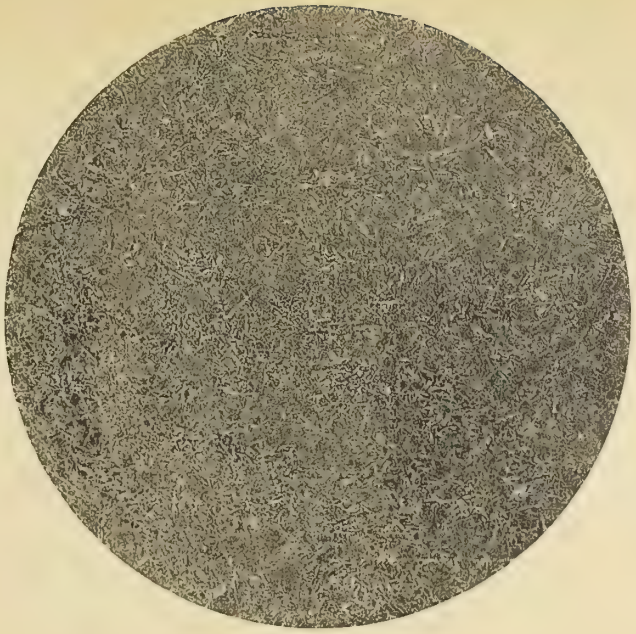


Fig. I

La roccia levigata

Grand. nat.

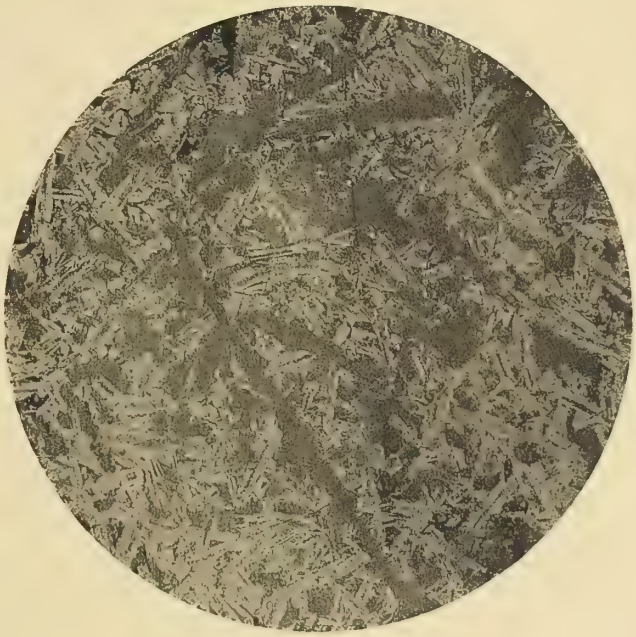


Fig. II

La lamina sottile a luce ordinaria

Ing. 5 diam.

Fig. III

La lamina sottile a nicol +

Ing. 35 diam.

Fot. Danesi - Roma

RELAZIONE

letta dal Socio GRASSI, relatore, a nome anche del Socio TODARO, sulla Memoria del dott. GUSTAVO BRUNELLI, avente per titolo: *La spermatogenesi del Gryllus desertus* Pall. (Divisioni spermatogoniali e maturative), nella seduta del 2 maggio 1909.

Nel suo studio su le divisioni spermatogoniali e maturative di *Gryllus desertus* Pall., l'A. si è dato cura di seguire il monosoma (cromosoma accessorio) ne' suoi differenti stadî. Egli ha potuto così stabilire che nelle divisioni spermatogoniali, come nel periodo tra la prima e la seconda divisione maturativa (intercinesi), il monosoma si comporta come un cariomero, non perdendo mai la propria individualità, conservando, cioè, l'autonomia attraverso le successive divisioni. Mentre l'A. ha potuto così stabilire una seriazione di imagini nucleari favorevole alla dottrina delle individualità dei cromosomi, d'altra parte egli non può accettare come espressione della loro individualità le differenze di forma delle tetradi (ciò che ha sostenuto Baumgartner).

L'A. studia anche il processo riduttivo, specialmente in rapporto alle nuove vedute riguardanti la direzione delle divisioni; egli dimostra che soltanto la prima divisione è trasversale, mentre la seconda è longitudinale (d'accordo con Montgomery).

Le ricerche sono state condotte dall'A. con buona tecnica; l'esposizione dei fatti è chiara; le figure illustrative sono bene eseguite. La Memoria contiene osservazioni citologiche interessanti, e merita perciò di essere inserita negli Atti della nostra Accademia.

La spermatogenesi del « Gryllus desertus » Pall. (Divisioni spermatogoniali e maturative).

Memoria del dott. GUSTAVO BRUNELLI [1].

INTRODUZIONE.

Innanzi di esporre i risultati relativi allo studio delle divisioni spermatogoniali e maturative del *Gryllus desertus* Pall, debbo ricordare che la spermatogenesi di altre specie appartenenti allo stesso genere di Ortottero, è stata oggetto di ricerca da parte di diversi autori, ma si tratta in generale di ricerche frammentarie. Così De Sinéty (01) nella sua pregevole Memoria sui Fasmidi, riporta alcune figure delle divisioni spermatogoniali e maturative del *Gryllus campestris*; Voinov (04), in una breve Nota rileva nel Grillo l'esistenza di un « corpo nucleinico doppio » negli spermatociti; e Gutherz (07), in un breve, ma interessante lavoro, accompagna le sue considerazioni critiche sugli eterocromosomi colle descrizioni di alcuni stadî della spermatogenesi del Grillo. L'autore che più estesamente si è occupato della spermatogenesi del Grillo, è Baumgartner (02-04); i miei risultati però coincidono solo in parte con quelli del ricercatore americano, come apparirà dal contesto del lavoro. Baumgartner difatti ha rivolto il suo lavoro più che altro alla dimostrazione di una presunta differenza di forma delle tetradi, come espressioni della individualità dei cromosomi, ciò che, come vedremo, non sembra sostenibile. Ringrazio vivamente il prof. Grassi dell'interesse mostrato al presente lavoro.

PARTE ANALITICA.

Tecnica.

Per la fissazione ho usato principalmente fissatori osmici (Flemming, Hermann) il liquido di Rath, il sublimato e il sublimato-acetico, questi ultimi particolarmente per le colorazioni rivolte allo studio del nucleolo. Ho colorito con ematossilina, safranina e verde luce e per i nucleoli mi son valso delle colorazioni di Biondi e Zimmermann, le quali ultime mi hanno specialmente servito per differenziare il monosoma nei suoi rapporti col nucleolo vero (plasmosoma). Le gonadi venivano fissate direttamente o isolate prima in soluzione fisiologica.

[1] Istituto di Anatomia comparata della R. Università di Roma.

Tutte le figure riportate nelle tavole sono state tolte da preparati fissati con miscele osmiche e colorati con safranina e verde luce (1).

Divisioni spermatogoniali.

Nella piastra equatoriale delle divisioni spermatogoniali sono visibili venti autosomi e il monosoma (2) (cromosoma accessorio) situato perifericamente (fig. 2). Il numero dei cromosomi in *Gryllus desertus* perciò è uguale a quello già riscontrato da altri autori in *Gryllus domesticus* (Baumgartner 04, Gutherz 07). Il monosoma è piegato a V e per la sua lunghezza facilmente distinguibile nella metafase (fig. 3) apparisce con speciale evidenza nell'anafase (figg. 4-5), anche perchè in ritardo rispetto agli altri cromosomi.

Il complesso dei fatti relativi al passaggio dall'anafase allo stadio di riposo, ci dà la spiegazione dell'aspetto caratteristico del nucleo delle spermatogonie seconde. Questo aspetto da me riscontrato nel *Gryllus* essenzialmente coincide con quello osservato da Sutton (00) nel suo noto studio su *Brachystola* e susseguentemente da Otte (07) in *Locusta*. Esso è determinato da ciò che i cromosomi anafasici si disgregano mentre attorno a ciascuno di essi si forma una sorta di vescicola, processo che si può seguire dall'apparizione intorno ad essi di uno spazio chiaro occupato da cariolinfa, ne risulta un nucleo a cariomeriti (sacculated nucleus di Sutton) (3).

Nel mio caso degno di particolare interesse si mostra in questo processo il monosoma, grazie alla sua lunghezza rispetto agli altri e al suo ritardo anafasico, di cui innanzi si è accennato (fig. 4).

Avendo posto su questo punto la mia attenzione, mi è stato possibile osservare che il monosoma si disgrega in una posizione corrispondente a quella del suo ritardo anafasico (fig. 6) rimanendo a lato del fuso (4).

Così è facile, seguendo i successivi aspetti, riferire un dato territorio del nucleo delle spermatogonie in riposo al monosoma stesso. Che se poi dopo il riposo si segue nella elaborazione profasica il riapparire dei cromosomi, si vede nettamente che quel dato territorio nucleare in forma di una sacculazione periferica, allungata a lingua, spesso fortemente tingibile (figg. 7, 8) è proprio quella in cui persiste il monosoma.

(1) Nell'inizio dell'accrescimento la safranina difficilmente differenzia il plasmosoma rispetto agli elementi cromatici, tuttavia nelle figure si è posto uno stacco di tinta, il differenziamento del plasmosoma essendo stato controllato con altre colorazioni.

(2) Nomenclatura di Montgomery (06).

(3) Di recente Robertson (08), Pinney (08) e Davis (08) hanno descritto aspetti simili del nucleo nelle spermatogonie di diversi Ortotteri.

(4) A proposito di ciò è importante ricordare che la formazione del nucleo mediante cariomeriti è stata posta in relazione con una precoce ricostituzione. Così Conklin riprendendo la opinione di Rückert attribuisce la distribuzione sparpagliata dei bastoncelli cromosomici nelle telefasi dei blastomeri alla successione rapida delle divisioni, nella quale circostanza i cromosomi figli trarrebbero il liquido nucleare al protoplasma circostante, innanzi alla fine dell'anafase. Ma come ricordano Grégoire e Wigaerts talvolta si ha la ricostituzione del nucleo mediante cariomeriti nelle cinesi a lungo intervallo, e d'altra parte essa non è neppure un fatto generale per le cinesi a corto intervallo.

Nel mio caso non vi è dubbio che nelle telofasi spermatogoniali non si forma uno spirema continuo, come in altre cinesi spermatogoniali è ammesso da altri autori, per esempio da Jannsens (01) nel Tritone.

Relativamente al ricostituirsi del nucleo mediante vescicole è opportuno ricordare che ciò per la prima volta è stato riscontrato da Bütschli (76) negli Ortotteri. Si intende che l'aspetto presentato dal nucleo in riposo delle spermatogonie seconde di *Gryllus* non è che una modalità della ricostituzione del nucleo mediante vescicole. Come ricordano Grégoire e Wigaerts (04) a proposito di una tale ricostituzione, alcune volte dopo che il liquido nucleare si è depositato attorno ai cromosomi secondo le sporgenze che essi fanno nell'ammasso polare, il vacuolo nascente tende a prendere la forma sferica, e le estremità cromosomiche un po' sporgenti finiscono per essere ricondotte, con un curvamento più o meno pronunciato, dentro l'interno di un contorno continuo e senza sporgenze.

Il persistere dunque di queste sporgenze e il persistere più o meno completo delle singole vescicole attorno a ciascun cromosoma è una condizione peculiare, riscontrabile appunto nelle spermatogonie seconde.

E qui debbo notare che le sacculazioni confluiscono più o meno tra di loro e sono più o meno largamente intercomunicanti, sempre però da dare l'impressione che non avvenga uno scambio di cromomeri, ma che, come ammette Sutton (00), non vi sia che uno scambio metabolico.

In alcuni casi però la fusione dei cariomeriti può essere quasi completa (eccettuato il monosoma), ciò che, d'accordo con Otte (07), probabilmente può porsi in relazione colla quantità di citoplasma nelle diverse generazioni spermatogoniali.

Io non starò qui a ricordare che una tal forma di nucleo, mentre dà una valida conferma alla dottrina della individualità dei cromosomi, appoggia anche il modo di vedere di quegli autori che giustamente ritengono che non tutti i casi di nuclei polimorfi si debbano riferire a divisioni amitotiche.

Ancora debbo rilevare, e dico ciò in seguito anche all'esame di altri Ortotteri che saranno oggetto di miei ulteriori studî, che un tale aspetto del nucleo delle spermatogonie seconde, non è raro, come sinora si è ammesso, ma non è neppure generale.

In sostanza, che un tale aspetto caratterizzi le spermatogonie seconde rispetto alle spermatogonie prime è vero in molti casi, ma un tal carattere differenziale non è estendibile a tutte le forme. Senza dubbio però la sua esistenza è passata talvolta inosservata da parte di diversi autori. Così, a proposito dello stesso *Gryllus*, Baumgartner (04) relativamente al singolare aspetto del monosoma tra la prima e la seconda divisione maturativa, ciò di cui si dirà a suo tempo, scrive: « The behavior of the accessory chromosome in the semiresting stage is parallel to conditions which Sutton has described in the spermatogonia of Brachystola. Sutton finds that the accessory always has its own vesicular wall and does not form a part of the regular nucleus. In Gryllus accessory has its own vesicle in the semiresting stage between the first and second spermatocytes ». Evidentemente a Baumgartner è sfuggito il caratteristico aspetto delle spermatogonie seconde di *Gryllus*. Lo stesso si dica a proposito di Voinov (04): egli scrive di non aver potuto studiare i nuclei delle spermatogonie a

causa della loro piccolezza relativa! (Forse l'A. non avendo fermato la sua attenzione su questo punto, ha scambiato alcuni cariomeriti per la totalità del nucleo, tenuto conto anche che a prima vista la interpretazione di una tale struttura non è facile).

Nella elaborazione profasica riappariscono in corrispondenza ai singoli territorî nucleari i cromosomi i quali mostrano chiaramente una fenditura longitudinale. Essi nell'inizio si presentano molto lunghi e in relazione con questa circostanza ritorti (fig. 9) come Sutton (00) parimente ha rilevato in *Brachystola*. Successivamente essi si condensano assumendo per gradi l'aspetto definitivo (figg. 10-11). In questa condensazione talvolta il monosoma mostrasi in ritardo rispetto agli altri, ciò che similmente Montgomery (05) ha rilevato negli eterocromosomi di *Syrbula*.

Rispetto alle giovani cisti di spermatogonie debbo notare finalmente che esse mostrano una cellula centrale (fig. 1), cellula centrale che anche Otte (07) dice di aver riscontrato in *Locusta*. Essa deve paragonarsi alla così detta « cellula centrale » di Henking (91) che questo autore ha descritto nel suo memorabile lavoro sulla spermatogenesi del *Pyrrhocoris* e può anche omologarsi con Davis (08) alla così detta « cellula di Verson ».

Accrescimento.

Alla telofase dell'ultima divisione spermatogoniale segue immediatamente un aspetto (fig. 12) caratteristico del nucleo in cui si riscontrano delle apparenti masse cromatiche coniugate (gamosomi o zigosomi) (1). È importante notare questo fatto che non si forma un reticolo nucleare e neppure esiste susseguentemente uno stadio di nucleo leptotene (Winiwarter) o leptonema (Grégoire).

Anche Wassilieff (07) nell'inizio dell'accrescimento ha rilevato un aspetto simile del nucleo in *Blatta*. Egli designa le masse cromatiche come « pseudotetradi » e cerca poi di spiegare la formazione delle presunte pseudotetradi mediante il noto concetto della depressione (secondo R. Hertwig) e le paragona a formazioni simili descritte nel nucleo delle cellule nutrici degli insetti. Ammette poi che le formazioni che egli indica come pseudotetradi siano soggette a disgregarsi per una polverizzazione della cromatina.

Anche Otte (07) descrive nell'inizio dell'accrescimento delle masse cromatiche dalle quali partono dei filamenti. Susseguentemente, secondo l'A., mentre le masse cromatiche si riducono, i filamenti si svolgono formando una sorta di reticolo, in cui però verisimilmente i filamenti conservano la loro autonomia.

Relativamente a un tale aspetto del nucleo, nell'inizio dell'accrescimento si possono fare tre supposizioni:

1°) È possibile che l'apparenza di gemini procromosomici provenga da una alveolizzazione subita dai cromosomi alla telofase e che da questo stadio si passi, previa la formazione di un reticolo, allo stadio di spirema semplice (leptonema).

(1) Lo stadio in cui si riscontrerebbero ammassi cromatici (gamosomi) coniugati (zigosomi) che distendendosi darebbero origine a dei filamenti (gamomiti) associati a due a due (zigomiti) è posto da Strasburger come intermediario tra il reticolo quiescente e il nucleo leptozigotene. La reale esistenza dei gamosomi, come vedremo, è stata posta in dubbio da Grégoire.

2°) Può essere che i gemini apparenti (pseudotetradi di Wassilieff) risultino da una precoce divisione dei cromosomi telofasici.

3°) Si può finalmente supporre che si tratti in realtà di gemini procromosomici, cioè che i cromosomi si siano raccolti intorno a un numero di gamocentri (Strasburger) $\frac{n}{2}$ (1).

Secondo la prima supposizione si dovrebbe poi scorgere uno spirema, quale Otte (07) descrive in *Locusta*, senza duplicità. Nel mio caso però non ho potuto vedere un aspetto spirematico a filo semplice (nucleo leptotene di Winiwarter). Se questo fosse presente si dovrebbe poi ad un certo momento verificare la scissione del filo semplice o l'accollamento dei fili, come appunto descrive Otte, ciò che io debbo escludere. Ammesso infatti che esista una sindesi laterale, nel mio caso essa si effettuerebbe nello stadio presentante gli apparenti gamosomi e non in seguito per l'accollamento dei fili dello spirema semplice. Contro la ipotesi della parasindesi presinaptica resta però l'obbiezione della divisione precoce, l'obbiezione mossa da Meves (08) a tutti gli autori che hanno supposto una coniugazione laterale. È inutile che qui io riporti il complesso di argomenti opposti alla ipotesi di una coniugazione laterale, in occasione del noto lavoro degli Schreiner (06) su *Tomopteris* da parte di Meves, Goldschmidt (08), Fick (08) e ultimamente anche da Häcker (09).

Certamente la interpretazione di una tale imagine nucleare negli Ortotteri non è facile e si presta a diverse interpretazioni, come ha rilevato anche Otte. Io credo però che in sostanza si debba ricondurre ai cromosomi telofasici dell'ultima divisione spermatogoniale scissi per il lungo (2).

Un attento esame delle formazioni indicate da Wassilieff come « pseudotetradi » mi ha fatto pensare che verisimilmente l'aspetto delle presunte pseudotetradi sia occasionato da rigonfiamenti nodali di sottili cromosomi ritorti a zig-zag. Questa interpretazione si accorderebbe colla critica che Grégoire (07) ha mosso relativamente agli abbozzi dei gamosomi nei vegetali. Il ridursi degli apparenti gamosomi o masse cromatiche sarebbe dovuto al distendersi di sottili filamenti cromosomici ritorti.

Si comprende la difficoltà di interpretare uno stadio in cui da una parte si può facilmente scambiare una divisione longitudinale con una alveolizzazione dei cromosomi telofasici (gli Schreiner hanno rilevato giustamente la somiglianza dei due aspetti, e resta proprio a vedersi se quella da loro descritta come alveolizzazione dei cromosomi telofasici non sia piuttosto una divisione longitudinale), d'altra parte si ha

(1) Da principio io, anche perché non trovavo uno stadio di reticolo o di nucleo leptotene, quale sull'inizio dell'accrescimento si descrive dalla pluralità degli autori, e colpito anche dallo aspetto di pseudotetradi di cui parla Wassilieff, avevo appunto ritenuto che si operasse una sindesi laterale, ma anche in seguito allo studio di altri Ortotteri, che formeranno l'oggetto di mie ulteriori pubblicazioni, ho abbandonato questa idea.

(2) In quello stadio in cui si va gradatamente costituendo quella normale forma del nucleo, nell'inizio dell'accrescimento, per cui il nucleo dello spermatocito si viene a distinguere nettamente da quello delle spermatogonie, si ha infatti l'impressione di una scissione longitudinale dei cromosomi telofasici. Su questo punto ho iniziato ricerche in altro Ortottero.

la illusoria apparenza, che una divisione precoce può presentare, di una copula parallela. Si aggiunga il fatto che l'aspetto del nucleo nell'inizio dell'accrescimento è stato trascurato, essendosi l'osservazione rivolta piuttosto allo stadio posteriore della sinapsi come contrazione, e ancora la facilità colla quale, sull'inizio dell'accrescimento, un diverso trattamento, un diverso grado di colorazione possono mascherare la struttura nucleare sino al punto di offrire l'apparenza di una struttura reticolare o a cromatina diffusa, ove in realtà esiste una struttura spirematosa incipiente.

Così si spiega quella diversità di descrizioni e di interpretazioni che si riscontra da parte di diversi autori a proposito dell'inizio dell'accrescimento, mentre tutto fa pensare che, salvo possibili eccezioni, i fenomeni essenzialmente decorrano nell'istesso modo in oggetti diversi.

Le mie considerazioni critiche su questo punto erano scritte, quando ho avuto occasione di leggere una recente Memoria di Grégoire (09), nella quale discutendo i fenomeni della fase sinaptica l'A. si trattiene in particolare sul reperto di Wassilieff in relazione con l'idea di R. Hertwig per il quale, come si sa, la profase sinaptica è una cinesi abortita (eine abortive Teilung), idea che già il Woltereck (98) aveva emesso e che Hertwig poi ha svolto in un modo indipendente dal punto di vista dei suoi concetti intorno alla depressione. Grégoire rileva come Wassilieff abbia trovato l'indizio di una cinesi abortita in uno stadio anteriore a quello di sinapsi, cioè in quello di nucleo leptotene, e a ragione si meraviglia di ritrovare dopo lo stadio in cui si vede l'abbozzo dei cromosomi, uno stadio di cromatina polverizzata (1). Grégoire riguarda le apparenti pseudotetradi come le prime tappe della trasformazione del reticolo in cromosomi. Pur divergendo in questo punto, in quanto io riattacco tale stadio ai cromosomi telofasici scissi per il lungo, io mi accordo tuttavia con Grégoire nel ritenere che i fenomeni che subiscono le apparenti masse cromatiche non costituiscano una regressione di cromosomi, e che come innanzi ho scritto, non segua uno stadio di cromatina polverizzata.

Il fatto da rilevare è che in ogni modo non esiste in *Gryllus* uno spirema semplice nell'inizio dell'accrescimento, dal quale fatto si può concludere che il noto stadio dell'accrescimento in cui si localizza la così detta « sinapsi », non può avere il significato di un momento del nucleo nel quale si opera la coniugazione laterale. Io ritengo con Häcker (07) poco probabile che la sindesi, sotto qualsiasi forma (laterale o terminale), si effettui nello stadio di sinapsi (sinizesi).

Dopo l'aspetto del nucleo del quale sinora si è discusso, si fa passaggio (figg. 13, 14, 15) a un sottile spirema doppio (nucleo zigotene di Grégoire), il quale però, come si è rilevato, non ha origine secondariamente da uno stadio leptotene. I fili dello spirema (o meglio dei tronchi spirematici) si allungano avvicinandosi, mentre si ha una distribuzione più uniforme dei granuli di cromatina.

(1) Grégoire rileva a questo punto la contraddizione tra Wassilieff e quanto R. Hertwig (08) scrive in proposito: — « Als ich die Gelegenheit hatte die schönen Präparate der Herren Dr. Popoff und Dr. Wassilieff über das *diplotaene Stadium* bei den Eiern von Paludina und den Hodenzellen von Periplaneta kennen zu lernen, wurde ich darauf geführt *dieses ausserst interessante Stadium* als Zeichen einer Abortiveteilung aufzufassen ». — C'est nous qui soulignons.

Frattanto è spesso visibile il cromosoma accessorio come una formazione periferica, allungata (fig. 15), mentre il nucleolo vero (plamosoma) già esiste (1).

Con questa circostanza devesi mettere in relazione il fatto che Voinov (04) parla nel *Gryllus* di un nucleolo primario e di un nucleolo secondario, il monosoma assumendo più tardi l'aspetto nucleolare.

In qualche caso (fig. 17) si può notare susseguentemente una contrazione laterale da paragonarsi a quella descritta da diversi autori come sinapsi, ma in generale non si riscontra (come già aveva osservato Baumgartner). Da questo punto di vista io mi accordo con quegli autori che negano la importanza dello stadio di sinapsi (come contrazione) nella spermatogenesi, come in particolare ha ammesso Mc Clung (00) proprio negli Ortotteri e come di poi è stato ammesso da diversi autori non solo per gli invertebrati, ma anche pei vertebrati (es. Duesberg, 08 *b*). Debbo tuttavia notare che lo stadio di sinapsi si mostra invece evidente in qualche Ortottero, pur usando lo stesso trattamento. Come esempio posso portare la *Mantis* di cui ho fatto alcuni tagli, trovando negli spermatociti figure che confermano quanto a proposito dello stesso insetto ha scritto Giardina (02).

Ciò che è da rilevarsi è che ammettendosi la parziale artificiosità dell'aspetto sinaptico, esso apparisce tuttavia localizzato in una fase del periodo di accrescimento, e deve per ciò avere il suo reale fondamento in una speciale condizione del nucleo in tale stadio (2). Anche Meves (07) rileva giustamente che vi è un dato momento nel periodo di accrescimento in cui vi è una tendenza della cromatina a ritrarsi sotto l'influenza dei fissatori.

Mentre lo spirema gradatamente ispessisce (figg. 16, 18), anche il monosoma tende a condensarsi.

Il monosoma perde così gradatamente quell'apparenza evidentemente filamentosa che in tutto il periodo di accrescimento si conserva invece nei Locustidi secondo Mc Clung (02) e Otte (07).

Susseguentemente lo spirema tende ad espandersi e anche per l'accrescimento del nucleo stesso apparisce meno intricato (figg. 19, 20).

Difficilmente ormai in questo stadio è visibile la originaria duplicità, sebbene esista e sia solo in apparenza mancante, in modo da dare l'impressione di uno spirema spesso o pachinema (fig. 20).

Non esiste una regolare orientazione delle singole anse, cioè un tipico stadio di bouquet (Eisen). Tra le singole anse si manifestano evidentemente le anastomosi laterali, si ha cioè la tendenza alla formazione di un reticolo (fig. 21). Si riscontra così un interessante periodo da paragonarsi a un periodo simile che si ha nell'oogenesi, quando lo spirema tende a risolversi nel reticolo secondario. Io debbo qui rimarcare ciò che giustamente ha osservato Giardina (02), cioè che non si è abbastanza cercato di stabilire un parallelo tra le imagini nucleari che si verificano nell'accrescimento

(1) In uno stadio anteriore forse è riferibile al monosoma la massa cromatica che scorgesi nella fig. 12.

(2) Escluso un significato speciale della sinapsi nel periodo gonocitario, io ritengo con Popoff (08), che stadî simili a quello di sinapsi possano riscontrarsi anche in cellule somatiche, ciò che, secondo lo stesso Popoff, Harry Marcus avrebbe già riscontrato.

durante l'oogenesi e quelle che si hanno nel corrispondente periodo della spermatogenesi. Di recente lo Schleip (09) ha rilevato come in sostanza esistano casi in cui lo spermatocite e l'oocite si presentano in condizioni simili.

Interessante a questo proposito nel mio caso è l'impoverimento graduale della sostanza cromatica, cioè una notevole catacromasi (uso questo termine in contrapposto a quello di anacromasi, secondo Vejdovsky, 1907).

Un simile comportamento è stato rilevato da Wilson (05) negli Emitteri, e si può sotto un certo punto di vista parlare in questo stadio con Blackman (01) di uno stadio di pseudo-vescicola germinale; non intendendo dire con ciò che si perda la traccia delle strutture cromosomiche. Questo stadio di spirema, ad anastomosi molto evidenti (fig. 21) e povero di cromatina, rappresenta l'ultima fase di evoluzione degli spermatociti durante l'inverno [anche Mc Clung (00) ha rilevato nell'*Hippiscus* che lo stadio di ibernazione corrisponde ad una fase spirematica]. In questo stadio, ad accrescere la simiglianza di aspetto con un nucleo di oocite, il monosoma è costantemente addossato al plasmosoma in modo da formare una sorta di nucleolo doppio, che ricorda nell'apparenza gli amfinucleoli descritti da Obst (99) e da Popoff (07) nei Molluschi. Però deve rilevarsi che il monosoma, benchè apparisca come una formazione compatta, si mostra in realtà formato da un'ansa piegata a V (fig. 21), come apparisce talvolta ad un'accurata osservazione.

Comportamento del nucleolo e del monosoma durante l'accrescimento. — Riassumo qui brevemente il comportamento del nucleolo vero e del monosoma durante l'accrescimento. Come ho detto, nell'inizio dell'accrescimento il nucleo degli spermatociti presenta un nucleolo (plasmosoma). D'altra parte, nello stadio di spirema doppio sottile si riscontra a ridosso della membrana nucleare il monosoma come una formazione allungata, granulosa, che durante l'accrescimento tende ad accorciarsi, assumendo per la sua condensazione l'aspetto di un nucleolo cromatinico. Mentre poi nell'inizio, il monosoma si mostra più o meno lontano dal nucleolo vero, monosoma e nucleolo avvicinandosi finiscono col dar luogo a un nucleolo doppio (amfinucleolo) del quale le due parti si possono nettamente distinguere mediante opportune colorazioni.

Qui debbo osservare che erroneamente Voinov (04) ha creduto trattarsi di due nucleoli cromatinici, ciò che è stato parimenti rilevato da Baumgartner (04) e da Gutherz (07) in altra specie di *Gryllus*. Secondariamente debbo osservare che la posizione ultima del monosoma rispetto al nucleolo, non è variabile, come dice Baumgartner, ma è costante: al termine dell'accrescimento si ha cioè costantemente la formazione di un apparente nucleolo doppio, ed esso apparisce per ciò nello stadio più avanzato degli spermatociti degli individui in ibernazione.

Che questo fatto abbia un significato nel metabolismo cellulare, è ciò che sarà da me discusso in seguito (vedi Parte generale).

A proposito delle relazioni tra monosoma e nucleolo è opportuno ricordare che su questo punto, come risulta dall'esame della letteratura, non si hanno notizie esatte.

Senza dubbio, in più di un caso (come giustamente sospetta anche Häcker, 07) da parte di diversi autori si è fatta una certa confusione tra monosoma e nucleolo. Si aggiunga che alcuni autori hanno trascurato di rilevare la presenza e il compor-

tamento del nucleolo vero. Ciò si deve forse all'idea espressa da Mc Clung (02), secondo il quale non si deve riconoscere ai nucleoli veri alcuna importanza nella spermatogenesi degli Ortotteri. È così che Otte (07) in *Locusta*, lo Jordan (08) in *Aplopus*, non dànno alcuna notizia relativa al plasmosoma.

Riguardo poi alla confusione tra monosoma e nucleolo, vanno ricordate le osservazioni di Moore e Robinson (05) in *Periplaneta*. Questi autori descrivono un nucleolo che omologano senz'altro al cromosoma accessorio di Mc Clung, il quale nucleolo sarebbe soggetto a disgregazione, ciò che nel caso del cromosoma accessorio sembra poco probabile, e ciò che, non avendo d'altra parte gli stessi autori descritto altre formazioni nucleolari, lascia supporre erronea la loro interpretazione. È così che Wilson ha messo in dubbio le osservazioni di Moore e Robinson, inoltre Montgomery (06) non ha mancato di rilevare come il monosoma sia stato trovato da Miss Stevens (05) nella *Blatta*, cioè in una forma molto affine alla *Periplaneta*, ciò che di poi ha confermato anche Wassilieff (07). Invece Foot e Strobell (07), fondandosi sulle loro osservazioni in *Anasa*, parteggiano per il giudizio di Moore e Robinson.

Anche Arnold (08), in un suo recente lavoro sull'Idrofilo, sostiene che l'apparente cromosoma accessorio è in realtà un nucleolo cromatinico (1).

Prima divisione meiotica (2).

Al termine dell'accrescimento si ha uno stadio in cui gradatamente lo spirema o meglio i segmenti spirematici diventano gradatamente sempre più ricchi in cromatina, mentre le anastomosi si riducono (fig. 22). Nell'istesso tempo sempre più evidente apparisce la duplicità dello spirema o dei segmenti spirematici (fig. 23-24), susseguentemente i doppi segmenti spirematici mostrano con evidenza la loro autonomia, presentandosi talvolta ritorti (fig. 25) assumendo cioè l'aspetto di strepsinema (Dixon). Inoltre i doppi segmenti si ripiegano avvicinando le estremità in modo da produrre degli anelli doppi. (fig. 26-27-28) Montgomery (05) in *Syrbula*, Otte (07) in *Locusta* descrivono similmente degli anelli doppi. Si vedono spesso degli anelli doppi confluire verso il nucleolo. Questo stadio corrisponde a quello in cui Farmer e Moore descrivono in *Periplaneta* una seconda contrazione degli elementi cromatici (seconda sinapsi di Miss Sargant)

In seguito gli anelli doppi si restringono gradatamente (figg. 29-30) e mentre si perde l'aspetto della loro duplicità (fig. 29), si maschera in seguito anche fino ad un certo punto il lume centrale che essi delimitano.

Per ciò che riguarda la diacinesi finale (Häcker) debbo notare che ad un certo momento quando la membrana nucleare sta per sciogliersi le tetradi, che subiscono un grande condensamento, appariscono aggruppate verso i due centrosomi (fig. 31), avvicinate cioè ai due opposti centrosomi, come se subissero da parte di essi un'attrazione.

(1) Mentre il presente lavoro è in corso di stampa, Foot e Strobell nuovamente sostengono per gli Emitteri, e precisamente nell'*Euschistus* che l'apparente cromosoma accessorio non è altro che un nucleolo cromatinico (Foot e Strobell E. C.: The nucleoli in the Spermatocytes and germinal vesicles of Euschistus variolarius. *Biol. Bull.*, vol. 16, 1909).

(2) Nomenclatura di Farmer e Moore (05).

I fenomeni decorrono essenzialmente nel modo riscontrato da Montgomery (05) in *Syrbula*.

La membrana nucleare comincia a sciogliersi in corrispondenza ai centrosomi, frattanto le tetradi si conservano ancora granulose, il loro condensamento proseguendo dopo lo scioglimento della membrana nucleare (fig. 32). Sciogliendosi la membrana nucleare le tetradi si ordinano in corrispondenza all'equatore (fig. 34) del fuso, eccetto il monosoma.

Nella piastra equatoriale (fig. 33) si contano dieci tetradi ciò che si accorda col numero dei cromosomi riscontrati nella piastra equatoriale delle divisioni spermatogoniali. La figura metafasica presenta diversi aspetti delle tetradi che non è facile interpretare, come dimostrano le divergenti opinioni espresse su aspetti simili delle tetradi da parte di diversi autori.

Per spiegare l'aspetto diverso delle tetradi nella metafase si sono fatte come è noto diverse supposizioni. De Sinéty (01) spiega la differenza delle tetradi riferendosi a un diverso modo di inserzione dei fili della figura acromatica: inserzione mediana, subterminale e terminale.

Secondo Mc Clung (00) tutte le tetradi come lo dimostrerebbero gli aspetti profasici malgrado l'apparente diversità sarebbero riferibili a uno stesso tipo (But despite the multiplicity of their forms these precursors of the chromosomes are all referable to a common type) e la diversità di forma degli aspetti metafasici sarebbe dovuta a una metamorfosi assiale delle tetradi. Esisterebbe secondo l'A. una serie completa delle forme cromosomiche indicante il movimento graduale di separazione delle metà longitudinali dei cromosomi.

Finalmente vi è l'opinione di Baumgartner (04), la quale, poichè venne dall'A. espressa in base agli aspetti metafasici osservati nel *Gryllus*, specialmente ci interessa.

Baumgartner descrive forme a bastoncello, forme ad anello e forme a croce, e crede poter concludere, anche per l'esistenza da lui sostenuta di un rapporto numerico costante fra dette forme, che una tale differenza sia da riguardarsi come una espressione della individualità dei cromosomi. « They are a proof of the individuality of the chromosomes. I would repeat in the way of emphasis that Boveri has found a difference in *function*, Sutton a difference *in size* and I a difference *in form* in the chromosomes of the germ cells ».

Io non ho potuto constatare ciò che afferma Baumgartner e penso che in sostanza tutti i diversi aspetti metafasici che si presentano nelle tetradi del *Gryllus* possano essere riferiti all'anello doppio.

In verità le presunte tetradi a bastoncello di Baumgartner, non sono altro che anelli doppî nell'atto di dividersi stirati verso i poli, come lo dimostrano diversi aspetti metafasici (fig. 35, 37, 38). Forme a biscotto (figg. 37, 38) indicano chiaramente la separazione dei semianelli.

D'altra parte nella metafase si scorge in taluni casi che l'aspetto di croce è chiaramente riferibile al divergere delle quattro estremità colle quali i doppî semianelli sono ancora a contatto mentre colle altre estremità si aprono verso i poli (figg. 36, 38). Forme a croce per la divergenza dei quattro capi con cui i cromosomi,

congiunti per metasindesi e scissi per il lungo, si trovano a contatto si possono avere così già nella profase.

A tal proposito anche la supposizione di Otte (07), circa una diversa origine delle tetradi ad anello e delle tetradi a croce, per cui si conformerebbero a croce i cromosomi di più piccola dimensione non trova, almeno nel mio caso, una conferma.

Io non dubito che molte delle presunte tetradi a croce descritte negli insetti finiranno coll'essere riportate all'anello doppio.

A sostegno della sua ipotesi Baumgartner rileva la perfetta coincidenza dell'aspetto profasico col metafasico. Però le figure riportate dall'A. non sono sufficienti per dimostrare ciò, e tanto meno, si intende, una costanza numerica degli aspetti coincidenti, nè d'altra parte l'A. ha tenuto conto dei mutamenti di forma che avvengono nei cromosomi eterotipici metafasici quando essi si aprono verso i poli.

In altri termini esistono delle forme che io voglio designare come « meta-anafasiche » le quali per ciò si debbono tener distinte dalle forme puramente metafasiche. Si comprende come sia facile scambiare le une e le altre nel caso degli Ortotteri, ove la metafase e l'anafase passano per gradi insensibili l'una dell'altra per un eterocronismo nella divisione delle singole tetradi, ciò che De Sinêty aveva appunto rimarcato dicendo: « A parler rigoureusement la métaphase n'éxiste pas dans cette catégorie de cellules ». Così nello stesso spermatocite possono esistere accanto ad anelli ancora non stirati verso i poli, forme a bastoncello o a croce, come è visibile nelle figure da me riportate, in cui gli apparenti bastoncelli e le croci si debbono alla separazione dei due semianelli e sono probabilmente in rapporto con una diversa inserzione delle fibre fusoriali (inserzione mediana e subterminale), i semianelli potendo aprirsi, come ho detto verso i poli, rimanendo a contatto coi quattro capi di una estremità (fig. 36).

Lo stesso Baumgartner (04) dice che i bastoncelli possono essere piegati ad S o a parentesi, le croci presentare gli estremi ritorti o un braccio mancante, cosicchè l'A. in sostanza viene ad ammettere quei gradi intermedî che tolgono ogni valore alle categorie di forme da lui stabilite.

Nè si dica che ciò si deve all'aver Baumgartner studiata altra specie di *Gryllus*. Si confronti la tetrade ultima a destra nella fig. 5 del lavoro del Gutherz (07) che pure ha studiato lo stesso *Gryllus domesticus*. Giustamente Gutherz raffigura in essa una forma di tetrade che può benissimo ricondursi all'apertura di un anello, e nella quale i due semi-anelli aprentisi verso i poli si vedono di profilo.

A proposito degli aspetti profasici Otte (07) in *Locusta* ha rilevato per la diversità di forma dei cromosomi eterotipici (ad esclusione delle forme a croce di cui precedentemente si è riportato il giudizio dell'A.). « So lässt es sich verfolgen, dass das grösste Chromosom in der spätern Prophase der 1. Reifungsteilung oft als kugelrunder Körper, ferner als langgestreckter, an einem Ende mehr oder weniger offener Doppelring oder auch, wenn die Umbiegungsstelle durchbrochen ist, als parallele Stäbe erscheinen kann ».

In quanto alle somiglianze degli aspetti profasici coi meta-anafasici va ricordato ancora che nell'anafase possono ripetersi in senso inverso i cangiamenti di forma che si hanno nella profase. Tale è il caso di anello che si apra nell'anafase, o di due

bastoncelli doppî che senza convergere le estremità libere si siano avvicinati nella profase e divergano poi nell'anafase.

E si intende facilmente, si hanno qui tutti i casi. Non perfetta formazione dell'anello doppio nella profase o sua apertura innanzi alla metafase, oppure apertura dell'anello doppio nella metafase, sono altrettante modalità riscontrabili in uno stesso oggetto o in oggetti diversi, ma che non parlano in favore di una differenza essenziale di forma dei cromosomi eterotipici.

Con ciò si intende pure che non si vuol negare che l'aspetto metafasico sia indipendente dai fenomeni profasici, e che cangiamenti di forma e differenza di aspetti dipendano, oltre che dal modo di inserzione delle fibre della figura cariocinetica, anche da quel carattere dei cromosomi eterotipici, di cui la Bonnevie (08) giustamente ha rilevato l'importanza, cioè la loro fluidità.

Quanto all'opinione di Baumgartner debbo inoltre rilevare che egli non ha seguìto nel *Gryllus* l'inizio della formazione delle tetradi, ritenendo un tale materiale non adatto per questo studio (ciò che rispetto ad altri Ortotteri è senza alcun dubbio vero), non ha potuto cioè come apparisce dalle sue figure constatare la formazione degli anelli doppi. Ora, per sostenere che il diverso aspetto delle tetradi sia un'espressione della loro individualità, Baumgartner avrebbe dovuto seguirne anche la formazione e non basarsi particolarmente sull'aspetto finale.

D'altra parte come giustamente ha rilevato anche Struckmann (05) le figure di Baumgartner nell'anafase non parlano in favore di una differenza essenziale di forma delle tetradi, Di ciò inoltre si sarebbe potuto convincere Baumgartner, se egli avesse osservato nelle figure anafasiche quella divisione longitudinale che in realtà esiste, come vedremo, benchè sia sfuggita all'autore.

Mentre io non accetto la opinione di Baumgartner sulla diversità di forma delle tetradi come espressione della loro individualità, d'altra parte io non posso ammettere neppure la opinione di Mc Clung (00) relativa a una metamorfosi assiale della tedrade, perchè da una parte nel mio caso la inserzione è chiaramente in superposizione (nomenclatura di Grégoire 05), d'altra parte è anche evidente che la prima divisione meiotica non avviene affatto secondo la fenditura longitudinale dei cromosomi come ammette Mc Clung (1).

Ritenendo dunque che essenzialmente le tetradi si conformino ad anelli doppî, a tal proposito io voglio ricordare le prevalenti opinioni circa la origine delle tetradi ad anello, e il loro modo di comportarsi nelle divisioni meiotiche.

Come è noto, la presenza di tetradi ad anello è stata già da tempo riscontrata da diversi autori; ma come giustamente osserva la Bonnevie (06), il modo di interpretare tali tetradi ad anello è cambiato in seguito al divergere delle opinioni sul modo come si effettua la sinapsi (sindesi) dei cromosomi.

Da una parte vi è l'opinione di Montgomery che l'autore (05) ha sostenuto anche per gli Ortotteri (*Syrbula*). I cromosomi doppî coniugati pei capi e scissi per il

(1) Ancora di recente (1908) Mc Clung e i suoi scolari (Nowlin, Robertson, Pinney) sostengono questo modo di vedere.

lungo si ripiegano così che i mezzi anelli separati nella prima divisione sono i due coniuganti, la prima divisione è quindi preriduttiva.

Secondo Dublin (05), nella *Pedicellina* ogni quadrante dell'anello, ammessa la coniugazione terminale e la divergenza della metà dei coniuganti, rappresenta un elemento a sè che viene separato nella seconda divisione.

D'altra parte gli Schreiner (06) che ammettono la coniugazione laterale, ritengono che gli anelli si formino per divergenza dei coniuganti i quali verrebbero separati nella prima divisione (preriduzione zigotenica di Grégoire, 07).

A questa ipotesi devesi aggiungere l'opinione della Bonnevie (06) la quale, mentre da una parte ammette la coniugazione laterale, d'altra parte ritiene che le due divisioni decorrano in modo che non si verifichi mai la separazione dei coniuganti.

Finalmente Otte (07), il quale ammette la coniugazione laterale e descrive anche tetradi ad anello, ritiene che ambedue le divisioni sieno trasversali, così che non si verificherebbe mai la separazione dei coniuganti. Questo punto sarà discusso in seguito.

Nel mio caso io ritengo più probabile la opinione di Montgomery (04-05) che si accorda con quella di Farmer e Moore (05). La prima divisione senza dubbio è trasversale e con grande verisimiglianza i doppî semianelli che si separano sono i cromosomi precedentemente coniugati end-to-end. E a questo proposito mi sembra interessante rilevare come già Hans Winiwarter (00) benchè dal suo studio abbia preso le mosse l'idea poi sostenuta da diversi autori di una coniugazione laterale, a proposito delle tetradi in forma di anello esprimesse la difficoltà di spiegarle mediante la sua teoria dell'accollamento laterale. « La seul reproche à faire à la théorie de l'accolement est qu'elle ne peut expliquer les tétrades en forme d'anneaux telles que Rückert, par exemple, les a décrites ou le tétrades en anneaux doubles de Paulmier, qui paraissent constituées de la juxtaposition bout-à-bout et non latérale de deux chromosomes, chacun divisé longitudinalement ».

Passando all'aspetto anafasico, del quale le figure di Baumgartner sono poco istruttive, si riesce, sebbene ciò non sia sempre evidente, a scorgere la presenza di una divisione longitudinale anafasica (figg. 39, 41, 42, 43); divisione longitudinale che per l'eccessivo condensamento dei cromosomi eterotipici sfugge ordinariamente.

Riguardo alla presenza di una divisione longitudinale anafasica, le mie ricerche si accordano con quanto De Sinéty (01) ha osservato in altri Ortotteri, Farmer e Moore (04) in *Periplaneta* e Montgomery (05) in *Syrbula*. Riguardo a quanto descrive Montgomery, la differenza dell'aspetto anafasico è dovuta a ciò che nel caso di Montgomery nelle diadi si mostra l'allontanamento delle due branche longitudinali che divergono in modo da produrre l'aspetto di un V con l'apertura rivolta verso l'equatore, nel mio caso invece, le due branche dei semianelli rimangono accollate e la incurvatura del V anafasico ha un altro significato. Ma ciò non costituisce che una diversa modalità e non implica una differenza essenziale. Ed infatti, mentre nel caso di Montgomery gli anelli doppî si hanno solo nella profase, nel mio caso si hanno ancora nella metafase, ciò che serve a spiegare l'aspetto diverso delle imagini anafasiche. E così, mentre nel caso della *Syrbula* lo spazio circoscritto dal V è delimitato dalle metà longitudinali del cromosoma univalente che si sono parzialmente

allontanate, e mentre le branche del V sono per ciò semplici in *Syrbula* e disposte in modo che il loro asse lungo è parallelo all'asse del fuso, nel mio caso invece, come in quello descritto da Otte (07) in *Locusta*, lo spazio circoscritto dal V corrisponde al lume dell'anello e le branche del V sono doppie, le due metà del cromosomo univalente essendo curvate. Ciò evidentemente si deve al maggior condensamento delle tetradi e al modo di inserzione delle fibre fusoriali.

Come nel caso di Otte (07) poi, la maggior parte dei cromosomi figli primi si allontanano tra di loro parallelamente, soltanto che Otte interpreta gli anelli come formati per coniugazione laterale e d'altra parte crede riconoscere nei semianelli all'apice del V una strozzatura trasversale, che corrisponderebbe poi al piano di divisione della seconda cinesi meiotica — ciò che io non posso ammettere — e inoltre non scorge nell'anafase la duplicità dei semianelli.

Ammessa la coniugazione terminale e malgrado l'apparente diversità, io ritengo che il mio caso confermi pienamente il modo di procedere delle divisioni meiotiche, ammesso da Montgomery.

Riguardo al comportamento del monosoma nella prima divisione, debbo rilevare che esso, benchè talvolta a prima vista non apparisca, si mostra (figg. 38, 39, 41) formato da due branche le quali sono destinate a separarsi nella seconda divisione.

Nella prima divisione il monosoma si mostra invece indipendente dalla figura cariocinetica, comportamento che Boveri (04) giustamente ha supposto in base alle figure di Sinéty sull'*Orphania* e che appoggia il suo modo di vedere sulla essenza delle divisioni differenziali.

Benchè dunque il monosoma sia costituito da due branche (condizione questa che deve verificarsi anche in molti altri casi in cui è stato descritto un monosoma compatto, come per lo stesso *Gryllus* raffigura Baumgartner), esso passa indiviso ad uno dei poli della figura cariocinetica.

Nella prima divisione si ha cioè rispetto al monosoma una eterocinesi (nomenclatura di Gutherz), come è stato riscontrato anche in altri Ortotteri, cioè nell'*Orphania* (De Sinéty, 01) nella *Brachystola magna* (Sutton, 02), nel *Gryllus domesticus* (Baumgartner, 04; Gutherz, 07), nella *Locusta* (Otte, 07), etc.

La relazione del monosoma colla figura acromatica, come è raffigurata da Baumgartner, è già stata criticata da Gutherz.

Io debbo inoltre rilevare che non mi è stato possibile in alcun caso scorgere che il monosoma si divida nella prima divisione, come qualche volta ammette Baumgartner (04). Quello che Baumgartner raffigura come un monomosa in divisione è probabilmente una tetrade in ritardo.

L'altra figura (fig. 22) addotta da Baumgartner a sostegno della sua supposizione e che mostrerebbe una telofase con il monosoma diviso migrato alle due cellule figlie è probabilmente erronea; verosimilmente le due cellule non essendo, come egli suppone, cellule sorelle, figlie dello stesso spermatocite primo.

Per ciò che riguarda la figura acromatica debbo rilevare che i centrosomi si dividono già nell'anafase, spesso con un sensibile eterocronismo rispettivamente ai due poli (fig. 43).

Intercinesi (1).

Mentre a ciascun polo il centrosoma si divide e i due centrosomi figli si allontanano così da porsi ai lati degli ammassi anafasici di cromatina, dai quali gradatamente, con formazione di un vacuolo nucleare si ricostituiscono col solito processo i nuclei figli (figg. 44, 45, 46), in corrispondenza a quello dei poli in cui si trova il monosoma, questo apparisce ordinariamente fuori della radiazione polare, così che questa viene da un lato a trovarsi tra il monosoma e la restante cromatina (fig. 46).

Con questa circostanza deve porsi probabilmente in relazione il fatto che il monosoma nella ricostituzione del nucleo non viene a far parte di esso, ma comportandosi come un cariomerite si elabora una vescicola a parte, totalmente indipendente dal nucleo.

Come si scorge chiaramente dalle figure (figg. 44, 45, 46), per la posizione assunta dai centrosomi, ne risulta come Montgomery (05) ha già osservato in altro Ortottero (*Syrbula*), che il fuso della seconda divisione meiotica si forma poi perpendicolarmente a quello della prima divisione.

Nella ricostituzione del nucleo, ad un certo momento è difficile rintracciare i cromosomi figli della prima divisione (figg. 47-48). Certamente la questione della indipendenza laterale e terminale (usando l'espressione di Grégoire) dei cromosomi figli primi durante la intercinesi è abbastanza complessa nei casi nei quali, come nel mio oggetto, si mostra una alveolizzazione dei cromosomi tale da rendere impossibile di seguire i loro contorni. Ma io sono spinto ad accettare la conclusione di Grégoire (05), basata sullo studio comparativo dei diversi modi con cui si passa dalla prima alla seconda divisione. Verificandosi infatti tutti i gradi intermedî in diversi oggetti, dal seguire direttamente alla prima la seconda divisione, all'esservi un periodo di riposo in cui i cromosomi si mostrano più o meno individualizzati, sino a giungere al caso in cui in apparenza si ha uno stadio di perfetto riposo, si è spinti a pensare che anche in questa ultima condizione i cromosomi conservino la loro autonomia. E questi gradi intermedî con cui si passa dalla prima alla seconda divisione, si hanno tutti fra gli stessi Ortotteri. Così si ha un diretto passaggio nei Locustidi studiati da Mc Clung (02) o si presenta una vescicola nucleare nella quale però sono evidenti le branche cromosomiche, come talvolta avviene negli Acrididi (es. nell'*Hesperotettix* secondo lo stesso Mc Clung, 05), o si verifica, come nel nostro caso, un apparente stadio di perfetto riposo. E ciò che ho detto di ciascun cromosomo, deve dirsi anche delle metà longitudinali di esso.

E in verità tanto ciò apparisce più plausibile nel caso da me studiato, in quanto nel cariomero in cui il monosoma passa per suo conto lo stadio di riposo negli spermatociti secondi (prespermidi) che ne sono provvisti, si cancella anche completamente la individualità delle due branche per la loro alveolizzazione (fig. 48), ma si vedono più tardi riedificarsi nella stessa forma e posizione che avevano nell'anafase prima (fig. 52).

(1) Nomenclatura di Grégoire (05).

Nelle ultime fasi della intercinesi (figg. 49, 50), riappariscono sempre più evidenti i cromosomi figli della prima divisione, i quali si vanno sempre più individualizzando e dei quali si scorge la fenditura longitudinale (fig. 50) corrispondente alla fenditura longitudinale anafasica; essa torna a mascherarsi col condensamento delle anse cromosomiche (figg. 51-52), ma apparisce poi chiaramente visibile collo scioglimento della membrana nucleare.

L'aspetto della intercinesi è molto importante, perchè serve a gettar luce sopra una interpretazione offerta da certi autori relativamente alla presenza di aspetti tetradici in questo periodo. Si verrebbe cioè ad ammettere che nella intercinesi si riscontri una tale evoluzione degli elementi cromatici, come nella profase delle prima divisione. Questo modo di vedere, il quale poi naturalmente conduce a un diverso apprezzamento delle modalità con cui si effettua la seconda divisione, riposa (secondo quanto ho osservato), sopra una errata interpretazione degli aspetti del nucleo nella intercinesi. Questo errore è occasionato da ciò che i cromosomi figli primi in forma di semianelli si presentano più o meno allungati durante la intercinesi, e per un temporaneo o artificiale avvicinamento delle loro estremità possono offrire l'aspetto di anelli completi, quali si mostrano nella profase della prima divisione.

A questo modo di formazione io penso che probabilmente si dovrebbero riferire gli apparenti anelli completi descritti da Otte (07) nella *Locusta*, nella quale secondo l'A. si rileverebbero nella intercinesi le stesse imagini nucleari constatate nella profase della prima divisione. Io debbo assolutamente escludere che ciò avvenga in *Gryllus*, nel quale si nota soltanto la riapparizione dei cromosomi figli primi, avendosi un aspetto simile a quello che Moore ha descritto in *Periplaneta*.

Così io ritengo probabilmente erronea la interpretazione degli aspetti intercinetici esposta da Otte nel suo lavoro sulla *Locusta* e dall'esame delle sue figure e da quanto io ho osservato in *Gryllus*, sono portato a pensare che i fenomeni decorrano nell'istesso modo e che le presunte tetradi descritte da Otte non siano tetradi. Certamente Otte è stato suggestionato dai fenomeni descritti da Gross (04-06) negli Emitteri, relativi alla presenza di una seconda divisione trasversale.

Alcune considerazioni debbo aggiungere relativamente al modo di comportarsi del monosoma durante la intercinesi. Come già ho accennato il monosoma, elaborandosi per suo conto una vescicola a parte, viene a presentarsi come un tipico cariomero perdendo l'aspetto della sua duplicità.

Io penso che nella formazione della vescicola come ha supposto Vejdovsky (07) in casi consimili, la sostanza acromatica delle branche cromosomiche si disciolga per formare la sostanza ialina del cariomero. Ancora interessa notare che la cromatina si adatta in certo modo alla forma della vescicola del cariomero, ricordando il comportamento descritto da Vejdovsky in *Rhynchelmis* e dalla Bonnevie (08) in *Nereis limbata*. Si vede infatti che la sostanza cromatica occupa la zona periferica addossata alla membrana della vescicola, mentre resta così circoscritto uno spazio chiaro centrale (fig. 48).

Il cariomero così costituito ha l'aspetto di un vero piccolo nucleo o nucleo parziale e genera l'idea espressa da Montgomery, che ogni cromosoma rappresenti in certo modo dal punto di vista filetico un piccolo nucleo. Io non credo qui necessario

esporre lo stato attuale delle nostre conoscenze intorno ai cariomeriti, tanto più che ne ha trattato recentemente Vejdovsky (07) e ne discute anche la Bonnevie (08) nei suoi studî sui cromosomi.

Quello che qui è da rilevarsi, e che io credo importante, è che nel cariomerite come apparisce anche nelle mie figure, si hanno le stesse manovre nucleari che nel nucleo attraversano i singoli cromosomi (figg. 48-52). Qui poi il cariomero non ha come di ordinario il significato di contribuire alla formazione di un nucleo, ma evidentemente è solo l'espressione di uno stato del citoplasma alla fine della prima divisione, e la condizione per cui finisce il riposo intercinetico è quella stessa per cui si ricostituiscono nel cariomero le due branche, come nel nucleo i cromosomi figli I scissi per il lungo e destinati a diversi nella seconda divisione. Miss Stevens (05) nello *Stenopelmatus* ha descritto anche il costituirsi di un cariomero nella intercinesi, da parte dell'eterocromosoma, esso però si comporterebbe in tutt'altro modo, secondo l'A., essendo destinato a disgregarsi nel plasma, ciò che dal punto di vista della individualità dei cromosomi sembra inverosimile.

Seconda divisione meiotica.

Gradatamente, come innanzi ho esposto, si vedono sulla intercinesi riapparire i cromosomi figli della prima divisione sempre più individualizzati e dei quali si scorge la originaria duplicità. E anche il monosoma, come si è detto, subisce per suo conto e sincronamente la stessa evoluzione.

Interessante è l'imagine (fig. 53) in cui si scorge ancora la traccia della disciolta vescicola del cariomero, mentre appariscono le due branche del monosoma destinate a dividersi. La seconda divisione si effettua evidentemente in senso longitudinale, non trasversale, come di recente hanno sostenuto Gross (04, 06) negli Emitteri, e poi Schäfer (07) nei Coleotteri, e Otte (07) negli stessi Ortotteri.

Già all'interpretazione di Gross relativa agli Emitteri, Grégoire (05) come è noto ha mosso una serie di obiezioni.

Relativamente a ciò che Otte descrive negli Ortotteri, già a proposito della intercinesi io ho rilevato che la sua interpretazione è probabilmente erronea e che non si formano, almeno in *Gryllus*, anelli doppî completi da paragonarsi a quelli della profase della prima divisione.

Secondo Otte poi l'aspetto dei cromosomi nell'anafase I, non offre un criterio sicuro per giudicare come si effettui la seconda divisione, e ciò per i mutamenti di forma che possono avvenire susseguentemente. Ma, nel mio caso tali mutamenti di forma sono transitorî e in sostanza si riducono all'alveolizzazione dei cromosomi, che riappariscono poi quali essenzialmente erano nell'anafase della prima divisione.

D'altra parte a favore della sua tesi l'A. descrive nell'anafase I una strozzatura trasversale che è poi quella secondo la quale si effettua la seconda divisione, ora nè nell'anafase I, nè nella intercinesi io ho potuto riscontrare una costrizione trasversale. Nè nella metafase della seconda divisione si scorgono nel mio caso (fig. 54) aspetti puramente tetradici quali Otte descrive in *Locusta* pei cromosomi più piccoli. In quanto all'apparenza di aspetti tetradici è interessante notare che Moore e Robinson (05) de-

scrivono in *Periplaneta* nella intercinesi un aspetto che con ragione gli autori ritengono tetradico solo in apparenza, dovuto all'essere ingrossate le quattro estremità dei cromosomi II scissi per il lungo. Questo aspetto tetradico si perde poi nella metafase in cui l'aspetto raffigurato da Moore e Robinson è simile a quello da me riscontrato in *Gryllus*, ma non è escluso che, potendo sussistere nella metafase, in qualche caso abbia generato l'idea di una seconda divisione trasversale (1). In quanto all'apparenza di anelli che si può avere nella metafase essa si riduce all'allontanamento delle due metà longitudinali dei cromosomi. Che si tratti di anelli semplici lo prova nel mio caso l'aspetto anafasico (figg. 55, 56), in cui mai ho potuto riscontrare una duplicità dei cromosomi figli II.

È vero che Otte dice di aver riscontrato la divisione longitudinale anafasica dei cromosomi figli II, ma ammesso pure che esista realmente, la divisione anafasica dei cromosomi non dimostra l'esistenza di una divisione trasversale nella metafase. (Si ricordi la divisione longitudinale anafasica delle divisioni somatiche, un carattere che ormai non si ritiene più proprio dell'eterotipia, vedi Häcker, 07). E d'altra parte ammessa la coniugazione terminale e la separazione dei coniuganti nella prima divisione, siffatta divisione non significherebbe mai la bivalenza dei cromosomi figli II. Otte appoggia anche la sua interpretazione al modo come si divide il monosoma, ritenendo che pur esso si divida trasversalmente, in corrispondenza all'apice della sua curvatura. Ma dalle mie figure anafasiche del monosoma nella prima divisione (figg. 38, 39, 41), si scorge con evidenza che la fenditura del monosoma, che anche nel mio caso è curvo, non corrisponde all'apice della curvatura, ma è una fenditura longitudinale, quella stessa che poi coincide colla seconda divisione, come lo mostra anche l'aspetto anafasico (fig. 56). Nel caso di Otte il monosoma nell'anafase della prima divisione si mostra quasi sempre nelle figure come una formazione compatta in cui potrebbe essere mascherata una divisione longitudinale.

Al termine dell'anafase i cromosomi si aggruppano ai due poli e col solito processo si ha la ricostituzione dei nuclei figli (figg. 57-59).

A proposito degli spermatidi i quali hanno formato l'oggetto di uno speciale studio da parte di Baumgartner (02) nulla di speciale vi è da rilevare, tranne che apparisce evidentemente che il così detto « Nebenkern » non ha origine dal residuo fusoriale come Baumgartner stesso ha sostenuto, ma è un vero condrioma. Nella mia figura (fig. 60) si vede infatti accanto al « Nebenkern » il residuo fusoriale. E qui devo ricordare che da un punto di vista puramente critico il Meves (01) già si era pronunciato scetticamente intorno al reperto di Baumgartner, e dalla stessa figura di Baumgartner era stato mosso a pensare che la formazione da lui descritta come un residuo delle fibre fusoriali, non sia in sostanza che un ammasso di condromiti (2). Si comprende del resto che ciò si accorda colle moderne ricerche, le quali tendono a mostrare che i mitocondri hanno una importanza molto maggiore di quella che si è loro sino adesso attribuita, e che il condrioma è una costante formazione degli spermatidi.

(1) Non è improbabile che su di una tale illusoria apparenza Schäfer (07), per esempio, abbia interpretato la seconda divisione. Simili presunte tetradi si possono ritrovare forse anche in cellule somatiche: quattro estremità ingrossate di un cromosoma scisso per il lungo!

(2) Non credo qui necessario esporre le differenti opinioni su l'origine del « Nebenkern » negli insetti. Un accurato esame della letteratura in proposito trovasi nel lavoro recente di Giglio-Tos e Granata (08).

PARTE GENERALE.

Il processo riduttivo nella spermatogenesi degli Ortotteri.

Tra gli autori vi è la massima discordanza a proposito del modo con cui negli Ortotteri si operano le divisioni meiotiche. Come è noto da una parte De Sinèty (01) ha sostenuto il modo eumitotico, d'altra parte Wilcox (95-96) il modo biriduttivo, si sono poi ammessi da parte di diversi autori ambedue i modi pseudomitotici. Ed infatti hanno ammesso la postriduzione vom Rath (92), Mc Clung (00), Sutton (02), mentre Farmer e Moore (05) e Montgomery (05) si sono pronunziati per la preriduzione. Finalmente ad accrescere la discordanza più recentemente Otte (07) ha accolto le vedute di Gross sull'esistenza di una duplice divisione trasversale. È molto interessante perciò dal punto di vista della possibilità di stabilire un tipo unitario di riduzione, rilevare come nello stesso gruppo di insetti, siano state emesse le più diverse ipotesi, la divergenza delle quali verisimilmente si deve a un modo soggettivo di interpretazione di fenomeni che forse decorrono nell'istesso modo.

Comincio col ricordare che quello che si designa come « modo di Wilcox » non è più stato riscontrato da alcun autore e ha giustamente mosso le critiche di Mc Clung (00) di Montgomery (05) e di Grégoire (05).

Anche il modo eumitotico ha incontrato, e giustamente, delle opposizioni. Anche io sono convinto che l'apparente doppia scissione longitudinale dei cromosomi non esiste, e che solo per il ripiegamento dei segmenti doppî spirematici in corrispondenza al punto nel quale si ha il contatto di due cromosomi coniugati pei capi, si possono avere talvolta degli aspetti simulanti l'esistenza di un modo eumitotico che in realtà non esiste. Così già lo stesso De Sinéty (01), sostenitore del modo eumitotico, ha rilevato la somiglianza delle sue figure con quelle di Mc Clung e per questa stessa ragione anche le figure di De Sinéty possono interpretarsi in relazione con un modo di maturazione pseudomitotico come Mc Clung (02) e Korschelt e Heider (03) hanno rilevato giustamente.

Relativamente al modo di riduzione ammesso da Otte (07) in *Locusta*, quanto in proposito ho innanzi esposto sulla interpretrazione delle figure intercinetiche e della seconda divisione, mi sembra sufficiente per sospettare che la interpretazione di Otte sia probabilmente erronea e che l'autore su questo punto si sia lasciato suggestionare dalle idee esposte da Gross (04-06), relative agli Emitteri.

In sostanza mi sembrano doversi escludere: 1° la divisione biriduttiva di Wilcox, 2° il modo eumitotico di De Sinéty, 3° la doppia divisione trasversale ammessa da Otte in accordo con Gross.

Non restano così nel campo della discussione che i due modi pseudomitotici: il preriduttivo e il postriduttivo. Ora circa l'alternativa di decidersi per uno dei due modi nominati bisogna considerare: 1° la possibilità di una parasindesi o l'esclusiva presenza di una metasindesi; 2ª una metamorfosi assiale della tetrade, come ammette Mc Clung, per cui l'apparente divisione trasversale sarebbe invece longitudinale.

Rifiutando l'idea di una metamorfosi assiale dalla tetrade come ammette Mc Clung (00) idea criticata giustamente da parte di Grégoire (05) io sono portato a sostenere, come risulta anche dal mio oggetto di ricerca, che il modo di riduzione è pseudomitotico, e la prima divisione è senza dubbio trasversale, la seconda longitudinale.

Che la prima divisione sia trasversale è del resto il punto sul quale si accorda la pluralità degli autori. Io ricordo Montgomery (04-05) Farmer e Moore (05). Zweiger (06), Wassilieff (06), Otte (07) e Davis (08). Se di recente (1908) Nowlin, Robertson, Pinney sostengono l'opposto, va ricordato che i loro lavori sono stati eseguiti sotto l'influenza delle idee di Mc Clung.

La prima divisione pur essendo trasversale è equazionale secondo Otte (07) il quale ammette la parasindesi, ma si allontana dal concetto degli Schreiner (06) secondo i quali anche colla parasindesi si può avere un tipo preriduzionale (preriduzione zigotenica di Grégoire 07). Ammessa invece la metasindesi ed esclusa la metamorfosi assiale della tetrade si avrebbe ancora il tipo preriduttivo, il quale rientrerebbe nello schema eteromeotipico di Grégoire (05).

In sostanza io inclino ad accettare la conclusione di Montgomery: la prima divisione è trasversale e separa i cromosomi coniugati « end-to-end » conclusione che l'autore ha nettamente formulato (04) in seguito ai suoi studî sugli Emitteri, sul *Peripatus* e sugli Anfibi: « That the first maturation mitosis in the species studied results in the separation from each other of entire univalent chromosomes, and hence is a transverse or reduction division; while the second maturation mitosis results in the longitudinal splitting of univalent chromosomes, and, therefore is an equational division ». Questo modo di vedere che lo stesso Montgomery (05) ha riconfermato in un Ortottero (*Syrbula*), e che si accorda anche con l'opinione di Farmer e Moore (05) è quello al quale io credo di ricondurre anche i miei risultati.

Eterocromosomi e nucleolo.

Nella sua critica intorno alle teorie moderne dei cromosomi Häcker (07) ha giustamente rilevato come debba essere studiata la quistione dei rapporti tra nucleolo vero (plasmosoma) ed eterocromosomi e come da questo punto possa avvantaggiarsi la nostra conoscenza non solo rispetto agli eterocromosomi, ma anche ai nucleoli.

Dopo aver rilevato la somiglianza che gli eterocromosomi addossati al plasmosoma presentano col nucleolo doppio dei Lamellibranchi egli scrive: « Es wäre immerhin möglich, dass die Bedeutung der letztgennanten Vorkomnisse durch die Erfahrungen an der Heterochromosomen in eine neue Beleuchtung gerückt werden kann und dass umgekehrt auch die Deutung der Heterochromosomen in dieser oder jener Richtung zu rektifizieren ist. Ähnliches dürfte vieilleicht auch für den Metanucleolus gelten ».

Dallo studio del mio oggetto e dall'esame critico della letteratura riguardo al monosoma io sono portato a concludere che esistono tre stadî che si susseguono talvolta nel seguente ordine nell'accrescimento, dei quali però i primi due possono esistere indipendentemente in alcune forme, ed in altre si seguono senza raggiungere il terzo stadio.

1° stadio. — Il monosoma apparisce ancora come una formazione non compatta, di apparenza non nucleolare, ed è indipendente dal plasmosoma.

2° stadio. — Il monosoma pur essendo indipendente dal plasmosoma si mostra come una formazione più o meno compatta di apparenza nucleolare.

3° stadio. — Il monosoma con le apparenze di un nucleolo cromatinico si appoggia al plasmosoma costituendo una sorta di nucleolo doppio (amfinucleolo) sul tipo dei Lamellibranchi (nomenclatura di Häcker).

Precedentemente io ho esaminato le condizioni che si verificano negli Ortotteri, in quanto si riferisce al monosoma, ma che i rapporti degli eterocromosomi col plasmosoma non costituiscano un fatto trascurabile è provato da ciò che tali rapporti esistono anche per altre sorta di eterocromosomi (1). Sovrattutto mi piace ricordare le ricerche di Wilson (05) sugli Emitteri, dalle quali risulta che in particolare il cromosoma più grande della coppia idiocromosomica (il quale appunto può paragonarsi al monosoma degli Ortotteri) tende a contrarre relazioni col plasmosoma. Finalmente nei Lepidotteri la Dederer (07) descrive in *Philosamia* i rapporti dell'eterocromosoma col plasmosoma. Da questi fatti sono portato ad ammettere che gli eterocromosomi possano in molti casi assumere il significato di specializzate formazioni nei rapporti tra plasmosoma e cromatina. D'accordo con Montgomery (01-06), io ritengo che si debba attribuire agli eterocromosomi una importanza nel metabolismo cellulare e che in favore di ciò parlino i fatti già rilevati da Montgomery (2), vale a dire essenzialmente:

1°, la posizione periferica degli eterocromosomi nel nucleo, a ridosso della membrana nucleare;

2°, le relazioni che gli eterocromosomi possono contrarre col plasmosoma;

3°, il forte potere di colorirsi degli eterocromosomi durante l'accrescimento.

Si potrebbe ancora aggiungere la idea di Rabl (06) secondo il quale il potere di assimilazione dei cromosomi è maggiore nei più grandi che nei più piccoli. Secondo

(1) Come è noto, esistono diverse categorie di eterocromosomi od allosomi (Montgomery), cioè di cromosomi diversi dagli ordinari (autosomi). Esistono eterocromosomi che nelle spermatogonie si presentano doppi (diplosomi di Montgomery) altri appariscono invece univalenti (monosomi di Montgomery). I diplosomi comprendono gli idiocromosomi e gli m.cromosomi di Wilson. Per i loro caratteri si veda Montgomery (06), Gutherz (07) ed Haecker (07).

(2) Già nel 1901 Montgomery scriveva: « The chromatin nucleoli [allosomes] are in that sense degenerate, that they no longer behave like the other chromosomes in the rest stages; but they would appear to be specialized for a metabolic function. Thus it might be that in the insects the chromatin nucleoli are those chromosomes which exert a greater metabolic activity than the other chromosomes, or which carry out some special kind of metabolism; and from this point of view they would certainly seem to be much more than degenerate organs ». Riportando il qual passo l'A. aggiunge in una Memoria posteriore (06): « Then I pointed out that not infrequently they are attached regularly to plasmosomes; and now I would call attention to the fact that they are still more frequently in contact with the nuclear membrane. Undoubtedly their function must be very different from that of the autosomes, because they appear and behave so different from them. The retention of the compact form and safraninophilous stain, so charateristic of many of them, throughout the growth period and in the rest stage of the spermatogonia, indicates that their nucleinic acid constituent changes less than in the autosomes ».

Häcker (07) parlerebbe invece in modo contrario il fatto che gli eterocromosomi si mostrano come formazioni compatte.

Si ammette infatti generalmente che la cromatina non nello stato compatto, ma quando essa è polverizzata, rappresenti il *maximum* di funzionalità. Ma per questo non si può senz'altro escludere, secondo il mio modo di vedere, che la cromatina anche allo stato compatto possa assumere una specifica funzione metabolica nei rapporti del plamosoma rispettivamente col citoplasma e la rimanente cromatina. Quando il nucleo riapparisce basicromatico, da una parte si assiste alla disgregazione del plasmosoma, dall'altra a un impoverimento graduale del monosoma nel suo potere di colorirsi.

In particolare è importante il fatto che, fino a prova contraria, io credo poter stabilire cioè, che i rapporti tra plasmosoma ed eterocromosomi sono più evidenti nelle forme soggette ad ibernare e nelle quali gli spermatociti vengono a realizzare un aspetto più simile a quello degli oociti. Così la così detta « cariosfera » di Blackman (01-05) nei Miriapodi, ha per me lo stesso significato del nucleolo doppio. E qui va rilevato che secondo Blackman (05), si hanno in diversi Miriapodi diversi aspetti della cariosfera, che muovono da una semplice condizione di un monosoma addossato ad un nucleolo (1).

Ancora dal mio punto di vista è interessante rilevare i rapporti che la cromatina nucleare ha col plasmosoma nello stesso stadio di accrescimento, quando mancano gli eterocromosomi.

Indipendentemente appunto dai rapporti degli eterocromosomi col nucleolo Pantel e Sinéty (06) hanno trovato nella spermatogenesi della *Notonecta* un ammasso di « cromatina selezionata » in corrispondenza al nucleolo durante il periodo di crescita. D'altra parte, anche Meves e Duesberg (08), nelle Vespe hanno rilevato un rapporto della cromatina col nucleolo.

Tutti questi fatti fanno pensare a un fenomeno abbastanza generale nella spermatogenesi degli Artropodi, e che può riassumersi nei segmenti termini: Durante il periodo di accrescimento esiste una tendenza di parte della cromatina a contrarre relazione col plasmosoma, e ciò può o no avvenire mediante l'intermediario di un cromosoma speciale (eterocromosoma); quando questo non esiste, si addossa al plasmosoma un ammasso di « cromatina selezionata » (Pantel e Sinéty), o è la totalità della cromatina, che contrae transitorie relazioni col nucleolo (2).

Ciò verisimilmente ha un significato nel metabolismo cellulare, e sembra che sia più evidente nelle forme destinate a ibernare.

(1) Anzi io ritengo che in realtà l'addossarsi di tutta la cromatina come tale in corrispondenza al plasmosoma, possa essere un'apparenza illusoria, dovuta al presentarsi il nucleo ossicromatico in un certo stadio dell'accrescimento. La questione è se realmente il nucleolo doppio intervenga nei fenomeni di scissione e di sintesi della cromatina.

(2) Nelle mie considerazioni critiche, io mi limito qui a ricordare i rapporti fra cromatina e plasmosoma, quali in special modo sono stati riscontrati negli Insetti, ma si sa che oltre che negli Insetti e nei Miriapodi, di cui sopra si è fatto cenno, tali rapporti sono stati riscontrati in altre forme, ciò che ha fatto argomento di una Memoria di Guenther (04), in cui questo A. stabilisce un parallelo tra questi rapporti e la sinapsi.

Interessante mi sembra questa questione. Esiste un nucleolo cromatinico negli oociti, il quale in certo modo rappresenti il monosoma degli spermatociti?

Secondo Gutherz (07), nella fase di sinapsi del *Pyrrhocoris*, oltre il plasmosoma, esisterebbe un vero nucleolo cromatinico. Se un nucleolo cromatinico esiste, si comporta esso nell'oocite, rispetto al plasmosoma, come il monosoma nello spermatocite? Su questo punto mancano delle ricerche, che senza dubbio servirebbero a rischiarare la questione dei rapporti tra monosoma e nucleolo.

Al termine di queste mie considerazioni intorno a un significato del monosoma nel metabolismo cellulare, debbo notare che con ciò io non intendo negare una sua possibile influenza sulla determinazione del sesso, come ammettono alcuni autori, l'una cosa non escludendo l'altra (come già ha rilevato Montgomery, 06, si tratta solo di vedere se l'una funzione è primaria rispetto all'altra). Sotto questo punto di vista si può ammettere che il monosoma e in generale gli eterocromosomi agiscano nel senso di un quantitativo di cromatina in più (si veda su questo punto Wilson, 06, e anche Russo, 06).

Sul dualismo nucleare.

Dopo che Schaudinn ha sviluppato l'idea di un dualismo nucleare nei Protozoi, Goldschmidt (04), come è noto, ha esteso il concetto della duplicità nucleare all'apparato cromidiale dei metazoi, ponendo la distinzione di un nucleo somatico e di di un nucleo riproduttore. Goldschmidt ha così paragonato anche il monosoma di *Brachystola* ad un nucleo somatico, ciò che, considerata anche la apparente autonomia del monosoma nel caso da me studiato, mi spinge a fare alcune considerazioni. Incidentalmente io entro così nella discussione intorno al concetto di dualismo nucleare.

Come è noto, Hartmann e Prowazek (07), riprendendo le idee di Schaudinn, hanno sviluppato un concetto della binuclearità in opposizione al dualismo somato-gametico ammesso da Goldschmidt, sostenendo che il nucleo principale e il blefaroplasto dei tripanosomi non si possono identificare rispettivamente col nucleo propagatore e col nucleo somatico, ciò che lo stesso Schaudinn (05) aveva già rilevato.

In realtà, come rileva il Dobell (09), conviene distinguere due ipotesi sulla binuclearità: una può dirsi collo stesso Dobell la « ipotesi della dicromicità » (delle due sorta di cromatina) che prende le mosse dai lavori di Schaudinn, ed è stata elaborata da Goldschmidt; l'altra la « ipotesi della binuclearità » propriamente detta (colla distinzione di un cineto-nucleo e di un trofo-nucleo) è la ipotesi di Schaudinn-Prowazek-Hartmann, e come rileva il Dobell è molto più antica.

Ambedue le ipotesi possono servire come ipotesi di lavoro, ma non vi sono argomenti sufficienti per dire che l'una o l'altra rispondano a una condizione filetica. La condizione binucleata anzi, secondo Boveri (d'accordo con R. Hertwig), non è necessaria per spiegare l'origine filetica del centrosoma, e d'altra parte, anche il dualismo somato-gametico, cioè la distinzione di una trofocromatina (Lubosch, 02) da una gametocromatina non richiede necessariamente l'idea di una originaria condizione binucleata, ma in certo modo può riguardarsi col Dobell come una differenziazione, non rispondente a una condizione primitiva.

D'altra parte, la ipotesi di un dualismo trofocinetico non esclude l'idea di un dualismo della cromatina, anzi, lo stesso dualismo nucleare dei Tripanosomi, secondo lo stesso Schaudinn (05), è, in questo senso, doppio, vale a dire il dualismo trofocinetico per ciascuno dei nuclei è accompagnato da una dicromicità.

Ammesso così che a proposito del monosoma esista un dualismo cromatico, esso dovrebbe riguardarsi come una differenziazione, non rispondente a una originaria condizione binucleata. Io voglio rilevare a tal proposito che in *Gryllus* come in *Brachystola*, non solo il monosoma ma anche i singoli cromosomi (autosomi) si comportano come cariomeri nelle spermatogonie. E quanto alla indipendenza del monosoma nella intercinesi, essa sta in rapporto colla sua migrazione unipolare (eterocinesi-Gutherz), e questa a sua volta col meccanismo con cui si opera la divisione differenziale, per cui secondariamente la differenziazione somato-gametica avrebbe condotto a una apparente binuclearità. Altra è la questione se lo spermatozoo possa paragonarsi a un Tripanosoma (come ammette Gross, 06), vale a dire se esista un dualismo trofocinetico. Goldschmidt (04) rileva, a proposito della binuclearità degli spermatozoi, che bisognerebbe conoscere i rapporti del monosoma col Nebenkern (1).

Ora sembra poco probabile che tra queste due formazioni vi sia un rapporto genetico e quindi si debbono riguardare come indipendenti e sotto questo punto di vista il condrioma, insieme col centrosoma, si può paragonare a un nucleo cinetico.

Quanto alla ipotesi della dicromicità, l'idea di ascrivere al monosoma una particolare specializzazione nelle funzioni metaboliche, nasce da quel complesso di circostanze rilevate da Montgomery e delle quali precedentemente si è discusso.

Intorno alla dottrina della individualità dei cromosomi.

Mi limiterò ad alcune considerazioni offerte da quanto si riferisce strettamente ai fatti osservati nel presente studio. È noto che Fick (06), colla sua ipotesi del tatticismo, ha cercato di abbattere la dottrina della individualità dei cromosomi. Ora io ritengo con Boveri (07) che la teoria della individualità abbracci anche quella del tatticismo e che questa, al massimo, possa riguardarsi come una modificazione di quella. Infatti, la ipotesi della individualità, ove non si faccia una questione verbale, non va intesa solo nello stretto senso della continuità o persistenza (Rabl), ma anche

(1) Qui deve essere ricordato il reperto di Wassilieff (07). Egli vede nella *Blatta germanica* i mitocondri addossati perifericamente ad un punto della membrana nucleare, e secondo il suo modo di vedere, essi sono in relazione colla fuoruscita di sostanza cromatica dal nucleo; anzi l'autore crede addirittura ad una relazione col nucleolo cromatinico « man den Eindruck gewinnt als ob Teile des Nucleolus in das Protoplasma überwandern ». Questo punto è stato già e giustamente criticato da Duesberg (08). Per mio conto debbo aggiungere che l'illusione è data da ciò: che un'ansa cromosomica in prossimità del nucleolo si colorisce spesso fortemente innanzi alle altre nello spermatocite al termine dell'accrescimento. In relazione con questa ansa Wassilieff ha posto così l'accumulo dei mitocondri fuori del nucleo, come se vi fosse un rapporto genetico tra questo e quello per la fuoruscita di sostanza cromatica. Ciò in realtà non si verifica, l'accumulo di mitocondri, come ho avuto occasione di osservare, verificandosi nei più diversi punti.

nell'ammettere che ogni cromosoma rappresenti una sorta di organo centrale il quale ha la capacità di attrarre intorno a sè una certa quantità di cromatina (Boveri). Ed inoltre si può ammettere che le particelle che costituiscono un cromosoma abbiano la capacità di riedificarlo per una reciproca attrazione. Nè, come osserva il Boveri, contraddice al carattere di individualità il risultare ogni cromosoma a sua volta di parti che hanno il carattere di individualità.

Sotto il qual punto di vista può parlarsi di una individualità dei cromosomi, anche ammettendo che essi non abbiano il continuo di un fondamento strutturale, ma solo la capacità di riedificarsi per affinità insite nella natura dei cromomeri (1). Nella sua interessante Memoria critica Fick ha giustamente combattuto diverse esagerazioni delle teorie relative ai cromosomi, ma d'altra parte egli è caduto in un eccessivo scetticismo, ciò che non hanno mancato di osservare diversi autori, per esempio Ziegler (06) e Vejdovsky (07).

Per ora però non sembra che si debba assolutamente escludere una individuale differenza dei cromosomi, ciò che sembra suscettibile di una dimostrazione obiettiva.

Ciò almeno è ancora *sub judice*, e solo dalla zoologia sperimentale si può attendere la soluzione di un tale quesito. Si ammetta pure che dall'aspetto morfologico di grandezza e di forma non si possa dedurre una differenza individuale, nulla d'altra parte esclude che cromosomi uguali in apparenza siano fisiologicamente diversi.

D'altra parte in molti casi neppure la continuità dei cromosomi può porsi in dubbio, come apparisce nel mio caso rispetto al monosoma. Ora, a proposito degli eterocromosomi, Fick trova le ricerche parimenti insoddisfacenti, poichè nello stadio di riposo, secondo il suo modo di vedere, sono gli eterocromosomi così poco riconoscibili come i rimanenti cromosomi. Egli ritiene anche che le interessantissime ricerche di Henking, Paulmier, Sutton, Gross e altri, sul comportamento degli eterocromosomi nelle divisioni maturative, non si possano naturalmente addurre a sostegno per la ipotesi da lui combattuta, poichè tali divisioni si susseguono senza stadio di riposo. Ora ciò nel mio caso non può dirsi, il monosoma per suo conto passando per un vero stadio di riposo in una vescicola che si elabora a parte durante la intercinesi. La continuità del monosoma, come è stata da me seguìta in *Gryllus*, è riscontrabile attraverso le divisioni spermatogoniali e maturative. E così il persistere del monosoma in un cariomero formato in una posizione corrispondente al suo ritardo anafa-

(1) È così che Grégoire giustamente scrive, dopo aver discusso con la sua solita lucidità le condizioni e le circostanze in cui possono riscontrarsi gli individui cromosomici. « Si l'on admet l'hypothèse des particules représentatives, appelons-les des pangènes, et qu'on veuille les faire entrer dans la definition du chromosome, il faudra, pour sauvegarder l'autonomie parfaite de ces derniers, c'est-à-dire dans ce cas l'autonomie des groupements définis de particules, il faudra, dis-je, et il suffira que les groupements de pangènes se retrouvent, à la prophase, identiques à ce qu'ils étaient à la télophase précédente. Or, cela pourrait se réaliser de différentes façons. Ou bien, les corpuscules demeuraient fixés sur un continu structural, formant la base du chromosome; on bien les corpuscules s'éparpilleraient dans le noyau et se regrouperaient à la prophase suivant: seulement cette réassociation des particules pourrait on bien se faire par l'intermédiaire d'un continu structural persistant qui servirait de point de ralliement aux corpuscules, ou bien provenir du jeu d'affinités cachées se manifestant entre les particules éparses ».

sico, come è evidente nelle spermatogonie; il formarsi costante, non variabile, come ammetteva Baumgartner (04) e tanto meno destinato a distruggersi, come Miss Stevens (05) ha ammesso per lo *Stenopelmatus*, di una vescicola totalmente distinta dalla rimanente cromatina, in cui dopo un periodo di riposo riappariscono evidenti le due branche del monosoma, da cui il cariomero si origina e che si mostravano già nell'anafase della prima divisione, costituisce un complesso di fatti che si presta a una dimostrazione obiettiva della continuità di un cromosoma attraverso diverse divisioni cellulari. Ciò dico, come d'altra parte, stando ai fatti osservati, ho creduto di dover respingere la dottrina di Baumgartner sull'esistenza di una diversità di forma dei cromosomi eterotipici, come espressione della loro individualità.

ELENCO DEGLI AUTORI CITATI

Arnold G., 1908. « The Nucleolus and Microchromosome in the Spermatogenesis of Hydrophilus piceus (Linn.) ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 2.

Baumgartner W. T., 1902. « Spermatid transformations in Gryllus assimilis with special reference to the Nebenkern ». Kansas University Science Bull., vol. 1.

— 1904. « Some new evidences for the individuality of the chromosomes ». Biol. Bull., vol. 8.

Blackmann M. W., 1901. « Spermatogenesis of the Miriapods. Notes on the Spermatocytes and Spermatids of Scolopendra, I ». Kansas Univ. Quart. Lawrence., vol. 10.

— 1905. « The spermatogenesis of the Miriapods. IV. On the Karyosphere and nucleolus in the Spermatocytes of Scolopendra Subspinipes ». Proc. Amer. Acad. Sc., vol. 41.

Bonnevie Chr., 1906. « Untersuchungen über Keimzellen 1. Beobachtungen an den Keimzellen von Enteroxenos örstergreni ». Jena. Zeit. Naturw., Bd. 41.

— 1908. « Chromosomen studien I ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 1.

— 1908 (b). « Chromosomenstudien II ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 2.

Boveri Th., 1904. « Ergebnisse über die Konstitution der chromatischen Substanz des Zellkerns ». Jena.

— 1907. « Die Entwicklung dispermer Seeigel-Eier. Ein Beitrag zur Befruchtungslehre und zur Theorie des Kerns ». Jena. Zeit. Naturw., Bd. 43.

Brunelli G., 1907. « Contributo alla conoscenza della spermatogenesi negli Ortotteri (Nota preliminare) ». Rend. R. Acc. Linc., vol. 16 — e Boll. della Soc. fra i cultori di scienze mediche e naturali in Roma 1909.

Bütschli O., 1876. « Studien über die ersten Entwicklungvorg. der Eizelle, die Zellteilung und die Koniugation der Infusorien ». Abh. Senkenberg. naturf. Gesellsch. Frankfurt a. M., Bd. 10.

Davis H. Sp., 1908. « Spermatogenesis in Acrididae and Locustidae ». Bull. Mus. Comp. Zöol. at Harvard-College., vol. 53.

Dederer, Pauline H., 1907. « Spermatogenesis in Philosamia cynthia ». Biol. Bull. Woods Holl., vol. 13.

Dobell C. C., 1909. « Chromidia and the Binuclearity Hypotheses ». A Review and a Criticism. Quart. Journ. Micr. Sci., vol. 53.

Dublin L. I., 1905. « The history of the germ cells in Pedicellina americana (Leidy) ». Ann. New York Acad. Sc., vol. 16.

Duesberg I., 1908. « Der Mitochondrial-Apparat in den Zellen der Wirbeltiere und Wirbellosen ». Arch. Mikr. Anat., Bd. 71.

— 1908 (b). « Les divisions des Spermatocytes chez le Rat ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 1.

Farmer J. B., and I. E. S. Moore, 1905. « On the maiotic phase (reduction divisions) in animals and plants ». Quart. Journ. Micr. Sci., vol. 48.

Fick R., 1906. « Vererbungsfragen, Reductions- und Chromosomenhypothesen. Bastardregeln ». Anat. Hefte. 2. Abth., Bd. 16.

— 1908. « Zur Konjugation der Chromosomen ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 1.

Foot K., and E. C. Strobel, 1907. « A study of chromosomes in the spermatogenesis of Anasa tristis ». Amer. Journ. Anat., vol. 7.

Giardina A., 1902. « Sui primi stadî dell'oogenesi e principalmente sulle fasi di sinapsi ». Anat. Anz., Bd. 21.

Giglio Tos e Granata., 1908. « I mitocondri nelle cellule seminali maschili di Pamphagus marmoratus ». Biologica, vol. 2.

Goldschmidt R., 1904. « Der Chromidialapparat lebhaft funktionierender Gewebszellen ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 21.

— 1908. « Ist eine parallele Chromosomenkonjugation bewiesen ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 1.

Grégoire V., 1905. « Les resultats acquis sur les cinèses de maturation dans les deux règnes. I. Mém. ». La Cellule., T. 22.

— 1907. « La formation des gemini héterotypiques dans les végétaux ». La Cellule., T. 24.

— 1907 (b). « Les fondaments cytologiques des théories courantes sur l'hérédité Mendélienne. Les chromosomes: individualité, réduction, structure ». Ann. S. R. Zool. et Malac. de Belgique, T. 42.

— 1909. « Les phénomènes de l'étape synaptique représentent-ils une cariocinèse avortée? ». La Cellule., T. 25.

— et Wigaerts, 1904. « La reconstitution du noyau et la formation des chromosomes dans les cines somatiques ». La Cellule., T. 21.

Gross I., 1904. « Die Spermatogenese von Syromastes marginatus L. ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 20.

— 1906. « Die Spermatogenese von Pyrrhocoris apterus L. ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 23.

Günther K., 1904. « Keimfleck und Synapsis. Studien an der Samenreifung von Hydra viridis ». Z. Jahrb., Suppl. 7.

Guthrz S., 1907. « Zur Kenntnis der Heterochromosomen ». Arch. Mikr. Anat., Bd. 69.

Haecker V., 1907. « Die Chromosomen als angenommene Vererbungsträger ». Ergeb. Fortschr. Z., Bd. 1.

— 1909. « Ueber die Chromosomenbildung der Aulacanthiden. Zur Kritik der Hypothese von der Parallelconjugation ». Z. Anz., Bd. 34.

Hartmann M. u. S. v. Prowazek., 1907. « Blepharoplast, Caryosom und Centrosom. Ein Beitrag zur Lehre von der Doppelkernigkeit der Zelle ». Arch. Protistenk., Bd. 10.

Henking H., 1891. « Untersuchungen über die ersten Entwicklungsvorgänge in der Eiern der Insecten. II. Ueber die Spermatogenese und deren Beziehungen zur Eientwicklung bei Pyrrhocoris apterus ». Z. wiss. Zool., vol. 51.

Hertwig R., 1908. « Ueber neue Probleme der Zellenlehre ». Arch. f. Zellforschung., Bd. 1.

Jannsens F. A., 1901. « La spermatogénèse chez les Tritons ». La Cellule., T. 19.

Jordan H. E., 1908. « The Accessory Chromosome in Aplopus Mayeri ». Anat. Anz., Bd. 32.

Korschelt E. und Heider K., 1903. « Lehrbuch der vergleichenden Entwicklungsgeschichte der wirbellosen Thiere ». Allg. Theil. Jena.

Lubosch W., 1902. « Ueber die Eireifung der Metazoen, insbesonder über die Rolle der Nucleolarsubstanz und die Erscheinungen der Dotterbildung ». Anat. Hefte, 2. Abth., Bd. 11.

Mc Clung., 1900. « The spermatocyte divisions of the Acrididae ». Kansas Univ. Quart. Lawrence., vol. 9.

— 1902. « The spermatocyte divisions of the Locustidae ». Kansas Univ. Sc. Bull., vol. 1.

— 1905. « The Chromosome Complex of Orthopteran Spermatocytes ». Biol. Bull. Woods Holl., vol. 9.

— 1908. « Spermatogenesis of Xiphidium fasciatum ». Lawrence. Kansas Univ. Sc. Bull. vol. 4.

Meves Fr., 1901. « Struktur und Histogenese der Spermien ». Anat. Hefte. 2. Abth., Bd. 11.
— 1907. « Die Spermatocytenteilungen bei der Honigbiene ». Arch. mikr. Anat., Bd. 70.
— 1908. « Es gibt keine parallele Konjugation der Chromosomen! ». Arch. f. Zellforsch , Bd. 1.
— und Duesberg, 1908. « Die Spermatocytenteilungen bei der Hornisse (Vespa crabro L.). Arch. mikr. Anat., Bd. 71.
Montgomery Th., 1901. « A study of the chromosomes of the germ cells of Metazoa ». Trans. Amer. Phil. Soc., vol. 20.
— 1904. « Some observations and considerations upon the maturation phenomena of the germ cells ». Biol. Bull., vol. 6.
— 1905. « The spermatogenesis of Syrbula and Lycosa, with general considerations upon chromosome reduction and heterochromosomes ». Proc. Acad. N. Sc. Philadelphia., vol. 57.
— 1906. « Chromosomes in the spermatogenesis of the emiptera heteroptera ». Trans. Amer. Phil. Soc., vol. 21.
Moore and Robinson L. E., 1905. « On the behavior of the nucleolus in the spermatogenesis of Periplaneta americana ». Quart. Journ. Micr. Sci., vol. 48.
Nowlin N., 1908. « The Chromosome Complex of Melanoplus bivittatus Say ». Kansas Univ. Sc. Bull., vol 4.
Obst P., 1899. « Untersuch. über das Verhalten der Nucleolen bei der Eibildung einiger Mollusken und Arachnoiden ». Zeit. Wiss. Z., Bd. 66.
Otte H., 1907. « Samenreifung und Samenbildung bei Locusta viridissima ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 24.
Pantel I. et R. Sinèty (de), 1906. « Les cellules de la lignée mâle chez le Notonecta glauca L. ». La Cellule., T. 23.
Pinney E., 1908. « Organisation of the chromosomes in Phrynotettix magnus ». Kansas Univ. Sc. Bull., vol. 4.
Popoff M., 1907. « Eibildung bei Paludina vivipara und Chromidien bei Paludina und Helix usw. ». Arch. mikr. Anat., Bd. 70.
— 1908. « Exsperimentelle Zellstudien ». Arch. f. Zellforsch., Bd. 2
Rabl C., 1906. « Ueber ' Organbildende Substanzen ' und ihre Bedeutung für die Vererbung ». Leipzig, Engelmann.
Rath vom O., 1892. « Zur Kenntniss der Spermatogenese von Gryllotalpa vulgaris ». Arch. mikr. Anat., Bd. 40.
Robertson R. B., « The chromosome complex of Syrbula admirabilis ». Kansas Univ. Sc Bull., vol. 4.
Russo A., 1906. « Modificazioni sperimentali dell'elemento epiteliale dell'ovaia dei Mammiferi ». Rend. Accad. dei Lincei, ser. 5ª, vol. 6.
Schaefer F., 1907. « Spermatogenese von Dytiscus ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 23.
Schaudinn Fr., 1905. « Neuere Forschungen über die Befruchtung bei Protozoen ». Verh. D. Z. Ges. 15. Vers.
Schleip W., 1909. « Vergleichende Untersuchung der Eireifung bei parthenogenetisch und bei geschlechtlich sich fortpflanzenden Ostracoden ». Arch. f. Zellforsch., Bd. 2.
Schreiner A., e K. E., 1906. « Neue Studien über die Chromatinreifung der Geschlechtszellen. 1. Die Reifung der männlichen Geschlechtszellen von Tomopteris onisciformis, Eschscholtz ». Arch. Biol., T. 22.
Sinéty (de), 1901. « Recherches sur la biologie et l'anatomie des Phasmes ». La Cellule., T. 19.
Stevens N. M., 1905. « Studies in spermatogenesis with especial reference to the ' Accessory Chromosome ' ». Carnegie Inst. Washington Publ. No. 36.
Struckmann Chr , 1906. « Eibildung, Samenbildung und Befruchtung von Strongylus filaria ». Z. Jahrb. Abth. Morph., Bd. 22.
Sutton W. S., 1900. « The spermatogonial Divisions of Brachystola magna ». Kansas. Univ. Quart. Lawrence., vol. 9.
— 1902. « On the morphology of the chromosome group in Brachystola magna ». Biol. Bull. Woods Holl., vol. 4.

Vejdovsky F., 1907. « Neue Untersuchungen über die Reifung und Befruchtung ». K. Böhm. Ges. Wiss. Prag.

Voinov D. N., 1904. « Sur une disposition spéciale de la chromatine, dans la spermatogénèse du Gryllus campestris, reproduisant des structures observées seulement dans l'ovogenèse ». Arch. Z. Expér. T. 2. Notes.

Wassilieff A., 1907. « Die spermatogenese von Blatta germanica ». Arch. mikr. Anat. Bd. 70.

Wilcox E. V., 1895. « Spermatogenesis of Caloptenus femur-rubrum and Cicada tibicen ». Bull. Mus. Harvard. Coll., vol. 27.

— 1896. « Further Studies on the Spermatogenesis of Caloptenus femur-rubrum ». Bull. Mus. Harvard. Coll., vol. 29.

Wilson E., 1905. « Studies on chromosomes. I The behavior of the idiochromosomes in Hemiptera ». Journ. Expér. Z. Baltimore., vol. 2.

— 1906. « Studies on Chromosomes. III. The sexual differences of the Chromosomengroups in Hemiptera, with some considerations on the determination and inheritance of sex ». Ibid.. vol. 4.

Winiwarter (von) H., 1900. « Recherches sur l'ovogénèse et l'organogénèse de l'ovaire des mammifères (Lapin et Homme) ». Arch Biol., T. 17.

Woltereck R., 1898. « Zur Bildung und Entwicklung des Ostrakoden-Eies ». Zeitschr. f. Wiss. Zool., Bd. 64.

Ziegler H. E., 1906. Referate in « Archiv für Rassen und Gesselschafts-Biologie ». Vol. 3.

Zweiger H., 1906. « Die spermatogenese von Forficula auricularia L. ». Jena Zeit. Naturw., Bd. 42.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tutte le figure sono state disegnate mediante la camera chiara (Abbe): Oculare 12, Obbiettivo Immers. $^1/_{15}$ Semi-apocr. Koristka, Tubo 160^{mm}. Solo per la fig. 1, venne usato l'oculare 8. Abbreviazioni: m. = monosoma, p. = plasmosoma, c. = condriosoma.

TAVOLA I.

Fig. 1 — Rosetta di spermatogonie appartenenti ad una giovane cisti spermatogoniale. Nel centro, la cellula di Verson.

Fig. 2. — Piastra equatoriale della divisione spermatogoniale.

Fig. 3. — Metafase spermatogoniale.

Figg. 4-5. — Anafase spermatogoniale.

Fig. 6. — Telofase spermatogoniale.

Figg. 7-8. — Spermatogonie in riposo.

Figg. 9-11. — Profase spermatogoniale.

Fig. 12. — Giovane spermatocite, all'inizio dell'accrescimento.

Figg. 13-16. — Evoluzione dello spirema doppio.

Fig. 17. — Spermatocito mostrante una contrazione artificiale dello spirema.

Figg. 18-20. — Stadî pachiteni in cui è mascherata la duplicità dei segmenti spirematici.

Fig. 21. — Stadio di riposo dello spermatocite, con tendenza alla formazione di un reticolo.

Fig. 22. — Retrazione delle anastomosi.

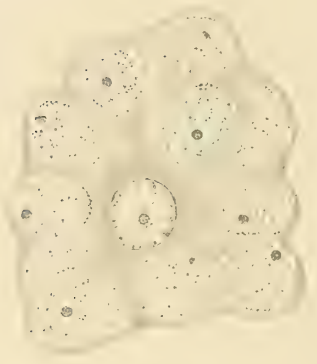
Figg. 23-24. — Riapparizione della fenditura longitudinale dei segmenti spirematici.

Fig. 25. — Stadio diacinetico con apparenza di strepsinema.

Figg. 26-30. — Formazione degli anelli doppî e condensamento dei cromosomi eterotipici.
Fig. 31. — Diacinesi finale.
Fig. 32. — Scioglimento della membrana nucleare.
Fig. 33. — Piastra equatoriale della 1ª divisione meiotica.
Fig. 34. — Ordinamento al fuso dei cromosomi eterotipici.
Figg. 35-39. — Metafase della 1ª divisione meiotica.
Figg. 40-41. — Anafase della 1ª divisione meotica.

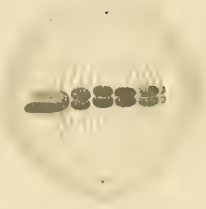
TAVOLA II.

Figg. 42-43. — Anafase della 1ª divisione meiotica.
Figg. 44-46. — Aspetti delle ricostituzione dei nuclei figli.
Fig. 47. — Stadio di riposo intercinetico dello spermatocite secondo.
Fig. 48. — Stadio di riposo intercinetico dello spermatocite secondo con monosoma in forma di cariomero.
Figg. 49-50. — Riapparizione dei cromosomi figli I.
Figg. 51-52. — Condensamento dei cromosomi figli I.
Fig. 53. — Scioglimento della membrana nucleare e della membrana del cariomero e ordinamento dei cromosomi.
Fig. 54. — Metafase della seconda divisione meiotica.
Figg. 55-58. — Anafase della seconda divisione meiotica.
Fig. 59. — Telofase.
Fig. 60. — Spermatidi uniti dal residuo fusoriale.



1

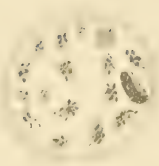
2



3

4

5



12

13

14

15.

16

17

23

24

25.

26.

32

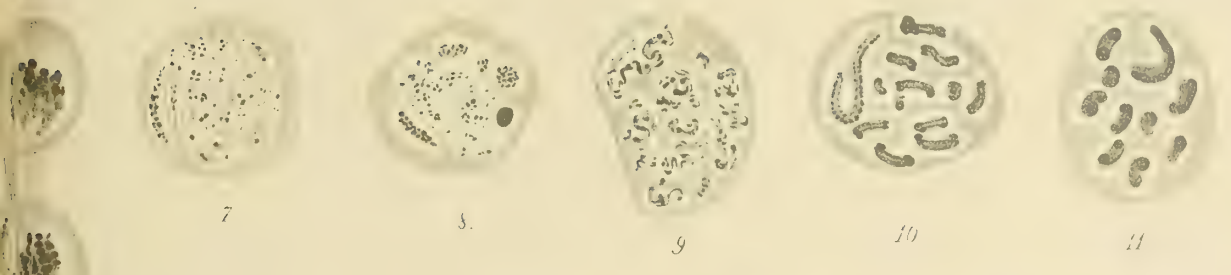
33.

34.

35.

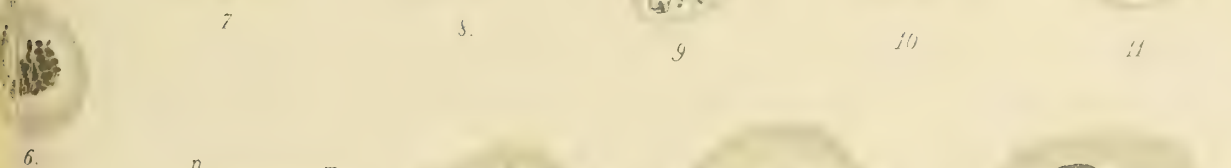
36

G. Monti dis.

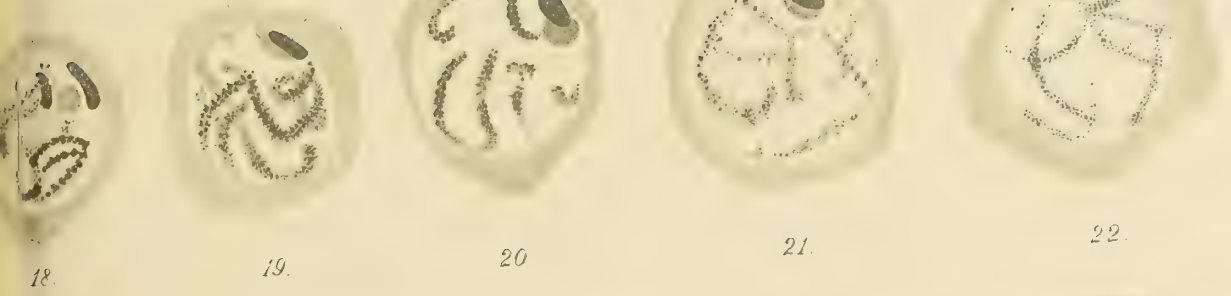


7 8. 9 10 11

6.



p. m.

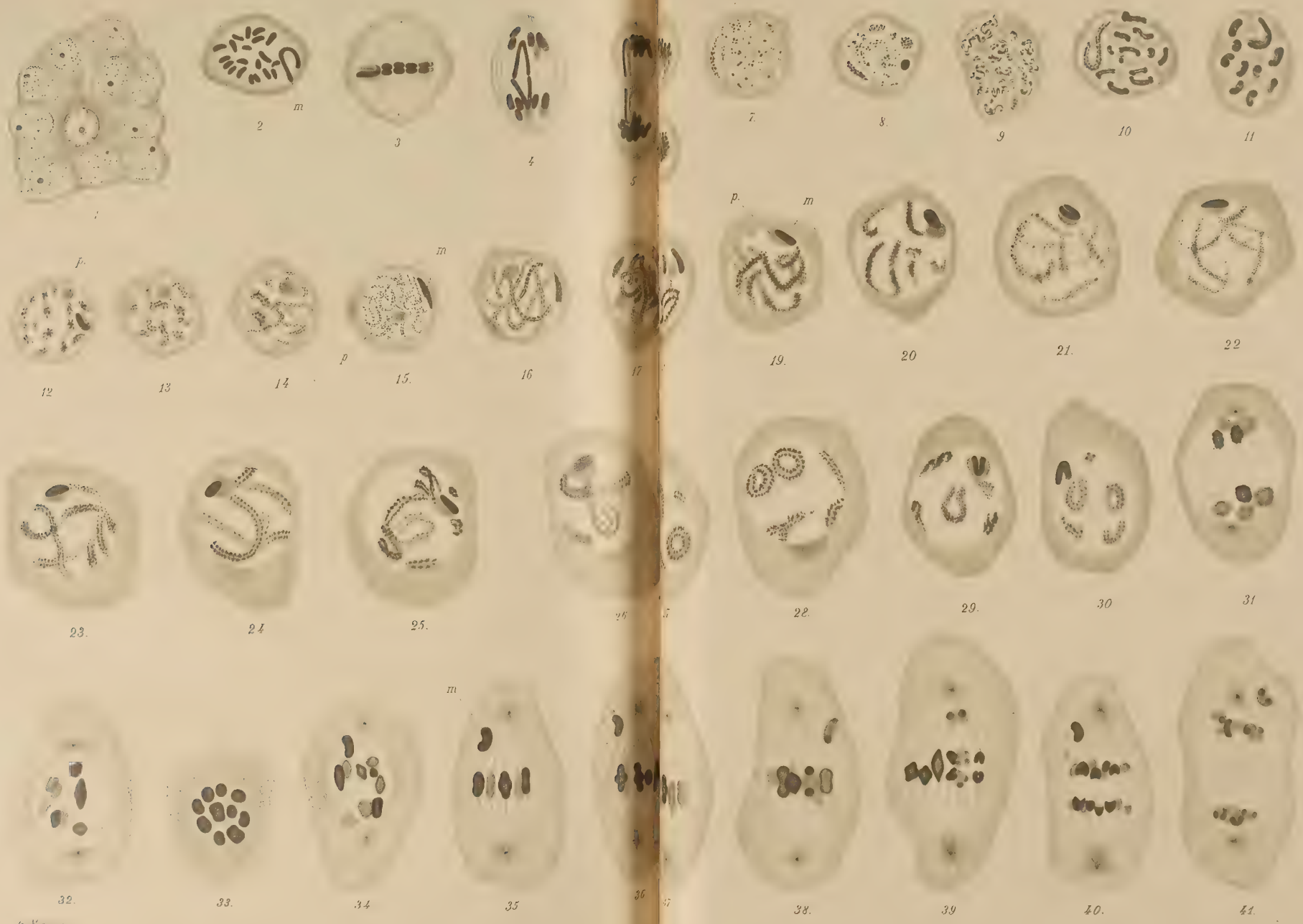


18. 19. 20 21. 22.

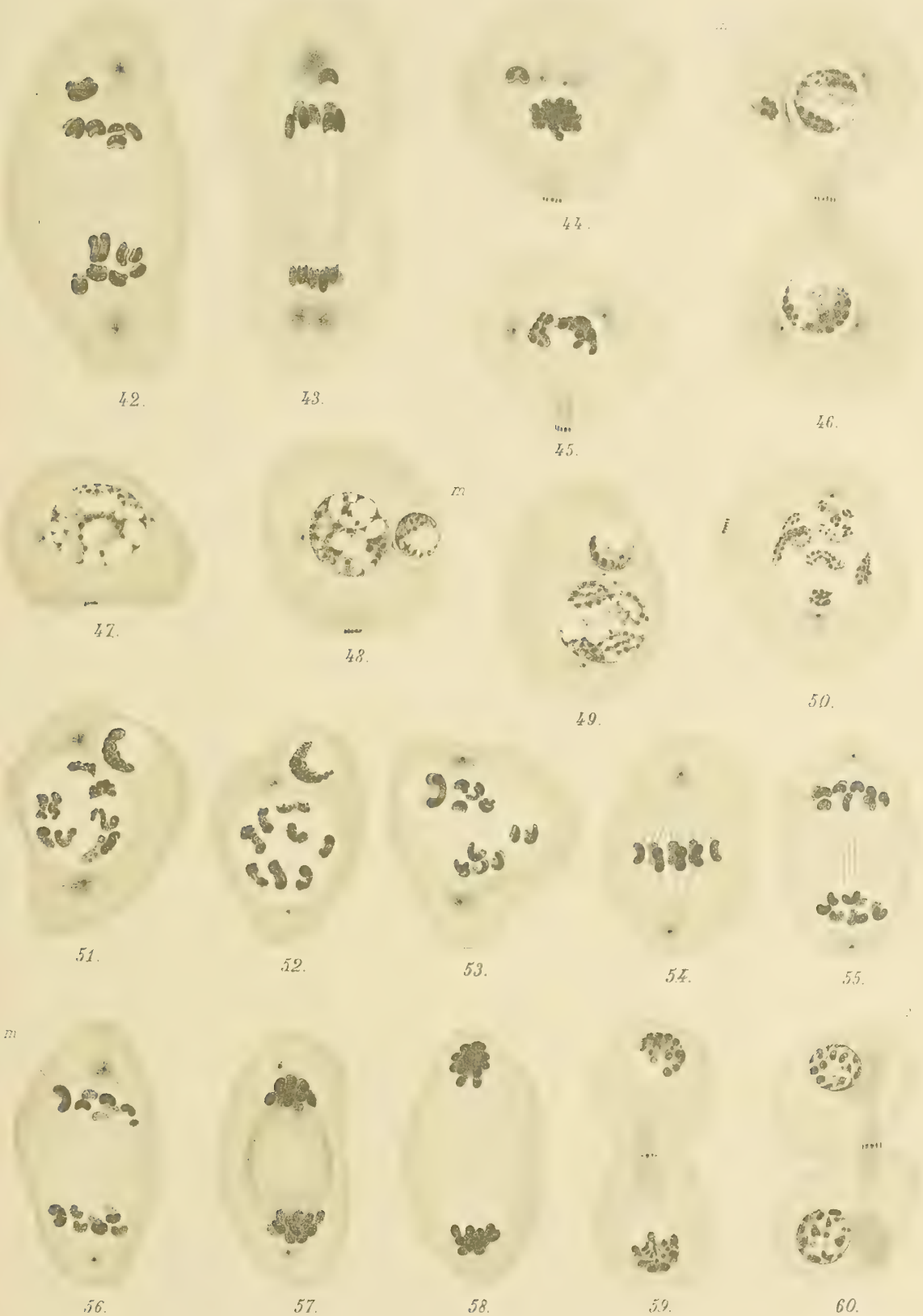
27. 28. 29. 30 31

37. 38. 39 40. 41

E. Battisti lit. via Depretis 92 Roma



E. Battisti lit. via Depretis 92 Roma



42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60.

Ricerche ed esperienze di telefonia elettrica senza filo.

Memoria di Q. MAJORANA

Natura del problema.

1. Subito dopo l'invenzione della telegrafia elettrica senza filo, era naturale che il desiderio di poter trasmettere anche la parola mediante l'uso di rapide perturbazioni od oscillazioni elettriche nascesse spontaneo nella mente dei fisici. Il problema si presentava abbastanza seducente, anche perchè l'apparato ricevente di un possibile *telefono elettrico senza filo*, non doveva essere più studiato; un rivelatore o un detector magnetico, un coherer a decoesione spontanea, una cella elettrolitica etc., molto probabilmente si sarebbero prestati a riprodurre i suoni o le parole trasmesse mediante onde elettromagnetiche di variabile intensità. Molti si sono indotti a studiare il problema, sia con semplici proposte, sia con vere e proprie esperienze, le quali ultime, a dire il vero, non hanno sin oggi fornito risultati veramente pratici. Da pochi giorni la scienza possiede un mezzo per la generazione di onde elettromagnetiche continue e persistenti di grande intensità (Poulsen); questo mezzo aprirà certamente una via nuova allo studio della telefonia elettrica senza filo, via relativamente piana e facile, giacchè mille modi possono immaginarsi per *modulare* convenientemente la intensità di tali onde continue, al fine di trasmettere, come fa una corrente continua in un filo, la parola attraverso l'etere. E diffusa in genere la credenza che per lo studio del nuovo problema, le onde persistenti siano assolutamente necessarie. Per cui l'idea di servirsi di rapide oscillazioni date da un arco fornito di un circuito Duddel, e di altro circuito aperto e risonante col primo destinato a disperdere energia nel libero spazio e nel suolo, era già stata avanzata ancora prima che il Poulsen facesse conoscere la sua scoperta. Ma la piccolezza dell'energia che il circuito Duddel (anche se posto in vibrazione dalla lampada Hewitt) poteva prima d'ora mettere in giuoco, non aveva permesso risultati pratici.

Gli è perciò che desiderando io occuparmi dello studio della questione della telefonia senza filo, ho scartato al principio l'uso dell'arco voltaico, servendomi sempre di semplici scintille nell'aria. Per intendere come possa affrontarsi il problema della telefonia senza filo partendo da questo principio, accennerò anzitutto ad alcune ricerche preliminari.

2. Tra le palline di uno spinterometro scocchi una serie di scintille ininterrottamente. Una delle palline è unita al suolo, l'altra con un antenna irradiante: si realizza così una stazione Marconi del tipo più primitivo. Ad una certa distanza un rivelatore acustico, fornito anch'esso di antenna e di comunicazione col suolo, permette di ascoltare il rapido succedersi delle scintille con tutte le particolarità. Si acceleri la produzione delle scintille alla stazione trasmittente; al rivelatore si finirà per avere la percezione del suono corrispondente alla frequenza di quelle scintille. Possiamo subito convincerci che realmente questo apparecchio può seguire anche lo svolgersi di suoni relativamente alti, montando così la stazione trasmittente. Un corista elettromagnetico in azione, è connesso sul tratto della piccola scintilla dovuta alla extracorrente di apertura della sua bobina, con un antenna di qualche metro posta fuori della finestra, e con la tubulatura del gas. Or bene un detector posto anche alla distanza di alcune stanze o piani dell'edificio in cui si esperimenta permette di ascoltare la esatta riproduzione del suono del corista qualunque ne sia l'altezza. Mediante uno dei metodi che saranno descritti in seguito, accresciamo il numero delle scintille nell'unità di tempo, al di là del limite permesso con l'uso del corista elettromagnetico. Quando quel numero è di circa 10.000 a minuto secondo non si sente più al detector il fischio o sibilo corrispondente all'altezza così elevata; ma solo un crepitio irregolare dovuto a qualche scintilla più o meno intensa delle altre. La spiegazione di tal fatto può essere la seguente: o la depressione elementare del ciclo di isteresi del ferro del detector, dovuta a ciascuna scintilla provoca correnti indotte nel circuito telefonico troppo deboli, o il telefono, a causa della sua inerzia elettrica e meccanica, è incapace di seguire vibrazioni così rapide.

È noto ora che la parola articolata è accompagnata talvolta da suoni o sibili il cui periodo può essere anche di 1/15.000 di un minuto secondo; ma queste delicatissime sfumature della voce umana non arrivano al ricevitore di un ordinario apparato telefonico; tanto è ciò vero che qui, per esempio, la lettera *s* non viene mai percepita. Ciò non toglie che la riproduzione telefonica della viva voce sia praticamente perfetta. Diremo dunque che tutti quei congegni destinati alla trasmissione o riproduzione indiretta della parola (telefono, fotofono, fonografo, ecc.) dànno risultati pratici soddisfacenti, pur non essendo impressionati dalle sfumature acustiche inferiori a 1/10.000 di minuto secondo circa.

Ritornando all'oscillatore che fornisce 10.000 scintille al minuto secondo, si supponga di aver trovato un mezzo per far variare di intensità, la differenza di potenziale propria di ciascuna scintilla. Supponiamo per esempio, di poter accorciare od allungare a volontà la distanza tra le palline dello spinterometro, lasciando inalterato il numero delle scintille nell'unità di tempo. Questi raccorciamenti e allungamenti successivi, siano causati da vibrazioni sonore che investono un congegno collegato con una delle palline dello spinterometro; l'altra pallina rimanga rigorosamente ferma. Esaminando con uno specchio, girante intorno ad un asse parallelo alle scintille, la rapida successione delie scariche, potremo allora veder queste svolgersi con i loro estremi appoggiati, anzichè su due rette parallele, su una retta (pallina ferma) e una linea sinuosa (pallina mobile) raffigurante la vibrazione sonora. È chiaro che l'antenna sotto l'azione di queste scariche di variabile intensità, irradia nello spazio

energia che, tra gli altri, ha anche il periodo del suono prodotto davanti lo spinterometro. Il detector riproduce allora questo suono ed è da sperare che anche la parola articolata possa, con analogo metodo esser trasmessa e riprodotta.

Nell'affrontare dunque lo studio della telefonia senza filo a mezzo delle onde elettriche, non si incontra la necessità di dover cercare anzi tutto la produzione delle onde continue; certamente ora che Poulsen ha fatto conoscere le sue belle esperienze, si può riprendere l'esame della questione sotto altro punto di vista, ma indipendentemente da ciò si vede come l'uso delle semplici scintille staccate dia già la possibilità di risolvere il problema.

Seguendo questo ordine di idee si presentano distinte due questioni che debbonsi studiare separatamente e successivamente: generare una rapida successione di scintille (10.000 circa al minuto secondo); modularne indi la intensità o altro carattere in guisa che l'energia irradiata da un'antenna oscilli anche con i periodi e con le ampiezze dei variabili e complicati suoni da trasmettere.

Nelle pagine seguenti passerò in esame i tentativi e le esperienze eseguite nei sensi predetti.

Varî modi di produzione delle scintille.

3. *Macchina elettrostatica.* — Si abbia una sorgente di elettricità (fig. I) capace di caricare un condensatore ad una differenza di potenziale sufficiente perchè

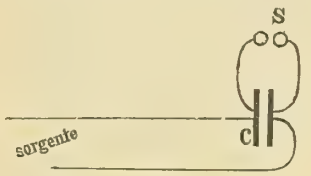


Fig. 1.

una scintilla elettrica scocchi in S. Il tempo che impiega la sorgente a caricare il condensatore sia di circa 1/10.000 di minuto secondo. Si intende allora che nello spinterometro S si avranno, in opportune condizioni, 10.000 scintille al secondo. Classiche esperienze, eseguite con batterie di pile ad elevata differenza di potenziale, illustrano questo concetto; infatti la luce emessa da un tubo di Geissler sostituito alla distanza esplosiva S, esaminata allo specchio girante appare discontinua ed esattamente periodica, essendo il periodo proporzionale al valore della capacità C, ed inversamente alla quantità di elettricità prodotta dalla pila in ogni istante. Ma è facile intendere che l'indole delle presenti ricerche non consiglierebbe mai l'uso di una batteria di pile con una forza elettromotrice dell'ordine delle migliaia di volt; piuttosto si può pensare a servirsi di dinamo a corrente continua o di macchine elettrostatiche.

Io mi son limitato ad adoperare queste ultime. La capacità C della fig. I, è sostituita semplicemente dall'antenna (fig. 2) : si realizza allora una semplice stazione radiotelegrafica. La macchina elettrostatica è la più potente che io possa avere a mia disposizione, vale a dire quella ad influenza e con 38 dischi posseduta dall' Istituto fisico di Roma. Adoperando un' antenna ad un filo alta 15 metri, e spingendo la macchina alla massima velocità si può ottenere una serie abbastanza fitta di scintille.

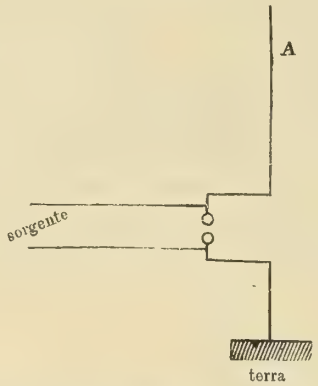


Fig. 2.

Naturalmente, raccorciando la distanza S, il numero delle scintille cresce. Con uno specchio girante, e con metodi noti, si può misurare agevolmente il numero delle scintille nella unità del tempo, ottenendo, quando le palline dello spinterometro hanno un diametro di 15 m/m, i seguenti risultati:

Distanza esplosiva	Numero delle scintille
mm. 5	975
» 4	1450
» 3	2100
» 2	3050
» 1	6125

Sarebbe assai difficile voler stabilire con precisione la legge con cui procede questo fenomeno, giacchè, anche prescindendo dal modo sconosciuto con cui la macchina svolge le masse elettriche, altri elementi, quale il pontenziale esplosivo alle differenti distanze delle palline, e la temperatura dell'aria a cui sì gran numero di scintille si forma, non sono ben determinati. In prima approssimazione si può dire che il numero delle scintille è inversamente proporzionale alla distanza delle sfere dello spinterometro. Si vede ora che pure essendo la capacità dell' antenna assai piccola (dell'ordine dei centomillesimi di microfarad) occorre andare a distanze esplosive assai piccole, quali quella di un millimetro, per ottenere circa 6.000 scintille. Tali scintille a causa della natura del circuito vibrante impiegato, sono inoltre assai smorzate, e l'energia da esse messa in giuoco è relativamente piccola. Difficilmente

d'altronde si potrebbe pensare a servirsi (per una ricerca di pratico interesse) di macchine elettrostatiche di maggior potenza di quella da me adoperata, già di per sè abbastanza ingombrante. Un tal metodo dunque, non è da consigliarsi se non nel caso di delicate esperienze di laboratorio.

Interruttore a mercurio. — Altro metodo per produrre numerose scariche in ogni istante, è suggerito dall'uso di apparati di induzione, animati da corrente continua interrotta periodicamente. La frequenza delle scintille date da un rocchetto di induzione, dipende dall'interruttore adoperato, ma è noto che non si può accrescere, al di là di un certo limite, la velocità dell'interruttore, se si vuole che le scariche avvengano sotto la massima differenza di potenziale. Talvolta questo limite, per apparati di grande potenza, arriva sino a qualche decimo di secondo. Indipendentemente da tale considerazione si può meccanicamente raggiungere qualche migliaio di interruzioni al 1″, mediante uno speciale interruttore da me costruito. Eccone una sommaria descrizione: una scatola di legno S (fig. 3) contenente nel suo fondo del mercurio, sostiene un

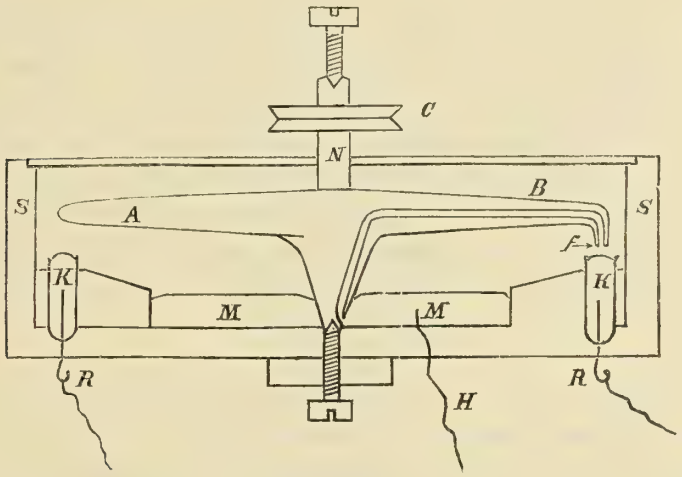


Fig. 3.

asse girante N imperniato sul cielo e sul fondo della scatola. L'asse è di acciaio e di tal metallo è pure un braccio AB rigido con l'asse. Un foro longitudinale traversa la metà destra del braccio AB, terminando da un lato in una piccola apertura (mm. 0,7) orizzontale *f*, dall'altra in un foro praticato nella parte dell'asse N più bassa del livello del mercurio M. Per forza centrifuga, quando l'apparecchio è posto in rotazione mediante la puleggia C, il mercurio viene assorbito attraverso il foro anzidetto e lanciato in un sottil getto quasi verticale, dall'apertura *f*. Questa percorre una circonferenza al di sotto della quale si trova una serie di bicchierini di vetro come K, incassati parzialmente nello spessore del fondo della scatola, e traversati alla base da fili di platino R, tutti insieme collegati. I bicchieri, in un modello da me costruito, hanno il diametro di 5 mm., sono in numero di 40 e son fissati su di una periferia

di circa 18 cm. di diametro. In essi si precipita, per la rotazione del getto, il mercurio, e dopo qualche istante essi ne sono completamente riempiti; l'apparecchio continua allora a funzionare regolarmente, giacchè il mercurio eccedente, senza formar corto circuito tra i bicchierini e il serbatoio M, ricade in questo rifornendolo continuamente. L'apparecchio inserito con i suoi due reofori R, H, in un circuito, ne provoca regolari interruzioni. Poichè è facile conferire al braccio AB una velocità persino di 100 giri al minuto secondo, si intende come si possono ottenere sino a 4.000 interruzioni in quel tempo. Un rocchetto di induzione a cui sia applicato questo interruttore può dare scariche ad elevato potenziale tanto numerose; la loro distanza esplosiva diminuisce però notevolmente al crescere della velocità dello interruttore. Per esempio, mentre con 40 interruzioni al minuto secondo si possono trarre scintille di 10 cm., quando la corrente primaria ha una forza elettromotrice, di 12 volt, occorre elevare questa a 75 volt se con 4000 interruzioni si vogliono ottenere scariche di soli 3 cm. Un amperometro indica nel primo caso una intensità media di 8 ampères, e nel secondo solo di 3. L'impendenza del circuito si oppone dunque, a frequenze così elevate, ad un più energico passaggio di elettricità; gli è perciò che in simili esperienze è meglio disporre di apparati di induzione piuttosto piccoli, e per le più alte frequenze, senza ferro.

Benchè si sia cercato di diminuire l'intensità delle scintille di extracorrente scoccanti sul mercurio, mediante l'inserzione di convenienti condensatori, pure esse risultano sempre assai intense e si trasformano per potenziali primarî elevati in veri archi voltaici. Tal fatto produce considerevole formazione di vapori mercuriali i quali possono non recar noia allo sperimentatore se la scatola dell'interruttore è ben chiusa. Persiste in ogni modo un altro inconveniente, dipendente dalla formazione di ossido di mercurio, che dopo qualche tempo costringe ad un accurato ripulimento dell'aparecchio. In ogni modo, se la intensità della corrente primaria non è eccessiva, l'apparecchio può funzionare egregiamente per molte ore di seguito.

5. *Arco voltaico soffiato.* — Se la corrente primaria di un rocchetto di induzione è generata da una differenza di potenziale da 100 a 200 volt, si può con successo adottare l'artificio seguente per interromperla con grande frequenza. Un arco voltaico inserito nel circuito, a causa della anzidetta energica forza elettromotrice, può rimanere acceso, anche se soffiato violentemente. Il getto gassoso soffiante è reso intermittente da un disco girante munito di fori alla periferia. Notevolmente elevata è la frequenza che si può ragiungere così, giacchè è facile porre in rapida rotazione (100 giri al I″) un disco fornito anche di 100 fori. Sono così 10,000 pulsazioni che si possono imprimere all'arco voltaico in ogni I″ senza spegnerlo. Corrispondentemente, il secondario di un apparato Tesla restituisce scariche a quella frequenza; ma il consumo dei carboni dell'arco, insieme col sibilo acutissimo ed assai intenso del soffio di aria intermittente, rende la disposizione poco adatta al prolungato lavoro.

6. *Interruttore di Wehnelt.* — Anche con uno speciale interruttore Wehnelt può ottenersi una rapida successione di scintille. La frequenza di questo tipo di interruttore dipende oltre che dalle costanti dell'apparato di induzione impiegato, dalle

dimensioni dell'interruttore stesso. Raccorciando la lunghezza della punta di platino cresce la frequenza, ma non al di là di un certo limite; si possono è vero impiegare punte di platino assai sottili e corte, ma con ciò si accresce eccessivamente la delicatezza dell'apparecchio, che presto vien posto fuori di servizio. Maggior sicurezza di funzionamento, e quel che più importa, frequenze più elevate si ottengono mediante un interruttore a diaframma. È abbastanza facile costruirne uno servendosi di un tubo o di una capsula di porcellana C (fig. 4) in cui lateralmente e in basso, in F, si pratica un sottil foro di qualche decimo di millimetro di diametro. La capsula C. è sostenuta in un bicchiere di vetro, e riempita, come questo, di soluzione di acido solforico. Due elettrodi E metallici o di carbone servono per l'ingresso e per l'uscita della corrente, che rimanendo strozzata dal forellino F, subisce rapide e numerose interruzioni nell'unità di tempo. La frequenza massima che con un rocchetto di 10 cm. di scintilla si può ottenere è uguale a 3 o 4,000 interruzioni a I″; occorre però impiegare una differenza di potenziale primaria di circa 150 volt.

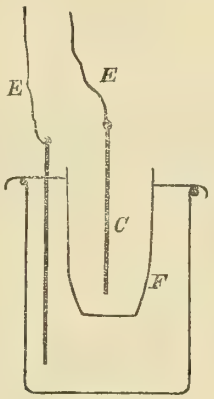


Fig. 4.

7. *Corrente alternata a bassa frequenza.* — Gli artificî sin qui indicati, tendenti ad ottenere interruzioni o variazioni a frequenza elevata, nell'intensità della corrente traversante il primario di un rocchetto di induzione, se, come si è visto, consentono talvolta di raggiungere frequenze sufficientemente alte, non forniscono mai intensità abbastanza elevate, tanto da lasciar sperare una utilizzazione pratica dei fenomeni nelle attuali ricerche. Gli è perciò che ho cercato di seguire altra via, di cui comincio ad esporre il principio.

Il primario di un apparato d'induzione sia traversato da una corrente alternata di circa 40 periodi a minuto secondo (corrente stradale). È noto che se gli estremi del secondario sono sufficientemente vicini, e sforniti di qualsiasi capacità sussidiaria, scocca fra di essi un arco voltaico continuo di aspetto caratteristico, con sviluppo notevole di calore e del suono basso corrispondente al semiperiodo della corrente primaria. Se ora il secondario è fornito di una capacità, in derivazione, la distanza esplosiva iniziale dell'arco anzidetto, rimane notevolmente raccorciata, e se l'intensità primaria non è eccessiva, può ottenersi, al posto dell'arco una serie di scariche il cui

numero minimo è uguale al doppio della frequenza della corrente alternata, ed il massimo può raggiungere qualche migliaio. Occorre però che l'intensità non sia eccessiva, giacchè altrimenti il calore sviluppato dalle singole scariche, rende talmente conduttrice l'aria, che le scariche si fondono nuovamente insieme, riproducendo il primitivo fenomeno dell'arco. Se ciò non avviene, esaminando le scintille allo specchio girante, può osservarsene la distribuzione nelle diverse fasi della forza elettromotrice secondaria. Rappresenti AC, o BD (fig. 5) un periodo completo di questa. I punti A, B, C, D, corrispondono agli istanti in cui quella differenza è nulla; in quegli istanti dunque la formazione delle scintille cessa. Ma nel resto del periodo una fitta serie di scariche si svolge, scariche che si susseguono con tanta maggior frequenza quanto maggiore è l'intensità primaria, e quanto più piccole sono le capacità aggiunte

Fig. 5.

al secondario e la distanza esplosiva. Ascoltando attentamente, si può ancora percepire il suono dovuto al periodo della corrente alternata primaria, ma esso è assai debole, giacchè le interruzioni A, B, C, D possono essere, relativamente al periodo, assai brevi ($^1/_{1000}$ di 1″). Il fischio o sibilo elevato che si sente, oltre al debole suono fondamentale anzidetto, è dovuto alla rapida successione delle scariche. È interessante inoltre avvertire che, a parte le interruzioni suddette, la successione delle scintille avviene abbastanza regolarmente e quasi ad eguali intervalli di tempo.

Il fenomeno della scarica multipla si svolge tale quale è stato descritto se l'intensità primaria non è grande e se la distanza esplosiva e la capacità al secondario sono molto piccole: altrimenti, le scariche si trasformano nel solito arco. Ma vi ha un mezzo per ricondurre il fenomeno alle condizioni della fig. 5, anche se la corrente primaria è assai intensa; basta cioè soffiare violentemente il tratto di scintilla. Si provoca con ciò un energico raffreddamento sia dell'aria che degli elettrodi, ed il fenomeno acquista intensità e bellezza notevoli. Per soffiare le scintille, si possono adoperare alcuni dei gas più comuni come aria, anidride carbonica, vapore acqueo. In ognuno di questi casi la luce delle scintille assume una tinta corrispondente allo spettro del gas (biancastra nell'anidride carbonica, rosea nel vapore acqueo). Con l'artificio energico indicato, il rocchetto di induzione può assorbire al primario persino qualche kilowatt; ed è allora conveniente sostituirlo con un vero e proprio trasformatore, particolarmente adatto a sopportare notevoli intensità; nelle esperienze più recenti infatti, mi son sempre servito di un trasformatore nell'olio costruito dalla Casa Siemens e Halske, capace di assorbire 10 kilowatt e di fornire una differenza di potenziale massima di 100,000 volt. Per le ricerche di cui ora si parla però, fu sempre sufficiente disporre le sezioni degli avvolgimenti primarî e secondarî del trasformatore, in guisa da ottenere solo 25,000 volt. Ecco alcuni dati di una particolare esperienza eseguita in tali condizioni:

Differenza di potenziale primaria	100 volt
Frequenza	42 periodi
Intensità primaria	35 ampères
Capacità al secondario	0,0002 microfarad
Distanza esplosiva	2,5 mm.
Diametro della bocca di eff. del getto d'aria .	1,5 mm.
Pressione dell'aria compressa	6 atmosfere
Numero delle scintille per semiperiodo . .	75
Id. al minuto secondo	6,300

Diminuendo la distanza esplosiva, il numero delle scintille al secondario si accresce notevolmente, sorpassando anche il limite di 10,000 al 1″. La pressione del serbatoio del gas soffiante deve crescere insieme con l'energia elettrica impiegata; sembra anzi che quella cresca più presto di questa. Al di là di una certa intensità di scarica, non si arriva infatti facilmente a staccare nettamente le scintille mediante il soffio. Esse appariscono frastagliate e tortuose, inflettendosi marcatamente dagli elettrodi verso la direzione del getto gassoso; non di rado differenze di pressioni di 10 a 15 atmosfere, date da una caldaia a vapore o da una bombola di anidride carbonica, sono state riconosciute insufficienti. Il consumo degli elettrodi in tali condizioni è notevole; e per ovviare nella guisa più pratica a questo inconveniente, è bene adoperare elettrodi filiformi del diametro di 2 mm., innestati in tubi di vetro (fig. 6).

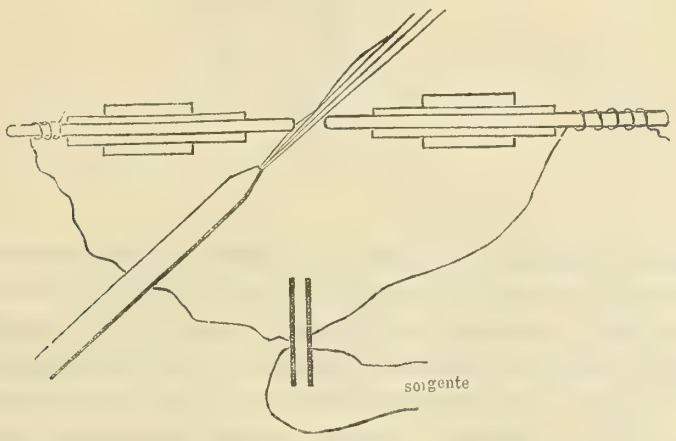


Fig. 6

I fili sono o in platino o in ferro e vengono poco alla volta riavvicinati a mano, per compensare il loro consumo. E' preferibile chiudere con un involucro V (fig. 7), di vetro lo spinterometro. Lo stesso tubo V serve da sostegno dei due elettrodi e permette nello stesso tempo, mediante l'aspirazione provocata da una cappa, l'allontanamento dell'aria fortemente ozonizzata, che ha servito a soffiare le scintille. Il tubo di vetro offre anche il vantaggio di proteggere gli occhi dello sperimentatore dalla intensa luce ultravioletta emanante dalle numerosissime scintille. Il prolungato

lavoro con apparecchi sforniti di protezione vitrea può occasionare dolorose congiuntiviti guaribili solo con cure assai lunghe. Le scintille così prodotte possono avere anche una per una un netto carattere oscillatorio. Ho detto della necessità di adoperare una capacità congiunta al secondario del rocchetto di induzione (figg. 6 e 7); tale capacità ha l'ufficio di immagazzinare nel lieve tempo che intercede tra una

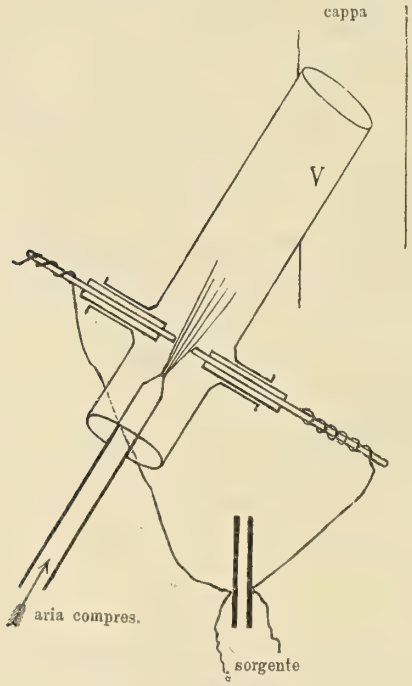


Fig. 7.

scintilla e l'altra, la quantità di elettricità necessaria alla formazione di ciascuna scarica. E del modo con cui queste avvengono, non ci siamo preoccupati. Evidentemente però, esse sono oscillatorie se tali sono le condizioni del circuito di scarica; nel caso delle figg. 6 e 7, il periodo di oscillazione resta definito, oltre che dal valore della capacità, dalla lieve autoinduzione dei fili che servono a connettere quella con la distanza esplosiva soffiata. In pratica, volendo scegliere un periodo diverso e ben definito, basta aggiungere una autoinduzione nel circuito della capacità.

Tale autoinduzione può poi servire, come in certe disposizioni radiotelegrafiche, quale primario di un trasformatore ad alta frequenza.

8. *Spinterometro rotante.* — Qualora si abbia a propria disposizione un serbatoio di gas compresso, un compressore od una caldaia a vapore, è facile realizzare le suaccennate disposizioni; ma in certi casi è preferibile adottare un artificio più semplice per soffiare le scintille. Già D'Arsonval aveva pensato a servirsi di spinterometri rotanti per soffiare le scintille. Le esperienze di D'Arsonval differiscono però dalle attuali per la intensità della corrente primaria e per la natura dei fenomeni. Vo-

lendo dunque procedere alla scissione delle numerose scintille di cui si tratta, mediante la rotazione dello spinterometro, ho dovuto studiarne una particolare forma di cui ora dirò. Anzitutto, poichè quelle scintille sono ottenute impiegando la corrente alternata delle ordinarie distribuzioni stradali, è comodo servirsi, per lo scopo attuale, di un motore a corrente alternata asincrono o sincrono. Sull'estremo A (fig. 8) del

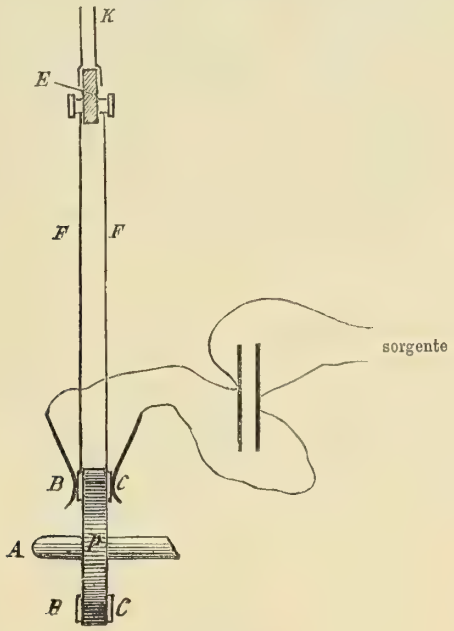


Fig. 8.

suo asse è fissato un disco P di ebanite di 25 mm. di spessore (diametro 12 cm.), portante sulle faccie opposte due anelli metallici BB, CC, su cui appoggiano due spazzole inserite nel circuito di scarica. Due fili F, F′ di acciaio di 2 mm. di diametro sono fissati agli anelli B e C e terminano in un blocchetto di ebanite E, che li congiunge rigidamente e rispettivamente ad uno dei due fili terminali K. I due fili K corrono, come gli altri due F, fra loro paralleli, ma la loro distanza è più piccola, talchè una scarica proveniente dal condensatore, preferisce passare tra di essi. La lunghezza totale del braccio PK è di 70 cm. In figura non è, per semplicità, indicato un secondo braccio esattamente uguale al primo che, essendo fissato in posizione diametralmente opposta, impedisce che il motore girando, venga scosso per forza centrifuga. Io ho sempre adoperato un motore asincrono della potenza di circa $^1/_4$ di cavallo. Un tal tipo di motore, alla frequenza di 42 periodi al 1″, compie circa 20 giri in quel tempo, per cui la velocità periferica dei due fili KK è di circa 90 metri al 1″. Questa cifra va alquanto ridotta se si vuole effettivamente conoscere la velocità di spostamento dello spinterometro rispetto alle masse d'aria circostanti, che evidentemente restano alquanto trascinate dal movimento del corpo so-

lido. Con tal dispositivo, la scarica è soffiata violentemente, quando il motore gira, ed è interessante studiare il modo con cui si svolge il fenomeno. Le scintille preferiscono scoccare attraverso i punti più lontani da A dei fili K, talchè questi si consumano gradatamente raccorciandosi poco alla volta, sotto l'azione corrodente delle molteplici scintille. La distanza esplosiva rimane però sensibilmente costante, giacchè i fili K sono paralleli. Si intende dunque il vantaggio di questa disposizione, l'apparecchio potendo funzionare per qualche ora, senza bisogno che il motore venga fermato; inoltre quando i fili K si sono logorati completamente, possono assai facilmente essere cambiati. Poichè i motori che ordinariamente fornisce il commercio, compiono un giro ogni due periodi completi della corrento alternata motrice (corrente che è quella stessa che genera le scintille), si osserva, per la persistenza delle immagini sulla retina, un cerchio luminoso su cui sono distribuite le scintille, diviso in quattro settori (fig. 9), ciascuno dei quali corrisponde a mezzo periodo. Se il motore fosse

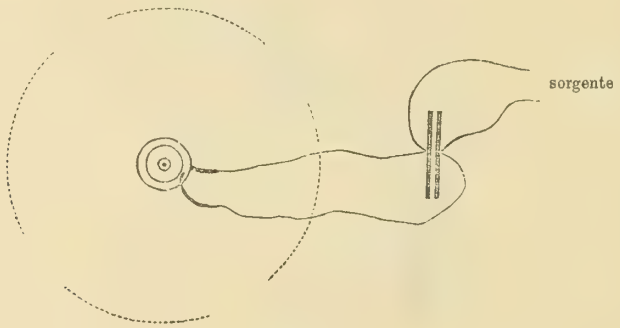


Fig. 9.

esattamente sincrono, i quattro settori luminosi apparirebbero assolutamente fermi, ma con motori asincroni, i cui rotori cioè, girano più lentamente del campo, il cerchio luminoso, individuato dai quattro settori, gira lentamente in senso contrario a quello dei rotori stessi, dando così una indicazione, ed anche una misura, dello *slip* dei motori. Fra tutti i metodi proposti e sperimentati, per la produzione di numerose scintille, quest'ultimo ha dato migliori risultati.

9. Tutti i mezzi suindicati, per la produzione delle scintille, possono essere impiegati a trasmettere onde elettromagnetiche a distanza. All'uopo può adoperarsi come circuito oscillante, il circuito aperto dell'antenna e della terra; ma al fine di rendere le oscillazioni più persistenti, è preferibile eccitare con il sistema di scintille un circuito primario, il quale ponga in vibrazione, mediante un accoppiamento *forte* o *debole*, l'antenna e la terra. In ogni modo, è difficile generare onde molto persistenti, giacchè, essendo tanto numerosa la produzione di scintille in ogni istante, ciascuna di queste non può essere così intensa come quelle impiegate in radiotelegrafia. Questa ragione quindi, milita anch'essa a favore del metodo ultimo di generazione descritto, quello cioè che, utilizzando la corrente alternata a bassa frequenza, assorbe la maggior quantità di energia.

Modulazione delle scintille.

10. *Possibilità della modulazione.* — Per mostrare la possibilità di trasmettere dei suoni mediante le onde generate da scariche discontinue, riproduciamo, servendoci della macchina elettrostatica di grande potenza, l'esperienza del corista già eseguita altrimenti. Una punta metallica P (fig. 10), è unita all'antenna e ad un polo della

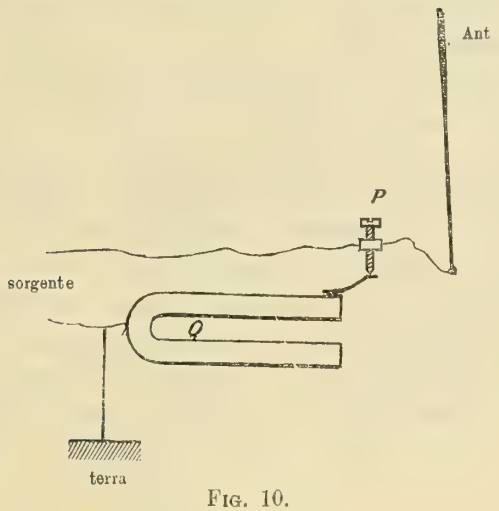


Fig. 10.

macchina; il corista vibrante Q, unito alla terra e all'altro polo, porta una linguetta che, a causa delle vibrazioni, si avvicina e si allontana dalla punta, così le scintille generate dalla macchina sono ora più lunghe e ora più corte.

E' da avvertire che quando le scintille sono più corte, sono anche più fitte, come è indicato nella figura 11, dove il fenomeno è rappresentato quale si vedrebbe

Fig. 11.

in uno specchio girante, indicando la linea sinuosa, lo svolgimento della linguetta vibrante, e la retta, quella della punta fissa. L'antenna dunque irradia nello spazio energia, che tra gli altri periodi, ha anche quello del corista vibrante. Un rivelatore acustico, situato in una stazione ricevente, permette di ascoltare la riproduzione del suono del corista, sino a qualche chilometro di distanza, se le antenne delle due stazioni hanno un'altezza di circa 20 metri.

E' interessante ora, rendersi conto del modo con cui tale riproduzione avviene. La quantità di elettricità, che in ogni istante la macchina elettrica produce, è

evidentemente costante, ma essa viene scaricata sotto forma di scintille ora fitte e corte, ora rade e lunghe. Il beneficio dunque che si ha in tale guisa di modulazione, di avere cioè in certi istanti scintille più lunghe delle altre, e quindi maggiori differenze di potenziali all'antenna, è menomato dal fatto che quando le scintille sono più corte, sono anche più numerose. Ciò non pertanto, il suono del corista al rivelatore è percettibile. Di ciò ci rendiamo conto, riflettendo che la energia irradiata dall'antenna, cresce più velocemente che le differenze di potenziale a cui l'antenna stessa è portata; infatti, se con la stessa quantità di elettricità prodotta dalla macchina si porta l'antenna a potenziali bassissimi, con rendere minima o quasi nulla la distanza esplosiva (pure accrescendo così notevolmente il numero delle scintille), non si ha effetto sensibile al rivelatore.

In questa esperienza è notevole un altro fatto già osservato dal Sella, facendo agire luce ultravioletta periodicamente interrotta su di una fitta serie di scintille, che cioè il numero delle scintille prodotto dalla macchina, può essere relativamente basso o poco maggiore di quello delle vibrazioni del suono da riprodurre. E' evidente però che, se la frequenza delle scintille è quella di un suono percettibile, al rivelatore si sente il miscuglio di questo col suono del corista.

11. Tenendo presente lo scopo di queste ricerche, si è indotti a provare se con l'applicazione di un dispositivo simile a quello indicato al § 10, si possano riprodurre suoni molteplici ed eventualmente la parola. All'uopo una leggiera ed assai flessibile membrana vibrante M (fig. 12), analoga a quelle impiegate nei fonoauto-

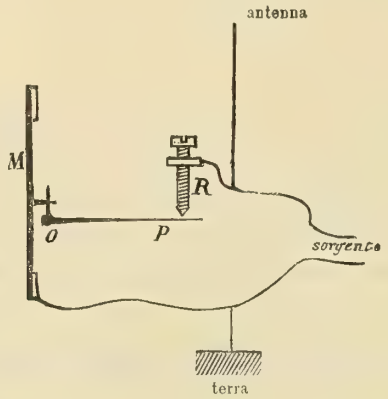


Fig. 12.

grafi, produce mediante un doppio sistema di leve, un'ampia vibrazione in una asticina metallica P incernierata in O. Questa si avvicina e si allontana così dalla punta fissa R. Poichè R e P sono collegate con i poli della macchina elettrostatica, e rispettivamente, con l'antenna e con la terra, scoccano scintille molteplici la cui lunghezza è variabile, dipendentemente dalla posizione di P. Ora se il suono prodotto d'innanzi alla membrana è intenso e semplice, quale quello di una canna di organo, il rivelatore di una stazione ricevente ce ne dà buona riproduzione. Egual risultato si ha col canto umano; non così con la parola, la quale rimane strozzata,

giacchè la membrana e il sistema di leva hanno un periodo proprio troppo considerevole, ed inoltre il numero delle scintilline prodotte dalla macchina è troppo poco rilevante.

12. *Membrana vibrante a contatti multipli.* — Si migliora alquanto l'esperienza precedente, rendendo più rigida, col costruirla in vetro sottile o in mica, la membrana vibrante, e fissando su di essa (fig. 13) una serie di archetti di platino

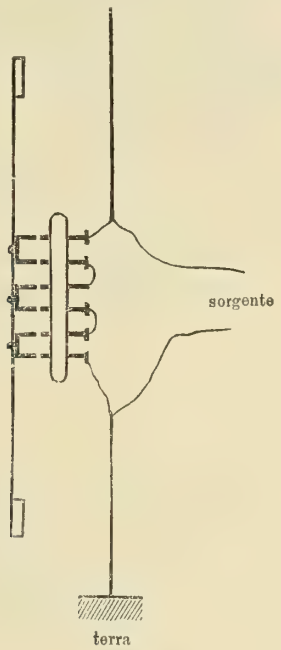


Fig. 13.

isolati l'uno dall'altro. Contro ciascuna estremità degli archetti, si trova una sottile punta di platino che può, mediante movimento micrometrico, esser di molto avvicinata. Le punte di platino son fissate su ebanite e collegate come in figura. Con ciò fra l'antenna e la terra si sono introdotte 6 distanze esplosive in serie; gli effetti sono così più sensibili che non colla disposizione precedente.

13. *Uso di altre sorgenti.* — Le esperienze descritte ai §§ 10, 11, 12, si ripetono facilmente servendosi di altre sorgenti di elettricità, come il rocchetto di induzione, animato dall'interruttore a mercurio, o dal Wehnelt a diaframma, od ancora dalla corrente alternata a bassa frequenza e a debolissima intensità. Ma per dire il vero, quest'ultimo mezzo si presta male allo scopo giacchè, non potendosi soffiare le scintille, a causa della delicatezza dell'apparecchio, il suono della corrente alternata, è veramente ingombrante. In complesso è da dirsi che le esperienze sinora eseguite, sono semplicemente istruttive e che, pur potendo essere facilmente riprodotte in laboratorio, non si prestano bene ad alcuna utilizzazione pratica.

14. *Luce ultravioletta.* — Si può pensare a modulare le oscillazioni elettriche dell'antenna, servendosi di uno qualunque degli agenti che modificano il potenziale esplosivo. Così la luce di un arco voltaico può agire sulle serie di scintille ottenute coi mezzi già indicati, purchè il tratto esplosivo non venga soffiato. Inoltre le palline tra cui si formano le scariche, debbono essere di diametro notevole e la loro superficie accuratamente speculare. Le scintille sono più fitte non appena la luce dell'arco investe il campo esplosivo. Se la sorgente luminosa vibra o sotto l'azione di un microfono o di un circuito Duddel, corrispondentemente le scintille restano impressionate. Si può altresì montare l'esperienza, lasciando fissa la luce dell'arco e facendola pervenire sul tratto di scintilla, per una riflessione su lamina metallica argentata posta in vibrazione dai suoni da trasmettere. Con ciò la luce riflessa, a simiglianza di quanto avviene nel fotofono di Bell, è pulsante, e le scintille ne restano variamente impressionate.

Ma chi è pratico della delicatezza dell'azione della luce ultravioletta sulle scintille, intende quanto la precedente disposizione sia delicata. Solo in condizioni assai ben definite, il fenomeno è netto e notevole. Miglior risultato si ottiene, adoperando parecchie distanze esplosive, anzichè una sola. Così nella fig. 14, si hanno quattro

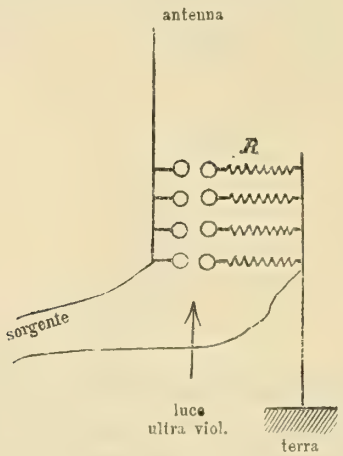


Fig. 14

tratti di scintilla, tutti inseriti in derivazione sul circuito della sorgente; le resistenze ohmiche R servono a distribuire la scarica complessiva nei differenti spinterometri. La luce ultravioletta investe contemporaneamente tutti i tratti di scintilla, facilitando il passaggio delle singole scariche. Le lunghezze dei singoli tratti non sono uguali per cui qualche scintilla passa più facilmente delle altre. Le cose sono poi regolate in modo, che quando l'intensità della luce ultravioletta è massima, le scariche passano tutte. Con tal disposizione, convenientemente arricchita da altri spinterometri (20 in tutto), si può riuscire ad una buona modulazione dell'energia irradiata dall'antenna, e alla conseguente riproduzione dei suoni da trasmettere.

15. *Altre varianti.* — La disposizione indicata dal § precedente può subire numerose varianti. Può infatti secondo la fig. 15, costituirsi separatamente il circuito K

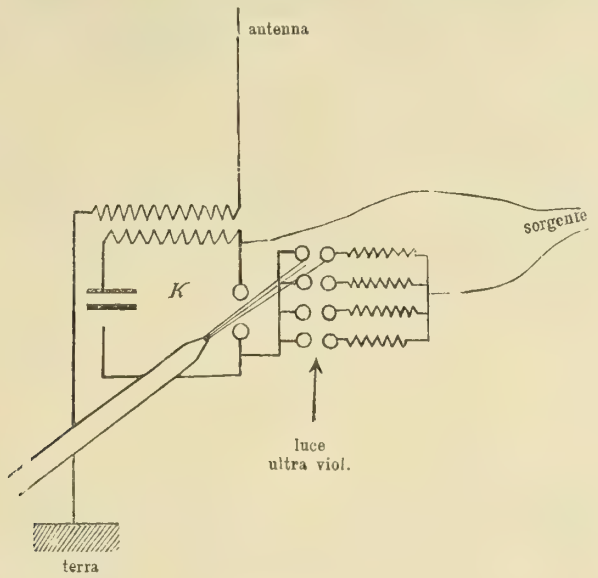


Fig. 15.

oscillante; le distanze esplosive su cui agisce la luce ultravioletta sono inserite su una delle connessioni con una sorgente di elettricità. Si ha così il vantaggio di poter

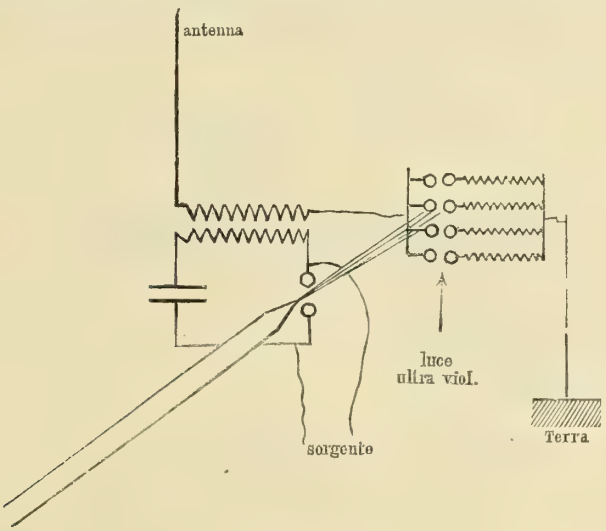


Fig. 16.

soffiare le scintille del circuito K, e adoperare quindi anche il mezzo di produzione più energico: la corrente alternata a bassa frequenza. Si può ancora adottare la disposizione della fig. 16, in cui la luce ultravioletta agisce sul circuito aperto dell'antenna; le distanze esplosive possono essere situate anzichè sulla comunicazione

con la terra, su quella con l'antenna. Così pure quel gruppo di scintille può porsi in derivazione sull'autoinduzione primaria o secòndaria, ecc. Invece delle resistenze ohmiche, necessarie per la suddivisione delle scariche nei molteplici spinterometri, possono adoperarsi piccole capacità (fig. 17), in guisa che, nel complesso, queste permettano interamente e senza sensibile ostacolo, il passaggio di tutto il flusso alternato generato dalle scintille.

16. *Fiamme manometriche.* — La jonizzazione prodotta dalla luce ultravioletta, pure essendo un fenomeno assai netto, è di indole delicata. Migliori effetti si ottengono impressionando le scintille mediante fiamme manometriche. Voglio anzitutto mostrare che una fiamma manometrica possa, con i suoi movimenti seguire le vibra-

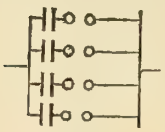


Fig. 17.

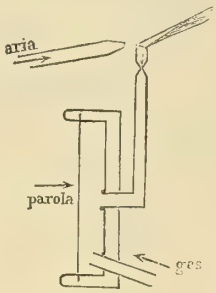


Fig. 18.

zioni acustiche più complicate, almeno dentro limiti sufficienti perchè la parola venga facilmente riprodotta. A tal uopo, in una prima esperienza (vedi nota Accademia dei Lincei 7 febbraio 1904) si soffi debolmente una fiamma pulsante; l'orecchio percepisce allora le parole pronunciate dinnanzi alla membrana della sua capsula (fig. 18).

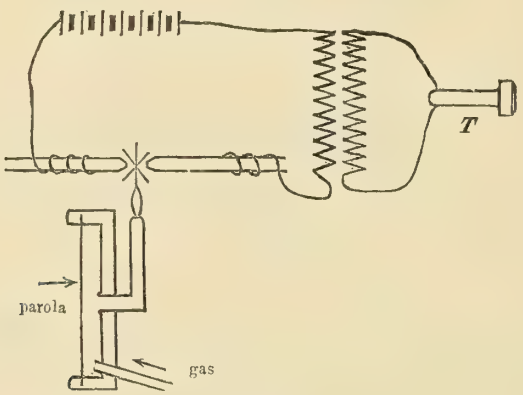


Fig. 19.

Un'altra esperienza è disposta come nella fig. 19, dove sotto un'arco voltaico, brucia una fiamma manometrica; il telefono T è capace di riprodurre suoni e parole.

Le fiamme sono, come è noto, conduttrici della elettricità, per cui si potrebbe pensare a modulare le scariche, ottenute in uno dei modi indicati precedentemente, inserendo qualche fiamma in un punto qualunque del circuito trasmittente. Disgraziatamente la quantità di elettricità che può passare attraverso una fiamma è assai

piccola; per cui la disposizione predetta non dà risultato sensibile. Ma una capsula manometrica, può porre contemporaneamente in vibrazione molte fiamme; ciascuna di queste può poi essere posta al disotto di un tratto esplosivo distinto. Si vede dunque che una delle disposizioni già impiegate per la luce ultravioletta, può essere adoperata con le fiamme manometriche.

Ciascuna fiamma, non più alta di 6 o 7 mm. (fig. 20), si trova al disotto di un piccolo spinterometro, il cui tratto esplosivo è dell'ordine di qualche millimetro; anche quì le differenti distanze esplosive sono regolate in guisa che quando tutte le

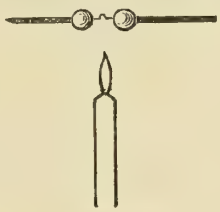


Fig. 20.

fiamme vibranti hanno la massima lunghezza, le scintille scoccano dovunque. Per cui queste, a causa del vibrar delle fiamme, si accendono o si spengono variamente, provocando una buona modulazione dei suoni più robusti. Il numero delle fiamme adoperato è di 25; ma ciò malgrado, si è riconosciuto che la quantità di elettricità la quale può trovar passaggio sotto la loro azione, è relativamente piccola, per cui sarebbe stato utile accrescere quel numero. Ho preferito quindi abbandonare per ora questa esperienza a causa della sua complicazione sperimentale.

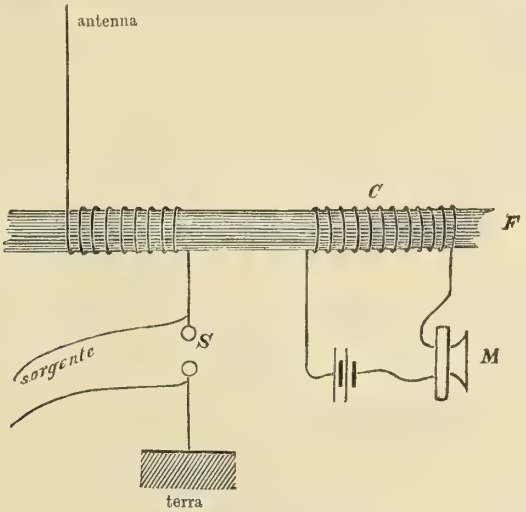


Fig. 21.

17. *Fenomeni magnetici.* — Fessenden ha brevettato una disposizione che, secondo l'autore, risolverebbe il problema della telefonia senza filo; ma i risultati di essa sono, all'atto pratico, assai scarsi. L'autore utilizza i fenomeni di magnetizzazione del ferro, e la sua disposizione schematica può in sostanza indicarsi come nella fig. 21.

Su di un fascio di fili di ferro dolce, sono due avvolgimenti, posti ad una certa distanza, l'uno dall'altro. Il primo è traversato dalle oscillazioni dell'antenna, il secondo da una corrente microfonica. Occorre, per gli scopi della telefonia senza filo, disporre nello spintero metro S di scariche numerose, come è stato spiegato nei paragrafi precedenti, e Fessenden non esplica come esse si possano ottenere. Avendo io i mezzi per ottenere quelle scariche ho esperimentato la detta disposizione, già prima che fossi venuto a conoscenza della proposta del Fessenden (vedi nota preliminare). Realmente se al posto del microfono M si pone un semplice interruttore, un rivelatore acustico di una stazione ricevente, accusa un lieve colpo ogni volta che si invia o si interrompe la corrente nel circuito C; se poi, in una successiva esperienza, le scintille in S sono molto regolari (macchina elettrostatica), e il circuito C è traversato da una corrente alternata (corrente stradale), al rivelatore arriva il suono di questa. Ma non si va al di là di tali esperienze; accrescendo infatti l'intensità delle scariche in S, ed eventualmente soffiando il tratto esplosivo, il fascio di fili di ferro dolce, si scalda eccessivamente per isteresi. Questo inconveniente non sarebbe ancora grave, giacchè si potrebbe evitarlo con raffreddamento per circolazione di acqua, ma il fatto che più nuoce, consiste nella formazione di scariche indotte nel circuito C, le quali traversando il microfono, lo danneggiano; e, d'altronde, tali scariche non si possono completamente annullare con l'uso di resistenze strozzatrici.

Indipendentemente da tali considerazioni, ho istituito esperienze per rendermi conto dell'efficienza massima del metodo. All'uopo, un amperometro a filo caldo, è inserito nel circuito dell'antenna, e si osserva la variazione dell'intensità delle oscillazioni elettriche, quando il ferro è magnetizzato o no. L'effetto è infatti assai piccolo, non potendosi in nessun caso, e con qualsiasi variante della indicata disposizione, constatare una differenza tra i due casi, maggiore del 5 o 6 %.

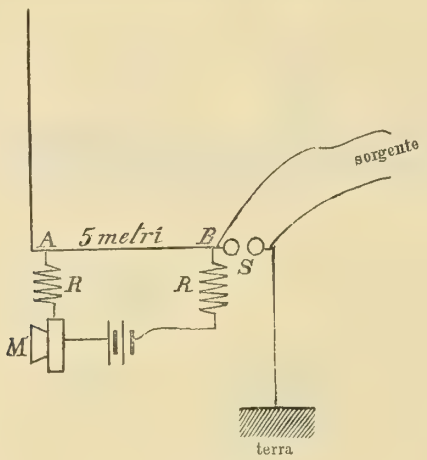


Fig. 22.

18. *Altre varianti.* — Comunque, ho cercato di realizzare qualche altra disposizione in cui la causa modulante fosse data dalla magnetizzazione del ferro. In una prima esperienza, un filo di ferro A B rettilineo (fig. 22), lungo circa 5 metri e di

0,2 mm. di diametro, è traversato dalle oscillazioni dell'antenna, generate dallo spinterometro S per mezzo della corrente alternata a bassa frequenza. In derivazione sul filo di ferro, si trova un circuito microfonico fornito di due resistenze strozzatrici. S'intende facilmente che in questo caso è la magnetizzazione circolare, prodotta dalla corrente microfonica, che modifica la intensità delle onde propagantisi nell'antenna. Con questa disposizione si riesce ad ottenere una buona riproduzione dei suoni di una canna d'organo, ed in genere dei suoni robusti e semplici, ma funziona in guisa migliore la seguente, in cui si trae profitto dalla magnetizzazione longitudinale. Attorno ad una lamina rettangolare di mica A B (fig. 23), piuttosto grossa, è avvolto

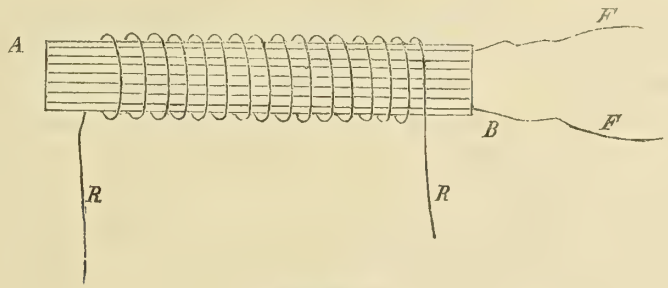


Fig. 23.

un filo di ferro F, simile, per lunghezza, a quello impiegato nella esperienza precedente. Esso fa parte del circuito oscillante dell'antenna trasmittente, come più sopra si è indicato. Un rocchetto di filo di rame R, che fa parte di un circuito microfonico, circonda la lamina in guisa che le sue linee di forza sieno parallele ai tratti di filo di ferro. Onde impedire eccessivo riscaldamento del filo di ferro, il tutto è immerso nel petrolio, e circondato ancora da un bagno di acqua fredda. Questa disposizione funziona in maniera simile a quella della fig. 22; il risultato pratico ne è però alquanto migliore, potendosi arrivare a percepire al rivelatore, la parola sebbene assai debolmente.

19. *Modulazione di scintille soffiate.* — Tutte le esperienze di telefonia senza filo che saranno descritte d'ora in poi, sono state eseguite adoperando, quale sorgente di elettricità, la corrente alternata a bassa frequenza: la sorgente cioè più intensa che io avessi a mia disposizione. E poichè, qualitativamente, il problema della telefonia senza filo può dirsi risoluto, le disposizioni che andrò descrivendo sono state ideate per ottenere solo rinforzo nella intensità degli effetti.

Le scintille vengono, nelle successive esperienze, sempre soffiate, giacchè così le loro intensità e le loro qualità oscillatorie sono più spiccate. Si è visto che in questo caso se il soffio è sufficientemente violento, le scintille sono ben staccate l'una dall'altra; ma se esso comincia ad indebolirsi, quelle si sfioccano in ramificazioni varie ed irregolari, perdendo in parte il loro carattere oscillatorio.

Se così non avviene, il rivelatore della stazione ricevente accusa appena il suono della corrente alternata a bassa frequenza, e lascia percepire un debole crepitìo irre-

golare, dovuto a qualche scintilla più intensa delle altre. Ma se il soffio è debole, questa irregolarità si accentua, ed un frastuono, talvolta intenso, si fa sentire, dovuto al frastagliamento delle scintille. Se ora rendiamo intermittente il getto gassose, p. es. mediante un disco girante fornito di fori alla periferia, tra le palline dello spinterometro si forma alternativamente l'arco calorifico non oscillatorio o le scintille oscillatorie; e se poi la frequenza con cui il getto gassoso è interrotto è tanto alta da rendere un suono, alla stazione ricevente questo suono sarà nettamente udibile. L'esperienza riesce bene anche quando la distribuzione dei fori sul disco girante è fatta con apparente irregolarità, al fine di sovrapporre più periodi vibratorii. Un accordo musicale di quattro suoni, è così trasmesso facilmente dall'antenna e certamente suoni ancora più complicati potrebbero essere trasmessi con tale metodo. Si intende, però, che il timbro dei suoni non può essere riprodotto con fedeltà veramente assoluta, giacchè la variazione della oscillatorietà delle scariche, non è continua. Si passa infatti dal forte grado di oscillatorietà dato dalla intensità massima del soffio d'aria, alla oscillatorietà nulla (soffio nullo), attraverso il frastagliamento delle scintille, che rappresenta certamente una condizione di cose nociva alla bontà della trasmissione. In ogni modo, a parte questa considerazione, si rimane indotti dai risultati avuti, a studiare qualche disposizione mediante la quale il getto gassoso possa venire influenzato direttamente da un corpo sonoro (da una membrana p. es.), in guisa che le scintille su cui batte, possano alla lor volta diventare il veicolo di trasmissione dei suoni prodotti d'innanzi la membrana. Nei successivi paragrafi comincierò ad esporre le ricerche eseguite in tal senso.

20. *Modulazione dell'intensità di un getto gassoso.* — Dalle considerazioni precedenti risulta la opportunità di affrontare il seguente problema: Generare in un getto gassoso variazioni corrispondenti per intensità e frequenza alle vibrazioni emesse da una sorgente sonora. La parola *variazioni* comprende tanto variazioni di intensità che di direzione del getto; infatti in entrambi i modi scintille scoccanti in un piccolo tratto esplosivo possono essere variabilmente impressionate dal getto. Comincio con l'esporre i metodi seguìti per ottenere variazioni di intensità.

L'idea che più semplice si presenta allo sperimentatore il quale desideri risolvere quel problema, è quella di strozzare in guisa variabile il tubo di efflusso del gas: tale strozzatura o chiusura parziale e variabile, dovrebbe essere generata da una membrana su cui cadono le vibrazioni aeree da trasmettere. Non istò a riportare qui i tentativi fatti in tal senso, giacchè essi non sono stati coronati da alcun successo, e perchè dal loro corso mi son dovuto accorgere della enorme difficoltà pratica, del problema così posto.

Buoni risultati ho invece ottenuto seguendo il principio di non alterare, mediante le vibrazioni sonore, la portata totale del tubo adduttore del gas del getto. Un primo apparecchio è stato congegnato secondo la fig. 24. Il gas adoperato in questa esperienza è l'aria compressa; essa arriva in un tubo foggiato a T, e può sfuggire attraverso le aperture P, Q. L'apertura Q è vicinissima ad una membrana vibrante M e mediante viti di regolaggio, non segnate in figura, si può renderla esattamente parallela alla superficie centrale della membrana; a tal fine è opportuno che quelle su-

perficie sia costituita da vetro ben piano. S'intende che la intensità del getto uscente da P, dipende dalla posizione della membrana, e che al vibrare di questa, esso pulsa regolarmente. La membrana M ha un diametro di circa 7 cm., è in ferro di 0,4 mm. di spessore. L'aria compressa impiegata ha una pressione di quattro atmosfere: con tal pressione il foro Q non deve avere un diametro maggiore di 2 mm., giacchè altri-

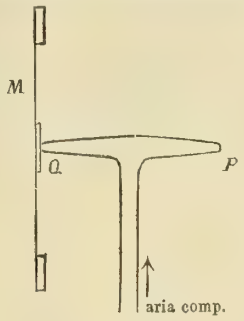


Fig. 24.

menti lo sforzo esercitato dal gas sulla membrana, ne impedirebbe le vibrazioni. Più che la sezione del foro Q, al fine di ottenere maggiore variabilità nell'efflusso del gas al variare della membrana, importerebbe aumentare la periferia dell'apertura stessa; già notevole vantaggio presenta una disposizione in cui l'apertura Q, anzichè essere circolare è rettangolare, sottile e piuttosto allungata. Seguendo questo ordine di idee si arriva alla disposizione indicata nella fig. 25. Un pezzo preparato al tornio

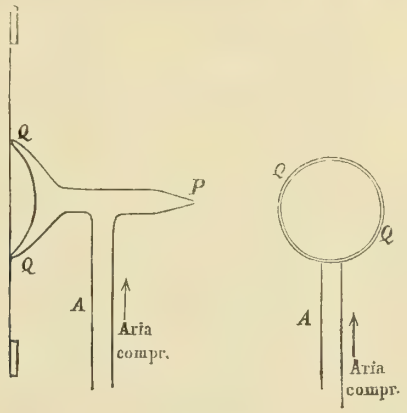


Fig. 25.

PQQ è fornito di un tubo adduttore A. L'aria che entra da questo, esce o dalla apertura P oppure dalla sottilissima fenditura circolare QQ, che meglio si vede nella proiezione laterale della figura. La membrana M si appoggia rigorosamente su tale apertura, e a causa della grande estensione di questa, bastano lievissimi vibrazioni, per produrre notevolissime variazioni sulla portata di P. L'apparecchio esige evidentemente un accurato regolaggio, e affinchè esso possa funzionare con maggiore energia e sicurezza è preferibile far vibrare la membrana M mediante un congegno elettromagnetico; applicare cioè il sistema indicato dalla fig. 25, ad un energico ricevitore telefonico, la cui membrana di ferro sostituisca quella della figura stessa.

31. *Modulazione della direzione di un getto gassoso.* — Nelle precedenti disposizioni, la sensibilità di funzionamento è data dal fatto che la quantità di gas che in ogni istante viene immessa nell'atmosfera, è all'incirca costante. La membrana telefonica non ha altro ufficio che di far scegliere ad una parte del gas la via di uscita P o la Q (figg. 24, 25). La sensibilità dunque in un apparecchio di tal genere, è tanto maggiore quanto più piccolo è il tratto PQ; giacchè l'inerzia del gas contenutovi, si oppone ad un intenso effetto delle vibrazioni della membrana. Tenendo presente questo fatto sperimentale, si prevede già che migliori risultati debbansi ottenere mediante la disposizione della fig. 26, dove il volume dello *spazio nocivo* suddetto è ridotto al minimo, o del tutto annullato. Qui il getto gassoso, sfuggendo da

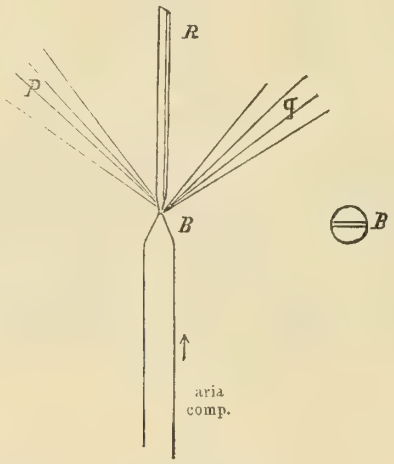


Fig. 26.

un tubo di efflusso, la cui bocca B è lineare, non larga più di 0,2 mm., e lunga 5 mm., batte contro lo spigolo tagliente di un pezzo metallico R foggiato alla sua estremità inferiore a cuneo. Il getto stesso si divide allora in due getti parziali p, q. Ora, se la estremità inferiore di R vibra, pur restando la portata complessiva della bocca B costante, i due getti p, q, vibrano per intensità e per ampiezza all'unisono con R. Il fenomeno è assai netto e sensibile, bastando spostamenti di R dell'ordine dei centesimi di millimetro per far variare notevolmente i getti p e q. Se invece dell'aria compressa si adopera il vapore acqueo, poichè la nebbia da questo prodotta è visibile, si scorgono ad occhio gli spostamenti e i cambiamenti di intensità. La indicata disposizione presuppone un congegno capace di far vibrare il pezzo metallico R, ma essa si presta male a ciò, e con qualche tentativo si riconosce che la forma più opportuna è quella indicata nella fig. 27. Il getto di aria o di vapore batte contro un arresto, vicinissimo e parallelo alla bocca lineare di efflusso, e portato da una membrana vibrante. La posizione relativa della bocca e dell'arresto può essere facilmente regolata mediante viti di contrasto che non si vedono in figura. Per la sagoma speciale data all'arresto, quasi tutto il gas forma un sol getto q. Questo getto si espande, coll'allontanarsi dalla bocca come è segnato in figura; e al vibrare della

membrana, pur rimanendo all'incirca della medesima intensità, la sua posizione è mutevolissima; infatti se il gas è vapore acqueo l'occhio scorge, per la persistenza delle immagini sulla retina, un pennacchio due o tre volte più ampio, di quello disegnato.

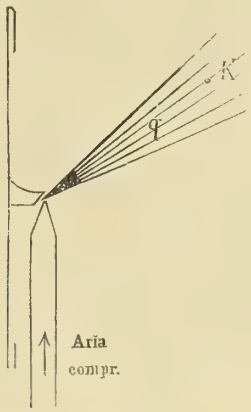


Fig. 27.

Con la modificazione della fig. 27, la intensità dell'unico getto rimane, come si è detto, all'incirca costante: le vibrazioni della membrana producono dunque solo cambiamenti di direzione del getto. Ma questi cambiamenti, per un punto fisso K, si traducono evidentemente in cambiamenti di intensità; giacchè quel punto, a seconda della direzione del getto, viene investito più o meno violentemente.

22. *Proprietà acustiche del getto gassoso vibrante.* — Prima di utilizzare il getto gassoso vibrante, per la modulazione delle scintille, è interessante studiarne le

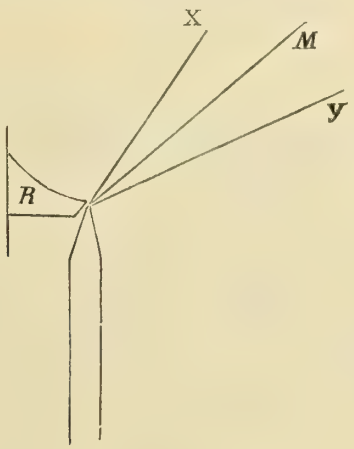


Fig. 28.

proprietà dal solo punto di vista acustico. Sia RM (fig. 28) la direzione di massima intensità del getto. Si produca un suono ben definito (canna d'organo) dinnanzi alla membrana. Quella direzione allora, per le vibrazioni di B, oscilla tra due posizioni

estreme X, Y. La pressione in M esercitata dal gas sospinto dal getto, è dunque variabile, e per una vibrazione completa di R, passa *due volte* per il valore massimo. Si collochi ora un tubo di caoutchouc di piccolo diametro col suo estremo in M, e si ponga l'altro estremo all'orecchio. Un'intenso suono si fa allora sentire, esso è però l'ottava alta del suono che eccita la membrana. La ragione di ciò è palese, per le considerazioni precedenti. Ma se non si ha cura che l'estremo del tubo di caoutchouc sia esattamente sul punto M, e se, soprattutto le vibrazioni del getto hanno un'ampiezza nè eccessiva, nè troppo piccola, l'orecchio percepisce un suono della stessa altezza di quello originario. In pratica, se si desidera una riproduzione buona dei suoni, occorre procedere per tentativi, regolando la posizione del getto o quella dell'imboccatura ricevitrice.

Una interessante esperienza può ancora farsi: se il getto gassoso investe un tubo rinforzatore simile a quelli usati nei fonografi (fig. 29) fornito di piccola imboccatura, per una conveniente posizione di questa si ottiene un rinforzo notevolissimo dei suoni prodotti dinanzi la membrana.

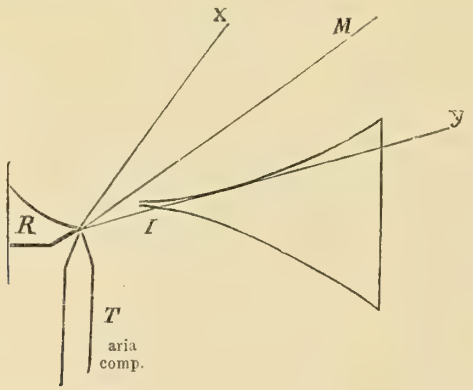


Fig. 29.

L'esperienza è realmente assai caratteristica, giacchè si ha da fare con una specie di *relais* dei suoni. Infatti il suono emesso dall'imbuto rinforzatore è talvolta più intenso del suono originario e può coprirlo persino.

23. *Modulazione magnetica del getto gassoso.* — L'esperienza descritta nei §§ precedenti riesce, in buone condizioni, facilmente; ma essa è alquanto delicata, giacchè le vibrazioni della membrana e del pezzo R, non possono superare in ampiezza un certo limite. D'altro canto occorre che la membrana stessa sia sufficientemente rigida, se si desidera che essa, già sotto l'azione del soffio gassoso, non subisca spostamenti. Per cui, benchè anche sotto l'impulso di vibrazioni delicate e varie, quali quelle della voce umana, il getto gassoso subisca notevoli spostamenti, ho preferito migliorare la detta disposizione, se non dal punto di vista della limpidezza fonica, almeno da quello della intensità dei fenomeni.

Un primo vantaggio si ottiene in tal senso eccitando, come già si è fatto per altra disposizione, la membrana per mezzo di un congegno elettromagnetico. Con ciò

gli spostamenti della membrana, e le vibrazioni del getto sono notevolmente più ampie. Ma si può ancora accrescere la entità dei fenomeni con la disposizione segnata nella fig. 30. Un tubo metallico T del diametro di 1,5 mm., costruito con una foglia di rame di 0,2 mm. di spessore, è incastrato in un rigido pezzo P. L'altra estremità è schiacciata, venendo così a costituire una bocca di efflusso parallela al piano del disegno, che si trova vicinissima al pezzo rigido R. Il tubo T tende a rimanere nella posizione segnata, sia a causa dell'incastro P, sia ancora perchè due

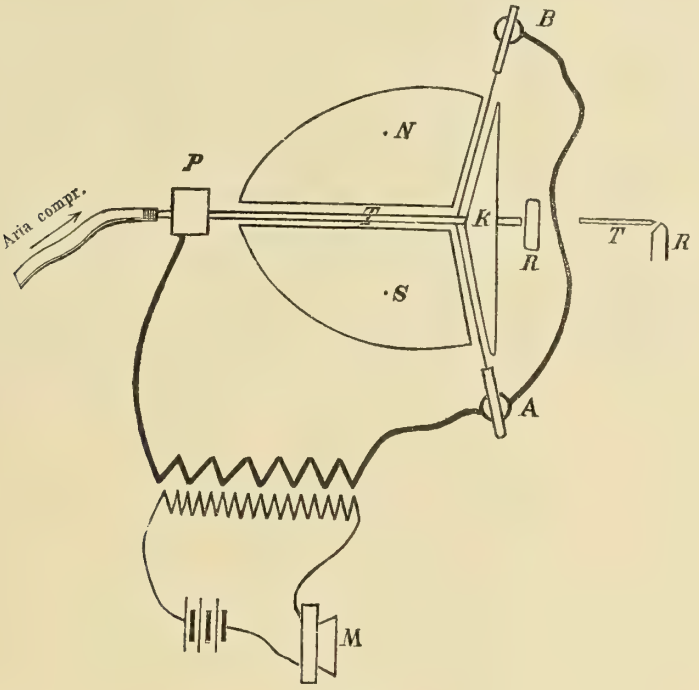


Fig. 30.

fili di bronzo sottili (0,5 mm.), su di esso fissati, esercitano una tensione verso i morsetti A e B. In tali condizioni il sistema del tubo e dei fili può vibrare spostandosi normalmente al piano della figura e lo smorzamento di queste vibrazioni non è considerevole. Due nuclei di ferro dolce con i loro assi in N e S, normali al disegno e situati al disotto del piano di questo, sono forniti di espansioni polari di forma speciale, tali cioè da restare coi loro bordi vicinissimi al tubo di rame e ai fili di bronzo. Un pezzo di ferro K non collegato ad alcun nucleo, traversato dal tubo T, senza esserne toccato e rigidamente fermato all'apparecchio, completa la disposizione. I nuclei N e S sono forniti di avvolgimenti attraversati da corrente continua, e s'intende facilmente come il sistema elastico descritto sia investito dal campo magnetico così generato. Un microfono M è fornito di una bobina di induzione di costruzione speciale, il cui secondario è costituito da pochi giri di filo di rame di grande sezione (4 mm.^{2}). Uno degli estremi di questo avvolgimento è riunito con P, l'altro con A e con B. Il tubo di rame è allora traversato da correnti telefoniche di grande inten-

sità che entrando per P si biforcano verso A e B. Basta un lieve esame della figura per persuadersi che tutti gli elementi di questo circuito elastico tendono a spostarsi, per l'azione del campo magnetico, normalmente al piano del disegno, d'accordo in un senso o nell'altro. D'altro canto, essendo assai lievi la resistenza ohmica del circuito (compresovi il trasformatore) e l'impendenza per il periodo proprio del sistema elastico (500 vibrazioni al 1″), le oscillazioni di questo si smorzano quasi istantaneamente. I suoni dunque, prodotti davanti al microfono M sono ripetuti dal tubo vibrante con sufficiente nitidezza, perchè eventualmente possa anche comprendersi la parola.

Esaminando ad occhio nudo il tubo T, se ne osservano nette le vibrazioni, provocate anche da' suoni deboli investenti il microfono. Una canna d'organo di 500 vibrazioni a 1″, suonata moderatamente, produce, in buone condizioni, spostamenti dell'estremità del tubo di 1 o 2 mm. Si intende dunque che in tali condizioni un getto gassoso emanante dal tubo T, e battente su R, debba vibrare amplissamente. I suoni così ottenuti, rinforzati con un imbuto, sono poi di una eccezionale intensità.

24. *Modulazione delle scintille col getto gassoso.* — Indicati così i metodi più opportuni per provocare la modulazione di un getto gassoso, passo a esporre come essi si utilizzino nella telefonia senza filo. La disposizione più semplice è quella della figura 31. Attraverso lo spinterometro S possono scoccare, se convenientemente sof-

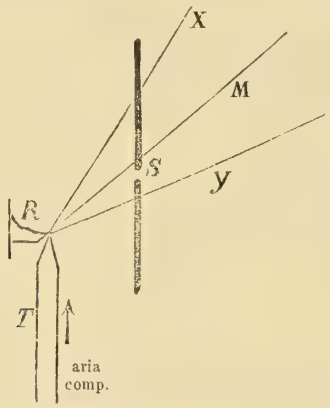


Fig. 31.

fiate, le numerose scintille necessarie alla trasmissione telefonica. La direzione M di massima intensità del soffio proveniente dal tubo T oscilla, sotto l'azione dei suoni da trasmettere fra X e Y. Le scintille S, restano dunque variamente soffiate, e la stazione ricevente munita di un rivelatore acustico, sente, con grande intensità, i suoni semplici e continui trasmessi. Il suono di una canna d'organo, o il canto umano sono riprodotti a distanza con sufficiente nitidezza, perchè se ne possa percepire anche il timbro. Se le vibrazioni del getto gassoso non sono troppo ampie, la velocità dell'aria che traversa lo spazio esplosivo S si mantiene sempre superiore ad un certo limite; le scintille sono allora sempre oscillatorie, e mai esse si frastagliano, o tendono a trasformarsi in arco calorifico non oscillatorio. In tali condizioni i suoni che la

stazione ricevente lascia percepire, sono più deboli ma anche più netti. Ed è così che anche la parola può, benchè assai debolmente, essere strasmessa. L'esperienza è così disposta: come stazione trasmittente è impiegata la disposizione della fig. 31, in cui la lingua R è posta in vibrazione da una membrana su cui direttamente si parla. Il circuito elettrico è del tipo primitivo di Marconi, cioè uno dei bracci dello spinterometro è congiunto ad una antenna (posta fuori dell'edificio) e l'altro alla terra (tubulatura del gas, dell'acqua, o treccia di un parafulmine). La sorgente di elettricità è la corrente alternata a bassa frequenza (100 volt, 42 periodi a 1″) trasformata da un rocchetto di induzione capace di dare 20 cm. di scintilla. La lunghezza del campo esplosivo è di 2 mm., il che importa un consumo medio di corrente primaria di circa 8 ampères. Il numero delle scintilline elementari varia da 6.000 a 8.000 per 1″. La stazione ricevente è costituita da un detector magnetico del tipo Marconi ad audizione continua, situato in una stanza qualsiasi dell'edificio in cui si esperimenta, e legato a terra da un lato, e dall'altro posto in comunicazione con un'antenna di un paio di metri, situata nella stessa stanza. Si noti che non è necessario prendere la terra nella stessa guisa della stazione trasmittente; se qui per es. l'apparecchio è legato alla conduttura del gas, alla ricevente può esser legato a quella dell'acqua o alla treccia del parafulmine, e viceversa.

I risultati ottenuti con questa disposizione, confermano dunque le previsioni fatte da principio, che cioè la parola può essere trasmessa senza il bisogno di scendere a particolarità acustiche inferiori a un decimillesimo di un minuto secondo. Se la disposizione citata non dà risultati pienamente soddisfacenti, ciò dipende dalla debolezza del fenomeno; pronunziando con grande intensità le parole e le sillabe alla stazione trasmittente, la ricevente comprende benissimo tutte le vocali e le consonanti. Avviene solo talvolta che il suono della corrente alternata, copra qualche sillaba, oppure che diminuendo eccessivamente, per le vibrazioni della membrana la intensità del soffio gassoso, le scintille si frastagliano, dando luogo a confusione di suoni.

In altri termini la descritta esperienza insegna la possibilità della trasmissione della parola mediante scintille staccate, ma non indica per anco il modo veramente pratico, sicuro e intenso per ottenerla.

25. *Getto di mercurio.* — Esaminando accuratamente con lo specchio girante le scariche dello spinterometro S nelle condizioni descritte nell'ultimo paragrafo, si possono scorgere sempre le piccole scintille, una staccata dall'altra, anche se il getto è posto in energica vibrazione da un robusto suono. Ciò dimostra che pur potendo quest'ultimo essere percepito dalla stazione ricevente, l'occhio non scorge cambiamento alcuno nelle caratteristiche delle singole scintille. Tali cambiamenti debbono dunque risiedere nella natura intima del modo di produzione delle scariche; probabilmente il potenziale esplosivo di queste subisce qualche modificazione per le mutevonli condizioni di velocità dell'aria (e quindi di temperatura), o della pressione del mezzo. In ogni modo la causa modulante è assai lieve, ed il fatto della percettibilità dei suoni trasmessi in cotal guisa, trova appena giustificazione nella squisita e ben nota sensibilità dei ricevitori telefonici.

Pensando dunque a migliorare le condizioni in cui la precedente esperienza si compie, son venuto nell'idea di aggiungere alla causa modulante suaccennata, altra che per la sua efficienza, desse affidamento di successo più sicuro e più ampio. E profittando sempre della mobilità del getto gassoso, occasionata dalle vibrazioni acustiche, sono riuscito infatti a fare pulsare sotto l'azione della parola oltre che le intime proprietà caratteristiche delle scariche singole, la lunghezza di queste. Si comprende facilmente il vantaggio di una simile disposizione, dato che essa sia realizzabile, per cui passo senz'altro a descriverla. Il getto d'aria (fig. 32) vibrante è pro-

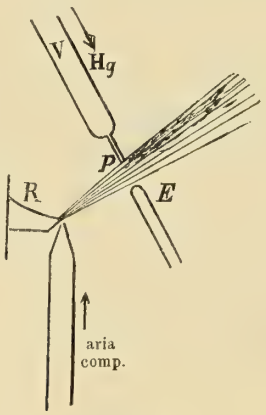


Fig. 32.

dotto con gli artifici già noti; in sua vicinanza e disposto come in figura, si trova un tubo di vetro V, terminante in un piccolo foro del diametro di qualche decimo di millimetro. Il tubo V è posto in comunicazione con un serbatoio elevato, contenente mercurio; questo liquido effluisce in forma di sottil getto dal forellino del tubo. Le dimensioni del getto son tali che per una pressione di efflusso di circa 3 atmosfere, il mercurio scorre in una vena fluida unita e continua per circa 15 mm.; indi si rompe in gocce. Sul prolungamento dell'asse del tubo V, e ad una certa distanza, si trova un elettrodo E di ferro o di platino, il quale verrebbe percosso dal getto di mercurio, se il soffio d'aria non sospingesse questo altrove. Anzi tal soffio, in condizioni ordinarie, è talmente energico, che la vena liquida vien tagliata nettamente in un punto P, ed il mercurio, ridotto in minutissime goccioline, viene vivamente scacciato secondo la direzione del soffio stesso. Il mercurio e il conduttore solido E, sono gli elettrodi del nuovo spinterometro fra cui scoccano le scintille date dalla corrente alternata a bassa frequenza; il tratto esplossivo è dato dall'intervallo PE, intervallo che, come 'intende, è traversato da una energica corrente d'aria. Pongasi ora in vibrazione il getto gassoso, mediante la membrana; la lunghezza PE pulsa allora sotto s'influenza delle vibrazioni sonore. Essa è pressochè nulla in certi istanti, quando cioè il getto è molto basso a causa dello spostamento a destra dell'arresto R; è massima quando questo arresto è spostato a sinistra. Vibrazioni della membrana e di R non più ampie di 0,05 mm., permettono variazioni nella lunghezza del tratto esplosivo da 0 a 5 mm. Si lascino ora scoccare le scintille; par-

lando dinanzi alla membrana dell'apparecchio, si osserva egualmente il diminuire ed il crescere della vivacità delle scintille alle quali corrisponde evidentemente minore o maggiore energia irradiata dall'antenna trasmittente.

I risultati ottenuti con la descritta disposizione sono veramente notevoli; disponendo due stazioni come nell'ultimo paragrafo, la parola è nettamente udibile e comprensibile, quasi come in una buona audizione telefonica ordinaria. Essa è tanto intensa che l'orecchio non presta più ascolto al lieve frastuono prodotto dalla corrente alternata a bassa frequenza. Tali esperienze sono state eseguite nell'Istituto Fisico dell'Università di Roma, e non è stato per anco tentato di ripeterle a distanze notevoli, in attesa di superare alcune difficoltà sperimentali di cui si dirà in appresso. Per altro data l'intensità del fenomeno e la piccolezza dell'antenna impiegata (16 metri) non v'ha dubbio che, analogamente a quanto succederebbe in radiotelegrafia, si potrebbero inviare segnali acustici col metodo indicato a parecchi chilometri di distanza.

26. *Difficoltà sperimentali.* — Nel descrivere la disposizione dei due getti combinati, di aria l'uno di mercurio l'altro, ho tralasciato di parlare delle particolarità secondarie della disposizione stessa. Si intende infatti la necessità di proteggere lo sperimentatore dai vapori mercuriali prodotti dalle scintille, e dalla luce di queste; si intende ancora l'altra di curare il recupero del mercurio lanciato lungi dal soffio d'aria, ecc. A tutto ciò si può provvedere facilmente; ma ciò nullameno l'insieme della disposizione, pur non essendo eccessivamente delicato, vien mantenuto penosamente in ordine. Il mercurio ossidandosi e polverizzandosi minutamente, costringe a replicati e continui ripulimenti delle parti più delicate dell'apparecchio; esso poi ricade in un serbatoio, disposto per raccoglierlo, in uno stato veramente inadatto a successive prove. Questo inconveniente, che forse ancora è tollerabile se il getto gassoso è aria, è gravissimo quando si adoperi anidride carbonica, gas che per la facilità con cui si conserva allo stato liquido, sarebbe particolarmente indicato per gli scopi di queste ricerche. La anidride carbonica si decompone in parte sotto l'azione delle scintille, e il mercurio ricadendo, trascina un fitto pulviscolo di carbonio insieme col proprio ossido. Dopo qualche tempo che l'apparecchio ha lavorato, si può appena raccogliere per filtrazione, alquanto mercurio limpido; sul filtro rimane una poltiglia sporca, che alla lunga emette notevoli quantità di anidride carbonica.

Per tutte queste ragioni, prima di tentar la rimozione dei suaccennati inconvenienti, ho dato un indirizzo diverso alle ricerche di cui è oggetto questa Memoria. Esso sarà esposto nei prossimi paragrafi.

Microfoni idraulici.

27. *Scopo di questa ricerca.* — Nella Nota preliminare da me scritta sul presente argomento così mi esprimevo: « Se allo spinterometro trasmittente, costi- « tuito da due rigidi bracci metallici, si sopprime la comunicazione col suolo o

« quella dell'antenna, la trasmissione a distanza di energia elettromagnetica resta « quasi completamente impedita. E se si riuscisse a immaginare un artificio al fine « di far variare la resistenza ohmica di una di quelle due comunicazioni, in corri- « spondenza delle vibrazioni di una membrana, avremmo a nostra disposizione un « nuovo mezzo di trasmissione telefonica senza filo. In altri termini occorrerebbe « trovare nn microfono adatto alla modulazione non di una corrente a basso poten- « ziale, come si fa già ordinariamente nella pratica, ma di scariche a potenziale « elevato, per le quali l'incertezza di contatto dei granelli di carbone, di uno dei « soliti microfoni sarebbe di nessuno ostacolo ».

Nei microfoni ordinari infatti si concentra la massima differenza di potenziale disponibile nel circuito, su tratti brevissimi, corrispondenti alle dimensioni dei granuli di carbone. Per cui all'inconveniente dell'eccessivo sviluppo di calore per intensità notevoli di corrente, si aggiunge l'altro, per il caso di altissimi potenziali, della possibilità di formazione di scariche esplosive. Il tipo di microfono che ora occorre, deve dunque soddisfare alle seguenti condizioni: Sopportare differenze notevoli di potenziale (migliaia di volt); non riscaldarsi per correnti intense (qualche amp.). Questo problema è stato infatti da me risoluto completamente, e poichè gli apparecchi che ora descriverò si prestano in primo luogo alla ripetizione di esperienze di telefonia ordinaria, lascierò per un momento da parte lo scopo ultimo delle presenti ricerche.

Due sono i principi su cui si basano gli attuali apparecchi:

1° Produrre variazioni di conducibilità elettrica in una corrente di liquido, dipendenti dalle vibrazioni sonore da trasmettere (*microfoni a miscuglio*);

2° Utilizzazione dei fenomeni capillari o delle contrazioni di una vena liquida liberamente propagantesi nell'aria provocati da movimenti vibratori (*microfono elettro capillare*).

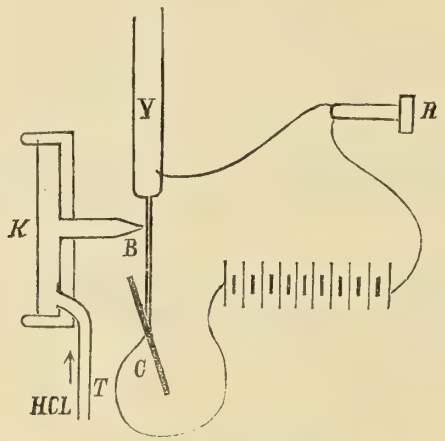


Fig. 33.

28. *Microfoni a miscuglio. — Microfono ad acido cloridrico*, — Da un tubo di vetro V (fig. 33) effluisce un getto d'acqua di fonte, acqua cioè pochissimo conduttrice di elettricità. Il diametro del getto è di circa 0,5 mm.; la velocita di ef-

flusso di circa 10 metri a I″. Il getto liquido batte su di una lastra di rame C e chiude così il circuito di un telefono e di una pila che può avere forza elettromotrice anche elevatissima. In una capsula manometrica K, costruita in ebanite con membrana di vetro o di mica, circola gas acido cloridrico, ben secco, entrando da un tubo T ed uscendo dal beccuccio B assottigliato all'estremità (0,9 mm. di diametro). Parlando dinanzi all'imboccatura della capsula il getto gassoso uscente da B pulsa come quelle di una fiamma manometrica, e poichè esso è vicinissimo al getto d'acqua, rende questa più o meno conduttrice. Il telefono R ripete esattamente come se fosse sollecitato da un ordinario microfono le parole pronunziate in K. All'acido cloridrico può sostituirsi l'ammoniaca gassosa: l'intensità fonica di recezione restando inalterata. Ma questa può essere accresciuta, complicando lievemente la disposizione coll'adoperare un getto liquido multiplo. Infatti non tutto il gas uscente da B resta nella indicata disposizione, assorbito da un solo getto liquido.

29. *Microfono ad acido solforico.* — Un tubo di vetro (fig. 34) V adduce acqua di fonte; l'altro A acqua acidula almeno per il dieci per cento di acido solforico. Il tubo ha una forma speciale indicata in figura; a destra è chiuso da una membrana R di caoutchouc rosso elastico, ed è fornito nella parte inferiore di un sottil foro, il quale

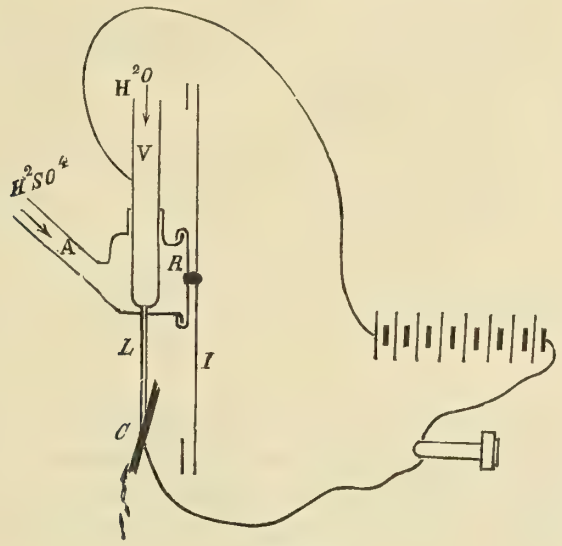


Fig. 34.

è esattamente affacciato al foro di efflusso del tubo V. Di questi due fori l'ultimo ha un diametro di 0,9 mm., e il primo di 1,0 mm. Il getto di acqua dolce traversa per brevissimo tratto (0,5 mm.) l'ambiente contenente acqua acidula, si acidifica così debolmente ed esce in seguito nell'atmosfera. La membrana R è connessa sul suo centro ad una lamina vibrante I fornita di imboccatura (non segnata sul disegno). Il getto di acqua, battendo su di un pezzo di rame C, chiude anche qui il circuito di un telefono e di una pila. Le vibrazioni della lamina I sono comunicate all'altra più

piccola R, e da questa alla massa del liquido acidificato. La vena L esce allora più o meno acida, generando così variazioni nella resistenza del circuito telefonico. La pressione dell'acqua di fonte deve essere di circa 10 metri, quella dell'acqua acidula solo di 50 cm. circa. La riuscita dell' apparecchio dipende principalmente dalla conveniente scelta dei diametri dei fori di efflusso, e dal loro adattamento.

Altro microfono ad acido solforico è quello indicato nella figura 35. Anche qui il tubo V adduce acqua di fonte e il tubo A acqua acidula. La prima effluisce da P an-

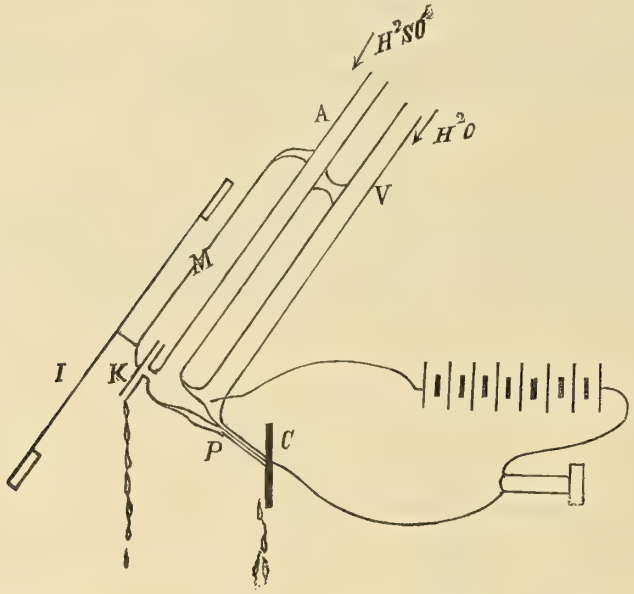


Fig. 35.

dando a battere sulla lastra di rame C; la seconda ha due vie di uscita. Seguendo una può mescolarsi coll'acqua dolce, seguendo l'altra può uscire a stento a traverso due levigate superficie piane K di vetro, di cui una, sostenuta da una molla pure vetro M, è connessa con la membrana vibrante I. Quando l'uscita K è più stretta, in conseguenza dello spostarsi di I, l'acqua uscente da P è più acida. L'apparecchio è sensibilissimo e funziona assai regolarmente.

Altri tipi di microfoni ho ancora costruito, fondati sul principio del miscuglio di due liquidi a differente conducibilità; ma i risultati migliori sono stati ottenuti principalmente con l'apparecchio della fig. 34. Non istò dunque a descriverli.

30. *Microfono elettro-capillare.* — Già da molti anni sono note le proprietà capillari dei getti liquidi ed esse per parte di illustri fisici come Raylegh, hanno formato oggetto di interessanti studi. Chichester Bell fin dal 1886 ha brevettato poi alcune disposizioni tendenti ad utilizzare praticamente quelle proprietà.

Un getto liquido che fluisce da una bocca costruita secondo norme speciali, scorre limpido per una certa lunghezza dipendentemente dalla grandezza della bocca, e dalla pressione di efflusso; si incomincia indi a rompere in goccie, le quali talvolta si succedono con frequenza sensibilmente costante e spesso elevatissima. Questa frequenza, può dirsi, rappresenta in determinate condizioni il periodo proprio di vibrazione del getto. Acusticamente si può osservare l'esistenza di questo periodo, facendo battere il getto (là dove incomincia a rompersi o semplicemente a contrarsi) su di una membrana elastica la quale, così, ripete esattamente il suono corrispondente a quel periodo; all'infuori del quale, si può costringere il getto a vibrare con periodi svariatitissimi. Se vibrazioni meccaniche esterne (pur non avendo il carattere sonoro, giacchè non riescono a sollecitare il mezzo ambiente) vengono a colpire il getto liquido, si manifestano nella vena liquida contrazioni periodiche a più breve distanza dalla bocca del solito. Tali contrazioni seguono esattamente i periodi vibratori provenienti dall'esterno, per cui il getto costringe la membrana su cui batte a ripetere i suoni corrispondenti a quei periodi, questa corrispondenza è più esatta se la membrana è più vicina alla bocca di efflusso, ma in tal caso i suoni emessi sono più deboli. A distanze maggiori, incomincia a mescolarsi con i suoni anzidetti il periodo proprio del getto, che può riuscire a mascherare completamente gli altri. Se il getto batte su di una superficie liscia, all'incirca normale alla sua direzione, esso dà origine ad un velo liquido, il cui spessore è variabile, dipendentemente dalle vibrazioni del getto.

Questi fatti furono variamente utilizzati dal Bell, al fine di ottenere ripetizione, rinforzo, registrazione, etc., di suono o parola di qualsiasi intensità, od anche a generare correnti elettriche variabili capaci di riprodurre in un ordinario ricevitore telefonico suoni e parola. La intensità di queste correnti è però secondo le disposizioni del Bell, troppo debole e non regge al confronto di quella che si può ottenere con gli ordinari microfoni; d'altra parte nessuno accorgimento fu adottato per ottenere una esatta corrispondenza fra le vibrazioni da trasmettere, e quelle della corrente; corrispondenza assolutamente necessaria se si vogliono superare grandi distanze, applicando il sistema alla trasmissione telefonica ordinaria.

31. *Microfono elettro-capillare a diaframma orizzontale.* — La disposizione da me impiegata, utilizzando questi principî fisici già da tempo noti, permette di ottenere correnti telefoniche di grandissima intensità e purezza, a differenza di quanto sin ora era conosciuto. Ecco una sommaria descrizione di un primo tipo di apparecchio:

La figura 36 rappresenta, in sezione, una forma della disposizione di insieme del nuovo microfono. Una imboccatura A concentra le vibrazioni sonore esterne (suoni o parola) su di una membrana elastica orizzontale B. Questa è, nella sua parte centrale, traversata da un tubo C (il cui orificio inferiore è di costruzione speciale) connesso con altro tubo D che traversa l'imboccatura A. Il tubo D, solo in una piccolissima parte, è elastico, onde permettere le vibrazioni della membrana, le quali così vengono trasmesse al liquido contenuto nei tubi D e C. Il modo con cui è ottenuta questa parziale elasticità, verrà definito in seguito. Il tubo D serve a far defluire, attraverso l'altro più corto C, un getto liquido E di acqua, resa conduttrice della

elettricità da un acido o da un sale, od anche di mercurio. Il getto liquido è alimentato da un serbatoio che può essere quale vogliasi e che non è segnato in figura. L'altezza del serbatoio può essere resa variabile mediante artificî che facilmente si intendono. Il getto liquido scorre limpido per una certa lunghezza al di là della quale comincia spontaneamente e periodicamente a contrarsi con un periodo vibratorio dipendente dagli elementi costruttivi dell'apparecchio. In ogni caso occorrerà che tal periodo non intervenga sensibilmente, per cui si interromperà il deflusso verticale del getto ad una distanza relativamente breve. Ciò si ottiene mediante la superficie superiore piana e circolare di un congegno che denomino *collettore* e che verrà tosto descritto. Scopo del collettore è di occasionare in guisa variabile la chiusura di un circuito elettrico; variabilità che corrisponde alle contrazioni più o meno forti del getto provocate dai suoni che arrivano sulla membrana B.

Il collettore è costituito da almeno due pezzi conduttori cilindrici (F, G), costruiti di sostanza non attaccabile dal liquido del getto (generalmente platino). I due conduttori F, G, sono isolati fra di loro per mezzo di una sostanza solida H come vetro, porcellana, smalto, ebanite ecc., e la superficie superiore (rappresentata in pianta nella parte inferiore della figura 36) è ben levigata, tanto che vi sia perfetta continuità fra le varie parti. Il collettore è sostenuto da un recipiente I, il quale porta una bocca di efflusso L. Il getto liquido battendo sul centro del collettore, si trasforma in un velo sottile che pone in comunicazione elettrica continua i due conduttori F, G. Un telefono M posto in circuito coi conduttori F, G e con una pila N, è percorso da corrente di intensità costante, quando non si producono davanti l'imboccatura A dei suoni, e quando, per conseguenza, il getto non si contrae. Se il getto è elettrolitico (di acqua) avviene in generale un fenomeno notevole di elettrolisi alla superficie del collettore, al quale corrisponde, nel telefono, un leggero sibilo che non nuoce allo scopo per cui l'apparecchio deve servire. È assolutamente essenziale, se il liquido è elettrolitico, che le parti conduttrici del collettore presentino sulla superficie superiore di questo una larga estensione. Solo con ciò si possono ottenere correnti di alta intensità, e si rendono innocui i disturbi prodotti dall'elettrolisi, di cui si è detto.

Quando suoni esterni sollecitano la membrana B, la bocca di efflusso entra in vibrazione, e per conseguenza il getto E si contrae sensibilmente ed in guisa variabile, tanto che sul collettore il velo liquido che si forma viene ad assumere spessori continuamente variabili. L'intensità della corrente telefonica è dunque variabile e si ottiene così la riproduzione dei suoni o delle parole prodotte davanti ad A. E' evidente che il telefono M anzichè essere inserito direttamente sul circuito della pila N e del collettore, può essere posto, insieme ad una linea telefonica, sul secondario di una bobina di induzione, il cui primario prenderebbe l'attuale suo posto.

32. *Microfono elettro-capillare a diaframma verticale.* — Tutto restando come nella figura 36, la connessione della membrana alla bocca di efflusso si può fare come nella figura 37, dove la imboccatura A è fornita della membrana verticale B. Questa è collegata con l'estremità inferiore del tubo D (anche qui parzialmente elastico, come verrà spiegato in seguito) che adduce il liquido conduttore, il quale, formando un getto E, compie esattamente le stesse funzioni che nella fig. 36.

33. *Particolarità costruttive dei microfoni elettro-capillari.* — Affinchè il getto liquido scorra limpido per una certa lunghezza, occorre che la bocca di efflusso abbia un diametro notevolmente più piccolo di quello del tubo adduttore. Se questo non avesse altre accidentalità in vicinanza della bocca dell'efflusso, basterebbe che il diametro di questa fosse uguale a $^2/_3$ circa del diametro interno del tubo; ma poichè, come si vedrà, è necessario praticare soluzioni di continuità della sostanza rigida

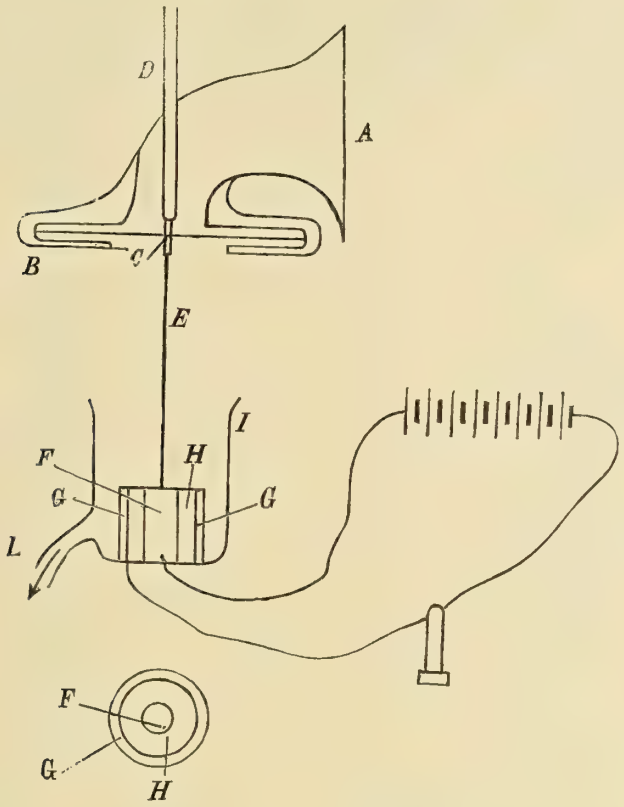


Fig. 36.

principale (ordinariamente vetro), così è necessario ingrandire il diametro del tubo di fronte a quello della bocca. Per esempio si ottengono buoni risultati se il tubo di efflusso ha un diametro interno di 3 a 4 mm., e la bocca di 1 a 1,5 mm. Ma questi dati non hanno valore assoluto e possono variare notevolmente. In oltre, lo spessore della parete su cui è praticata la bocca di efflusso deve essere sottilissimo, specialmente in vicinanza delle labbra di questa.

Il tubo non deve essere elastico in tutta la sua lunghezza, giacchè altrimenti le vibrazioni (propagandosi molto al di là del punto di collegamento con la membrana, non venendo smorzate immediatamente, a causa dell'inerzia del materiale con cui quello è costruito, per solito di caoutchouc), o del liquido in esso contenuto, darebbero luogo a vibrazioni secondarie e di bassa frequenza le quali si sommerebbero

perturbandole, alle altre che occorre trasmettere. L'inconveniente di un tal fatto si rileva specialmente attraverso linee telefoniche di grande lunghezza dove avviene che i suoni più acuti vengono facilmente attenuati, mentre quelli più bassi, tra cui i suoni perturbatori citati, si propagano con notevole intensità, riuscendo talvolta ad annullare completamente la comprensibilità della parola. I modi con cui si realizza la detta parziale elasticità del tubo D, sono svariati ed i principali sono qui appresso descritti.

Le figure 38 fino a 48, indicano semplicemente la costruzione del tubo D in connessione con la membrana vibrante B. Le figure 38 sino a 42 si riferiscono alla disposizione della figura 36; le figure 43 sino a 48 alla variante indicata nella fig. 37.

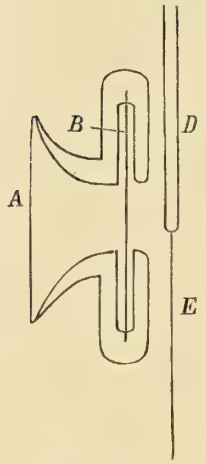


Fig. 37.

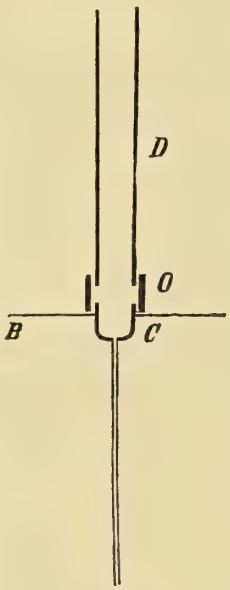


Fig. 38.

Nella figura 38 la membrana B è traversata al centro dal corto tubo C (solidale con essa), che ha nella sua parte inferiore la bocca di efflusso. I diametri interni dei due tubi sono all'incirca eguali, ed il bordo superiore di C è vicinissimo all'inferiore di D. I due tubi sono collegati da un corto tubo di caoutchouc O, il quale con la sua elastità permette le libere vibrazioni della membrana senza che ad esse prenda parte il tubo D.

La fig. 39 differisce dalla 38 per la posizione del tubo C, il quale ha la bocca di efflusso in alto. Il getto liquido comincia a scorrere nel suo interno, senza toccarne le pareti. Con ciò si ha il vantaggio di evitare gli inconvenienti derivanti dalla presenza di eccessiva massa liquida in vicinanza della bocca di efflusso, la quale ultima rimane così vicinissima al punto in cui il tubo è elastico.

Nella fig. 40, al fine di diminuire ancora la massa liquida in vicinanza della bocca di efflusso, il tubo D è leggermente strozzato nella sua parte inferiore, conservando un diametro di poco superiore o tutto al più eguale a quello della bocca.

Nella figura 41 è eliminata ogni connessione solida del tubo adduttore del liquido con la membrana. Il getto proveniente dalla bocca di efflusso, di cui è fornito

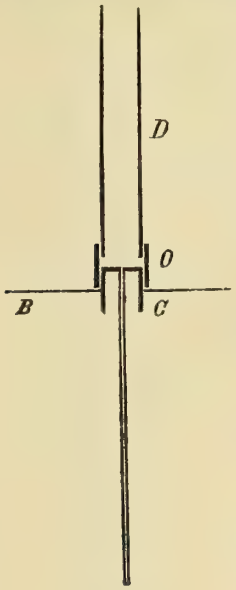


Fig. 39.

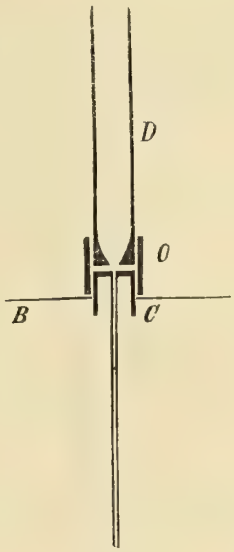


Fig. 40.

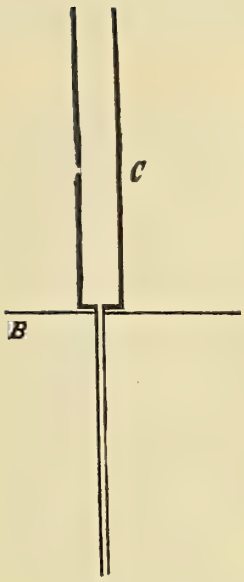


Fig. 41.

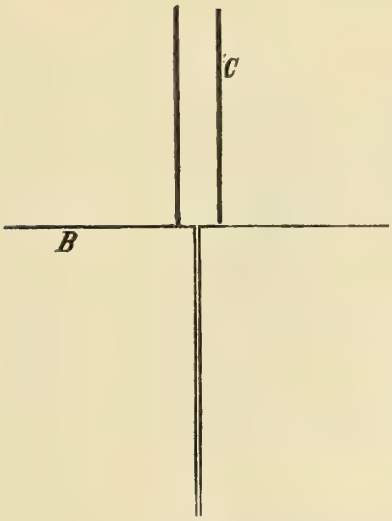


Fig. 42.

il tubo C traversa toccandolo appena su i bordi, un foro praticato sul centro della membrana, di grandezza a un dipresso eguale a quello della bocca. La membrana può essere di un solo materiale, oppure portare in vicinanza del foro, una guarnizione specialmente adatta ad essere forata con foro a bordi netti (vetro, platino ecc.).

Neanche nella fig. 42 il tubo C è connesso rigidamente con la membrana B, che è anche qui forata come nella figura 41. Il tubo D non è strozzato o quasi nella sua parte inferiore, e il suo bordo rimane vicinissimo alla membrana. La cor-

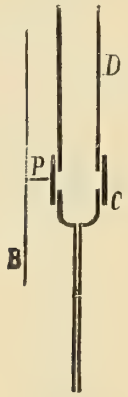


Fig. 43.

Fig. 44.

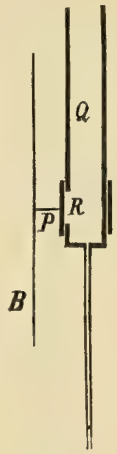


Fig. 45.

rente liquida si divide così in due parti: la parte centrale forma il getto che interessa; la parte periferica, spandendosi in un velo sottile sulla membrana, ricade poi

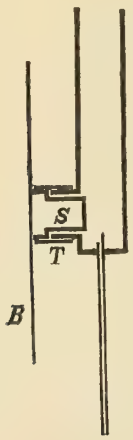


Fig. 46.

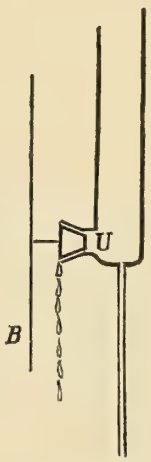


Fig. 47.

Fig. 48.

lateralmente, senza che con ciò vengano perturbate le vibrazioni sonore della membrana stessa.

La figura 43 (che insieme colle seguenti si riferisce alla variante della fig. 37), è simile alla figura 38; ne differisce solo pel fatto che la membrana verticale B,

agisce per mezzo di un'asticina rigida P, su di una parte del tubo di caoutchouc O di connessione tra i tubi D e C.

Così pure la fig. 44 è analoga alla 39.

Nella figura 45 i due tubi già indicati con D e C nelle altre figure, sono trasformati in un solo tubo Q che porta la bocca di efflusso. Lateralmente ed in vicinanza di questa è praticata sul tubo un'apertura R, la quale è ricoperta da una membrana elastica che può essere costituita infilando sul tubo C un tubo di caoutchouc, oppure in altra maniera simile. Così l'apertura R rimane chiusa e da essa non può uscire il liquido. Contro la parete elastica che chiude R, si appoggia l'asticina P portata dalla membrana B.

Nella figura 46, il tubo adduttore porta ancora un'apertura chiusa da un corto stantuffo S a dolcissimo sfregamento. Poichè è assai difficile ottenere una perfetta tenuta senza generare soverchio attrito, è preferibile connettere un tubo di caoutchouc T sullo stantuffo e sul bordo dell'apertura del tubo. Lo stantuffo è fissato lateralmente sulla membrana verticale B, le cui vibrazioni si trasmettono ad S a causa della elasticità del caoutchouc T.

Le figure 47 e 48 sono simili alla precedente; l'apertura del tubo adduttore è chiusa nella prima da una valvola conica U, nella seconda da una valvola piana V, le quali sono poste in vibrazione dalla membrana B. Le valvole non sono mai addossate completamente all'apertura del tubo, per cui ha luogo una piccola perdita continua di liquido, ma essa non nuoce alla formazione del getto principale.

E' evidente che molte altre disposizioni si possono immaginare, ma sarebbero tutte semplici varianti delle descritte, giacchè raggiungerebbero sempre lo stesso scopo di lasciare agire la membrana vibrante, su di una piccola parte del tubo adduttore del liquido, resa convenientemente elastica o mobile.

Con una qualunque delle disposizioni descritte, le contrazioni del getto sono molto prossimamente corrispondenti per ampiezza e freqnenza alle vibrazioni sonore che investono la membrana e non avviene sensibile sovrapposizione di altri periodi, se il collettore di cui ora sarà detto non sia troppo discosto dalla bocca di efflusso. Interessa poi che la intensità delle correnti telefoniche sia del più grande valore possibile, e a tal fine il collettore deve avere una superficie possibilmente grande. La forma del collettore indicata nella parte inferiore della figura 36, non è la sola che si può adoperare, giacchè la superficie superiore di questo apparecchio può anzichè piana essere conica; il vertice del cono sarebbe rivolto in alto e su di esso il getto verrebbe a cadere. Così pure, anzichè adoperare due soli anelli metallici se ne possono impiegare un numero maggiore, isolandoli ben inteso uno dall'altro e connettendoli indi alternativamente.

In tutte le descritte forme del microfono elettro-capillare le vibrazioni sonore sono trasmesse al getto direttamente attraverso l'aria e la membrana vibrante. Ma questa può (se è fornita di guarnizioni di ferro) vibrare anche sotto l'azione elettromagnetica, come in un ordinario ricevitore telefonico; in cotal guisa anzichè parlare dinanzi a un microfono idraulico si può parlare davanti ad un microfono ordinario, ottenendo, con questo artificio, notevole rinforzo della corrente telefonica. È poi evidente, se si adotta quest'ultima disposizione, che la membrana del microfono idrau-

lico può essere abolita e sostituita da una semplice armatura di ferro assai leggera, che possa vibrare senza periodo proprio. Con ciò il microfono idraulico, non essendo più fornito di una larga superficie vibrante, quale era quella della membrana, non trasmette all'aria circostante alcun suono, e solo l'armatura di ferro e il getto idraulico sono sedi di vibrazioni che però son quasi inudibili. Anche in questa forma rimane di primaria importanza la particolarità di costringere a vibrare solo una piccola parte del tubo adduttore del getto liquido.

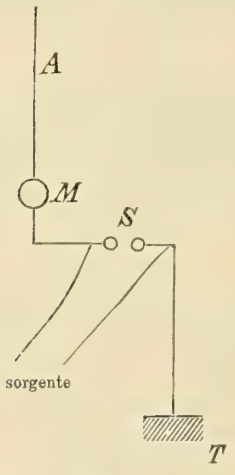


Fig. 49.

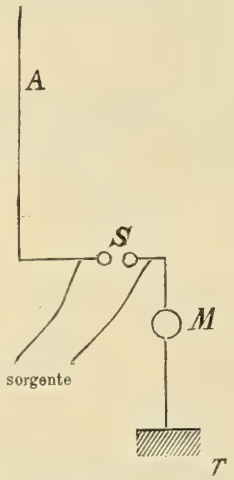


Fig. 50.

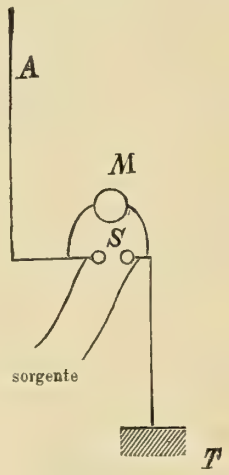


Fig. 51.

Brevemente accenno infine che, avendo sperimentato un campione di microfono idraulico, costruito secondo le figure 37 e 46, sopra lunghe linee telefoniche, ho ottenuto buoni risultati su distanze di circa 2000 chilometri: così parole pronunziate e trasmesse da Roma furono nettamente udite e comprese a Londra.

34. *Applicazione del microfono idraulico alla telefonia senza fili.* — Oltre l'applicazione alla telefonia ordinaria, i microfoni a liquido si prestano bene al raggiungimento dello scopo iniziale di queste ricerche. Una delle tre figure 49, 50 e 51, indica la disposizione da adottarsi; in esse, A è l'antenna, T è la terra, S il tratto esplosivo, M il microfono. Volta per volta occorre però scegliere convenientemente il valore della resistenza elettrica media del microfono dipendentemente dalle differenze di potenziale e dalle intensità di corrente in giuoco. Il tipo di microfono che ha dato i migliori risultati è il microfono elettro-capillare; in certi casi il titolo dell'acqua acidula impiegata era bassissimo.

Nelle disposizioni attuali riesce di grande convenienza pratica il fatto che il luogo dove si formano le scintille (spinterometro rotante) sia assolutamente separato dal punto in cui la parola agisce sul circuito.

In tutte le indicate disposizioni, non mi son sinora mai preoccupato di individuare il periodo proprio delle oscillazioni di ciascuna scintilla. Ma si può facilmente rendere

più persistenti tali scariche adottando disposizioni analoghe a quelle della telegrafia senza filo. Così per esempio la figura 52 va completata con l'inserzione del microfono idraulico: questo può essere posto o in A, o in B, o in C, o in D. La stazione ricevente è poi costituita da apparati esattamente accordati con quelli della trasmittente, e poichè ciò rappresenta una tecnica già completamente conosciuta per lo

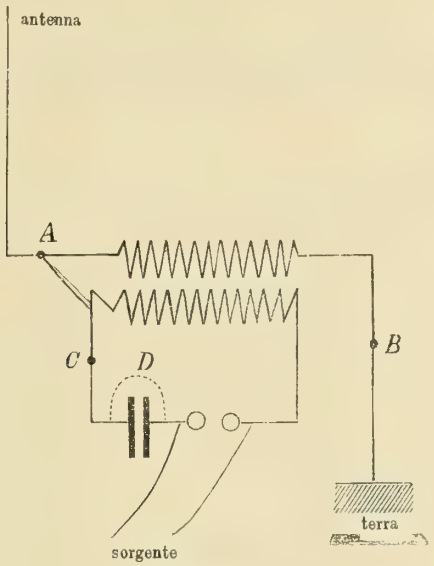


Fig. 52.

stato attuale della scienza radio-telegrafica, mi dispenso dall'entrare in ulteriori particolari su tale argomento.

I risultati ottenuti con l'applicazione del microfono idraulico agli apparecchi di telefonia senza filo, sono come nettezza superiori a quelli già avuti con l'uso della vena liquida di mercurio, ma alquanto più deboli.

Ulteriori ricerche mi faranno persuaso quali delle due vie sia in definitiva la migliore. Per ora mi sono limitato ad esporre i principali particolari delle mie esperienze, riservandomi di continuare lo studio intrapreso. Ma sin d'ora debbo dichiarare che la possibilità di poter disporre di onde elettro-magnetiche veramente continue, dimostrata recentemente dal Poulsen, mi induce per un momento a battere altra strada, salvo a ritornar sulla vecchia in caso di insuccesso.

INDICE DEL VOL. VII — SERIE 5ª

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

PAG.

Rynberk. *Saggio di anatomia segmentale. La metameria somatica, nervosa, cutanea e muscolare dei vertebrati* (Premiata al concorso al premio Carpi del 1906) 3

Parona. *Saggio per uno studio sulle Caprinidi dei calcari di scogliera (orizzonte del Col dei Schiosi) nelle Prealpi venete orientali.* . . 319

Bemporad. *L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione coll'altezza.* 347

La Rosa. *Trasformazioni dello spettro dell'arco elettrico cantante* (Con due tavole) 451

Negri. *Sulla morfologia e sul ciclo del parassita della rabbia (Neuroryctes hydrophobiae Calkins)* (Con tre tavole) 469

Lombardi. *Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro.* 487

Ena. *Intorno alla rotazione dei corpi muniti di movimenti ciclici stazionarî* 533

Somigliana. *Sul problema statico di Maxwell* 577

Battelli e Magri. *Sulle scariche oscillatorie* (Con tre tavole) 597

Ponte. *Il diabase di Paraspora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati* (Con una tavola). 619

Brunelli. *La spermatogenesi del « Gryllus desertus » Pall. (Divisioni spermatogoniali e maturative)* 623

Majorana. *Ricerche ed esperienze di telefonia elettrica senza filo* (Premiata al concorso alla Fondazione Santoro del 1909) 655

Publicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei, Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XIX. (1892-1910). 1° Sem. Fasc. 8°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XVIII. (1892-1909).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01354 6569